

Данная работа №6

Решение. а) Пусть $f_e = f_e(\epsilon)$ - вероятность обнаружить электрон в единичном фазовом пространстве с энергией ϵ

Если $T=0$, то $f_e = 1$ при $\epsilon < E_F$

и $f_e = 0$, при $\epsilon > E_F$

В этом случае число электронов равно числу энергетических состояний в единичном фазовом пространстве:

$$n_e dV = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} dp_x dp_y dp_z dV =$$

$$= \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi p^2 dp dV, \quad n_e - \text{концентрация}$$

$$n_e = \int_0^{p_F} \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi p^2 dp = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$$p_F = \hbar (3\pi^2 n_e)^{1/3}$$

Давление газа определяется следующей формулой:

$$P_e = \int_0^{p_F} p_x v_x \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi p^2 dp,$$

$$\text{где } p_x v_x = \frac{p v}{3}$$

Для ультрарелятивистского газа $v = c$:

$$P_e^{\text{rel}} = \frac{2\pi c}{3 h^3} p_F^4 \quad (h = 2\pi\hbar)$$

$$P_e^{\text{rel}} = \frac{2\pi c}{3 h^3} \cdot \left(\frac{h}{2\pi}\right)^4 \cdot (3\pi^2 \cdot n_e)^{4/3}$$

$$n = \frac{\rho}{\mu \cdot m_p}$$

($\mu \equiv Y_e$)
по обозначениям

$$\textcircled{3} \frac{\hbar c}{8} \cdot \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \cdot (\mu \cdot m_p)^{-4/3} \cdot \rho^{4/3} = K_{4/3} \rho^{4/3}$$

б) запишем уравнение гидростатического равновесия

$$\frac{dP}{dr} + \rho \frac{GM}{r^2} = 0 \quad (1)$$

Будем считать, что средняя плотность БК имеет следующую зависимость: $\rho \sim \frac{M}{R^3}$

R — радиус звезды

Тогда $P \sim \rho^{4/3} \sim \frac{M^{4/3}}{R^4}$

$$\frac{dP}{dr} \sim \frac{P}{R} \sim \frac{M^{4/3}}{R^5}$$

$$\frac{\rho G M}{R^2} \sim \frac{M^2}{R^5}$$

Тогда ур-ние (1) перепишем в
следующем виде:

$$\frac{1}{R^5} (M^{4/3} + M^2) = 0 \quad (2)$$

\Downarrow
 $\exists M_0$, при котором выполня-
ется (2)

Так как для гравитационной
силы зависимости от M квадра-
тичная, а для силы давления
 $\sim M^{4/3}$, то при превышении
значения M_0 , значение

гравитационной силы будет больше, чем силы давления, что приводит к коллапсу звезды

По физике да, всё верно. А вот какова предельная масса? Если продолжить этот вывод и её посчитать, то она не получится $1.4 M_{\text{sun}}$...