Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 3
по курсу «Планирование эксперимента»

Тема Реализация ПФЭ и ДФЭ на имитационной модели функционирования СМО.

Студент Сушина А.Д.

Группа ИУ7-81б

Оценка (баллы) _______________

Преподаватель Куров А.В,

Москва.
2021 г

1 Задание на лабораторную работу

Реализация ПФЭ и ДФЭ на имитационной модели функционирования СМО.

Составить матрицу планирования для проведения ПФЭ для СМО с двумя генераторами заявок (в исходную СМО добавить второй генератор).

Интервалы варьирования факторов выбрать на основе результатов первой л.р., в рамках которой исследовались зависимости выходной величины (среднего времени ожидания (пребывания) от входных параметров (интенсивность поступления, интенсивность обслуживания). В итоге получить зависимость выходной величины от загрузки.

По результатам ПФЭ вычислить коэффициенты линейной и частично нелинейной регрессионной зависимости.

Составить матрицу планирования ДФЭ. Провести ДФЭ. Рассчитать коэффициенты линейной и частично нелинейной регрессионной зависимости.

Предусмотреть возможность сравнения рассчитанной величины с реальной, полученной по результатам имитационного моделирования.

2 Теоретическая часть

2.1 Распределения

Распределение Рэлея:

$f(x,\sigma) = \frac{x}{\sigma^2} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}, x \geq 0, \sigma > 0 (1)$

Распределение Вейбулла:

$f(x) = \frac{a}{\lambda} (\frac{x}{\lambda})^{(k-1)} e^{-(x/\lambda)^k} (2)$

В лабоработной работе используется распределение с фиксированным параметром k=2.

2.2 Расчет параметров уравнения регрессии

Рассмотрим полный факторный эксперимент. Если число факторов k , то для проведения полного факторного эксперимента нужно $N = 2^k$опытов, где 2 - число уровней, которого достаточно для построения линейной модели.

В нашем случае факторов 2: интенсивность поступления заявок и интенсивность обработки заявок.

$N = 2^2 = 4$

Для проведения полного факторного эксперимента требуется 4 эксперимента.

Условия проведения эксперимента фиксируются в матрице планирования (рис 1).

Номер опыта	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Рис 1. Матрица планирования эксперимента

Искомая функция $y = f(x1, x2)$может быть записана в виде:

$y = b0 + b1 * x1 + b2 * x2$(3)

или

$y = b0 + b1 * x1 + b2 * x2 + b12 * x1 * x2$(4)

Для нахождения всех коэффициентов b0, b1, b2, b12 потребуется решить систему из 4х уравнений и соответственно провести 4 опыта.

Для оценки погрешности проводится усреднение параметров. Для этого уравнение (3) записывается в виде:

$y = b_0 + b_1(x_1 - \overline{x_1}) + b_2(x_2 - \overline{x_2})$, (5)

где $\overline{x_1} = \frac{x_{1min}+x_{1max}}{2}$, $\overline{x_2} = \frac{x_{2min}+x_{2max}}{2}$.

Значения оценок b0, b1, b2, b12 могут быть получены при помощи МНК:

$b_j = (\sum_{i=1}^{N} \quad z_{ij}y_i)/N$, (6)

где N – количество опытов, а Zij принимают значения -1, 1. Значения Zij являются кодированными значениями факторов. Чтобы получить такие значения можно воспользоваться следующими формулами:

$I_j = \frac{x_{jmax}-x_{jmin}}{2}$, (7)

$z_{ij} = \frac{x_{ij}-\overline{x_J}}{I_j}$(8)

2.3 Дробный факторный эксперимент

При многофакторном эксперименте, особенно когда число факторов больше шести (n > 6), число опытов планов ПФЭ 2^n (N = 2^n) становится чрезмерным. Если нам не требуется определение всех коэффициентов неполного квадратичного полинома, то переходят к дробному факторному эксперименту (ДФЭ) – части полного факторного эксперимента.

План ДФЭ строится, как и для плана ПФЭ, но с меньшим числом факторов. Оставшиеся факторы варьируются не произвольно, а так чтобы сохранялась ортогональность плана. Это обеспечивается, если оставшиеся факторы варьируются по выбранному генерирующему соотношению, например как произведение каких-либо факторов из первой группы. Но это приводит к тому, что в матрице X будут существовать одинаковые столбцы. Следовательно,

мы не сможем найти в чистом виде все коэффициенты неполного квадратичного полинома, а лишь определим совместную величину коэффициентов для одинаковых столбцов.
При построении полуреплики 23-1 существует всего две возможности: приравнять x3 к +x1x2 или к –x1x2. Поэтому есть только две полуреплики 23-1.

№ опыта	$x1$	$x2$	$x3$	$x1x2x3$
1	+	+	+	+
2	–	–	+	+
3	+	–	–	+
4	–	+	–	+

№ опыта	$x1$	$x2$	$x3$	$x1x2x3$
1	+	+	–	–
2	–	–	–	–
3	+	–	+	–
4	–	+	+	–

Рис 2. Матрицы планирования ДФЭ 2^3-1
Для произведения трех столбцов первой матрицы выполняется соотношение:
$+1 = x_1x_2x_3$,
а для второй матрицы:
$-1 = x_1x_2x_3$.
Символическое обозначение произведения столбцов, равного +1 или –1, называется определяющим контрастом. Контраст помогает определять смешанные эффекты. Для того чтобы определить, какой эффект смешан с данным, нужно помножить обе части определяющего контраста на столбец, соответствующий данному эффекту. Так, если $+1 = x_1x_2x_3$, то для x1 имеем
$x_1 = x_1^2x_2x_3 = x_2x_3$,
так как всегда $x_i^2 = 1$. Для x2 находим
$x_2 = x_1x_2^2x_3 = x_1x_3$,
для x3
$x_3 = x_1x_2x_3^2 = x_1x_2$.
Это значит, что коэффициенты линейного уравнения будут оценками
$b_1 \to \beta_1 + \beta_{23}$,
$b_2 \to \beta_2 + \beta_{13}$,
$b_3 \to \beta_3 + \beta_{12}$.
Соотношение, показывающее, с каким из эффектов смешан данный эффект, называется генерирующим соотношением.

Для нахождения линейной модели достаточно вычислить только 4 коэффициента, описывающих смешанные эффекты.

$$b_0 + b_{123} = \frac{\sum_{U=1}^{N} x_{0U} Y_u}{N}$$

Суммарные значения коэффициентов b1+b23;b2+b13 ;b3+b12 определяются аналогично. Однако, если заранее известно, что некоторые из членов уравнения равны нулю (пренебрежимо малы) или имеется априорная информация о величинах некоторых коэффициентов, то полученные коэффициенты могут быть вычленены. Так, если b123=0, то

$$b_0 = \frac{\sum_{U=1}^{N} x_{0U} Y_u}{N}$$

Если можно допустить, что коэффициенты из их смешанной оценки сопоставимы, то для рассмотренного плана

$$b_0 = b_{123} = \frac{1}{2}\frac{\sum_{U=1}^{N} x_{0U} Y_u}{N}$$

3 Реализация

На рисунке 3 представлен интерфейс приложения. Он содержит две кнопки: запуск работы и добавление точки для проверки правильности вычисления коэффициентов уравнения регрессии.

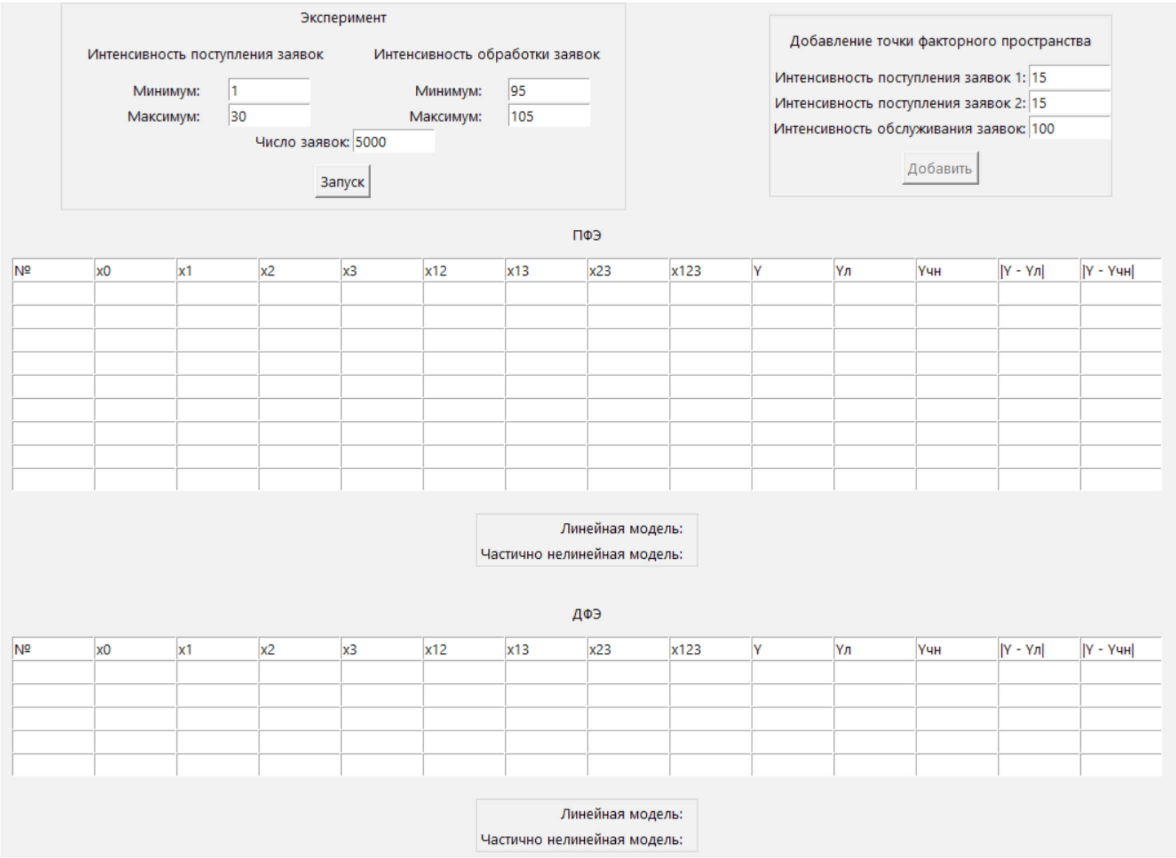
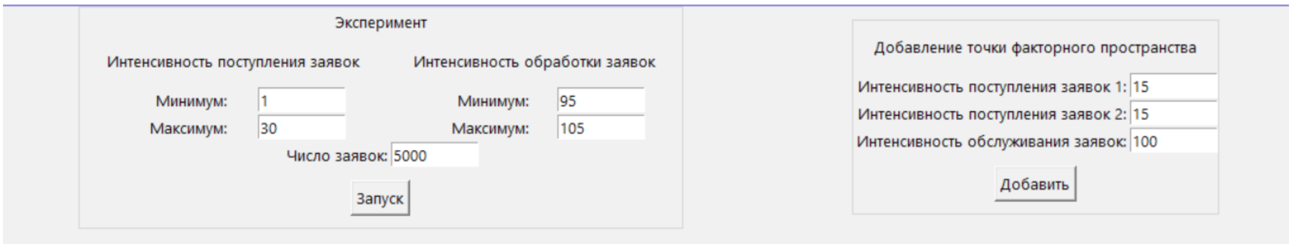


Рис 3. Интерфейс приложения

На рисунке 4 представлен пример работы приложения.



№	x0	x1	x2	x3	x12	x13	x23	x123	Y	Yл	Yчн	|Y - Yл|	|Y - Yчн|
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	0.01127	0.01068	0.01127	0.00059	0.00000
2.00000	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0.01196	0.01311	0.01196	0.00114	0
3.00000	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0.01029	0.00909	0.01029	0.00120	0
4.00000	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	0.01088	0.01152	0.01088	0.00064	0.00000
5.00000	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	0.01211	0.01321	0.01211	0.00111	0.00000
6.00000	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	0.01730	0.01564	0.01730	0.00166	0.00000
7.00000	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	0.01095	0.01162	0.01095	0.00067	0.00000
8.00000	1	1	1	1	1	1	1	1	0.01416	0.01405	0.01416	0.00012	0.00000
9.00000	1	-0.03448	0	-0.03448	-0	0.00119	-0	0	0.01203	0.01228	0.01228	0.00025	0.00025

Линейная модель: y = 0.012365 + 0.0012128 * x1 - 0.00079537 * x2 + 0.001265 * x3

Частично нелинейная модель: y = 0.012365 + 0.0012128 * x1 - 0.00079537 * x2 + 0.001265 * x3 - 0.00026053 * x12 + 0.00089082 * x13 - 0.00027863 * x23 - 0.00023454 * x123

ДФЭ

№	x0	x1	x2	x3	x12	x13	x23	x123	Y	Yл	Yчн	|Y - Yл|	|Y - Yчн|
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	0.01226	0.01226	0.01226	0.00000	0.00000
2.00000	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0.01224	0.01224	0.01224	0	0
3.00000	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0.01015	0.01015	0.01015	0.00000	0.00000
4.00000	1	1	1	1	1	1	1	1	0.01427	0.01427	0.01427	0.00000	0.00000
5.00000	1	-0.03448	0	-0.03448	-0	0.00119	-0	0	0.01199	0.01216	0.00608	0.00017	0.00591

Линейная модель: y = 0.012232 + 0.0010265 * x1 - 2.2054e-05 * x2 + 0.0010356 * x3

Частично нелинейная модель: y = 0.0061158 + 0.00051325 * x1 - 1.1027e-05 * x2 + 0.00051782 * x3 + 0.00051782 * x12 - 1.1027e-05 * x13 + 0.00051325 * x23 + 0.0061158 * x123

Рис 4. Пример работы приложения

4 Вывод

В ходе лабораторной работы проводился полнофакторный эксперимент, а также дробный факторный эксперимент. Для обоих экспериментов были получены коэффициенты уравнения регрессии для линейное и частично нелинейной модели.