|  |  |
| --- | --- |
| **Gerb-BMSTU_01** | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Тема** Цепи Маркова  **Студент** Сушина А.Д.  **Группа** ИУ7-71б  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель** Рудаков И.В. |  |

Москва.

2020 г

## Задание на лабораторную работу

Необходимо для сложной системы S, имеющей не более 10 состояний, определить среднее время нахождения системы в предельных состояниях, т. е. при установившимся режиме работы.

## Теоретическая часть

Случайный процесс называется марковским, если он обладает слудующим свойством: для каждого момента t0 вероятность любого состояния системы в будущем (при t>t0) зависит только от ее состояния в настоящем (при t = t0) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние. Вероятностью i-го состояния называется вероятность pi(t) того, что в момент t система будет находится в состоянии Si. Для любого момента времени t сумма вероятностей всех состоянии равна единице.

(1) ,

где N - количество состояний.

Стационарное распределение цепи Маркова — это такое распределение вероятности, которое не меняется с течением времени. Если цепь является положительной возвратной (то есть в ней существует стационарное распределение) и апериодической, тогда, какими бы ни были исходные вероятности, распределение вероятностей цепи сходится при стремлении интервалов времени к бесконечности: говорят, что цепь имеет предельное распределение, что является ничем иным, как стационарным распределением.

Предельная вероятность состояния показывает **среднее время пребывания системы** в этом состоянии. Например, если предельная вероятность состояния e0 равна 0,7,то это означает, что в среднем 70% времени система находится в состоянии e0.

Для нахождения таких вероятностей используются уравнения Колмагорова. Они строятся по следующим принципам: в левой части каждого из уравнений стоит производная вероятности i-ого состояния; в правой части содержится столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием; если стрелка направлена из состояния, соответствующий член имеет знак «минус», если в состояние — знак «плюс»; каждый член равен произведению интенсивности, соответствующей данной стрелке, и вероятности того состояния, из которого выходит стрелка.

Так как предельные вероятности постоянны, их производные равны нулю. Если в уравнениях Колмагорова приравнять производные к нулю, то получим систему уравнений, описывающих стационарный режим. Также для поиска решений необходимо добавить уравнение нормировки.

Получаем СЛАУ:

(2)

## Код программы

Код функции для решения системы уравнений представлен на листинге 1.

|  |
| --- |
| Листинг 1.  from numpy import linalg  def get\_Kolmogorov\_coeffs(matrix):  n = len(matrix)  return [  [matrix[j][i] if j != i else -sum(matrix[i]) for j in range(n)]  if i != (n - 1) else [1 for i in range(n)]  for i in range(n)  ]  def get\_limit\_probabilities(matrix):  coeffs = get\_Kolmogorov\_coeffs(matrix)  return linalg.solve(coeffs, [0 if i != (len(matrix) - 1) else 1 for i in range(len(matrix))]).tolist()  def calculate(matrix):  limit\_p = [round(x, 4) for x in get\_limit\_probabilities(matrix)]  return limit\_p |

## Результаты работы

Результаты работы представлены на рисунках 1, 2 и 3.

По таблице с результатами можно проверить условие нормировки: сумма всех вероятностей примерно равна 1(погрешность возникает из-за округления).   
Зная предельные вероятности, можно сделать вывод о том, сколько времени система проводит в каждом состоянии при установившимся режиме. Так система на рисунке 1 проводит 40,17% времени в первом состоянии, 46,73% времени во втором состоянии и 13,09% времени в третьем состоянии.

|  |
| --- |
| Рис 1. Результат работы для системы с тремя состояниями. |
| Рис 2. Результат работы для системы с пятью состояниями. |
| Рис 3. Результат работы для системы с 7-ю состояниями. |