Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 1

Тема Исследование псевдослучайных чисел

Студент Сушина А.Д.

Группа ИУ7-71б

Оценка (баллы) ________________

Преподаватель Рудаков И.В.

Москва.
2020 г

Задание на лабораторную работу

Изучить методы генерирования псевдослучайных чисел, а также критерии оценки случайности последовательности. Реализовать критерий оценки случайной последовательности. Сравнить результаты работы данного критерия на одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных последовательностях целых чисел. Последовательности получать алгоритмическим и табличным способами.

Теоретическая часть

Для выполнения работы был выбран критерий «хи-квадрат». Это один из самых известных статистических критериев, также это основной метод, используемый в сочетании с дргуими критериями.

С помощью этого критерия можно узнать, удовлетворяет ли генератор случайных чисел требованию равномерного распределения или нет.

Для оценки по этому критерию необходимо вычислить статистику V по формуле:

$$V=\frac{1}{n}\sum_{s=1}^{k}\left(\frac{Y_s^2}{p_s}\right)-n \quad , \tag{1}$$

где n – количество независимых испытаний, k – количество категорий, Ys — число наблюдений, которые действительно относятся к категории S, ps — вероятность того, что каждое наблюдение относится к категории s.

Значение V является значением критерия «хи-квадрат» для экспериментальных данных. Приемлемое значение этого критерия можно определить по таблице 1. Для этого используем строку с v = k-1, где k = 10, 90, 900 для задания лабораторной. P в этой таблице — это вероятность того, что экспериментальное значение Vэксп. будет меньше табулированного (теоретического) Vтеор. или равно ему. Ее также можно рассматривать как доверительную вероятность.

Если вычисленное V окажется меньше 1%-й точки или больше 99%-й точки, можно сделать вывод, что эти числа недостаточно случайные. Если V лежит между 1% и 5% точками или между 95% и 99% точками, то эти числа «подозрительны». Если V лежит между 5% и 10% точками или 90%-95% точками, то числа можно считать «почти подозрительными». Обычно необходимо произвести проверку три раза и более с разными данными. Если по крайней мере два из трех результатов оказываются подозрительными, то числа рассматриваются как недостаточно случайные.

	$p = 1\%$	$p = 5\%$	$p = 25\%$	$p = 50\%$	$p = 75\%$	$p = 95\%$	$p = 99\%$
$\nu = 1$	0.00016	0.00393	0.1015	0.4549	1.323	3.841	6.635
$\nu = 2$	0.02010	0.1026	0.5754	1.386	2.773	5.991	9.210
$\nu = 3$	0.1148	0.3518	1.213	2.366	4.108	7.815	11.34
$\nu = 4$	0.2971	0.7107	1.923	3.357	5.385	9.488	13.28
$\nu = 5$	0.5543	1.1455	2.675	4.351	6.626	11.07	15.09
$\nu = 6$	0.8721	1.635	3.455	5.348	7.841	12.59	16.81
$\nu = 7$	1.239	2.167	4.255	6.346	9.037	14.07	18.48
$\nu = 8$	1.646	2.733	5.071	7.344	10.22	15.51	20.09
$\nu = 9$	2.088	3.325	5.899	8.343	11.39	16.92	21.67
$\nu = 10$	2.558	3.940	6.737	9.342	12.55	18.31	23.21
$\nu = 11$	3.053	4.575	7.584	10.34	13.70	19.68	24.72
$\nu = 12$	3.571	5.226	8.438	11.34	14.85	21.03	26.22
$\nu = 15$	5.229	7.261	11.04	14.34	18.25	25.00	30.58
$\nu = 20$	8.260	10.85	15.45	19.34	23.83	31.41	37.57
$\nu = 30$	14.95	18.49	24.48	29.34	34.80	43.77	50.89
$\nu = 50$	29.71	34.76	42.94	49.33	56.33	67.50	76.15
$\nu > 30$	$\nu + \sqrt{2\nu}x_p + \frac{2}{3}x_p^2 - \frac{2}{3} + O(1/\sqrt{\nu})$						
$x_p =$	-2.33	-1.64	$-.674$	0.00	0.674	1.64	2.33

Таблица 1.
Некоторые процентные точки χ^2 - распределения.
(Источник: Кнут Д. Э. «Искусство программирования»)

Таким образом, процедура проверки следующая:

1. Выделяем k категорий. В нашем случае это количество возможных полученных значений: 10, 90 и 900 для одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных.
2. Запускаем генератор случайных чисел N раз.
3. Определяем количество случайных чисел, попавших в каждую категорию.
4. Вычисляем значение V по формуле (1).
5. Сравниваем полученное значение с теоретическими значениями в таблице, определяем к какому интервалу оно относится.
6. Делаем выводы о случайности величины, возможны три случая:
    1. Если Vэксп лежит между 1% и 99% точками, то генератор удовлетворителен. (Однако необходимо учитывать «подозрительные результаты», о которых написано выше)
    2. Если Vэксп меньше 1% точки, то генератор не удовлетворителен, так как разброс чисел слишком мал, чтобы быть случайным.

3. Если Vэксп больше 99% точки, то генератор не удовлетворителен, так как разброс чисел слишком велик, чтобы быть случайным.

n-1	P = 1%	P=5%	P=25%	P=50%	P=75%	P=95%	P=99%
V= 9	2.088	3.325	5.899	8.343	11.39	16.92	21.67
V= 89	60.93	68.25	79.68	88.33	97.60	112.02	122.94
V=899	803.31	830.41	870.05	898.33	927.23	969.86	1000.57

Таблица 2. Значения Vтеор для количества степеней свободы по заданию.

По таблице 2 можно будет сделать выводы о полученных в программе значениях.

Результаты работы программы

В качестве алгоритмического метода был взят линейный конгруэнтный метод генерации псевдослучайных чисел.

Программа, реализованная в лабораторной работе, выводит на экран таблицу из 7 столбцов и 12 строк. 10 строк представлены для того, чтобы можно было пронаблюдать, какие числа возвращает генератор случайных чисел. Для каждого из реализованных методов в таблице есть по три столбца для чисел с разным количеством разрядов.

В последнем столбце выводится значение V, подсчитанное для каждого столбца. (N = 10000)

```
========================================== RESTART: C:\iu7\sem7\modeling\lab1\lab1.py ==========================================
                              --Табличный метод--                                             --Алгоритмический метод--
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
|  №   |     1 разряд      |     2 разряд      |     3 разряд      |     1 разряд      |     2 разряд      |     3 разряд      |
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
|  0   |         8         |        24         |        545        |         3         |        71         |        863        |
|  1   |         5         |        19         |        249        |         4         |        18         |        526        |
|  2   |         2         |        83         |        916        |         9         |        27         |        509        |
|  3   |         5         |        45         |        581        |         0         |        50         |        236        |
|  4   |         1         |        18         |        982        |         3         |        75         |        831        |
|  5   |         5         |        77         |        814        |         0         |        38         |        462        |
|  6   |         1         |        92         |        656        |         5         |        57         |        989        |
|  7   |         0         |        82         |        769        |         0         |        96         |        300        |
|  8   |         1         |        28         |        381        |         7         |        35         |        999        |
|  9   |         3         |        44         |        558        |         0         |        16         |        698        |
| коэф | 15.040000000000873 | 80.09000000000015 | 880.4599999999991 | 3.816000000000713 | 76.8680000000004 | 938.0599999999995 |
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
```

Рис 1. Первый запуск программы

```
========================================== RESTART: C:\iu7\sem7\modeling\lab1\lab1.py ==========================================
                              --Табличный метод--                                             --Алгоритмический метод--
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
|  №   |     1 разряд      |     2 разряд      |     3 разряд      |     1 разряд      |     2 разряд      |     3 разряд      |
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
|  0   |         5         |        14         |        686        |         3         |        51         |        977        |
|  1   |         6         |        59         |        273        |         6         |        92         |        500        |
|  2   |         2         |        90         |        312        |         7         |        31         |        223        |
|  3   |         4         |        70         |        204        |         8         |        84         |        122        |
|  4   |         4         |        22         |        854        |         5         |        19         |        673        |
|  5   |         1         |        85         |        610        |         4         |        20         |        180        |
|  6   |         1         |        71         |        621        |         7         |        19         |        695        |
|  7   |         5         |        21         |        281        |         6         |        74         |        986        |
|  8   |         9         |        53         |        157        |         5         |        99         |        125        |
|  9   |         6         |        29         |        578        |         8         |        34         |        212        |
| коэф | 15.94800000000032 | 90.3140000000003 | 905.8400000000001 | 7.727999999999156 | 74.36599999999999 | 899.1800000000003 |
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
```

Рис 2. Второй запуск программы

```
========================================= RESTART: C:\iu7\sem7\modeling\lab1\lab1.py ==========================================
                              --Табличный метод--                                          --Алгоритмический метод--
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
|  №   |      1 разряд     |      2 разряд     |      3 разряд     |      1 разряд     |      2 разряд     |      3 разряд     |
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
|  0   |         4         |         36        |        748        |         8         |         62        |        356        |
|  1   |         8         |         94        |        149        |         7         |         71        |        539        |
|  2   |         0         |         87        |        222        |         0         |         44        |        678        |
|  3   |         9         |         23        |        460        |         7         |         85        |        769        |
|  4   |         4         |         63        |        993        |         2         |         58        |        936        |
|  5   |         5         |         52        |        774        |         7         |         85        |        551        |
|  6   |         1         |         41        |        696        |         8         |         24        |        262        |
|  7   |         8         |         47        |        794        |         3         |         81        |        805        |
|  8   |         6         |         50        |        380        |         8         |         86        |        536        |
|  9   |         2         |         96        |        117        |         7         |         97        |        491        |
| коэф | 9.863999999999578 | 65.16799999999967 | 815.1200000000008 | 11.3799999999992  | 96.09200000000055 | 892.7000000000007 |
+------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+-------------------+
```

Рис 3. Третий запуск программы

Для правильной оценки случайности методов было проведено 3 испытания.

Сравним полученные данные с таблицей 2. Получим следующий результат:

	Табличный метод			Алгоритмический метод		
№ эксперимента	1 разряд	2 разряд	3 разряд	1 разряд	2 разряд	3 разряд
1	75%-95%	25%-50%	25%-50%	5%-25%	5%-25%	75%-95%
2	75%-95%	50%-75%	50%-75%	25%-50%	5%-25%	50%-75%
3	50%-75%	1%-5%	1%-5%	50%-75%	50%-75%	25%-50%

Таблица 3. Оценка полученных результатов.

Как видно из таблицы 3, в некоторых случаях при применении табличного метода значения оказываются «подозрительным», однако это не критично и результаты работы генераторов можно признать удовлетворительными. Для алгоритмического метода полученные значения V находятся в рамках 5%-95%, поэтому можно признать и этот метод удовлетворительным.