



ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ 1

АНТОН БИРЮКОВ. МОДУЛЬ «АСТРОФИЗИКА», ОСЕНЬ 2022. ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ ВШЭ.



К ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ

$$0) \quad \rho(r) = \rho_0 \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha$$

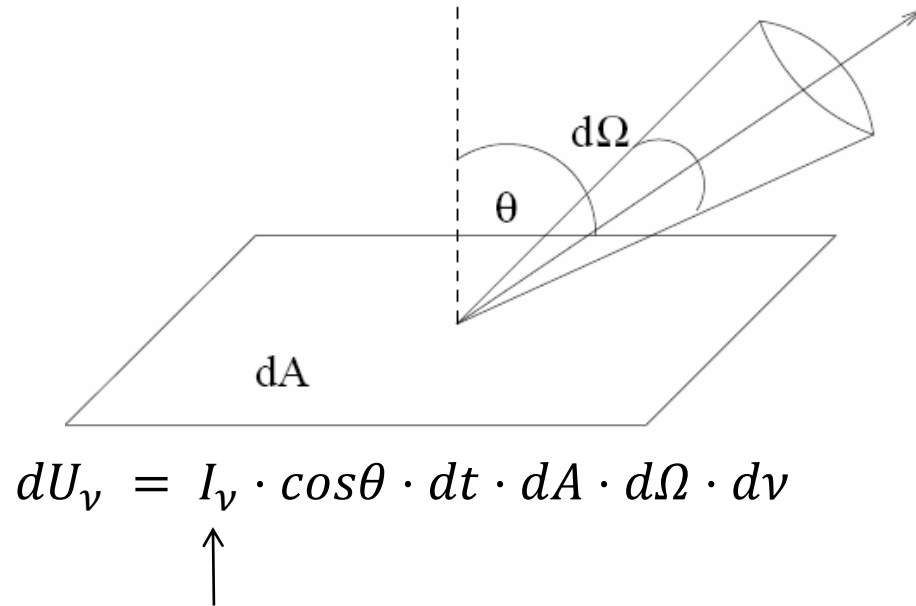
$$1) \quad M(R) = 4\pi \int_0^R \rho(q) q^2 dq \propto \begin{cases} \frac{q^{3-\alpha}}{3-\alpha} \Big|_0^R, & \text{если } \alpha \neq 3 \\ \ln q \Big|_0^R, & \text{если } \alpha = 3 \end{cases} \rightarrow \infty \text{ при } \alpha \geq 3 \Rightarrow \alpha < 3$$

$$2) \quad \varphi(r) \propto -\frac{r^{2-\alpha}}{(3-\alpha)(\alpha-2)} \rightarrow +\infty \text{ при } r \rightarrow \infty \text{ если } \alpha \leq 2 \Rightarrow \alpha > 2$$

$$3) \quad v_c = \sqrt{-r \nabla \varphi(r)} \propto r^{2-\alpha}$$

ИНТЕНСИВНОСТЬ

Количество лучистой энергии dU_ν частоты ν , прошедшее через воображаемую контрольную площадку в заданном направлении пропорционально: площади этой площадки dA , величине телесного угла в котором распространяется излучение $d\Omega$, интервалу времени dt и ширине интервала частот $\nu \dots \nu + d\nu$:



ИНТЕНСИВНОСТЬ

$$I_\nu \left[\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{стер} \cdot \text{Гц}} \right]$$
$$I_\lambda \left[\frac{\text{Дж}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{стер} \cdot \text{см}} \right]$$

Поле излучения характеризуется двумя немного разными физическими величинами. Об этом стоит помнить!

Интенсивность – характеристика поля излучения как такового.

ПОТОК

В астрономических наблюдениях де-факто регистрируется энергия, поглощённая приёмником излучения. Поэтому практический смысл имеет **поток** – полная мощность излучения, проходящая через единицу площади приёмника (перпендикулярно ему):

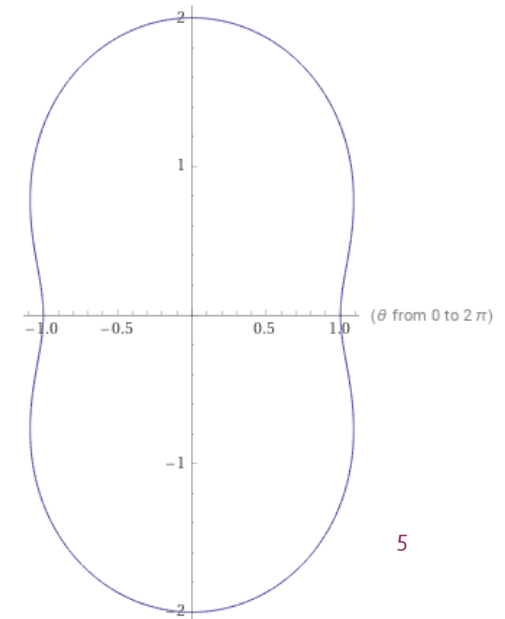
$$F_\nu = \int_{4\pi} I_\nu \cos \theta \, d\Omega = \frac{dU_\nu}{dt \cdot dA \cdot d\nu} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{Гц}} \right]$$

Интересно: если поле излучения изотропно (то есть I_ν не зависит от направления), то $F_\nu = 0$. То есть если через площадку с двух её сторон проходит одно и то же количество лучистой энергии, то полный поток считается равным нулю. Но обратное не верно!

$$I = I_0(1 + \sin^2 \theta),$$

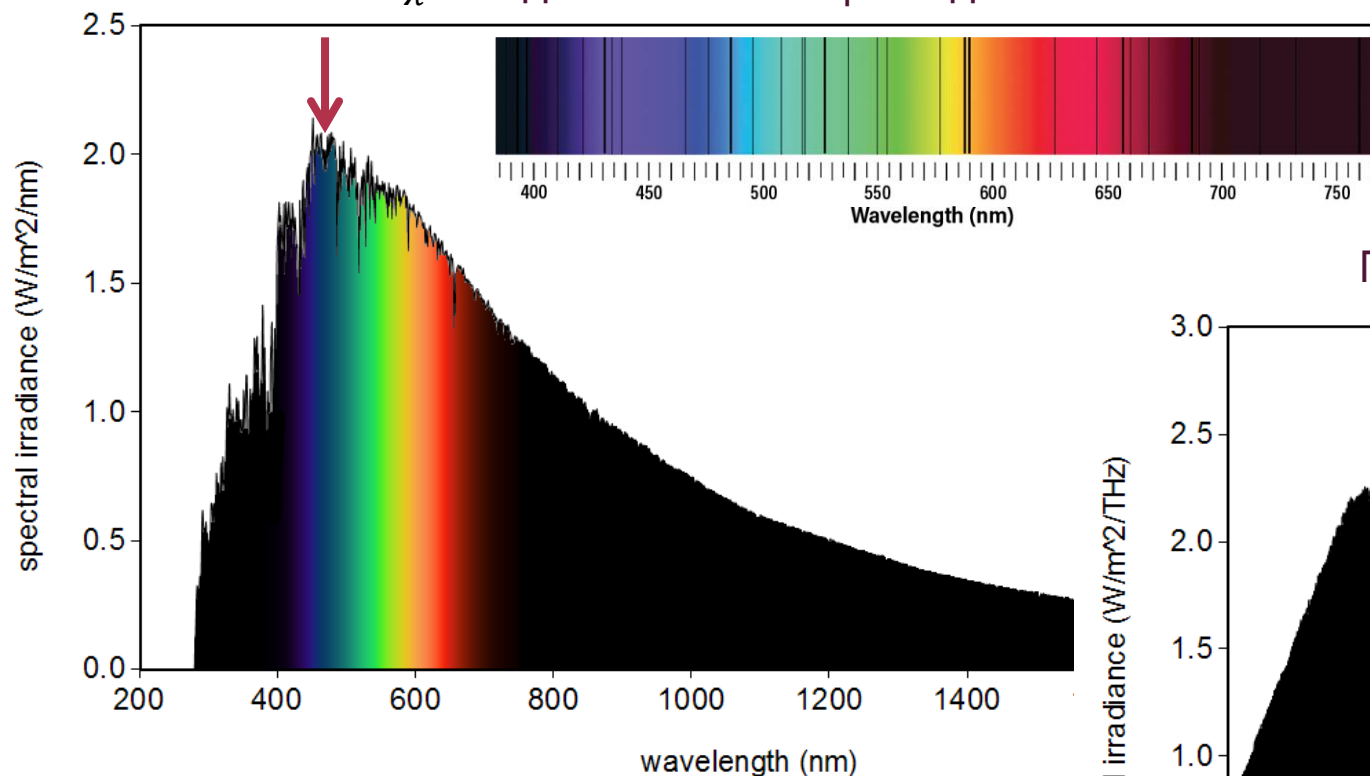
или в общем случае

$$I(\theta) = I(\pi - \theta)$$



ВНЕАТМОСФЕРНЫЙ СПЕКТР СОЛНЦА

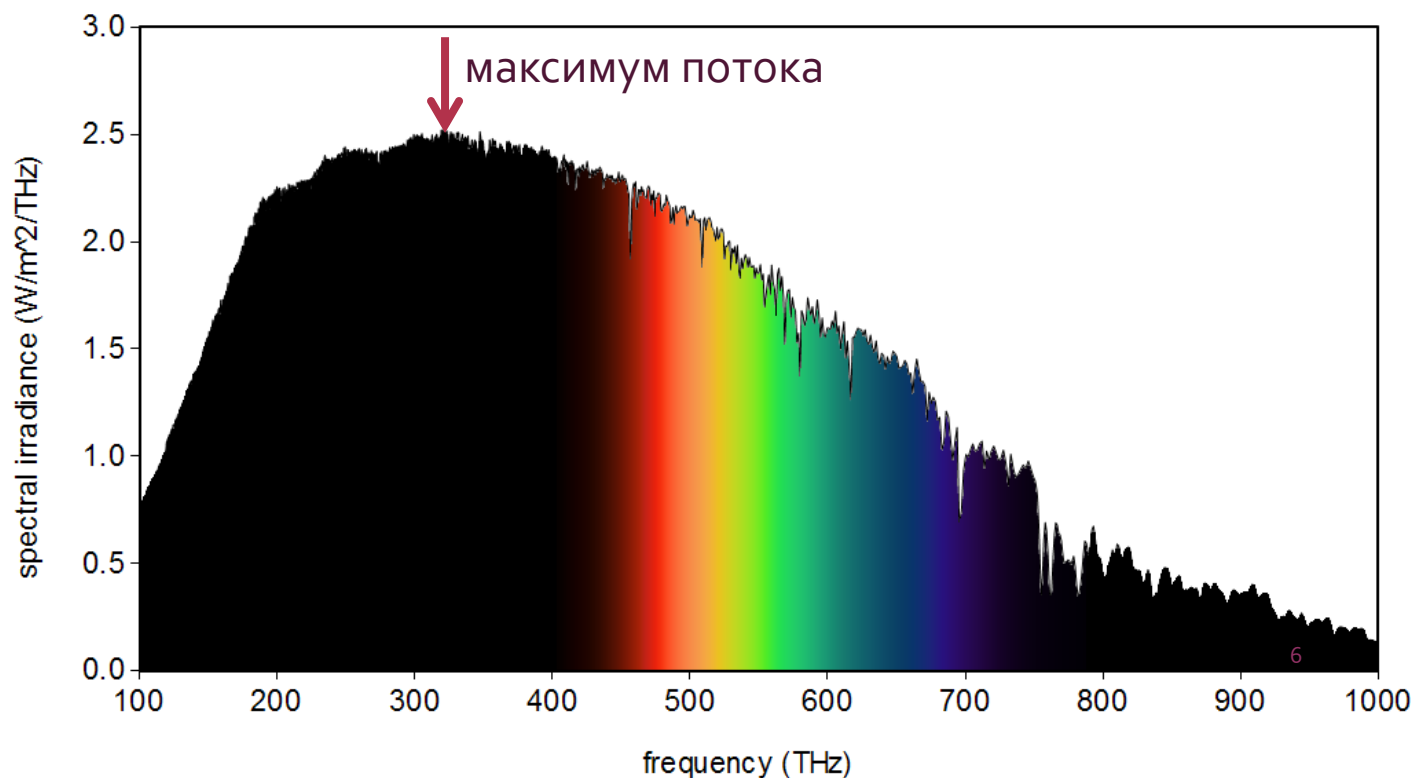
Поток F_λ на единичный интервал длин волн.



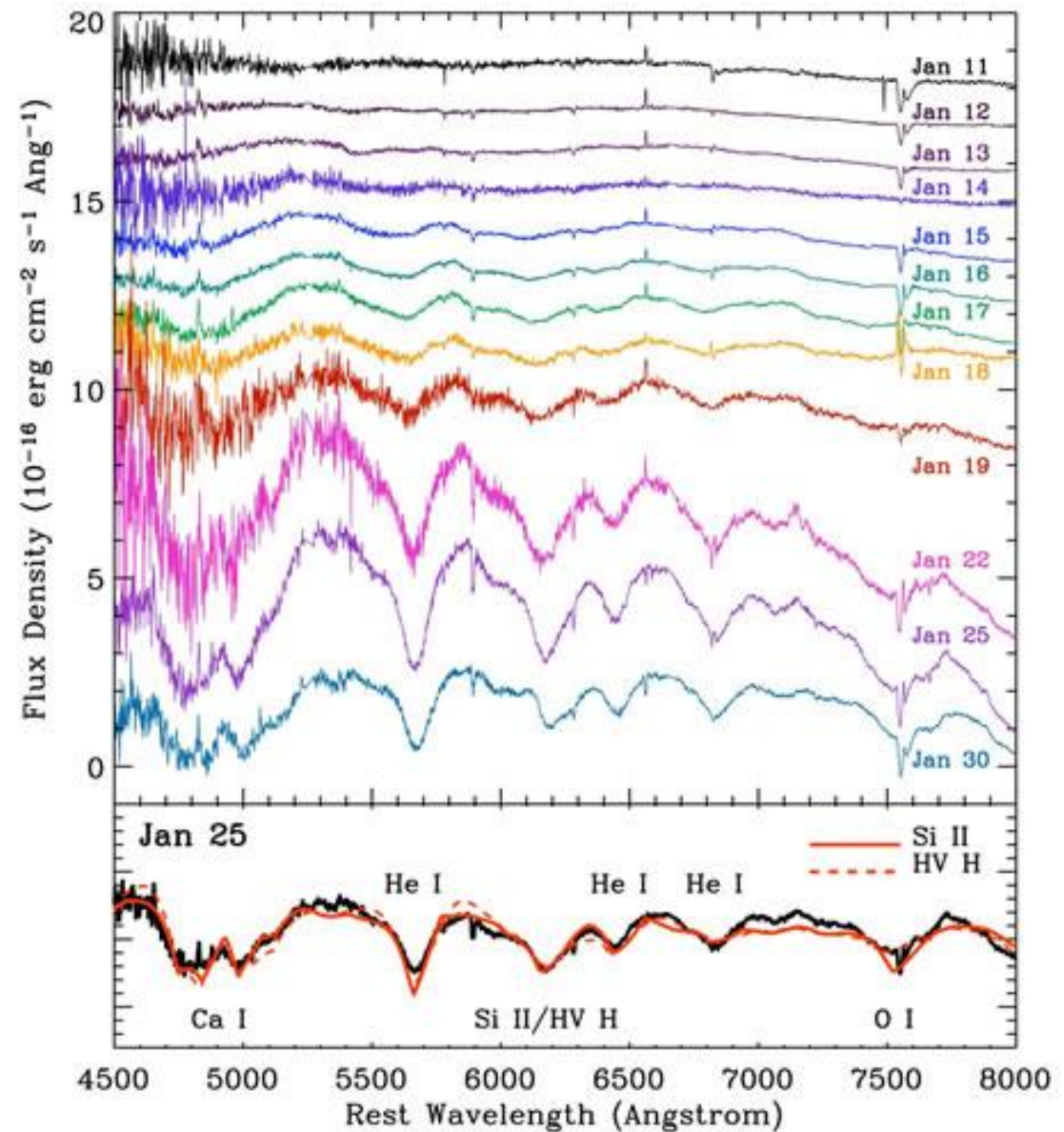
$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$F_\nu d\nu = -F_\lambda d\lambda \Rightarrow F_\nu = F_\lambda \frac{\lambda^2}{c}$$

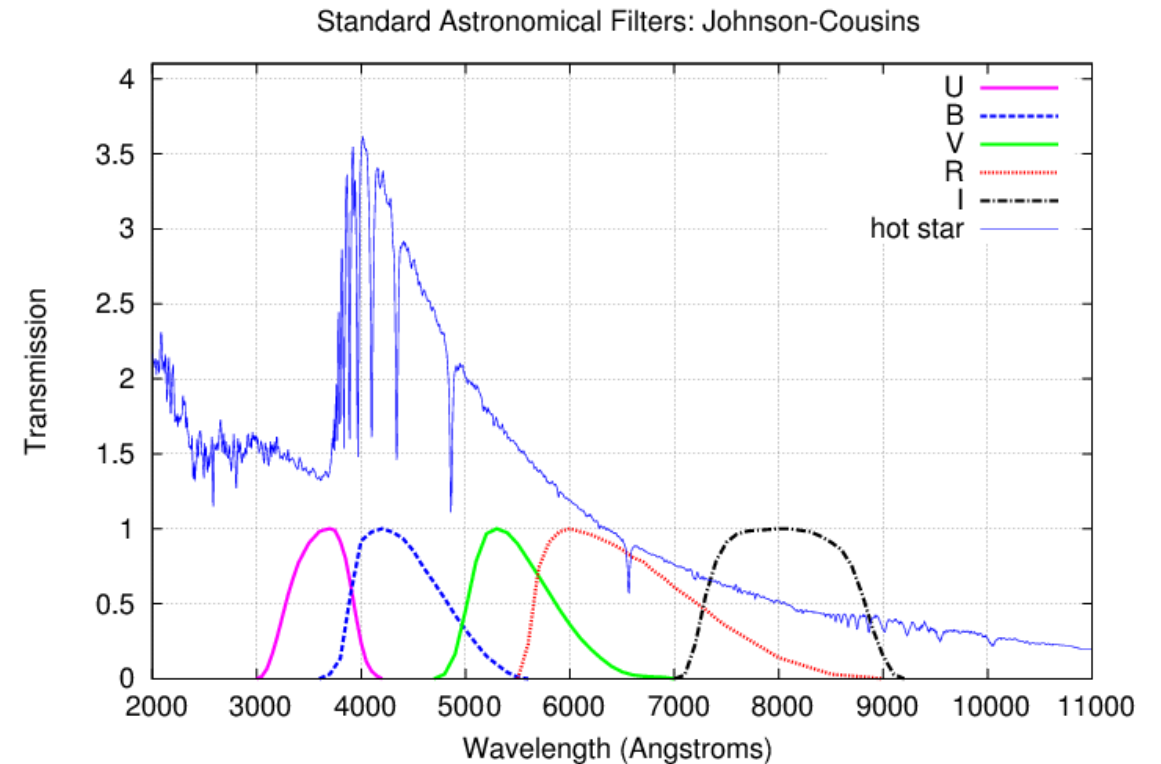
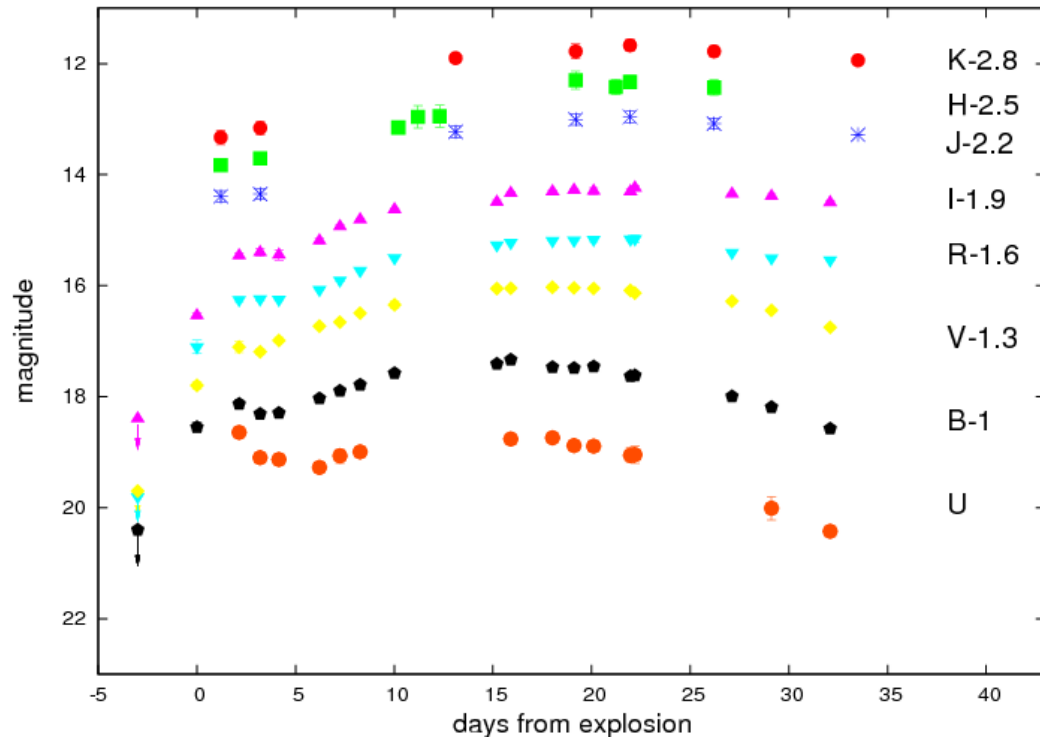
Поток F_ν на единичный интервал частот.



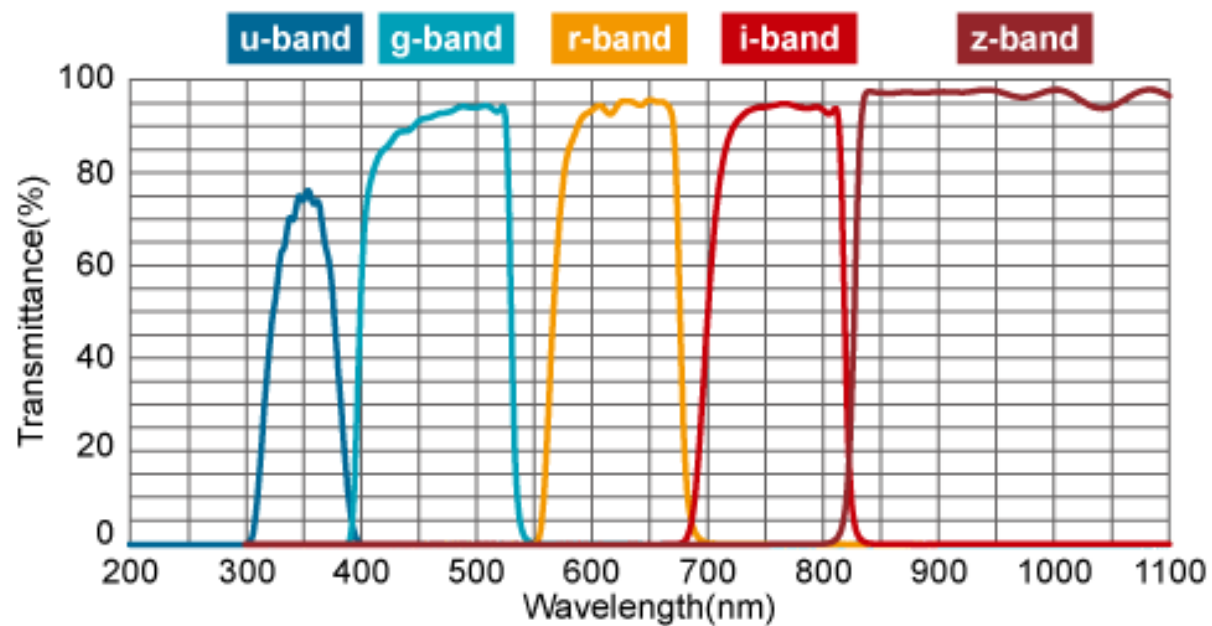
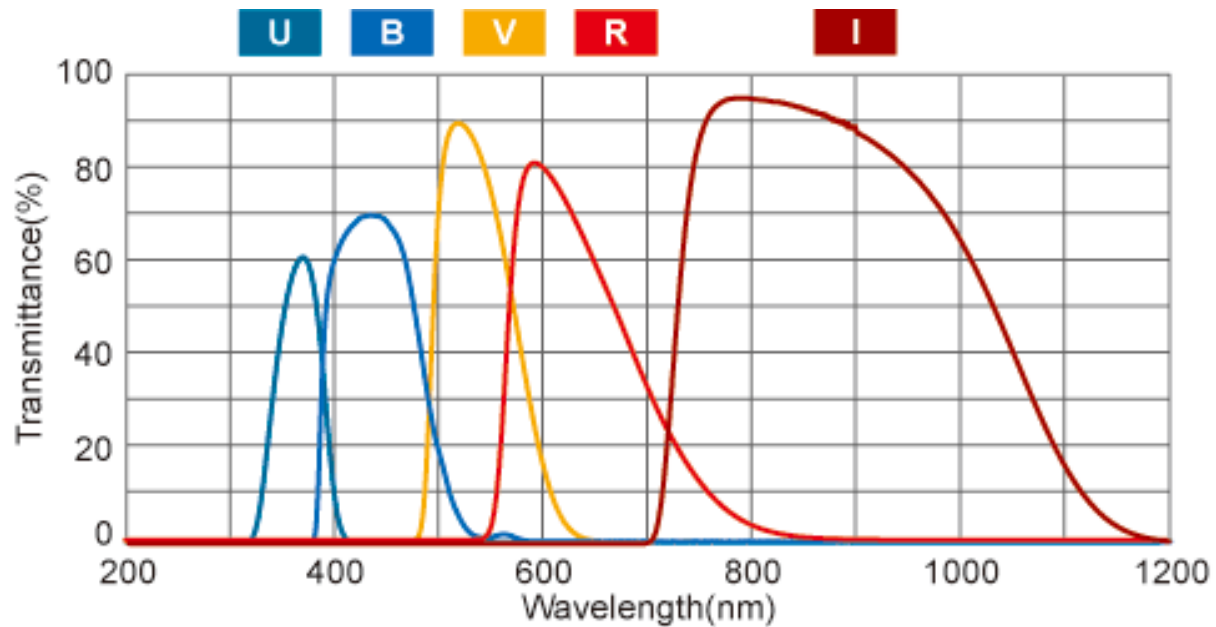
НАБЛЮДЕНИЯ SN 2008d



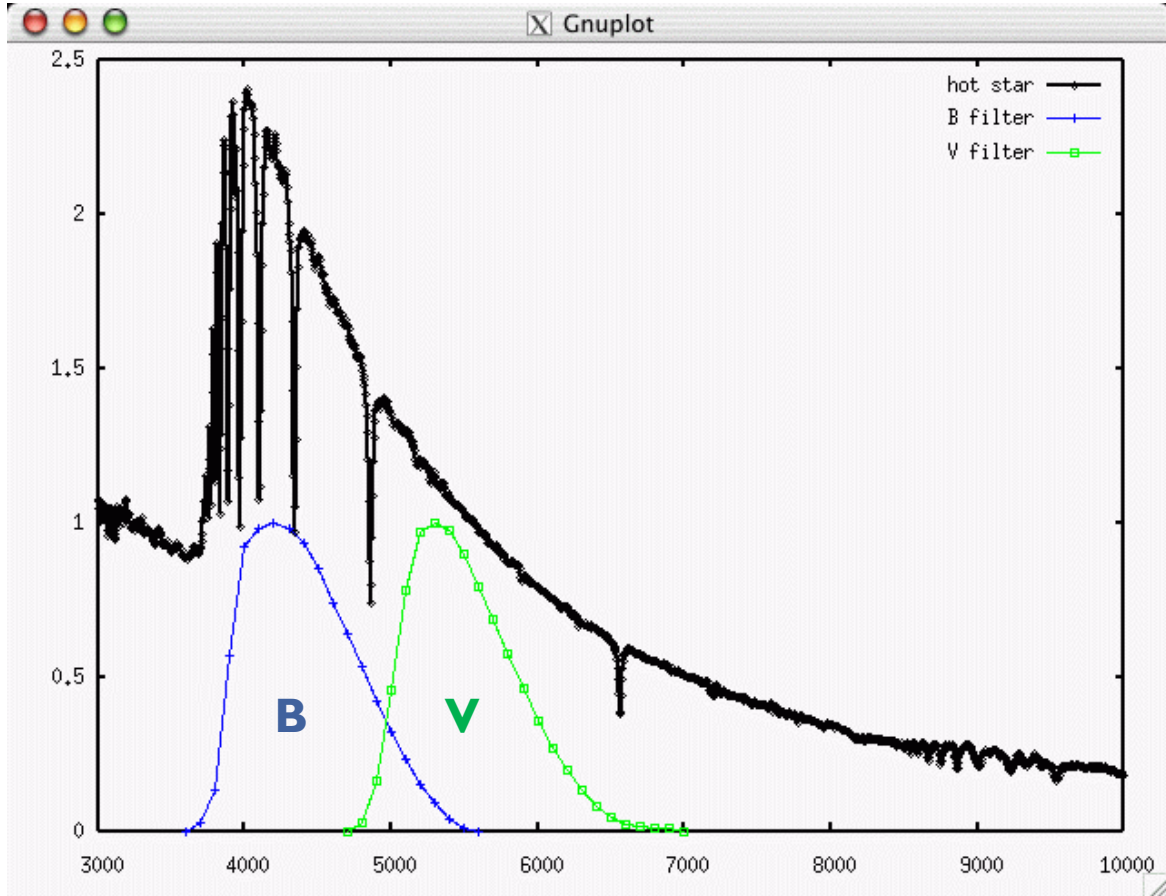
НАБЛЮДЕНИЯ SN 2008d: ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ



$$m = m_0 - 2.5 \log \int_0^\infty F_\lambda \cdot \varphi(\lambda) d\lambda \quad \text{-- формула Погсона, определяющая понятие звёздной величины.}$$



ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ



$$m = m_0 - 2.5 \log \underbrace{\int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda}_{\text{Освещённость } E}$$

↑ Звёздная
величина
 ↑ нуль-пункт

«Под атмосферой»:

$$m = m_0 - 2.5 \log \int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) \cdot \underbrace{p^{M(z)}(\lambda)}_{\text{Пропускание атмосферы}} d\lambda$$

Воздушная масса $M(z) \approx \sec z$,
где z – зенитное расстояние.

НУЛЬ-ПУНКТ ШКАЛЫ ЗВЁЗДНЫХ ВЕЛИЧИН



$$m - m_{\text{Веге}} = -2.5 \log \int_0^\infty F_\lambda \cdot \varphi(\lambda) d\lambda - \underbrace{2.5 \log \int_0^\infty F_{\lambda, \text{Веге}} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda}_{m_0}$$

Vega Flux Zeropoints

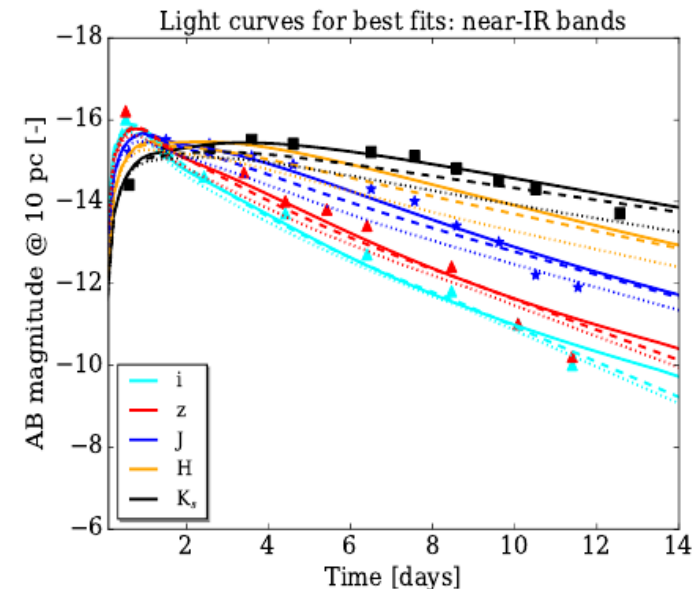
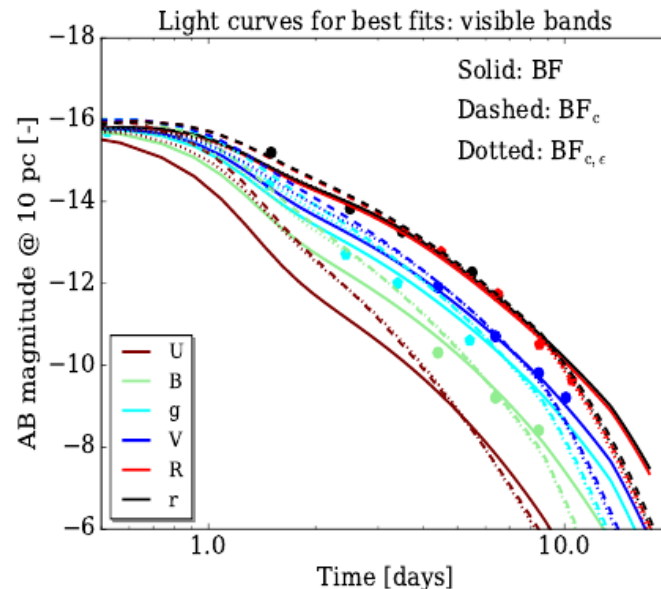
Quantity	U	B	V	R	I	J	H	K	Notes and units
λ_{eff}	0.36	0.438	0.545	0.641	0.798	1.22	1.63	2.19	microns
$\Delta\lambda$	0.06	0.09	0.085	0.15	0.15	0.26	0.29	0.41	microns, UBVRI from Bessell (1990), JHK from AQ
f_v	1.79	4.063	3.636	3.064	2.416	1.589	1.021	0.64	$\times 10^{-20} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$, from Bessell et al. (1998)
f_λ	417.5	632	363.1	217.7	112.6	31.47	11.38	3.961	$\times 10^{-11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, from Bessell et al. (1998)
Φ_λ	756.1	1392.6	995.5	702.0	452.0	193.1	93.3	43.6	photons $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, calculated from above quantities

<https://www.astronomy.ohio-state.edu/martini.10/usefuldata.html>

Поток от звезды нулевой величины в фильтре V примерно
1000 квантов · см⁻² · сек⁻¹ · Å⁻¹

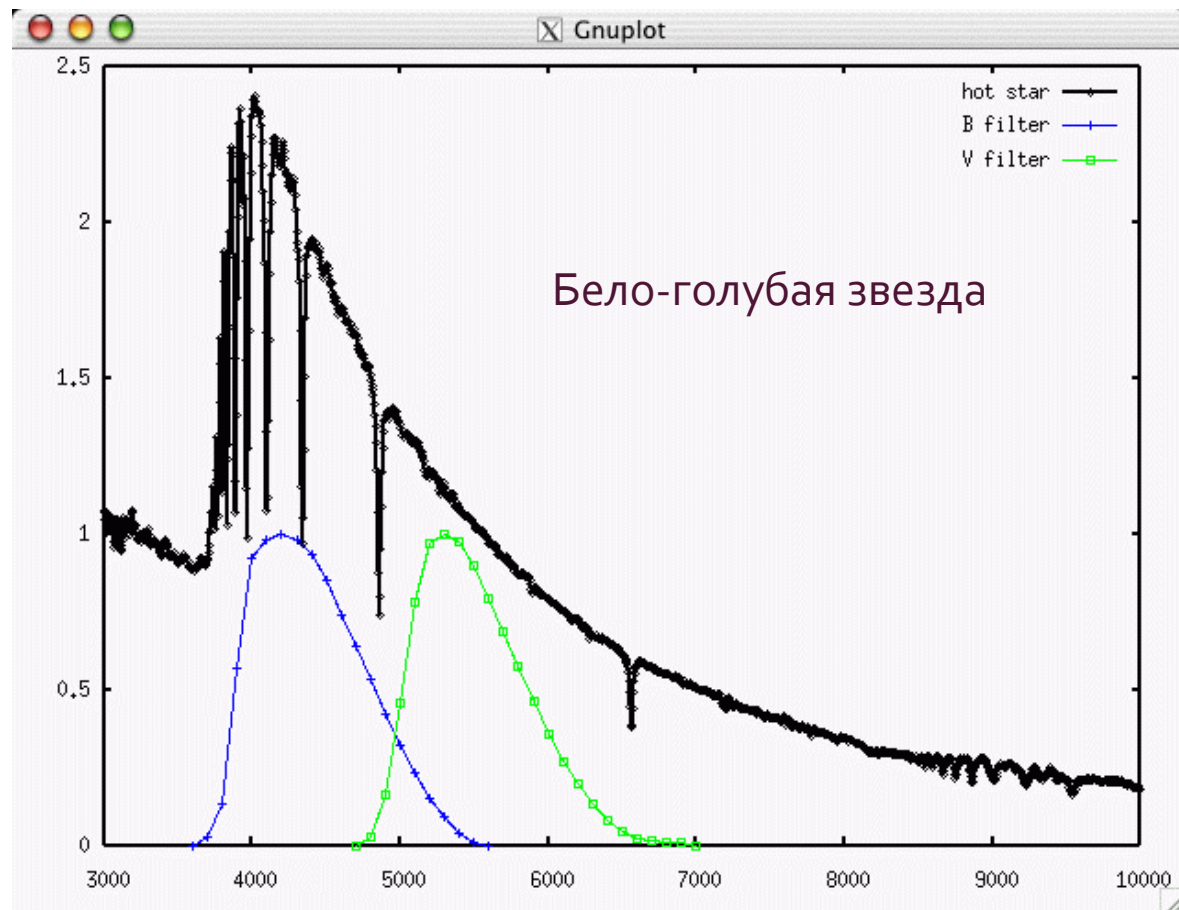
ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, НЕ ПРИВЯЗАННЫЕ К СТАНДАРТАМ

- $m_{AB} \equiv -2.5 \log F_\nu - 48.6$, если поток имеет размерность $F_\nu [\text{эрг} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-1}] = [\text{Ян}] = [\text{Jy}]$
- $1 \text{ Янский} \equiv 10^{-23} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{Гц}} \rightarrow$ Если $m_{AB} = 0$, то $F_{\nu,0} \approx 3631 \text{ Ян}$
- В случае фильтра конечной ширины $m_{AB} \approx -2.5 \log \left(\frac{\int F_\nu \phi(\nu) d\nu}{3631 \text{ Jy} \int \phi(\nu) d\nu} \right)$

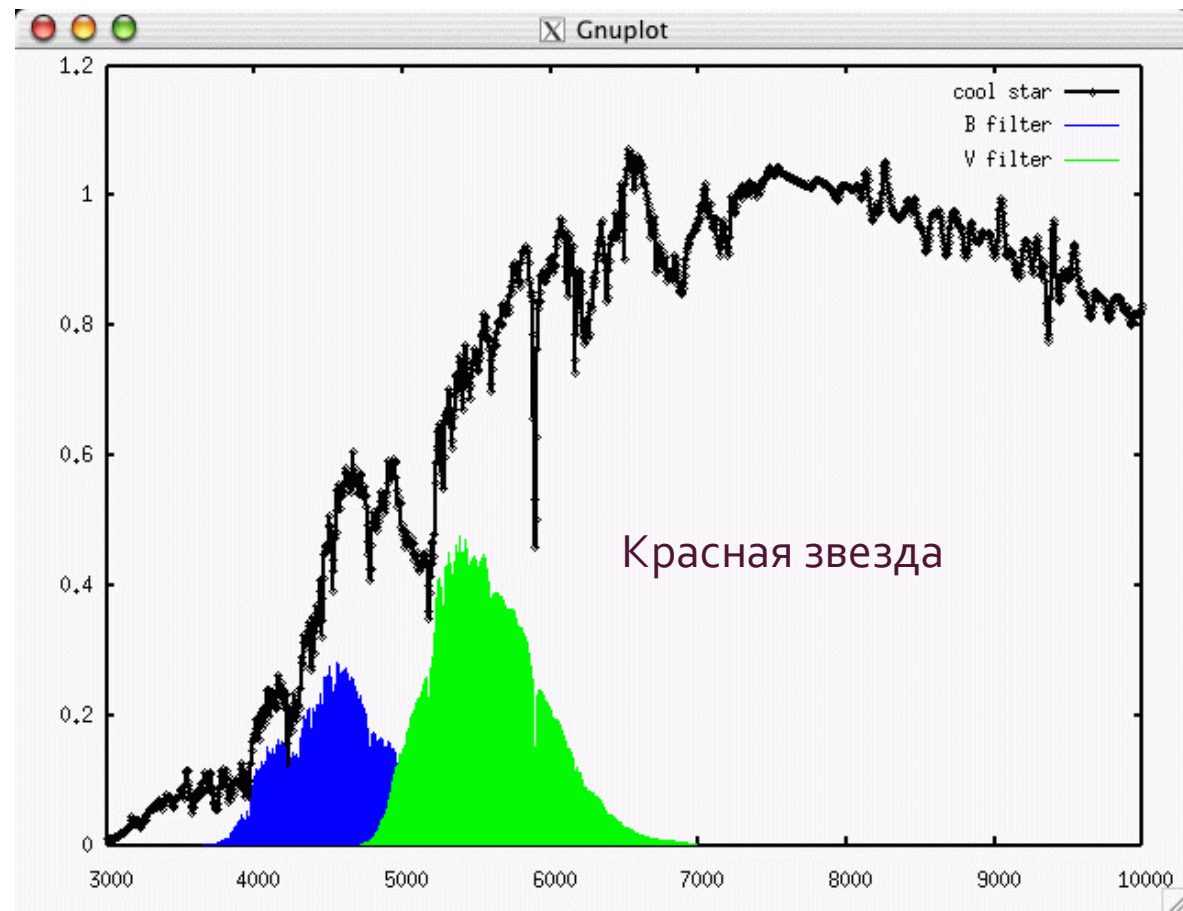
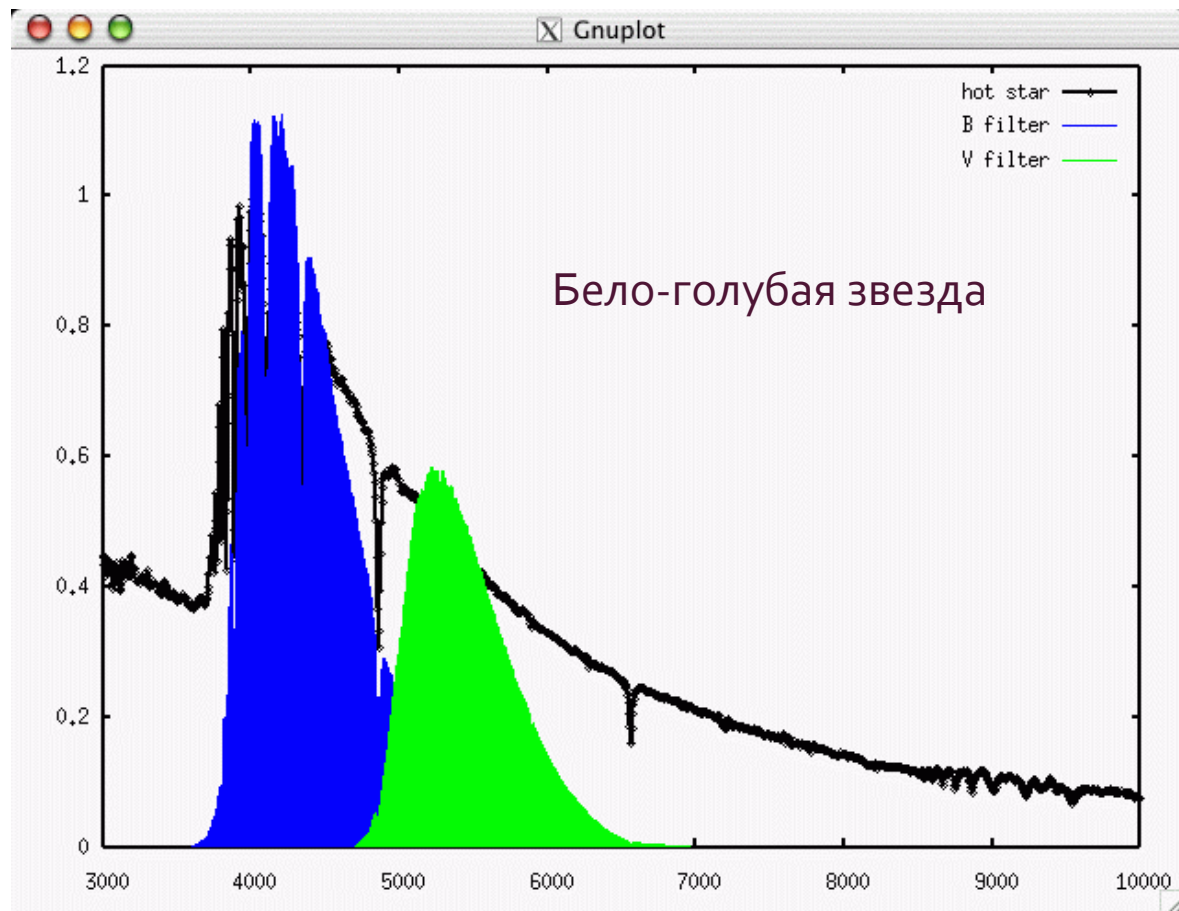


1711.03982

ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА



ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА



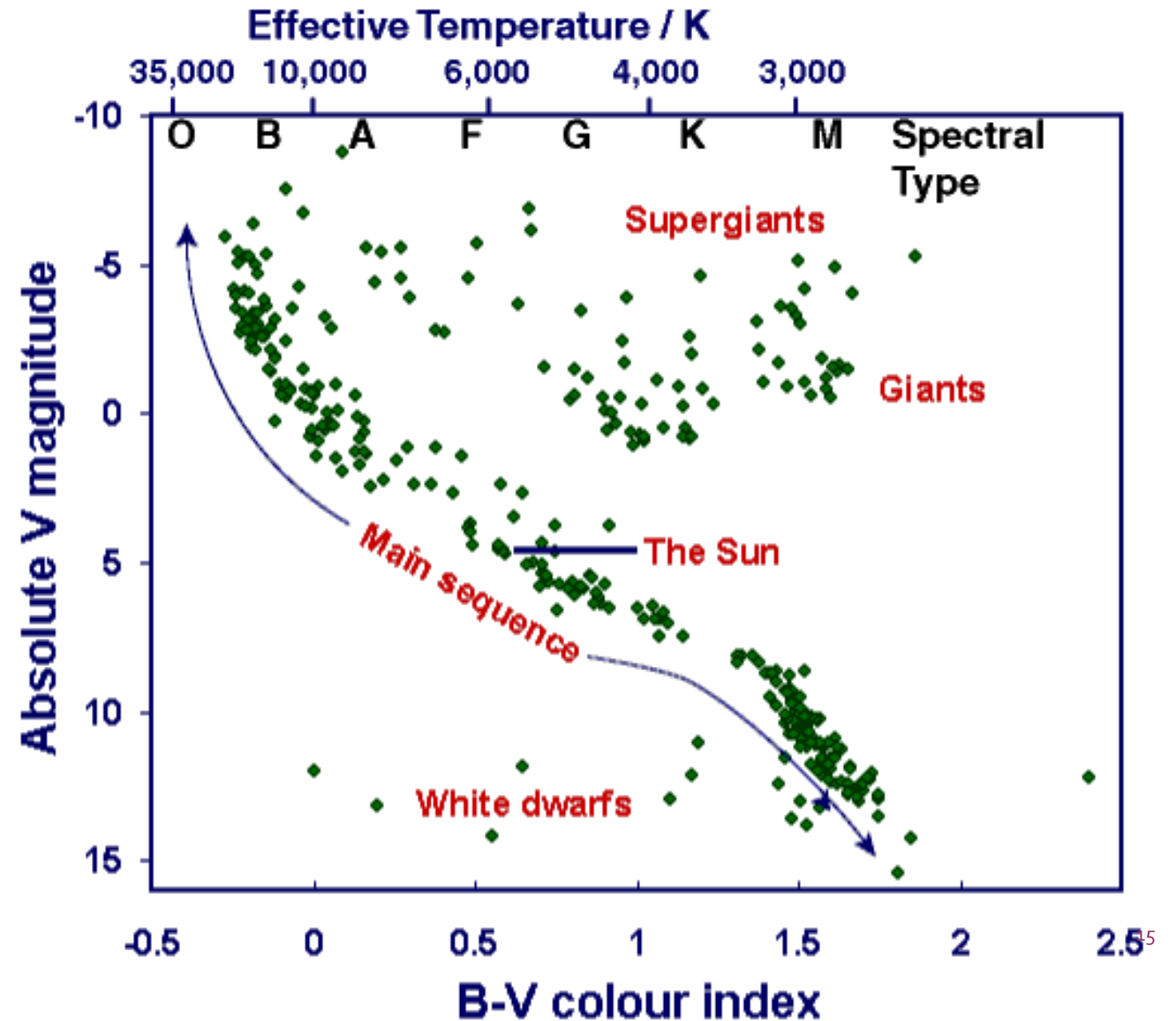
$$F_B > F_V \Rightarrow$$
$$B - V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} < 0$$

$$F_B < F_V \Rightarrow$$
$$B - V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} > 0$$

ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА И АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА

- Разница двух звёздных величин, первая из которых относится к коротковолновому диапазону, а вторая к длинноволновому называется показателем цвета: ($B - V$, $V - R$ и т.д.) называется *показателем цвета*.
- Абсолютная звёздная величина* – такая звёздная величина, которую имела бы звезда, если бы располагалась на расстоянии ровно в 10 пк от наблюдателя.

$$M = m - 5 \log d_{\text{пк}} + 5$$



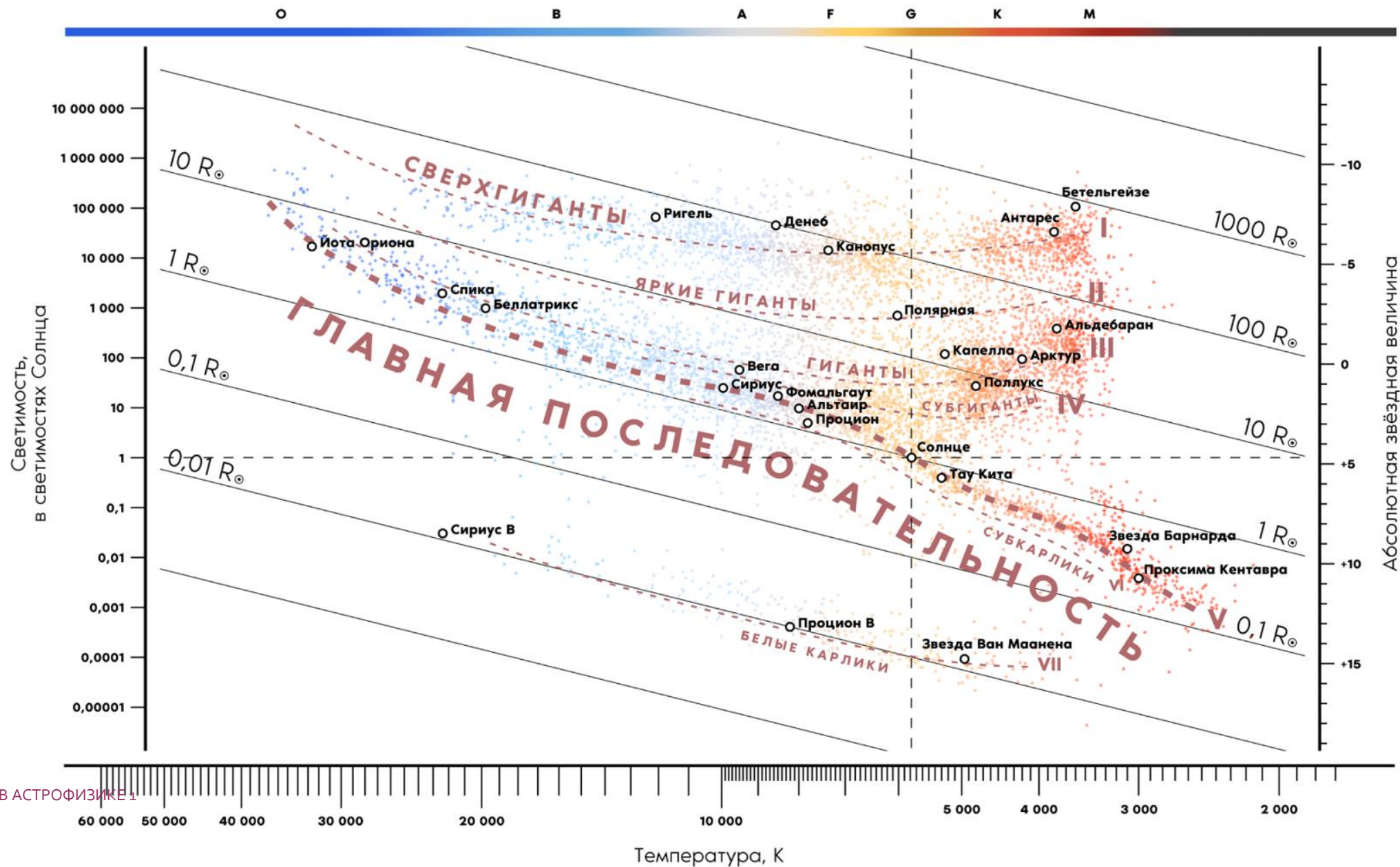
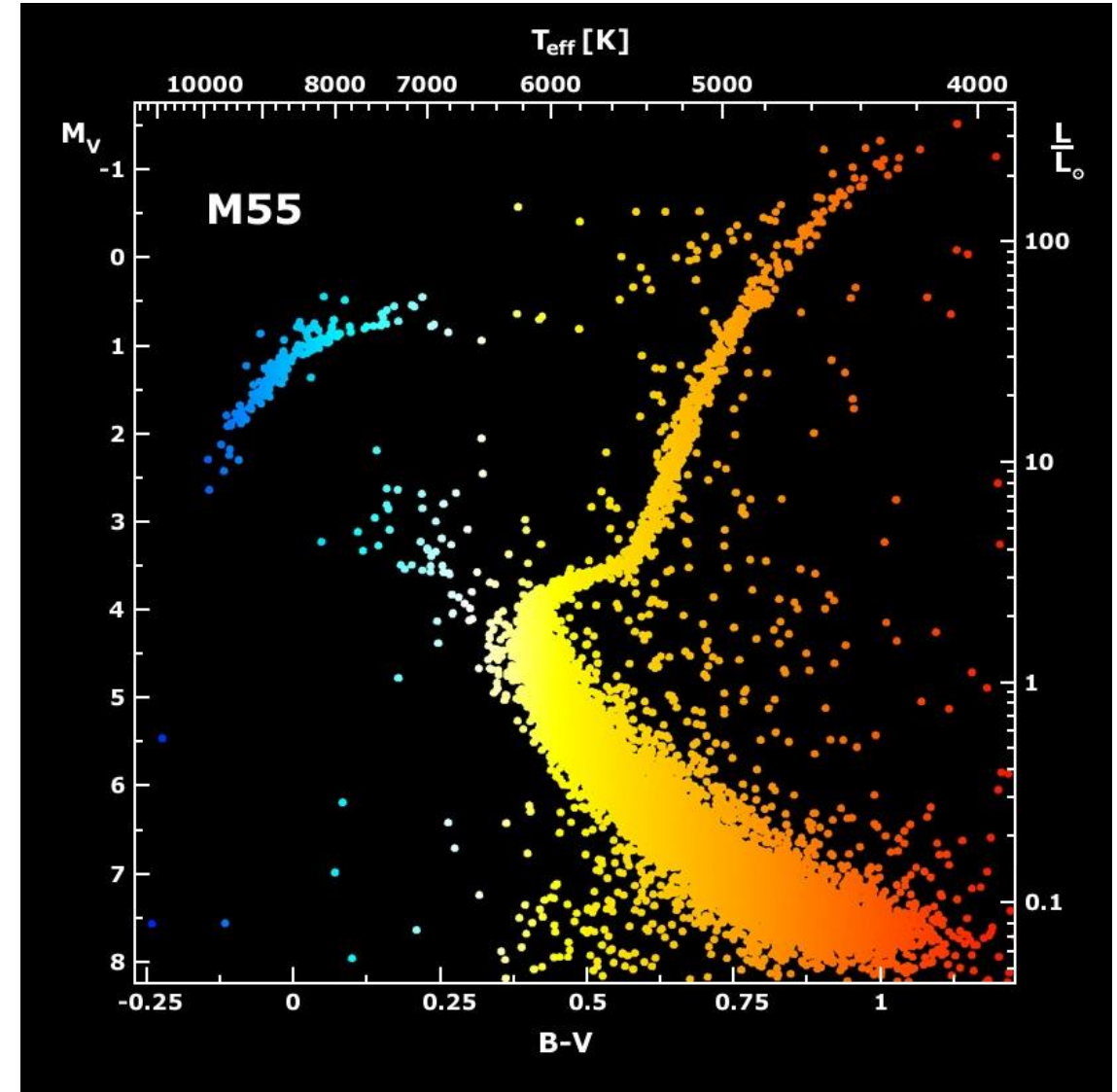
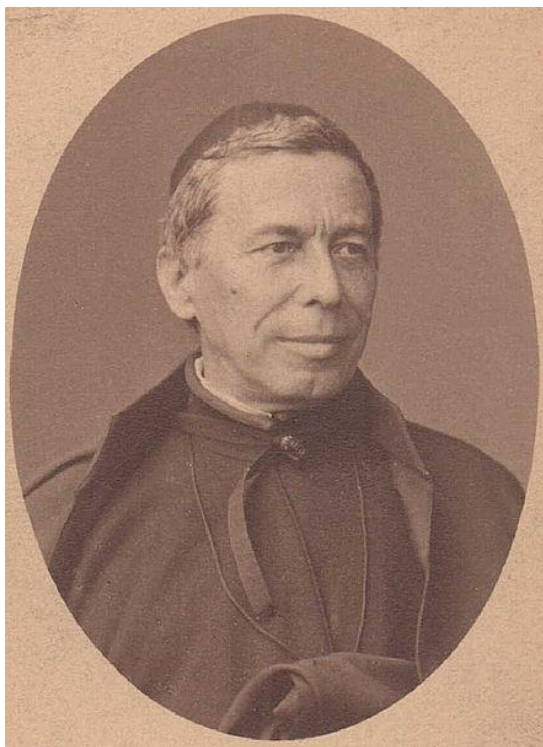


ДИАГРАММА ЦВЕТ-ВЕЛИЧИНА

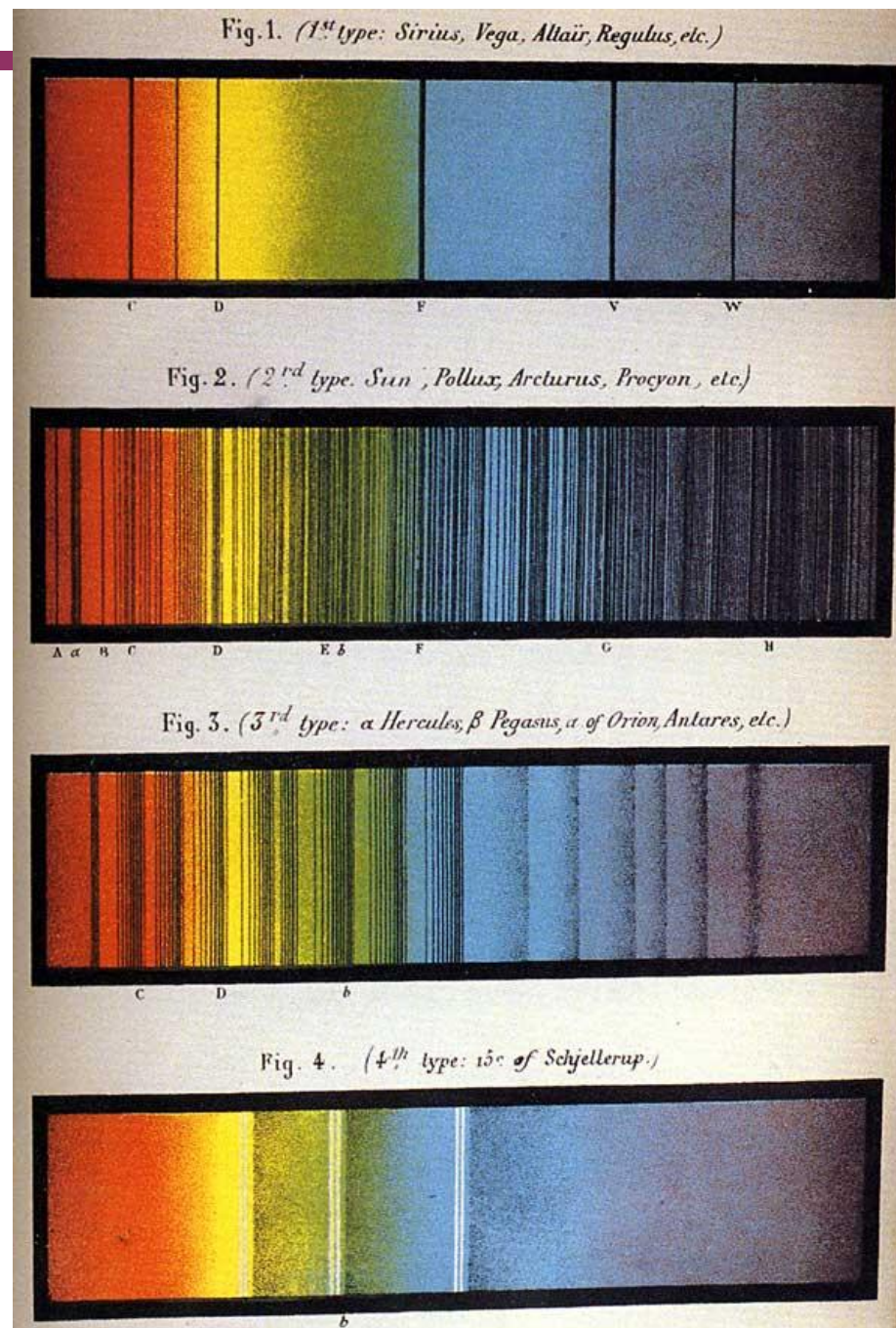
- она же **диаграмма Герцшпрунга-Рассела**
- она же диаграмма спектр-светимость



СПЕКТРЫ ЗВЕЗД



Анджело Секки (1818 – 1878)



КАТАЛОГ ГЕНРИ ДЕЙПЕРА

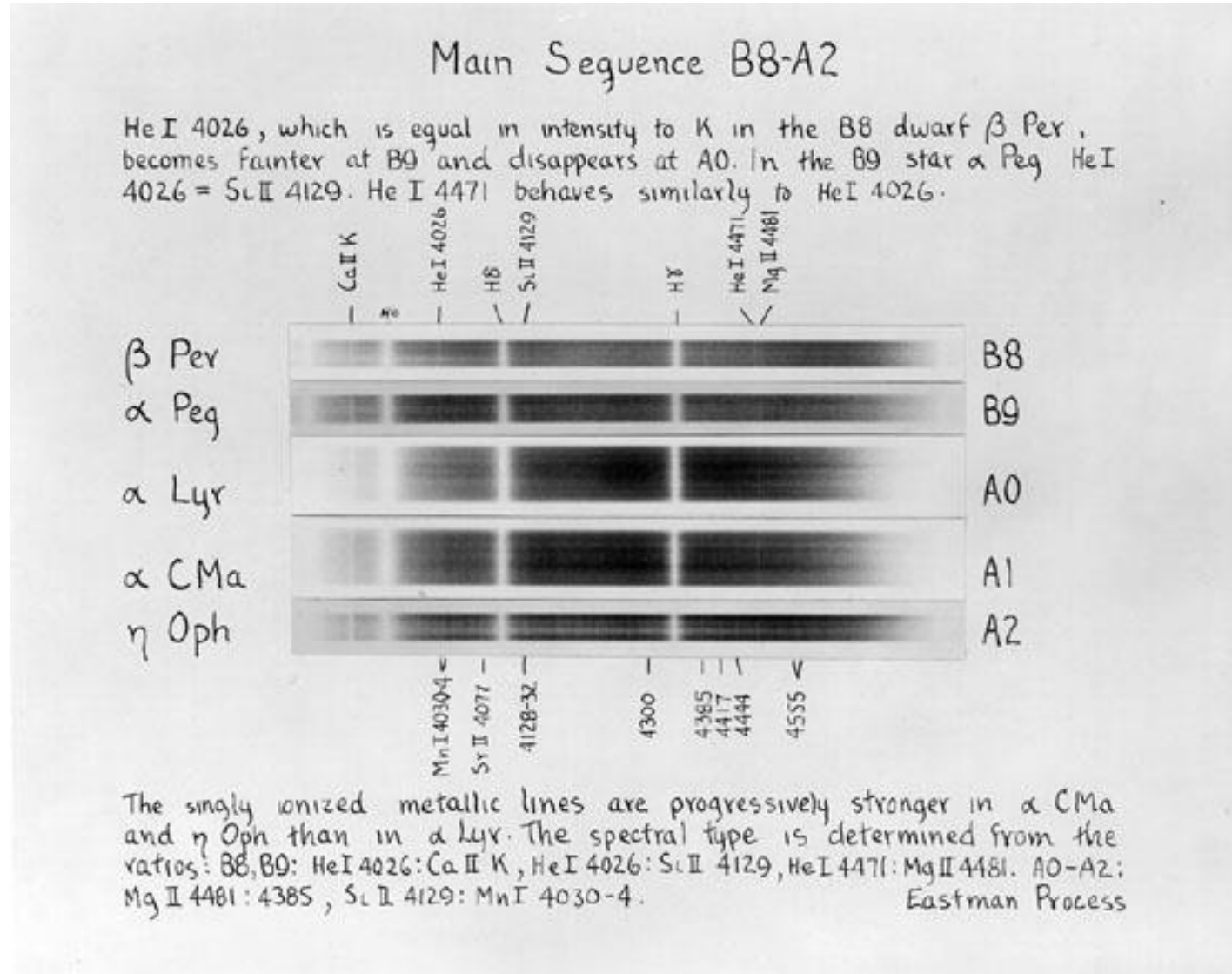


Генри Дрейпер
(1837-1882)

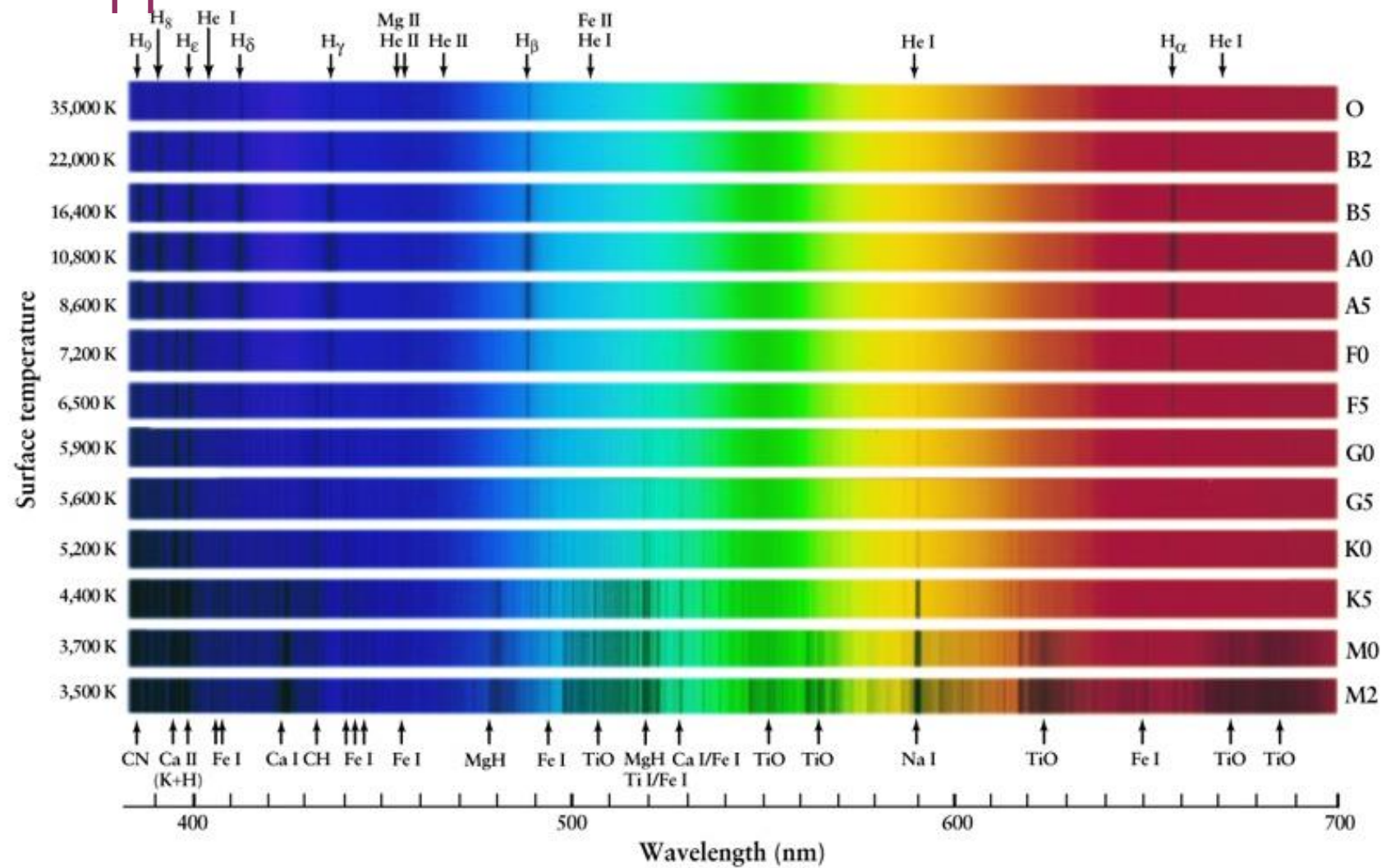


- 200+ тыс. спектров
- Руководитель: Эдвард Пикеринг
- Обработка шла силами «гарвардских счётчиц» (Harvard Computers)
- Издан в 1918-1924
- На его основе построена гарвардская (классическая) классификация звёзд.

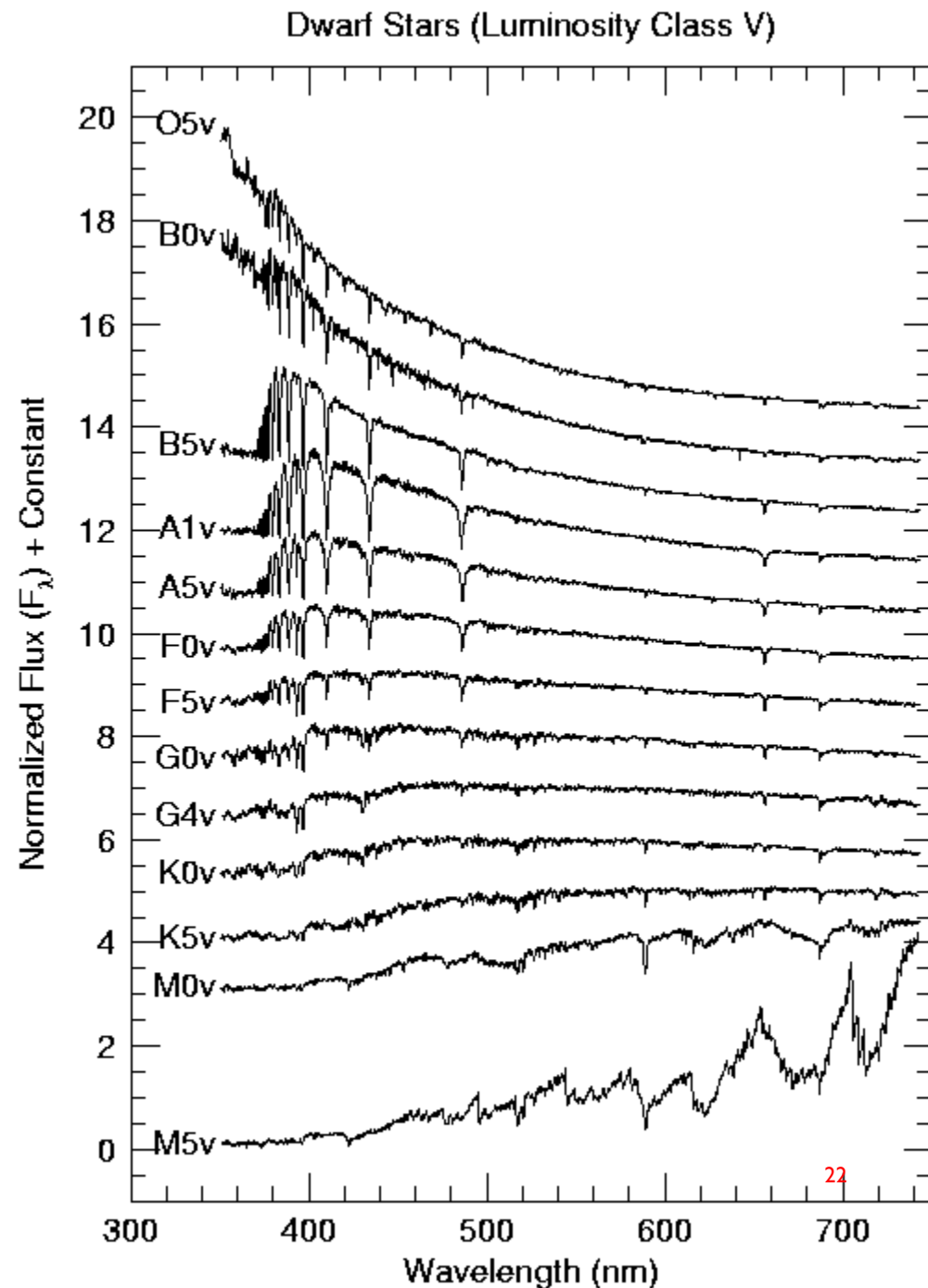
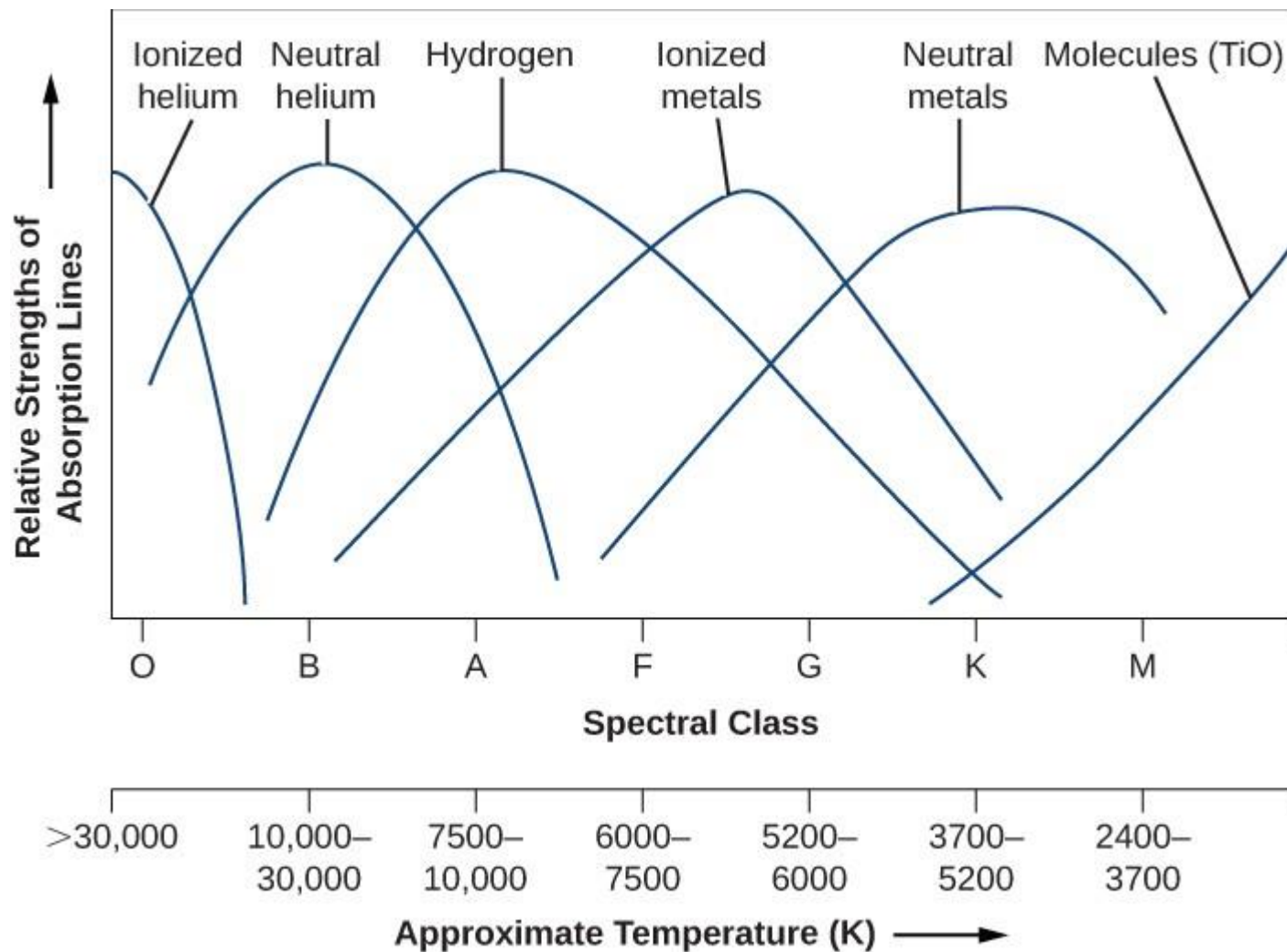
СПЕКТРЫ НАЧАЛА XX ВЕКА



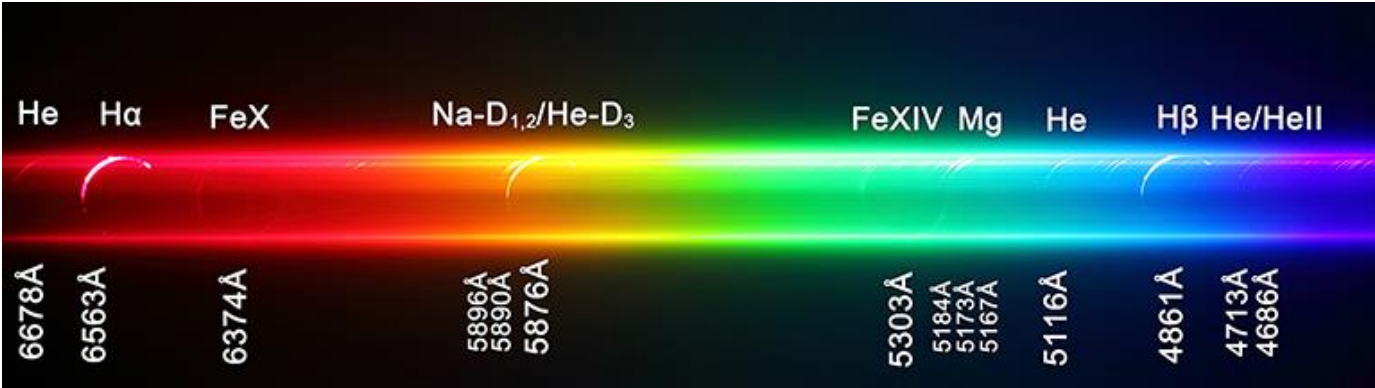
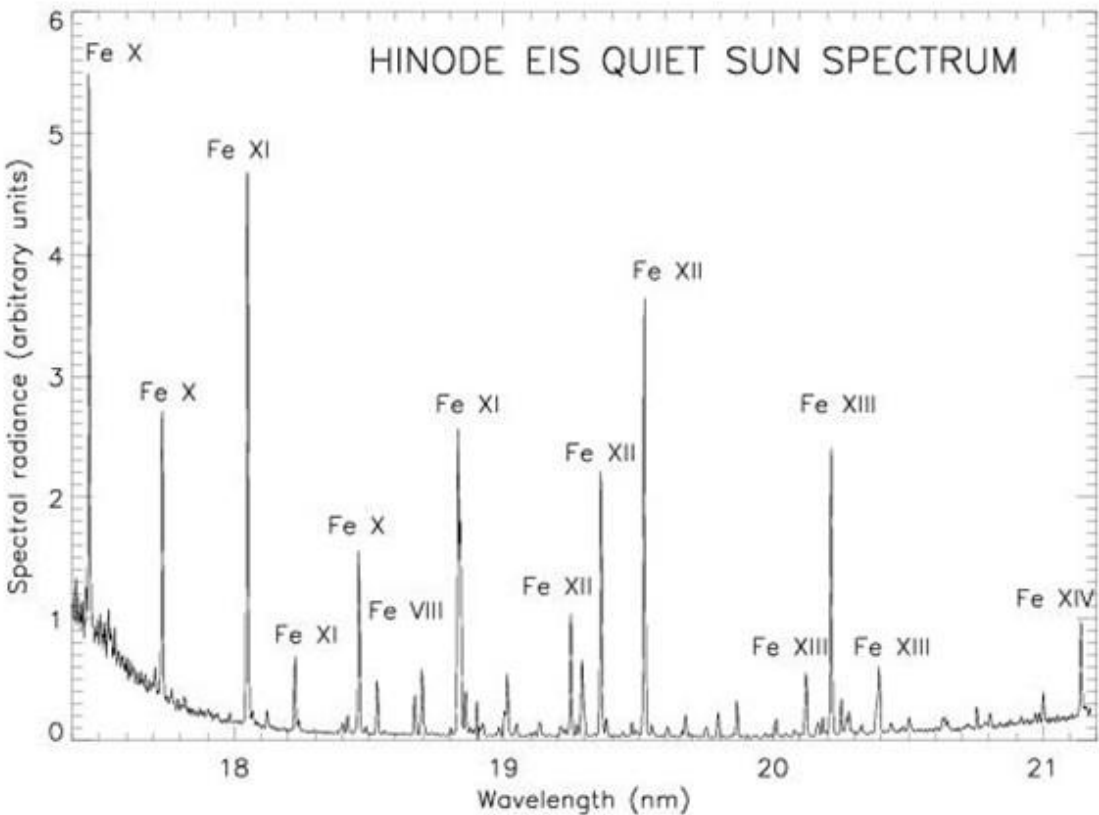
СПЕКТРЫ ЗВЕЗД



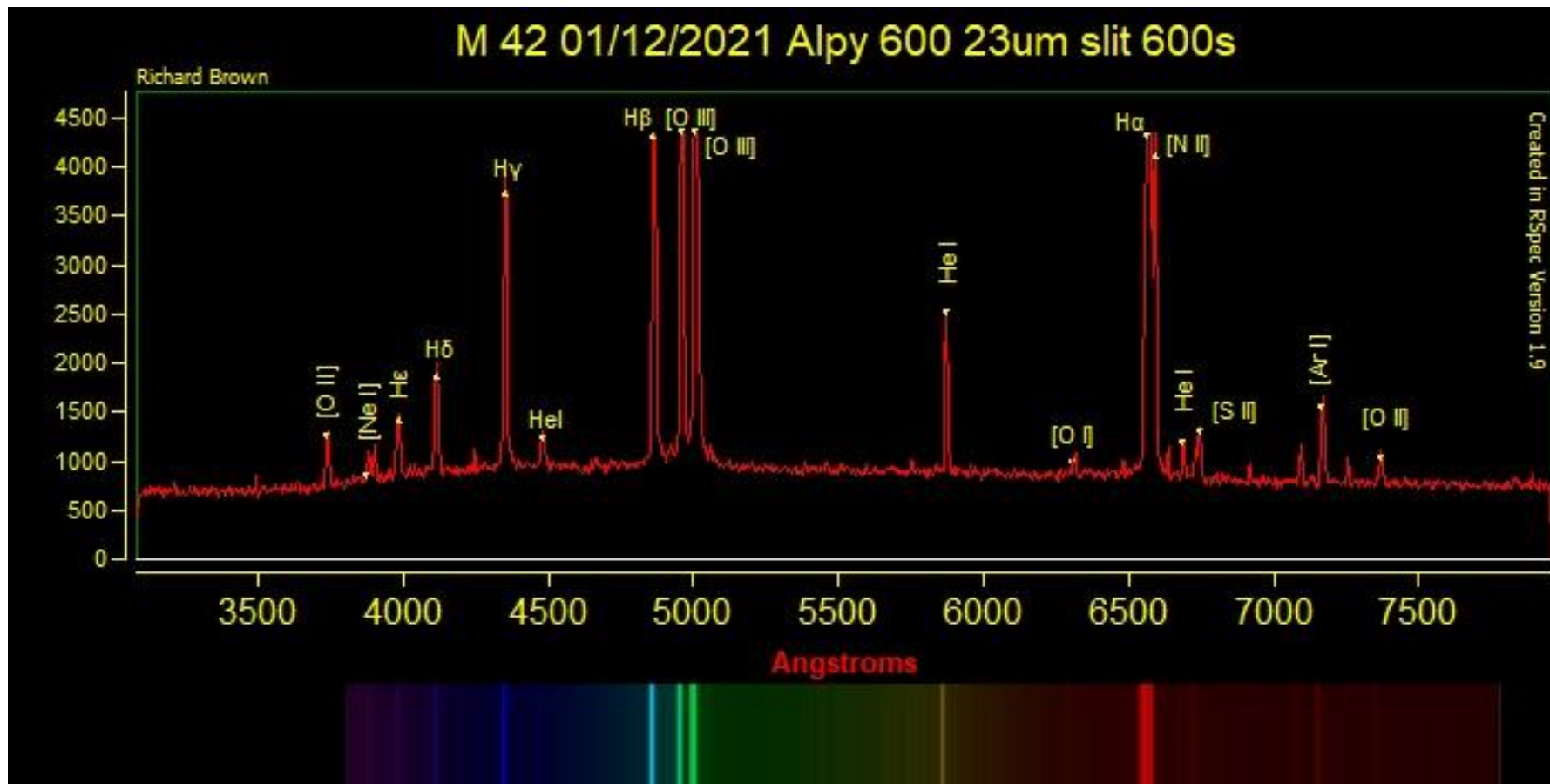
СПЕКТРЫ ЗВЕЗД



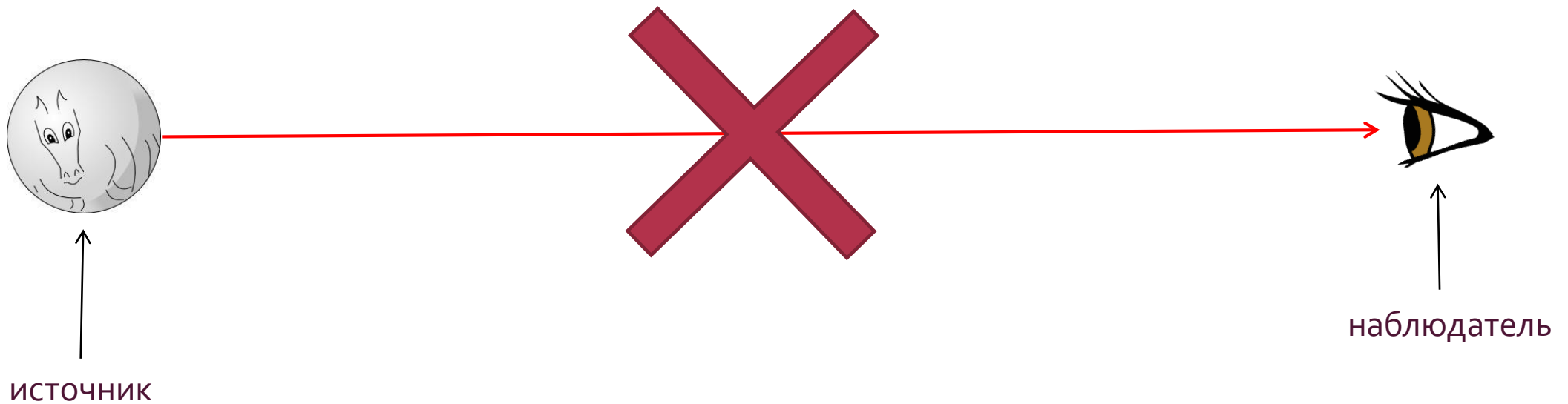
СОЛНЕЧНАЯ КОРОНА



ЭМИССИОННЫЕ ТУМАННОСТИ

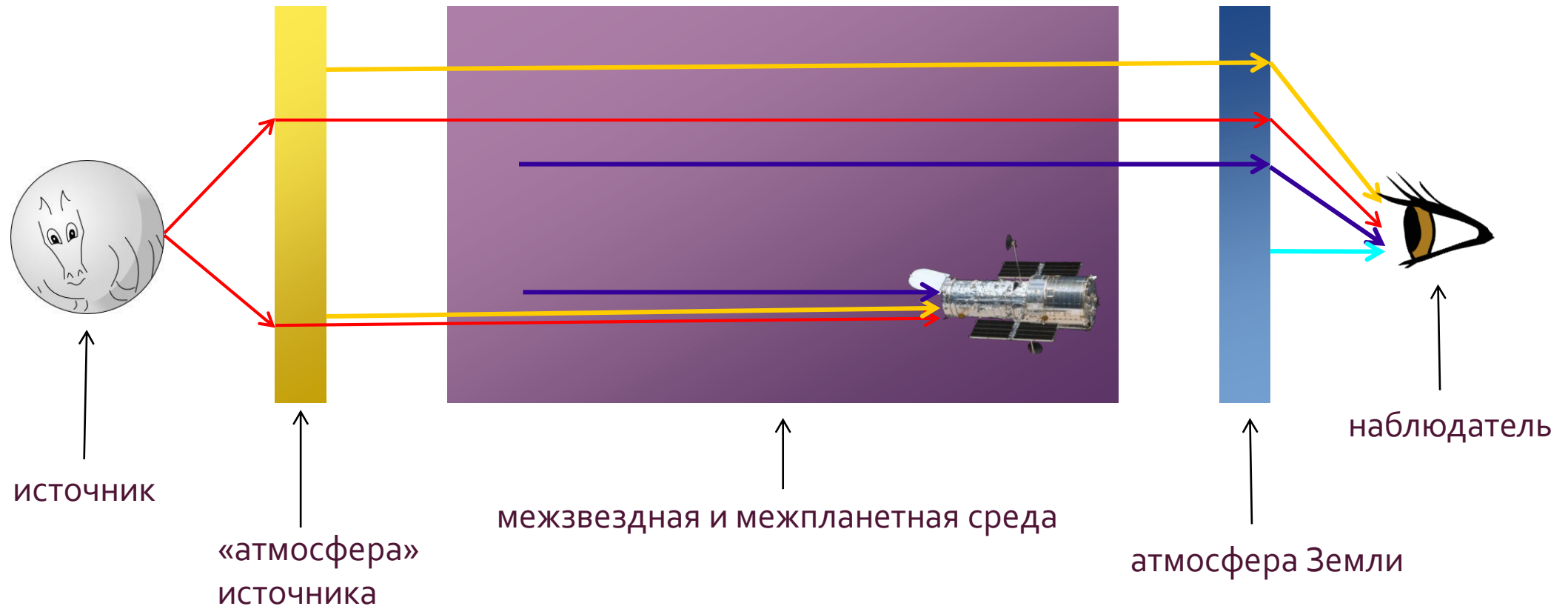


ПУТЬ СВЕТА



Пусть света тернист и труден!

ПУТЬ СВЕТА

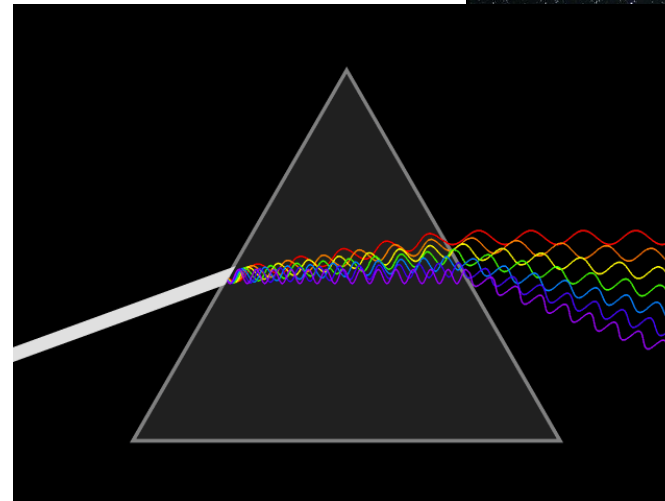


ПУТЬ СВЕТА

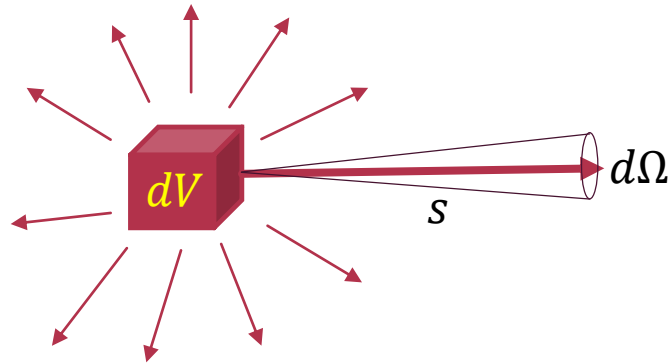
По пути до наблюдателя излучение от источника испытывает:

- Поглощение
- Рассеяние и дифракцию
- Дисперсию

Всё это – хроматические эффекты.



ИЗЛУЧЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ



- Энергия, излучаемая малым объёмом dV в интервале частот $d\nu$, за время dt в малый телесный угол $d\Omega$ (вдоль луча \mathbf{s}):

$$dE_\nu = j_\nu d\nu dV d\Omega dt$$

(объёмный) коэффициент излучения
 $\left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{Гц}} \right], j_\nu \propto f(T) \cdot n^2$

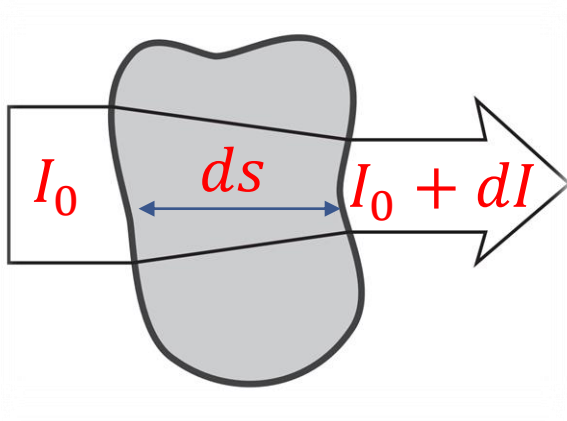
- Объем $dV = dA \cdot ds \Rightarrow$ добавка к интенсивности вдоль луча s :

$$dI_\nu = j_\nu ds$$

или в интегральной форме $I_\nu(s) = I_\nu(0) + \int_0^s j_\nu(x) dx$

- Сама по себе интенсивность сохраняется вдоль луча зрения: $j_\nu = 0 \Rightarrow \frac{dI_\nu}{ds} = 0$
- Иногда также вводят *излучательную способность* $\epsilon_\nu = j_\nu / \rho \left[\frac{\text{эрг}}{\text{г} \cdot \text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{Гц}} \right]$

ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ



- При прохождении пути ds часть фотонов поглощается веществом (выпадает из луча) и поэтому

$$dI_\nu = -\alpha_\nu \cdot I_\nu ds$$

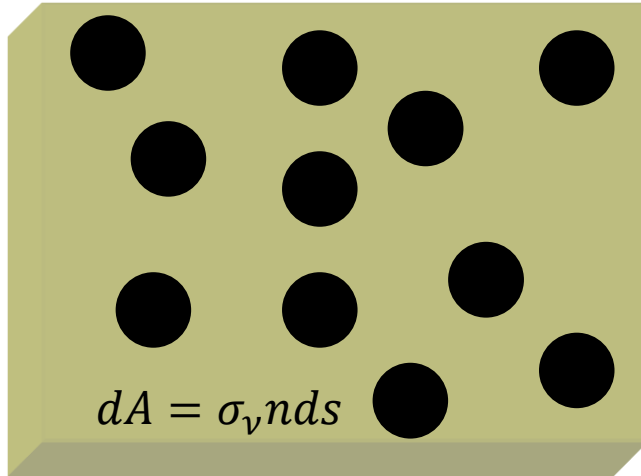
коэффициент поглощения [см^{-1}]

- То есть интенсивность убывает по экспоненциальному закону:

$$I_\nu(s) = I_\nu(0) \cdot \exp \left[- \int_0^s \alpha_\nu(x) dx \right]$$

- Также используют коэффициент непрозрачности: $\kappa_\nu = \alpha_\nu / \rho$ [$\text{см}^2/\text{г}$].

СЕЧЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ



- Если n – плотность числа частиц в облаке $[\text{см}^{-3}]$, то можно ввести *эффективное сечение поглощения* σ_v :

$$\sigma_v = \alpha_v / n \text{ [см}^2\text{]} \quad \text{«площадь поперечного сечения частицы с точки зрения фотона»}$$

- Средняя длина свободного пробега фотона: $\sigma_v n \langle l_v \rangle = 1 \Rightarrow$

$$\langle l_v \rangle = \frac{1}{\sigma_v n} = \frac{1}{\alpha_v} \text{ [см]}$$

- Важные условия, при которых эта модель применима:
 - (а) Размер частиц много меньше расстояния между ними, т.е. $\sqrt{\sigma_v} \ll d \sim n^{1/3}$ или $\alpha_v d \ll 1$. Иначе будут пересечения!
 - (б) Все поглощающие частицы независимы и распределены равномерно по малому объёму.



УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА

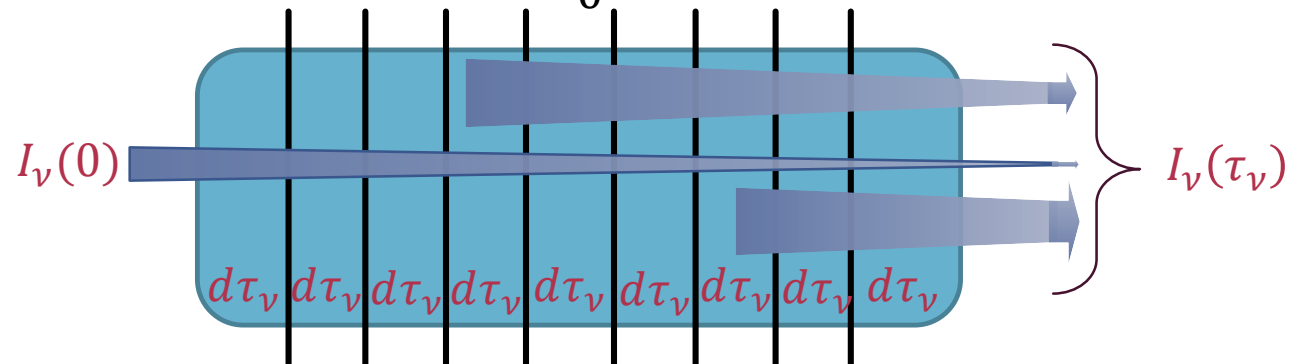
$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu \quad \text{или} \quad \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu$$

Здесь τ_ν – оптическая толща, так что $d\tau_\nu = \alpha_\nu ds$. А $S_\nu = j_\nu/\alpha_\nu$ – функция источника.

Если излучение тепловое, то функция источника совпадает с функцией Планка: $S_\nu = B_\nu$

Решение в общем случае:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu$$



ОПТИЧЕСКАЯ ТОЛЩА



- В среде без излучения $\exp(-\tau_\nu)$ – это вероятность того, что фотон не будет поглощён, пройдя оптическую толщину τ_ν (это доля прошедших фотонов). Тогда средняя оптическая толщина, которую пройдёт фотон:

$$\langle \tau_\nu \rangle = \int_0^\infty \tau_\nu \exp(-\tau_\nu) d\tau_\nu = 1$$



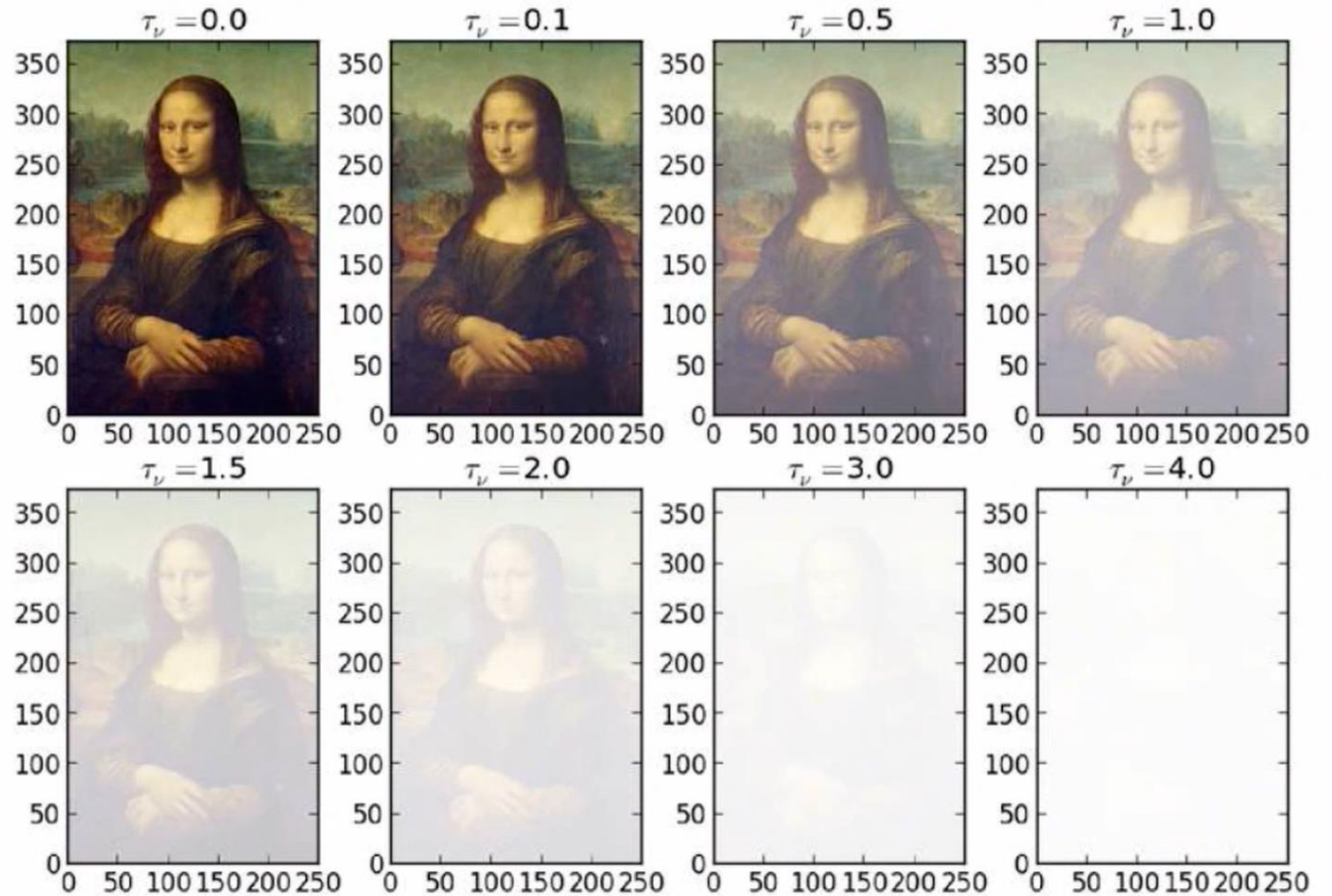
- Откуда опять получаем длину свободного пробега фотона:

$$\langle \tau_\nu \rangle = \alpha_\nu \langle l_\nu \rangle = 1 \Rightarrow \langle l_\nu \rangle = 1/\alpha_\nu = 1/(n\sigma_\nu)$$

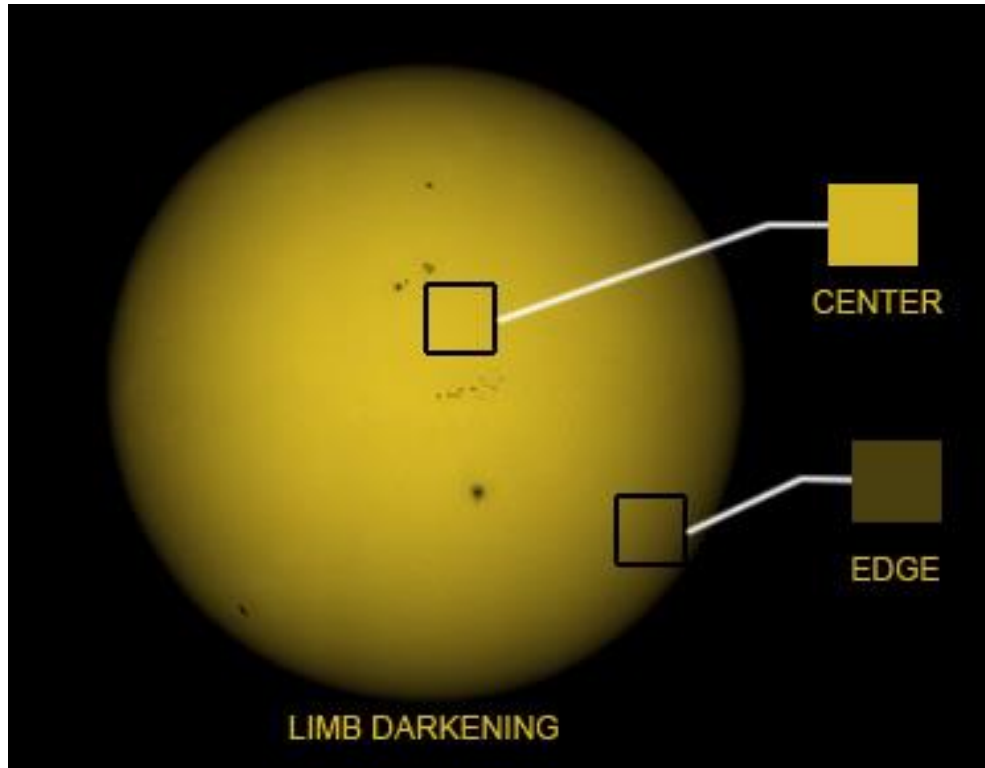
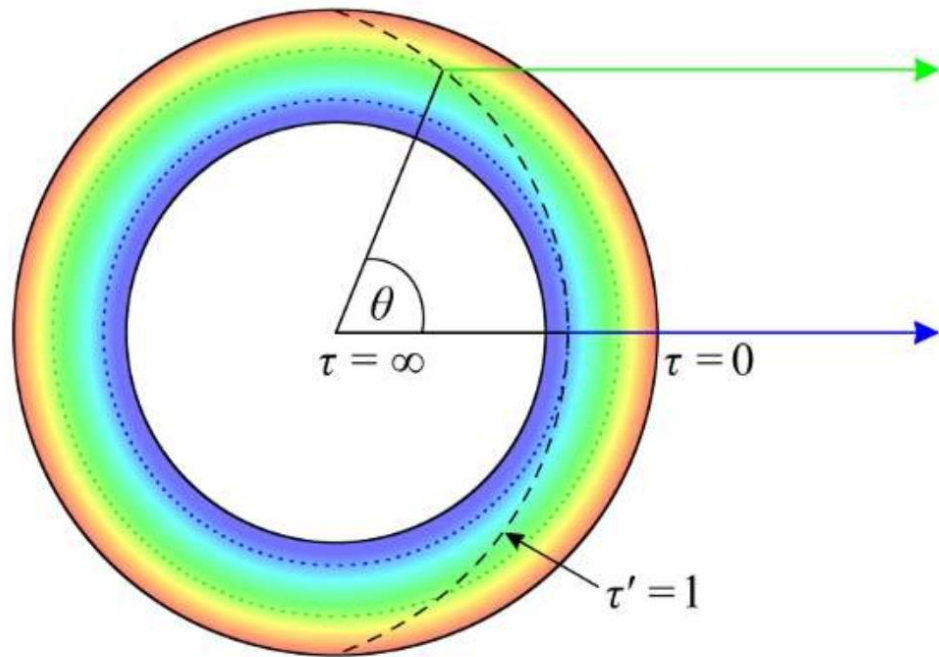
- Таким образом, фотоны, которые видит наблюдатель от плотной среды приходят с оптической толщины $\tau = 1$

ОПТИЧЕСКАЯ ТОЛЩА

Оптически толстая среда как бы закрывает собой изображение за ней. И чем больше оптическая толща, тем в большей степени мы видим только саму среду, но не изображение.



ПОТЕМНЕНИЕ ДИСКА ЗВЕЗДЫ К КРАЮ



УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА

Пусть, для простоты, функция источника не зависит от частоты: $S_\nu = \text{const}$, тогда

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) = S_\nu + e^{-\tau_\nu}[I_\nu(0) - S_\nu]$$

Оптически толстая среда: $\tau_\nu \gg 1$

$$I_\nu(\tau_\nu) \rightarrow S_\nu$$

Если излучение тепловое ($S_\nu = B_\nu$),
тогда в пределе больших оптических
толщин мы всегда будем видеть
планковский спектр!



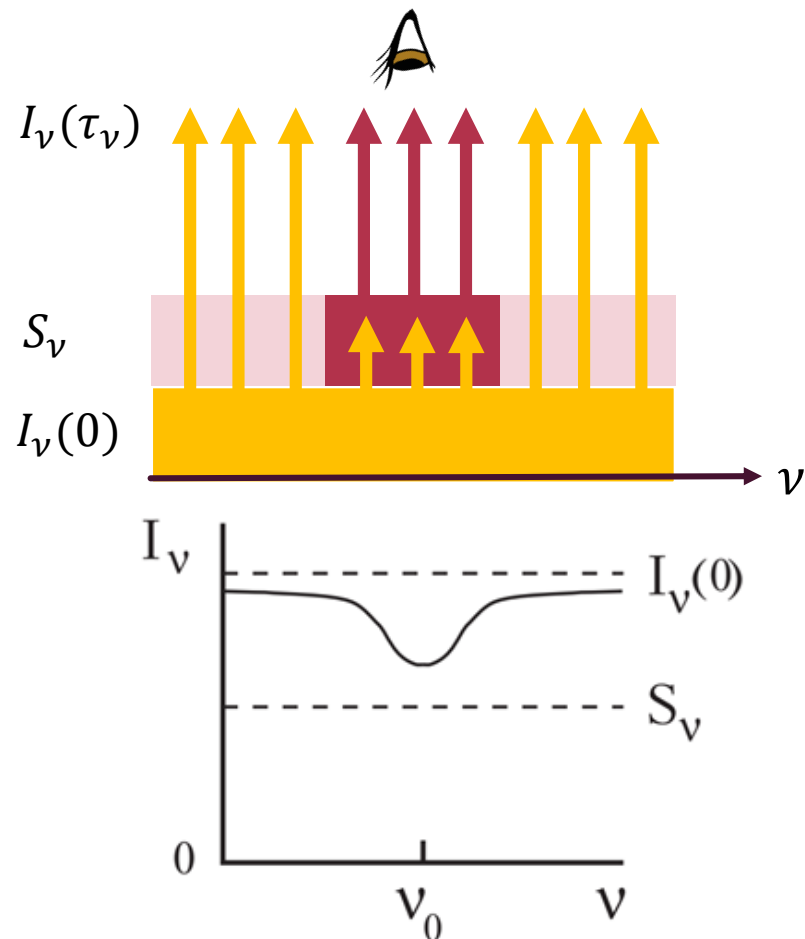
Оптически тонкая среда: $\tau_\nu \ll 1$

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0) - \tau_\nu[I_\nu(0) - S_\nu]$$

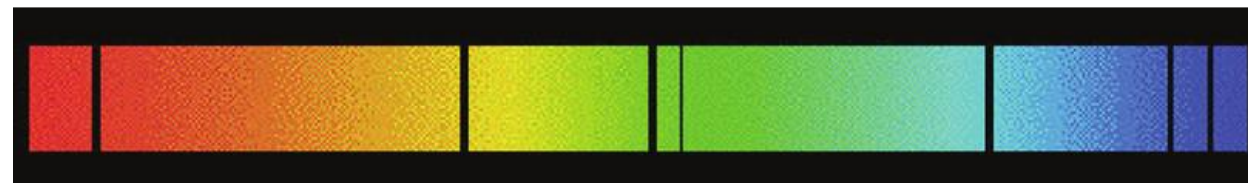
Если $I_\nu(0) > S_\nu$, то $\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} < 0$;

Если $I_\nu(0) < S_\nu$, то $\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} > 0$;

ФОРМИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

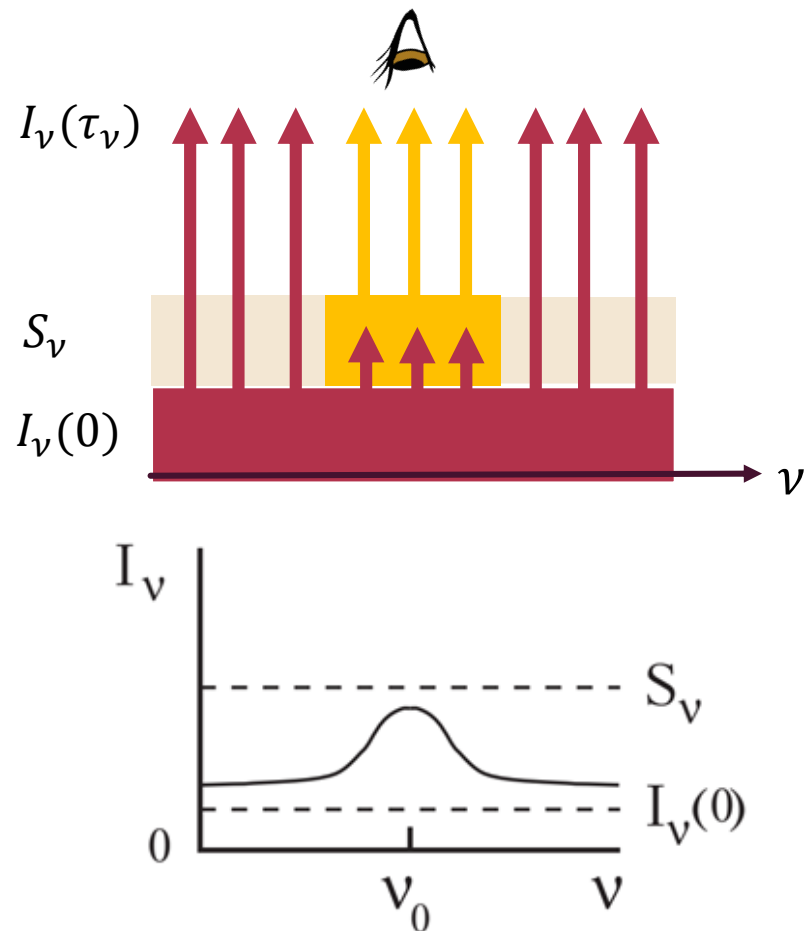


Функция источника слабее (холоднее)
входящей интенсивности: $S_v < I_v(0)$

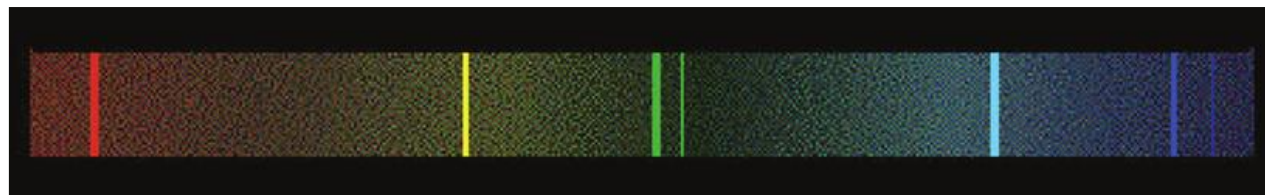


$$I_v(\tau_v) = S_v + e^{-\tau_v}[I_v(0) - S_v]$$

ФОРМИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

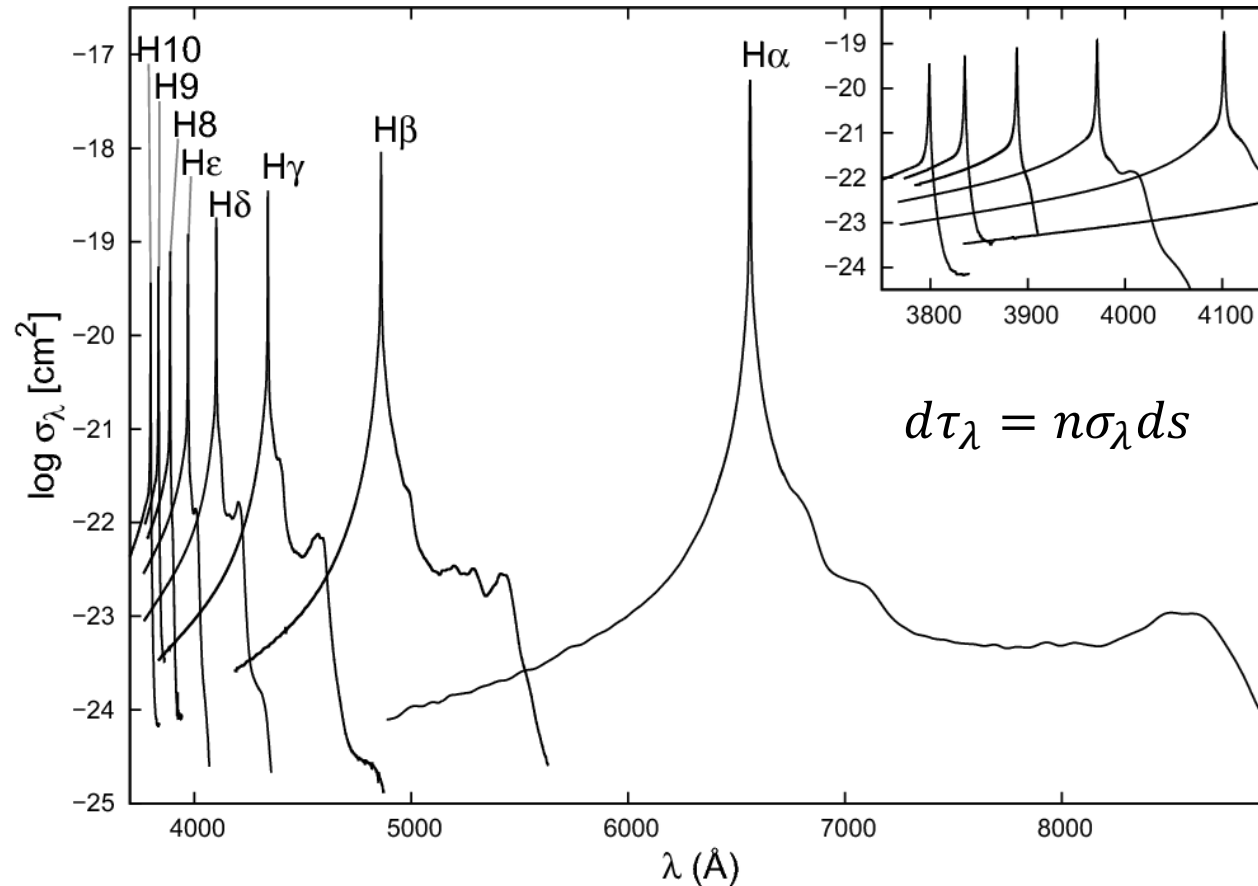


Функция источника ярче (горячее)
входящей интенсивности: $S_v > I_v(0)$



$$I_v(\tau_v) = S_v + e^{-\tau_v}[I_v(0) - S_v]$$

СЕЧЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ



Коэффициент поглощения не постоянен и около выделенных энергий имеет максимум (линии). И конечную ширину.

$$P_\nu(\nu) \propto \nu^2 \exp(-\nu^2)$$

$$P_\lambda(\lambda) \sim N \left(\lambda_0, \lambda_0 \sqrt{\frac{\xi kT}{mc^2}} \right)$$

Full Width Half Maximum:

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} s_\lambda$$

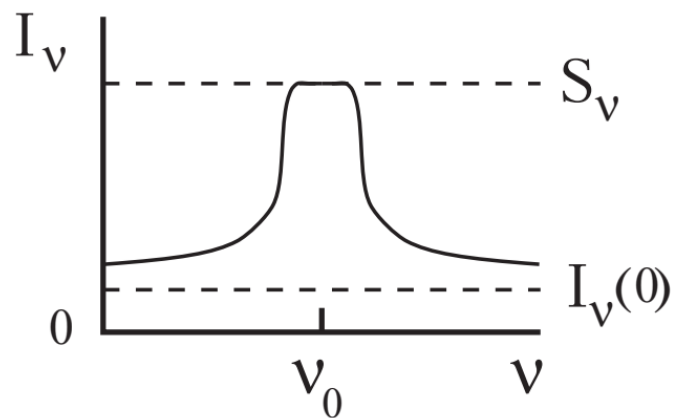
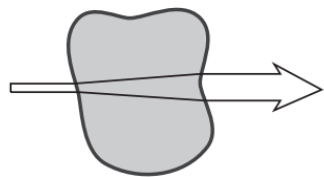
-- доплеровское, тепловое уширение

$$P_\lambda(\lambda) \propto (\lambda - \lambda_0)^{-2}$$

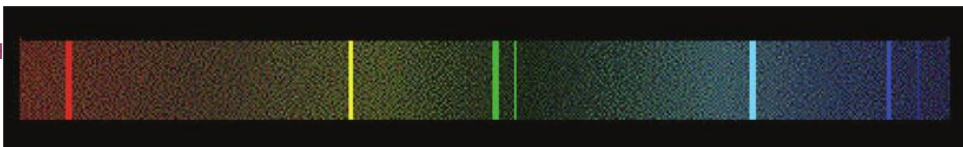
-- лоренцевское уширение

ФОРМИРОВАНИЕ ЛИНИЙ: С ПОДСВЕТКОЙ

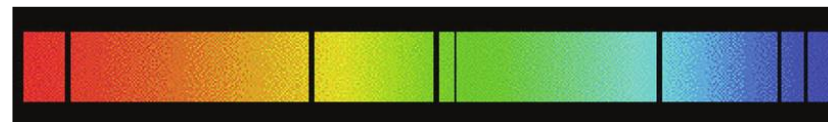
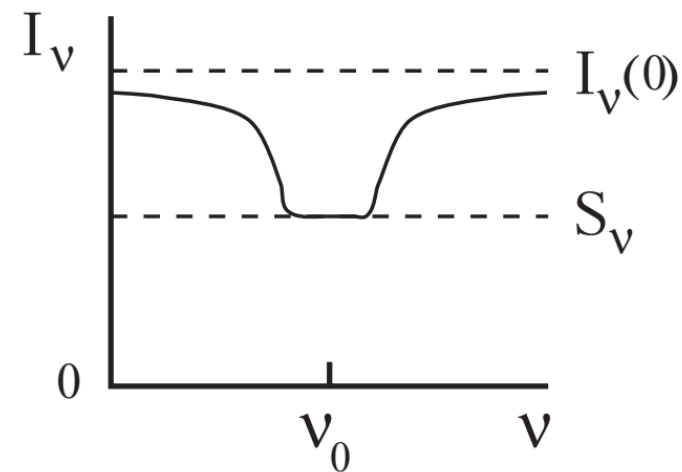
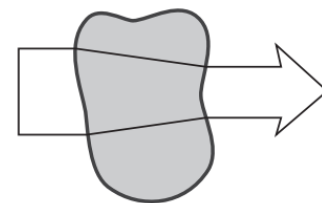
$$\begin{aligned} \tau_v(D) &< 1 \\ \tau_{v_0}(D) &> 1 \\ I_v(0) &< S_v \end{aligned}$$



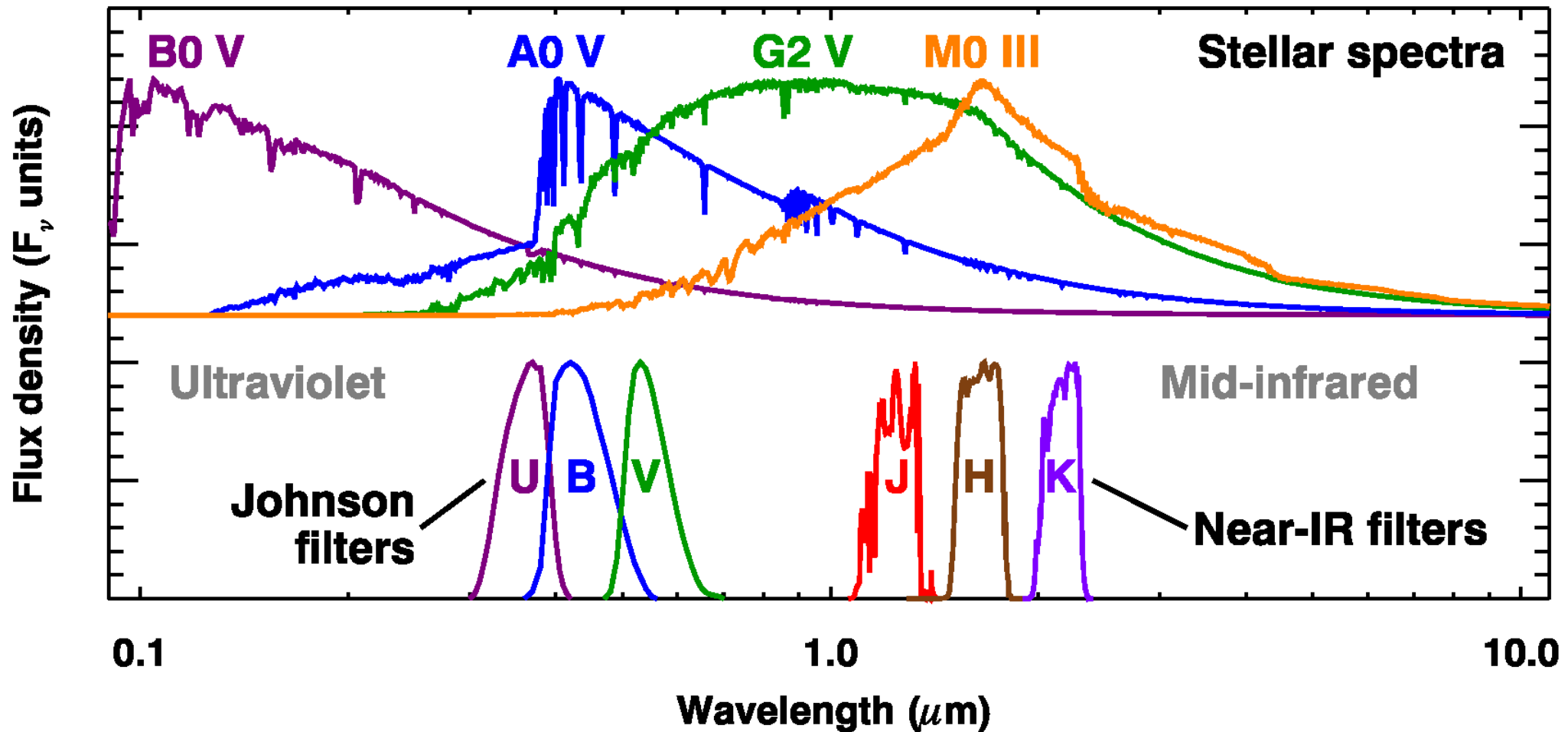
ИЗЛУЧЕН



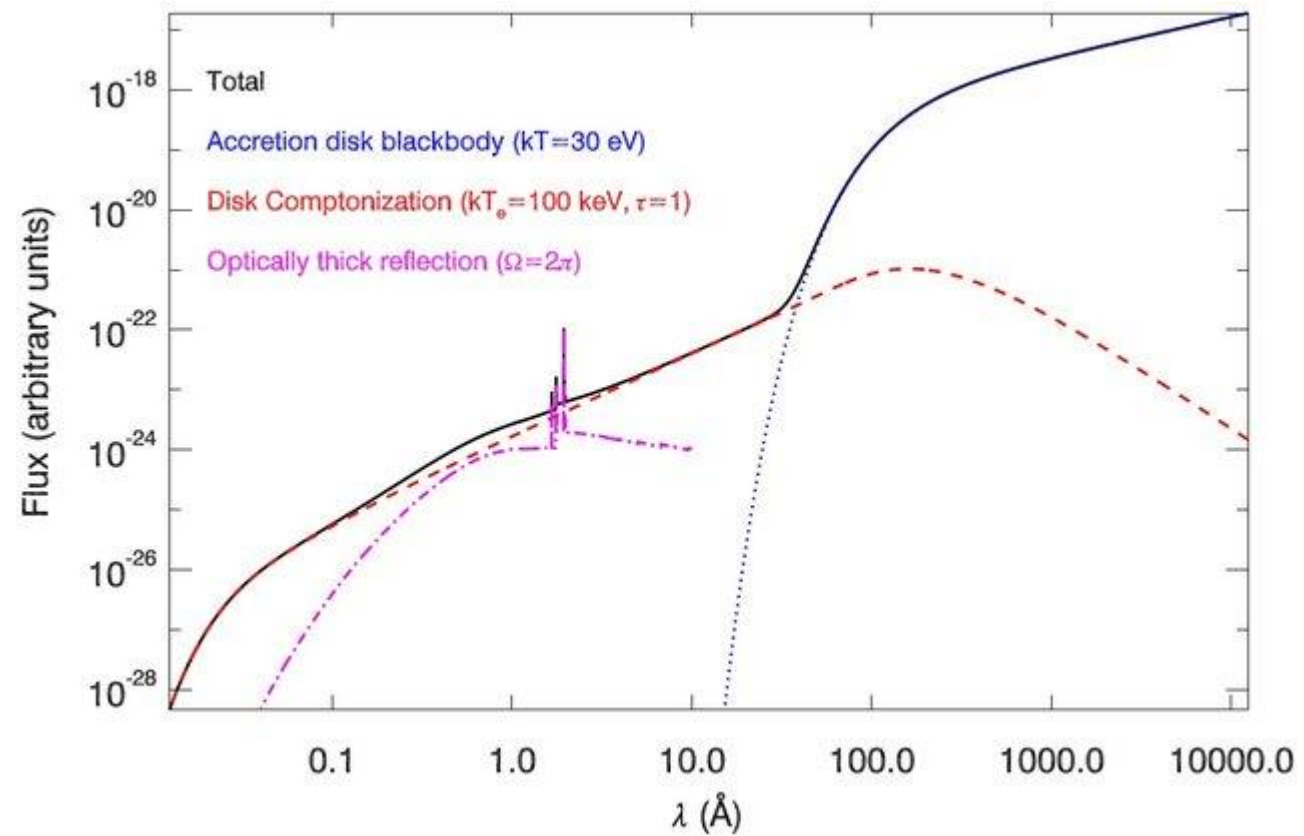
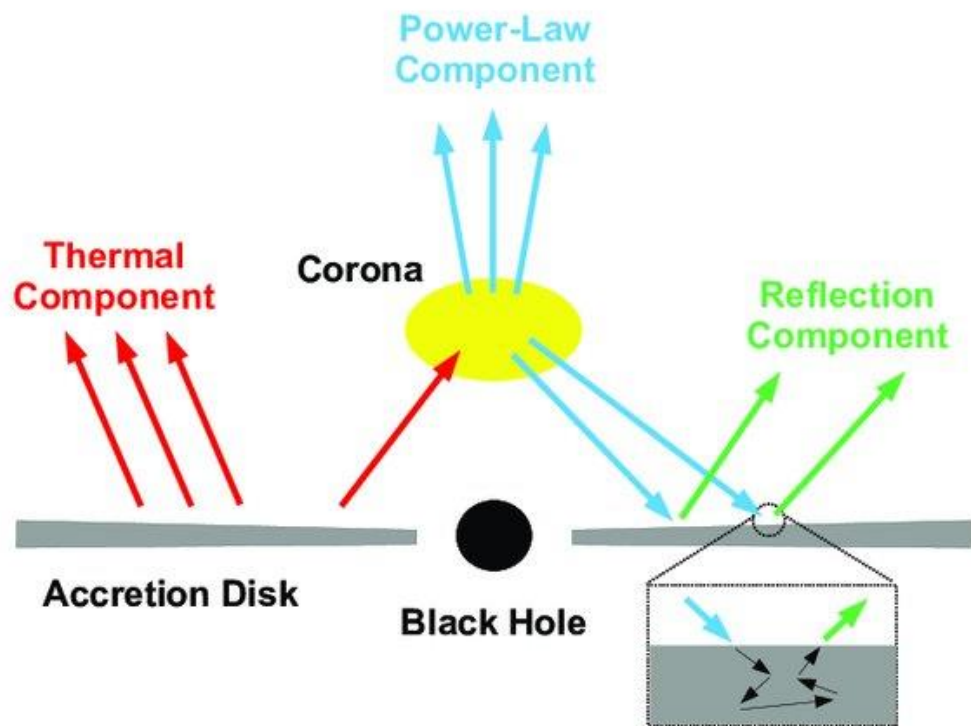
$$\begin{aligned} \tau_v(D) &< 1 \\ \tau_{v_0}(D) &> 1 \\ I_v(0) &> S_v \end{aligned}$$



ЗВЁЗДЫ: ИТОГОВЫЕ СПЕКТРЫ



ТАКИЕ РАЗНЫЕ СПЕКТРЫ



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Пусть планетарная туманность описывается как оптически тонкая нагретая оболочка радиуса R и толщины $\delta R = k \cdot R$, где $k = 0.02$. Во сколько раз наблюдаемая поверхностная яркость этой туманности вблизи её центра меньше чем поверхностная яркость её границы? Наличием центрального компактного остатка пренебрегаем.

