

Задача 6.

(1)

внутри Белого Карлика вырожденной
электронной газ:

Объём фазового ящика: $(2\pi\hbar)^3$

число состояний в 1см^3 : $dn = d^3p / (2\pi\hbar)^3$

число электронов, заключённое в
фазовом объёме $V_p = \frac{4}{3}\pi p_F^3$: (p_F - граничный
импульс)

$$N = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} V_p = \frac{p_F^3}{3\pi^2\hbar^3}$$

Введём $x = \frac{p_F}{m_e c}$ (мера релятивистичности):

$$N = \frac{(m_e c)^3}{3\pi^2\hbar^3} x^3$$

Введём γ_e - число фотонов на один электрон:

$$\vartheta = \frac{\gamma_e}{N_A} N = \frac{(m_e c)^3}{3\pi^2\hbar^3 N_A} x^3$$

С увеличением массы Белого Карлика x растёт,
и при некотором M газ становится реляти-
вистическим: $x \gg 1$,

Энергия электрона:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{(m_e c^2)^2 + p^2 c^2} - m_e c^2 = \\ &= m_e c^2 (\sqrt{1+x^2} - 1) \Big|_{x \gg 1} \approx m_e c^2 x, \end{aligned}$$

т.е. $E \sim x \sim \vartheta^{1/3}$, а значит:

$$\boxed{p \sim p_F \sim x^4 = K \vartheta^{4/3}}$$

2

Энергия релятивистского фермиона

$$E_F \sim \hbar n^{1/3} c \sim \frac{\hbar c N^{1/3}}{R}$$

$n = \frac{N}{R^3}$ - плотность фермионов в звезде

Грав. энергия фермионов:

$$E_G \sim - \frac{G m_p M}{R}$$

$$\frac{\hbar c N^{1/3}}{R} = \frac{G m_p m_p N}{R} \Rightarrow N_{\max} = \left(\frac{\hbar c}{G m_p^2} \right)^{3/2}$$

$$M_{\max} = N_{\max} \cdot m_p \sim \frac{2 \cdot 10^{57} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{1,8 \cdot 10^{30}} M_{\odot} \sim$$

$$1,5 M_{\odot}$$

Оба решения правильные с точностью до коэффициента. А хотелось как раз получить итоговое число, для которого коэффициент важен...