ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ I

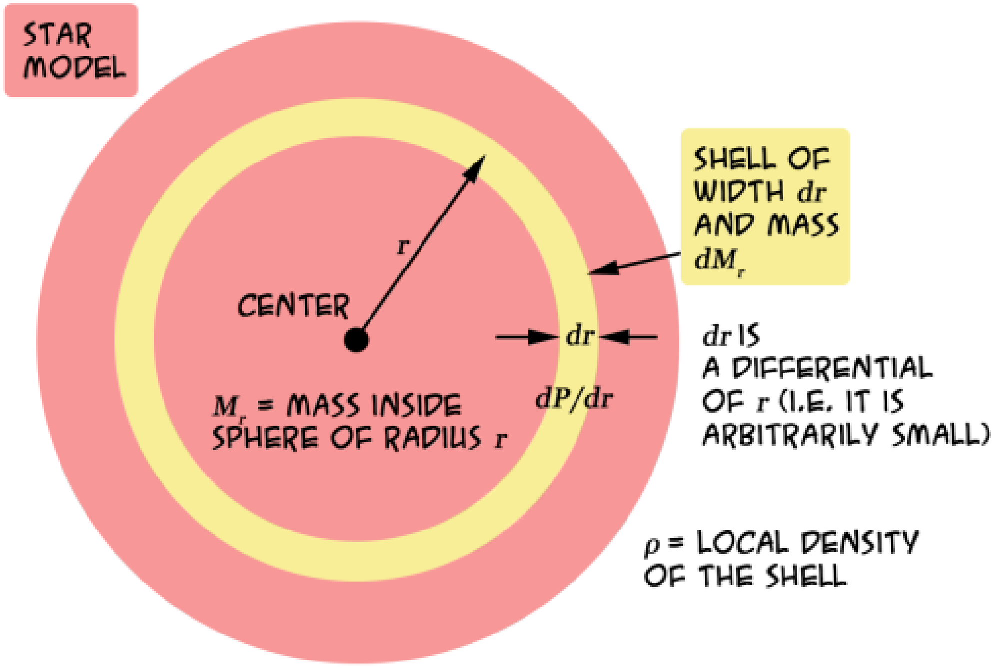
Звезду (например, Солнце) можно представить как газовый шар, находящийся в гидростатическом равновесии. Это значит, что на каждом расстоянии r от её центра выполняется *уравнение гидростатического равновесия:*

$$\frac{dP}{dr} = \frac{GM_r\rho}{r^2},$$

где P – давление, ρ – плотность, а $M_r = 4\pi\int_0^r \rho(r')r'^2dr'$ -- полная масса внутри сферы радиуса r. Ориентируясь на это уравнение, получите оценки (из соображений размерности) для:

а) давления в центре Солнца $P_c = P(0)$,

б) температуры в центре Солнца $T_c = T(0)$.



Газ звезды считайте идеальным и состоящим из атомов водорода. Масса Солнца равна $M_\odot = 2\cdot 10^{33}$ г, а радиус $R_\odot = 7\cdot 10^{10}$ см

РЕШЕНИЕ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ I

а) Для оценок из соображений размерности можно заменить производную dP/dr на конечную разность $\Delta P/\Delta r$. Причём, если рассмотреть крайний случай разницы давлений между центром Солнца и его поверхностью, то $\frac{dP}{dr} \to \left|\frac{P_c - 0}{0 - R}\right| = \frac{P_c}{R}$. В этом случае $M_r = M_R = M_\odot$, а плотность можно просто заменить на среднее значение $\rho \to \bar{\rho} = \frac{M_\odot}{R_\odot^3}$ (коэффициентом $4\pi/3$ в знаменателе пренебрегаем). Отсюда уравнение равновесия запишется как

$$\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{P_c}{R_\odot} = \frac{GM_\odot}{R_\odot^2} \text{ откуда } P_c = \frac{GM_\odot}{R_\odot} \cdot \frac{M_\odot}{R_\odot^3} = \frac{GM_\odot^2}{R_\odot^4} \approx 10^{16} \text{ дин см}^{-2} = 10^{10} \text{ бар}.$$

б) $P = nkT = \frac{\rho}{m_p} kT$, откуда $T_c \approx \frac{P_c m_p}{\bar{\rho} k} \approx 2 \cdot 10^7$ К