

ЛЕКЦИЯ 4: ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

ВВЕДЕНИЕ В АСТРОФИЗИКУ. ВШЭ 2022/2023. БАКАЛАВРЫ, 4-Й МОДУЛЬ.

АНТОН БИРЮКОВ (АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ МГУ ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА И ВШЭ), К.Ф.-М.Н

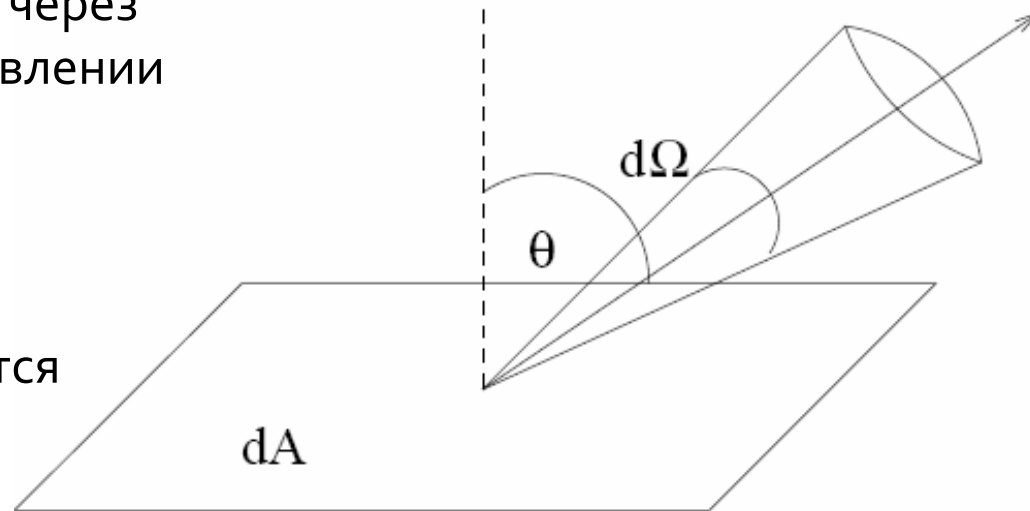
ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Интенсивность, как основная характеристика в теории излучения.
2. Формирование спектров.
3. Элементы астрофотометрии: звёздные величины и фотометрические системы.
4. Тепловое излучение: формула Планка и её следствия.
5. Нетепловое излучение движущихся зарядов. Когерентное излучение.

ИНТЕНСИВНОСТЬ

Количество лучистой энергии dU_ν частоты ν , прошедшее через воображаемую контрольную площадку в заданном направлении пропорционально:

- площади dA этой площадки,
- величине телесного угла $d\Omega$ в котором распространяется излучение,
- интервалу времени dt ,
- ширине интервала частот $\nu \dots \nu + d\nu$.



$$dU_\nu = I_\nu \cdot \cos\theta \cdot dt \cdot dA \cdot d\Omega \cdot d\nu$$

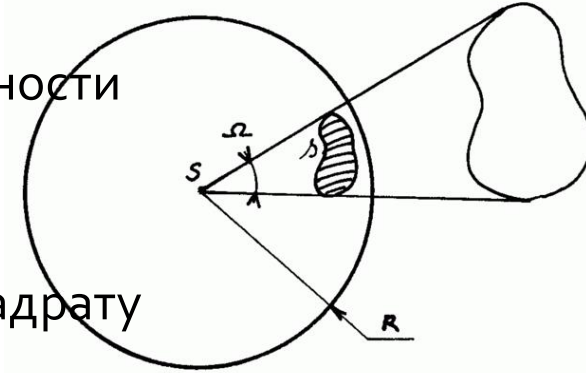
ИНТЕНСИВНОСТЬ

$$I_\nu \left[\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{стер} \cdot \text{Гц}} \right] \quad I_\lambda \left[\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{стер} \cdot \text{см}} \right]$$

Интенсивность – характеристика поля излучения как такового.

ТЕЛЕСНЫЙ УГОЛ

- -- это часть пространства, внутри которого находятся все лучи, выходящие из данной точки и пересекающие некоторую поверхность s . Форма поверхности при этом может быть любой.



- Телесный угол равен площади той части сферы, которую он вырезает к квадрату радиуса этой сферы. Измеряется в *стерадианах*:

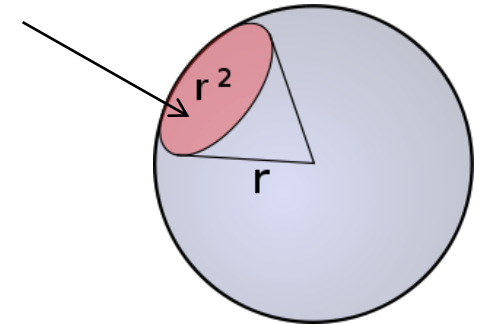
$$\Omega = \frac{S}{R^2} \text{ [стер]}$$

- Телесный угол объекта определяется его размерами и расстоянием до нее: **1 стерадиан**

$$\Omega_* = \frac{\pi R_*^2}{D^2} \approx (10^{-21} \text{ стер}) \left(\frac{R_*}{R_{sun}} \right)^2 \cdot \left(\frac{D}{1 \text{ kpc}} \right)^{-2}$$

$$\Omega_{\odot} \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ стер}$$

$$\Omega_{\text{сферы}} = 4\pi \text{ стер}$$



ПОТОК

В астрономических наблюдениях де-факто регистрируется энергия, поглощённая приёмником излучения. Поэтому практический смысл имеет **поток** – полная мощность излучения, проходящая через единицу площади приёмника (перпендикулярно ему):

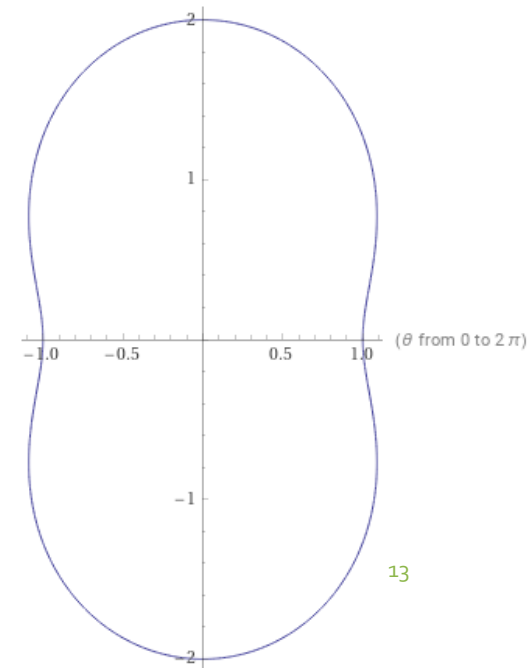
$$F = \int_{\Delta\nu} \int_{4\pi} I_\nu \cos \theta \, d\Omega \, d\nu = \frac{dU_\nu}{dt \cdot dA} \quad \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}} \right]$$

Интересно: если поле излучения изотропно (то есть I не зависит от направления), то $F = 0$. То есть если через площадку с двух её сторон проходит одно и то же количество лучистой энергии, то полный поток считается равным нулю. Но обратное не верно!

$$I = I_0(1 + \sin^2 \theta),$$

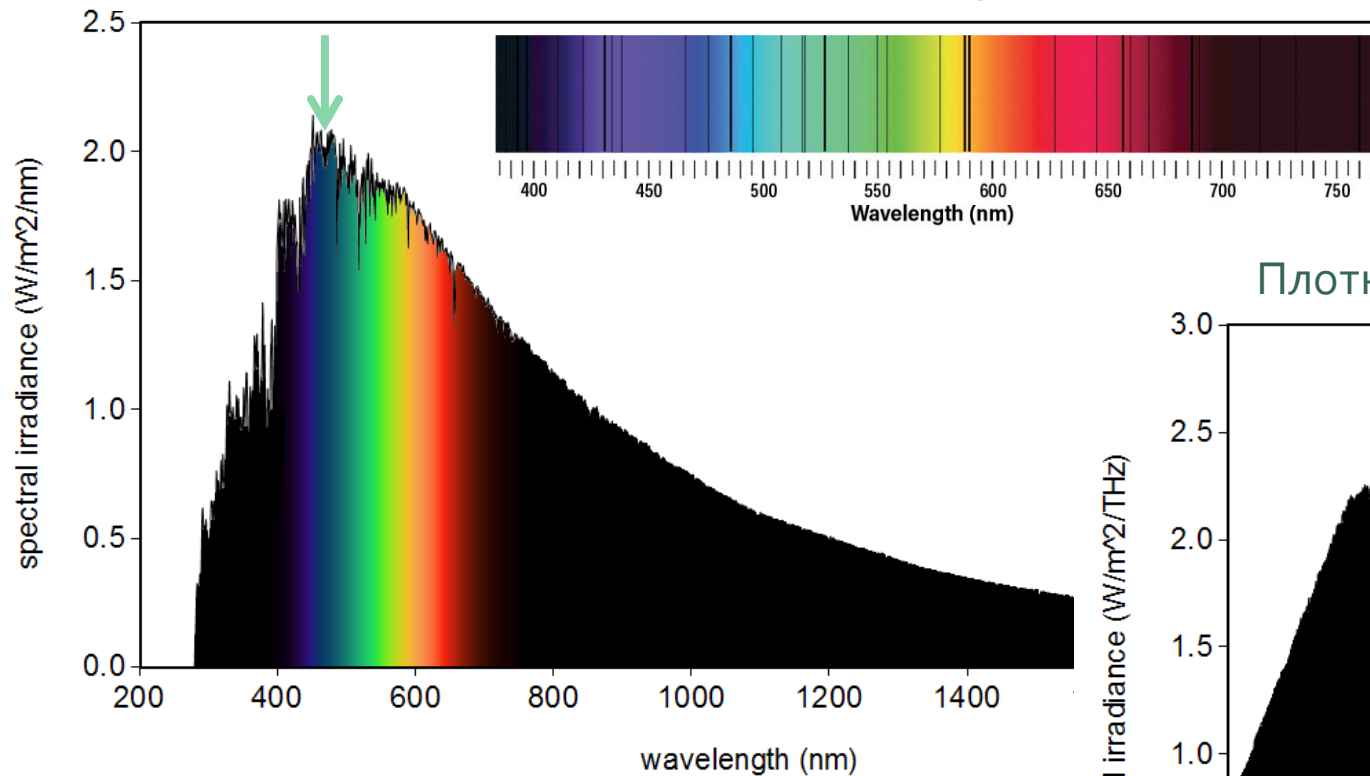
или в общем случае

$$I(\theta) = I(\pi - \theta)$$



ВНЕАТМОСФЕРНЫЙ СПЕКТР СОЛНЦА

Плотность потока F_λ на единичный интервал длин волн.

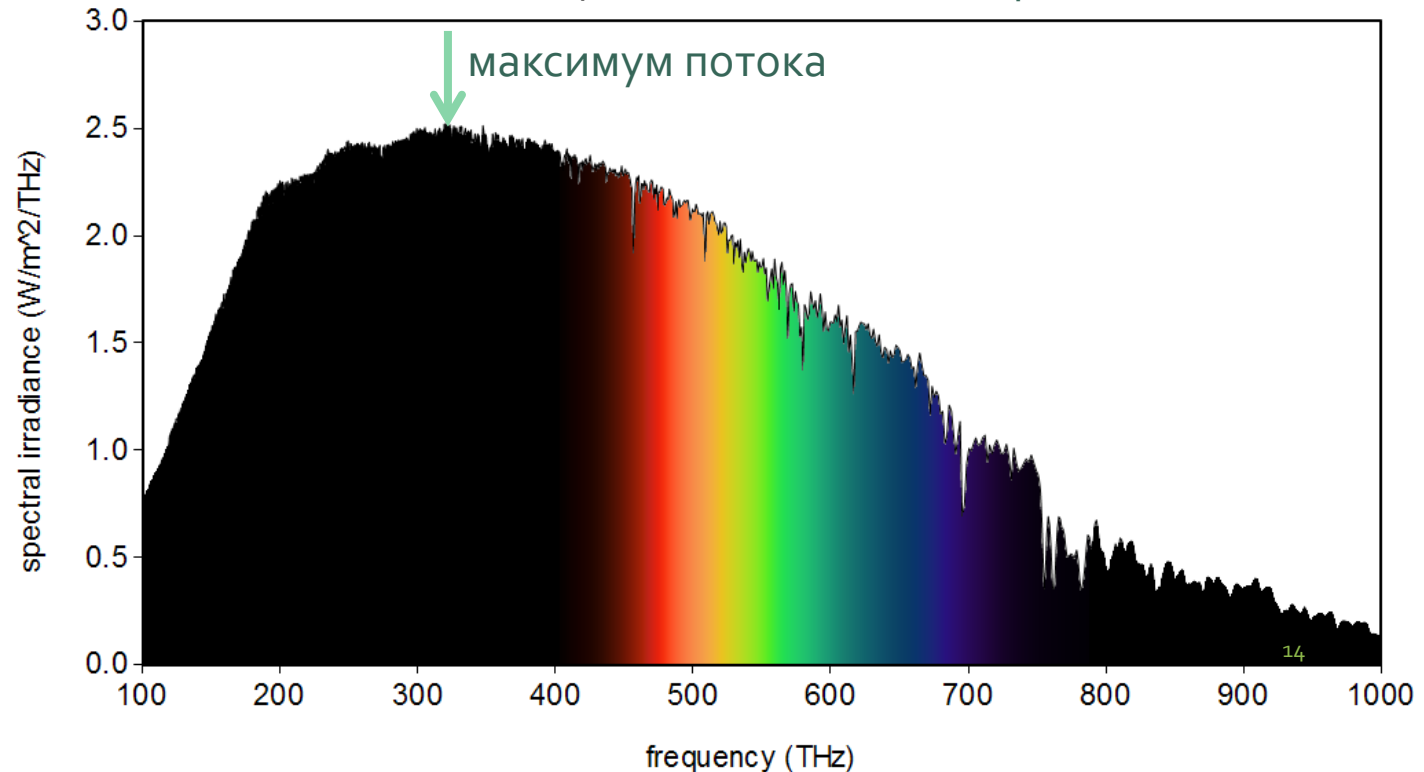


ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

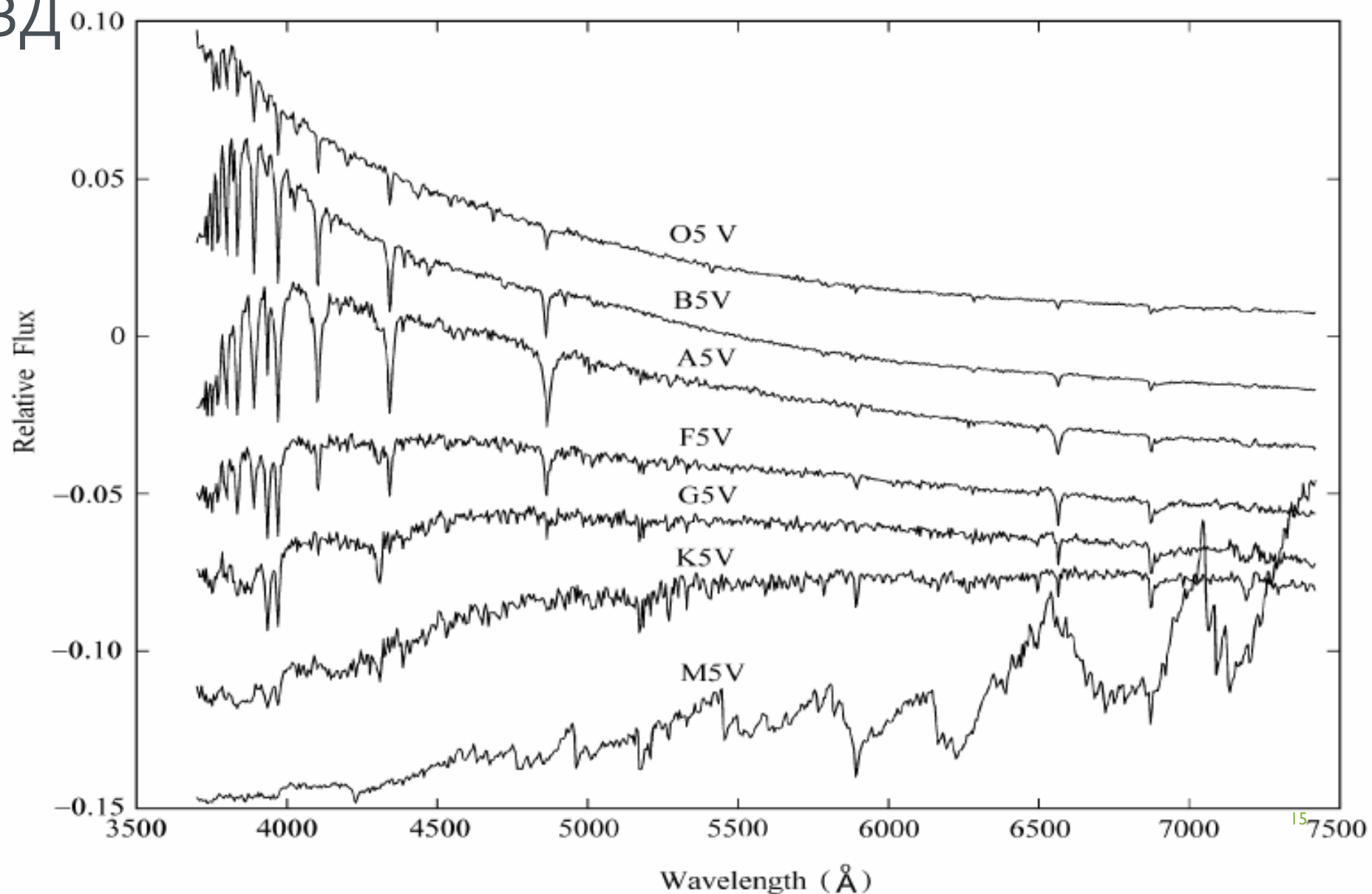
$$F_\nu d\nu = -F_\lambda d\lambda \Rightarrow F_\nu = F_\lambda \frac{\lambda^2}{c}$$

Плотность потока F_ν на единичный интервал частот.

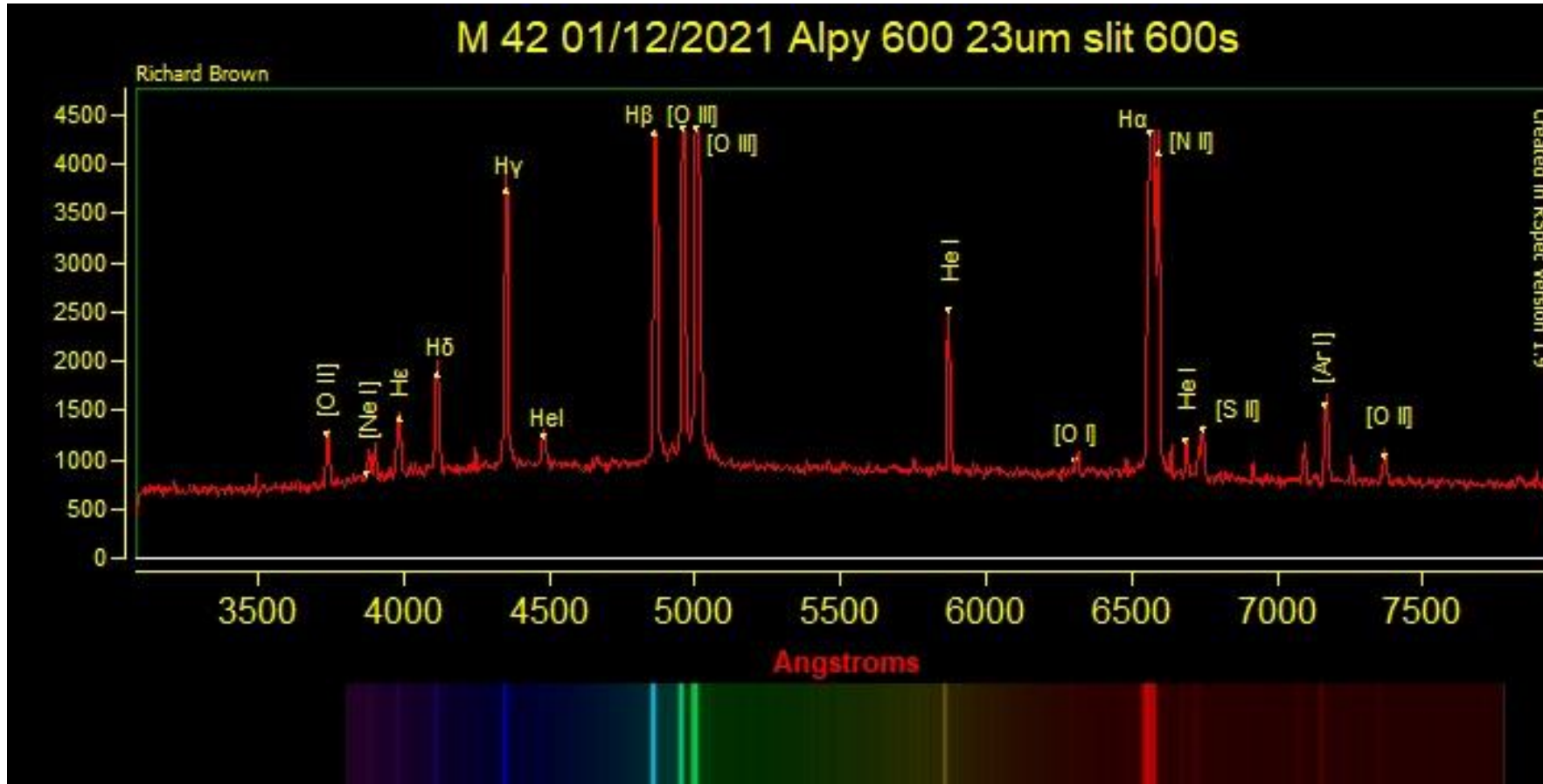


СПЕКТРЫ ЗВЁЗД

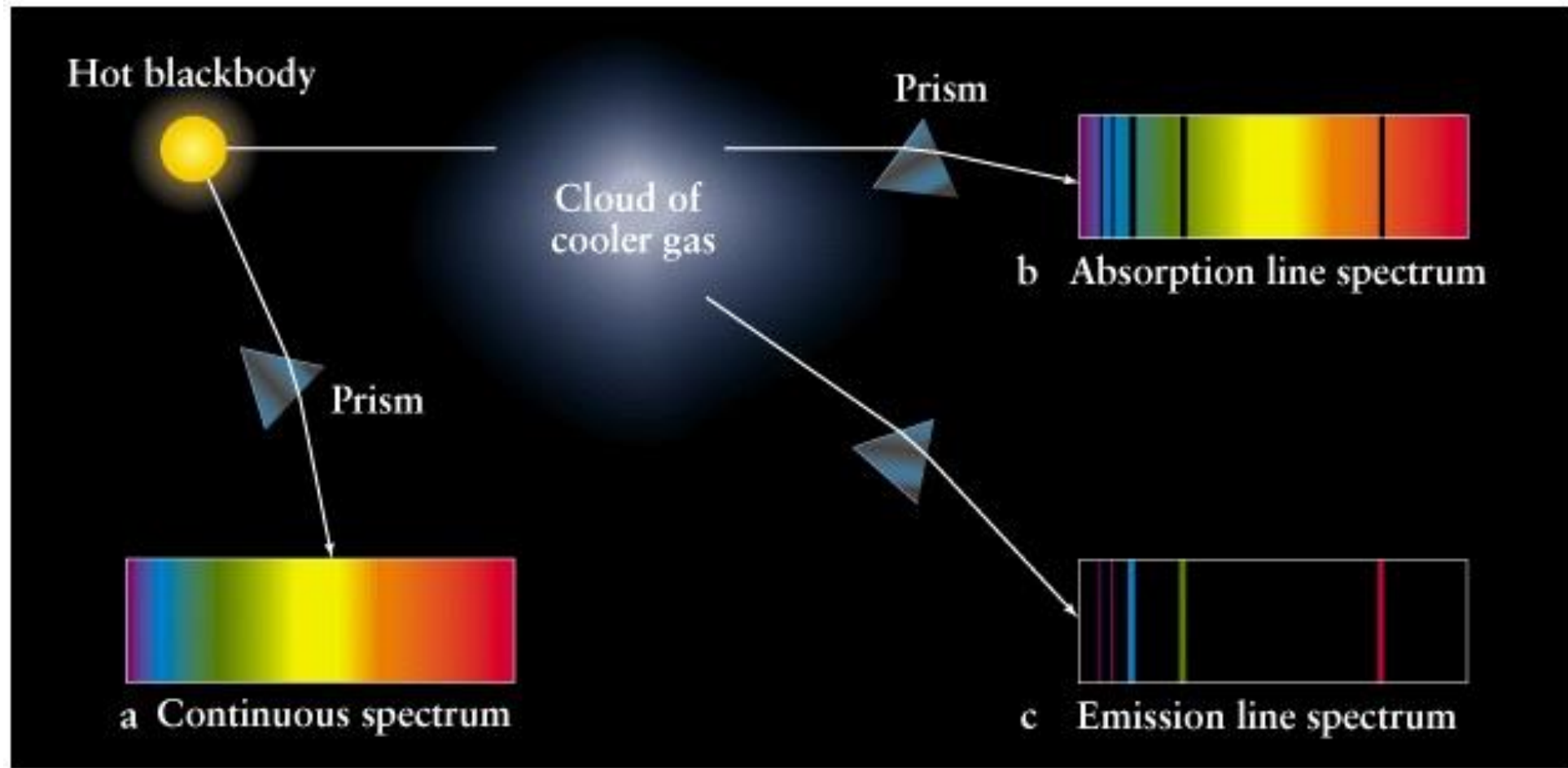
- Спектры состоят из континуума (тепловой или нетепловой природы) и спектральных линий.



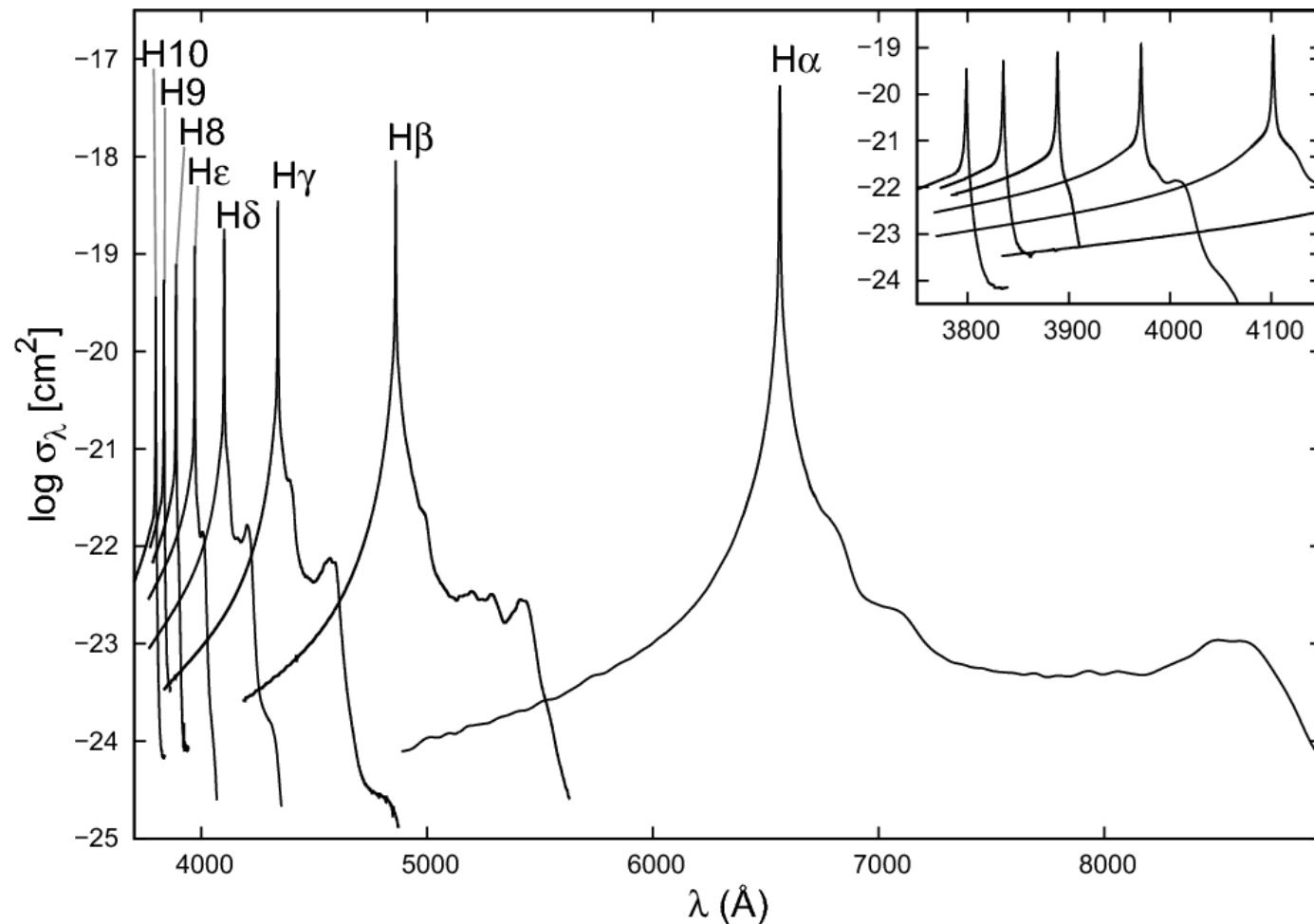
ЭМИССИОННЫЕ ТУМАННОСТИ



ЭМИССИИ/АДСОРБЦИИ



СЕЧЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ



Коэффициент поглощения не постоянен и около выделенных энергий имеет максимум. И конечную ширину.

$$P_\nu(\nu) \propto \nu^2 \exp(-\nu^2)$$

$$P_\lambda(\lambda) \sim N\left(\lambda_0, \lambda_0 \sqrt{\frac{\xi kT}{mc^2}}\right) = N(\lambda_0, s_\lambda)$$

-- доплеровское, тепловое уширение

$$P_\lambda(\lambda) \propto (\lambda - \lambda_0)^{-2}$$

-- лоренцевское уширение

Full Width Half Maximum:

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} s_\lambda$$

ОПТИЧЕСКАЯ ТОЛЩА И КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ



- Оптическая толща среды с концентрацией n [см⁻³] связана с сечением поглощения σ_ν и **коэффициентом поглощения** α_ν [см⁻¹]:

$$d\tau_\nu = n\sigma_\nu dl = \alpha_\nu dl,$$

где dl – расстояние пройденное фотоном.

- Средняя длина свободного пробега фотона: $\sigma_\nu n \langle l_\nu \rangle = 1 \Rightarrow$

$$\langle l_\nu \rangle = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \frac{1}{\alpha_\nu} \text{ [см]}$$

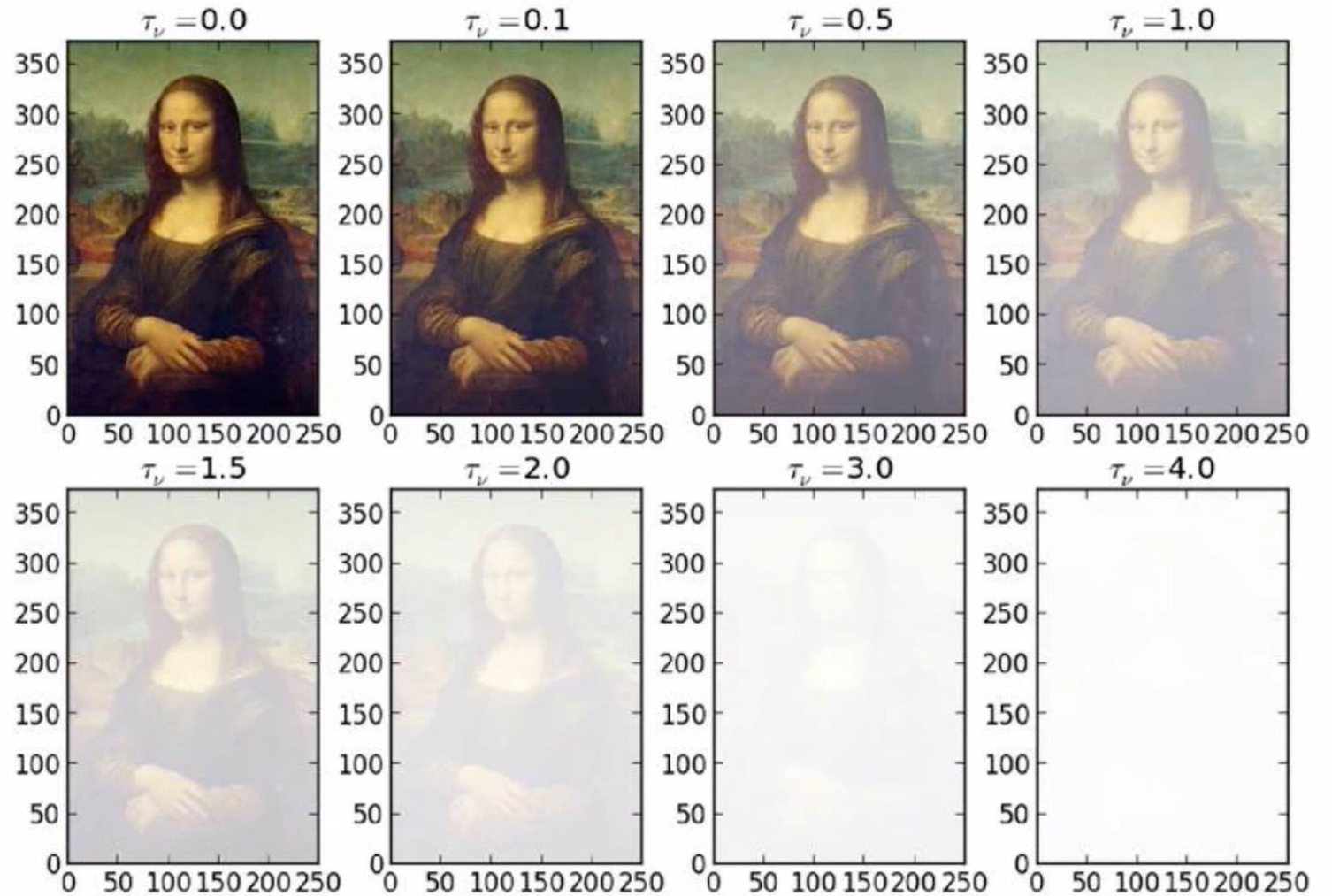
- В среде без излучения $\exp(-\tau_\nu)$ – это вероятность того, что фотон не будет поглощён, пройдя оптическую толщу τ_ν (это доля прошедших фотонов). Тогда средняя оптическая толща, которую пройдёт фотон:

$$\langle \tau_\nu \rangle = \int_0^\infty \tau_\nu \exp(-\tau_\nu) d\tau_\nu = 1$$

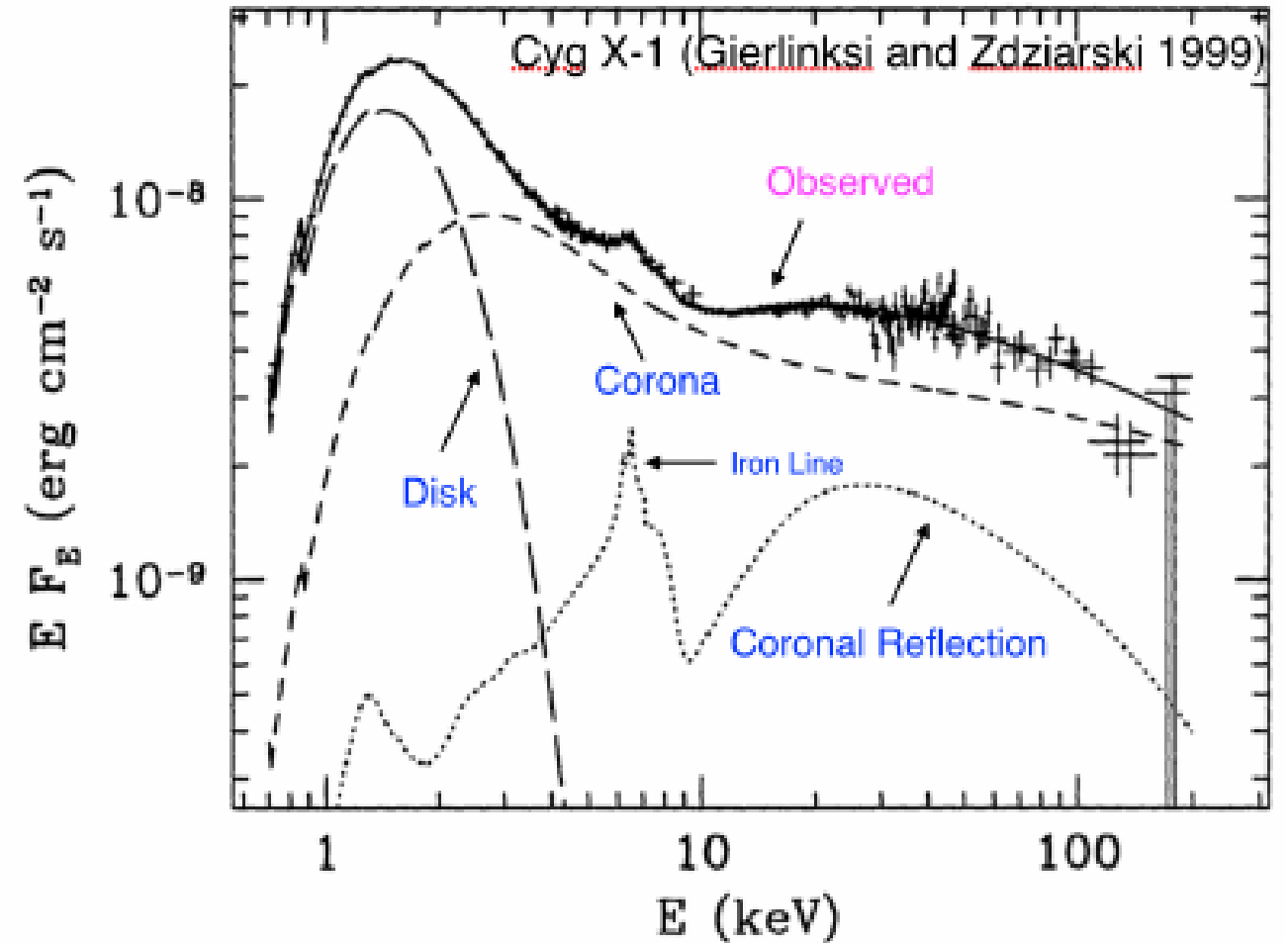
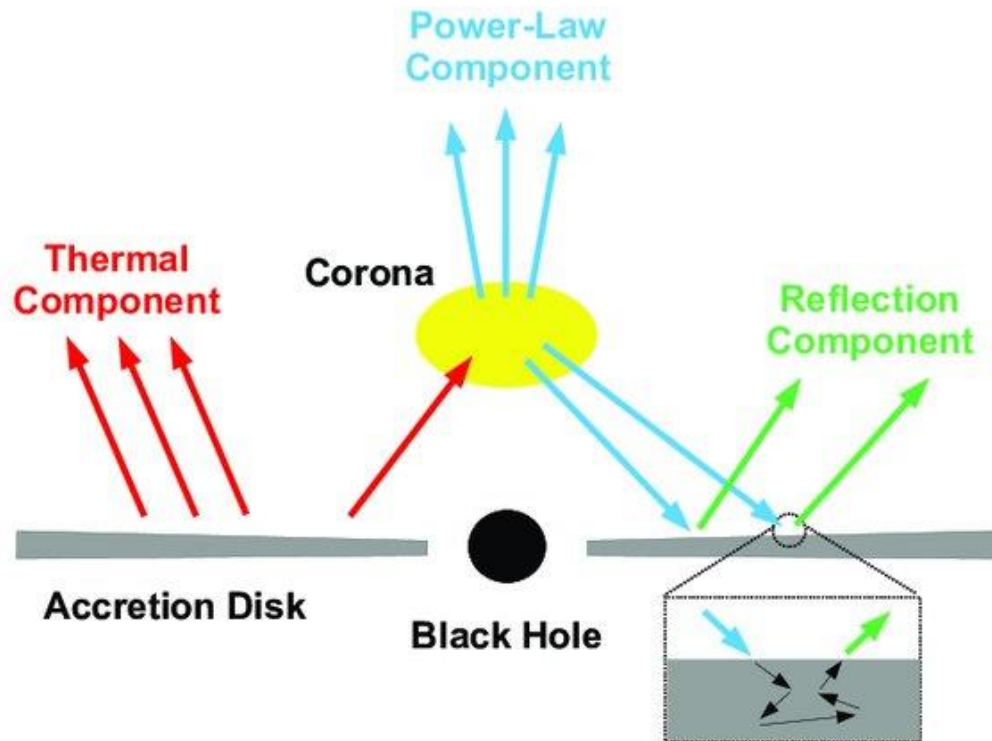


ОПТИЧЕСКАЯ ТОЛЩА

Оптически толстая среда как бы закрывает собой изображение за ней. И чем больше оптическая толщина, тем в большей степени мы видим только саму среду, но не изображение.



НЕТЕПЛОВЫЕ СПЕКТРЫ



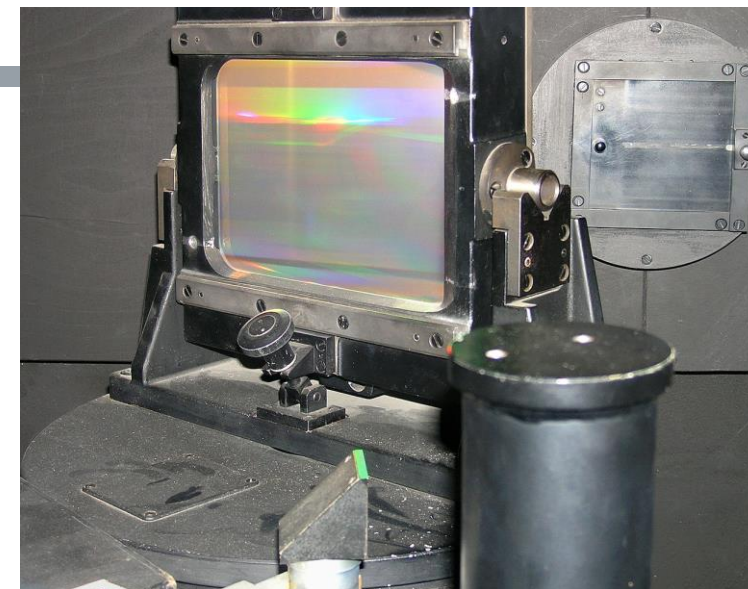
Иногда плотность потока записывают как νF_ν или $E F_E$ [эрг см⁻² сек⁻¹]

СПЕКТРОСКОПИЯ

- Качество спектроскопии характеризуется **разрешением**:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

где λ – характерная длина волны излучения, а $\Delta\lambda$ – по сути инструментальная ширины линии в спектре.



- Средние спектрографы:

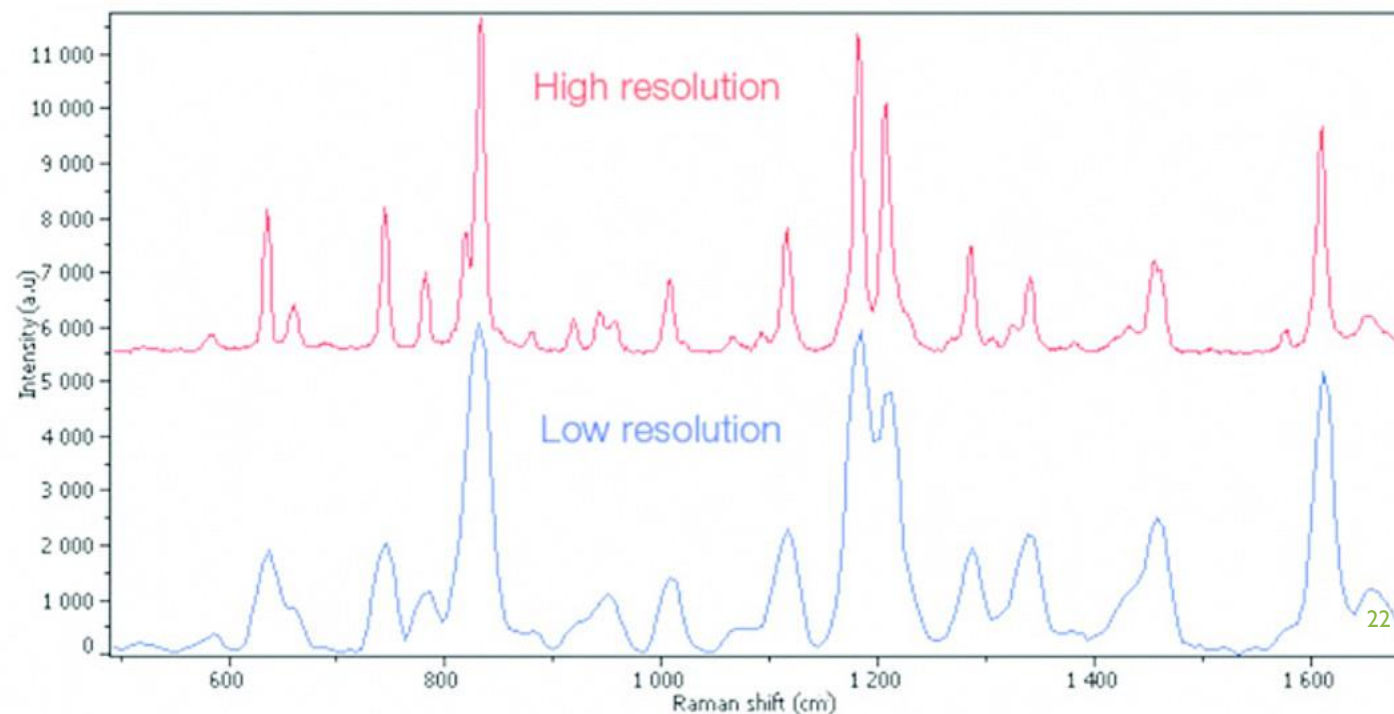
$$R \sim 10^3 - 10^4$$

- Хорошие спектрографы:

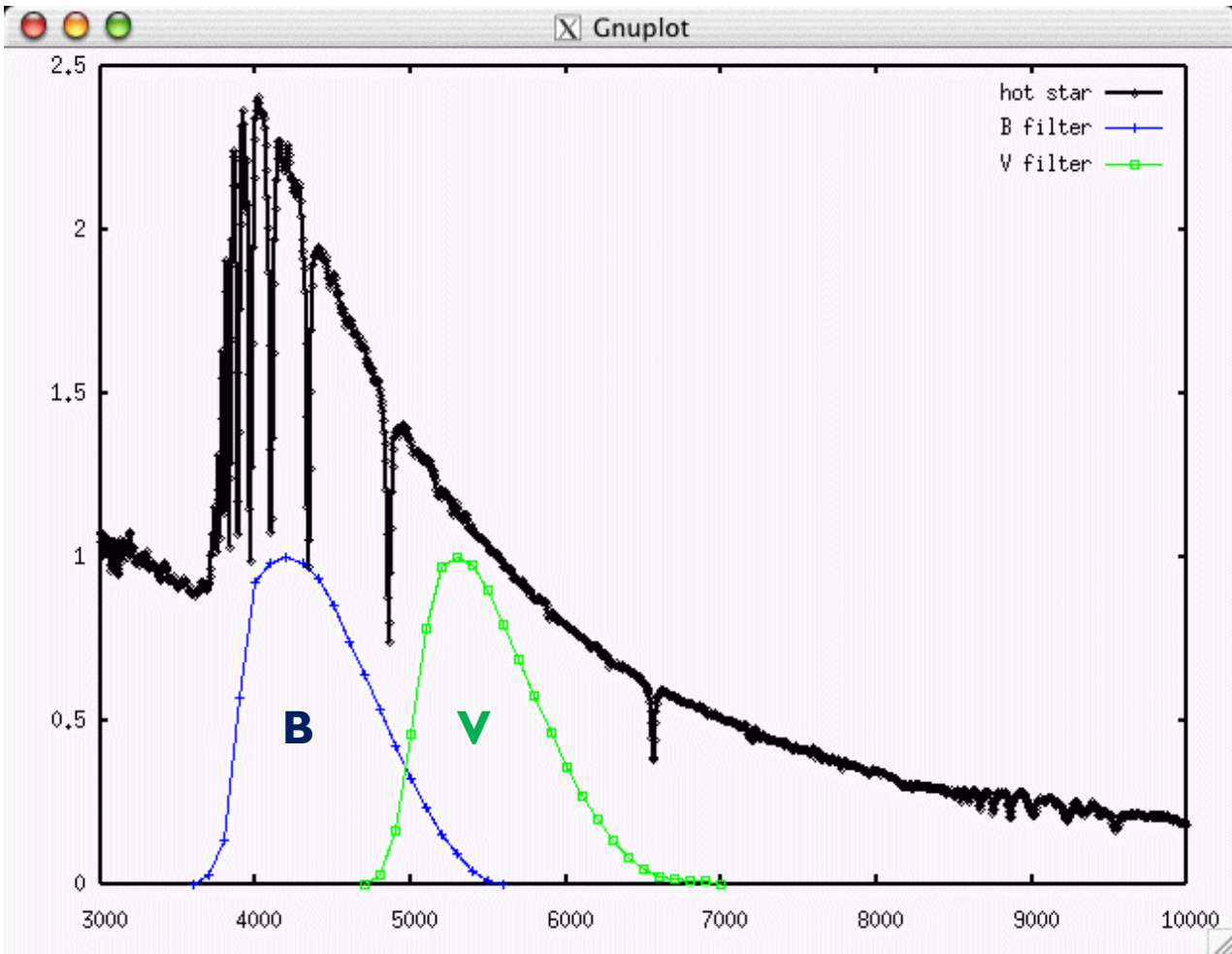
$$R \sim 10^5$$

- Интерферометр Фабри-Перо:

$$R > 10^6$$



ФОТОМЕТРИЯ: ЗВЁЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ



ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

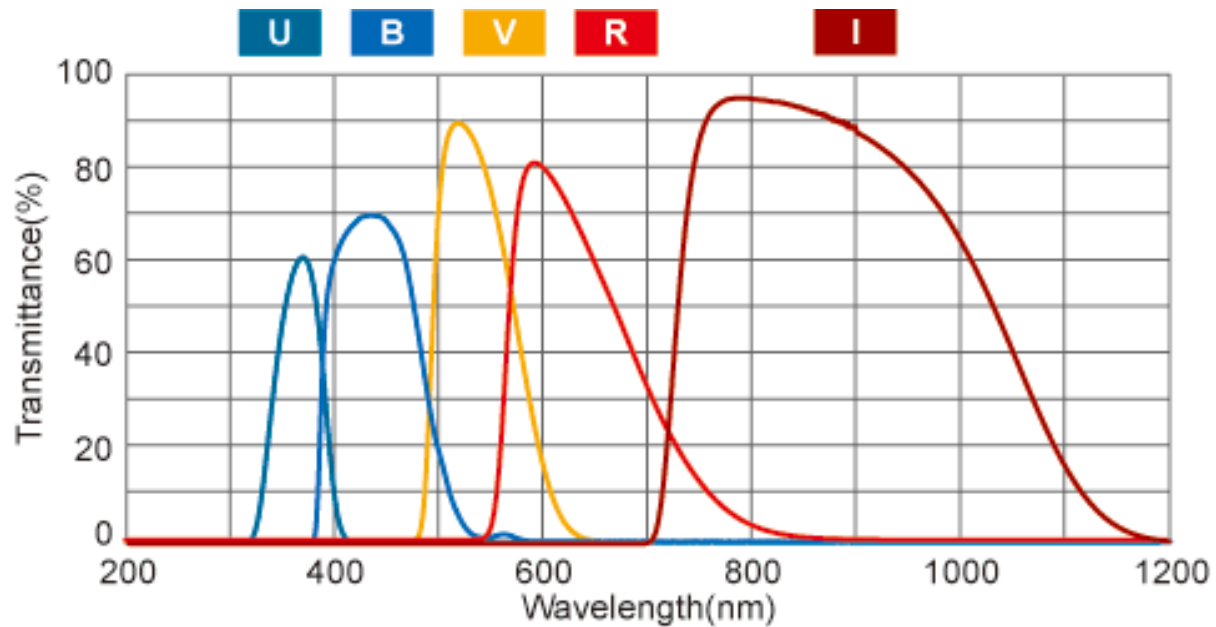
$$m = m_0 - 2.5 \log \underbrace{\int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda}_{\text{Освещённость } E}$$

Звёздная величина ноль-пункт

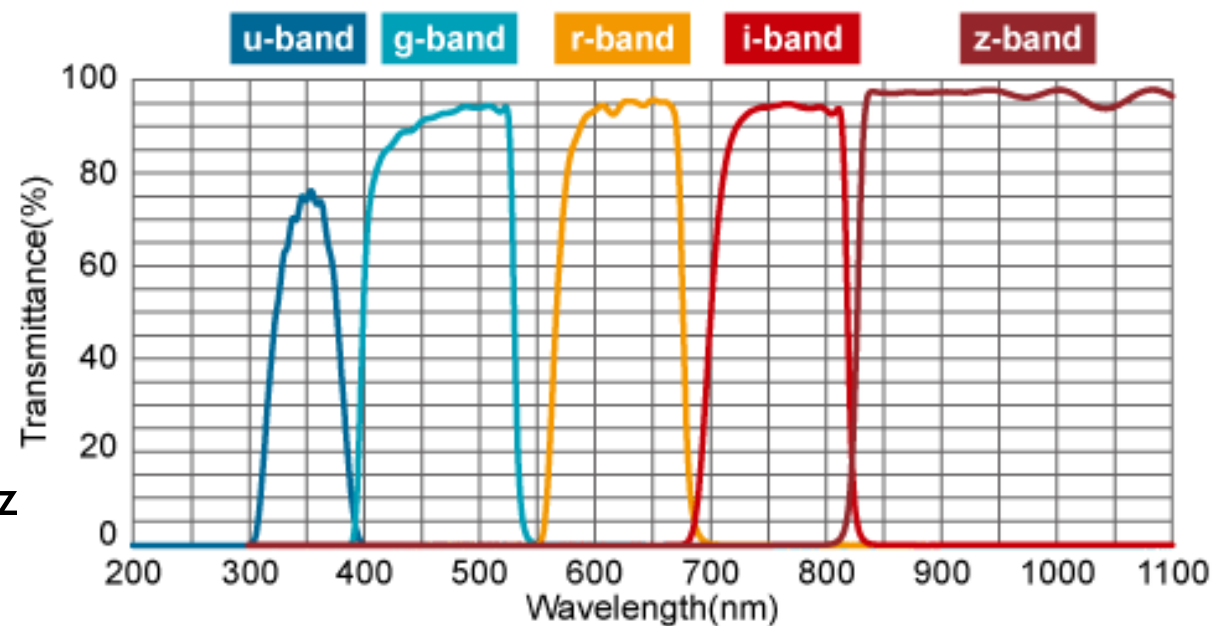
«Под атмосферой»:

$$m = m_0 - 2.5 \log \int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) \cdot \underbrace{p^{M(z)}(\lambda)}_{\text{Пропускание атмосферы}} d\lambda$$

Воздушная масса $M(z) \approx \sec z$,
где z — зенитное расстояние.

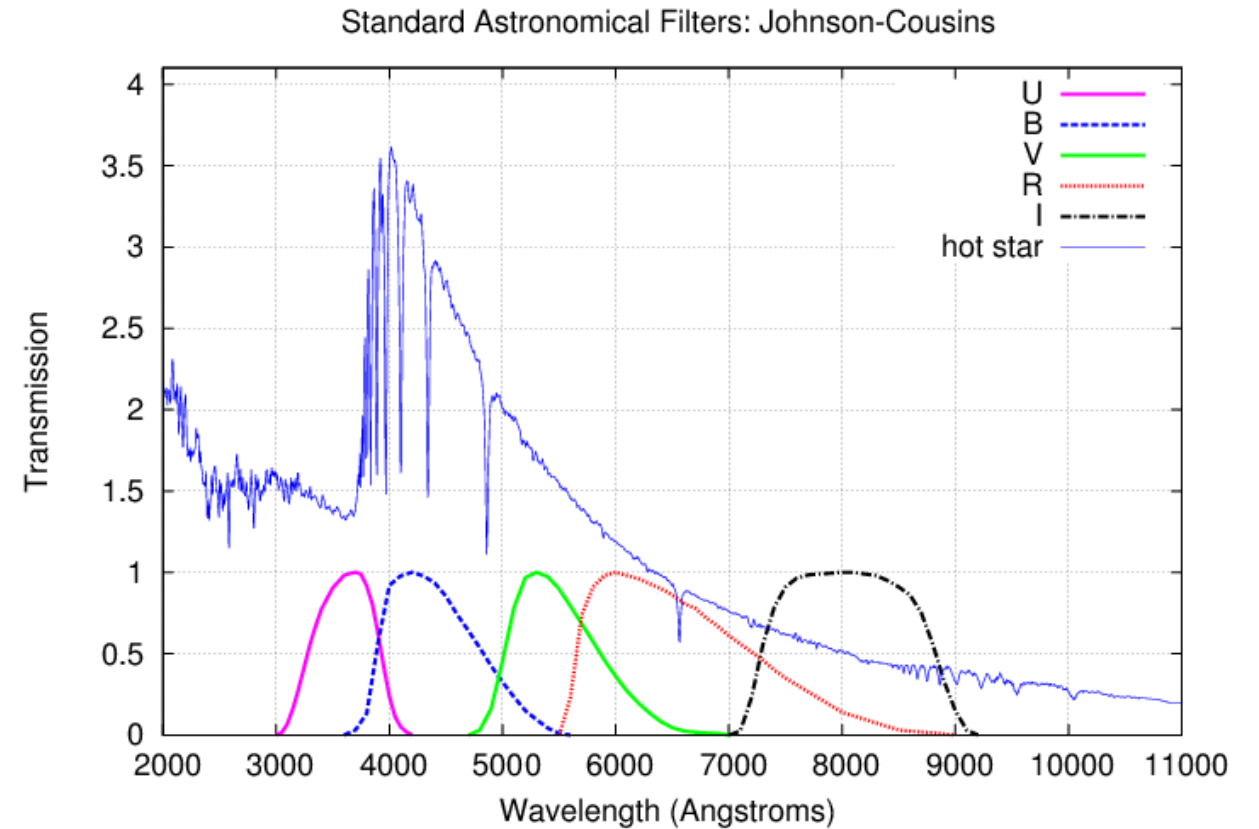
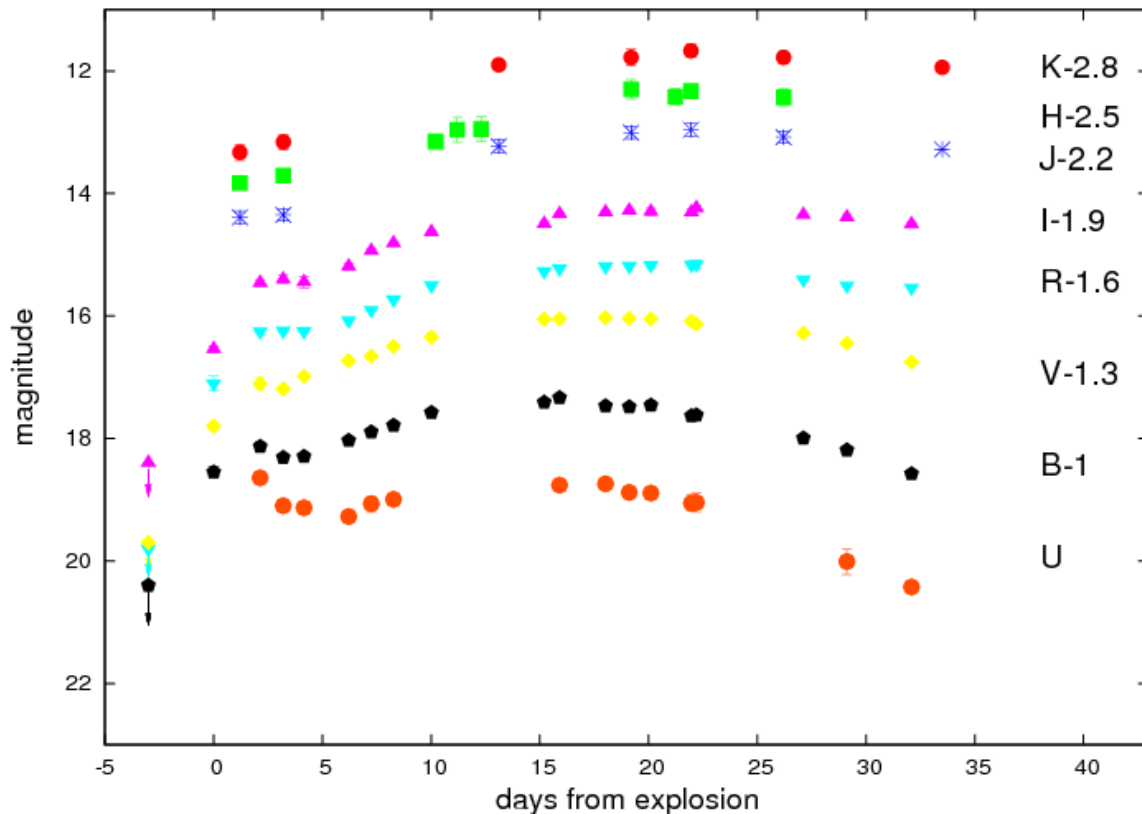


Стандартная система полос
Джонсона-Кузинса.



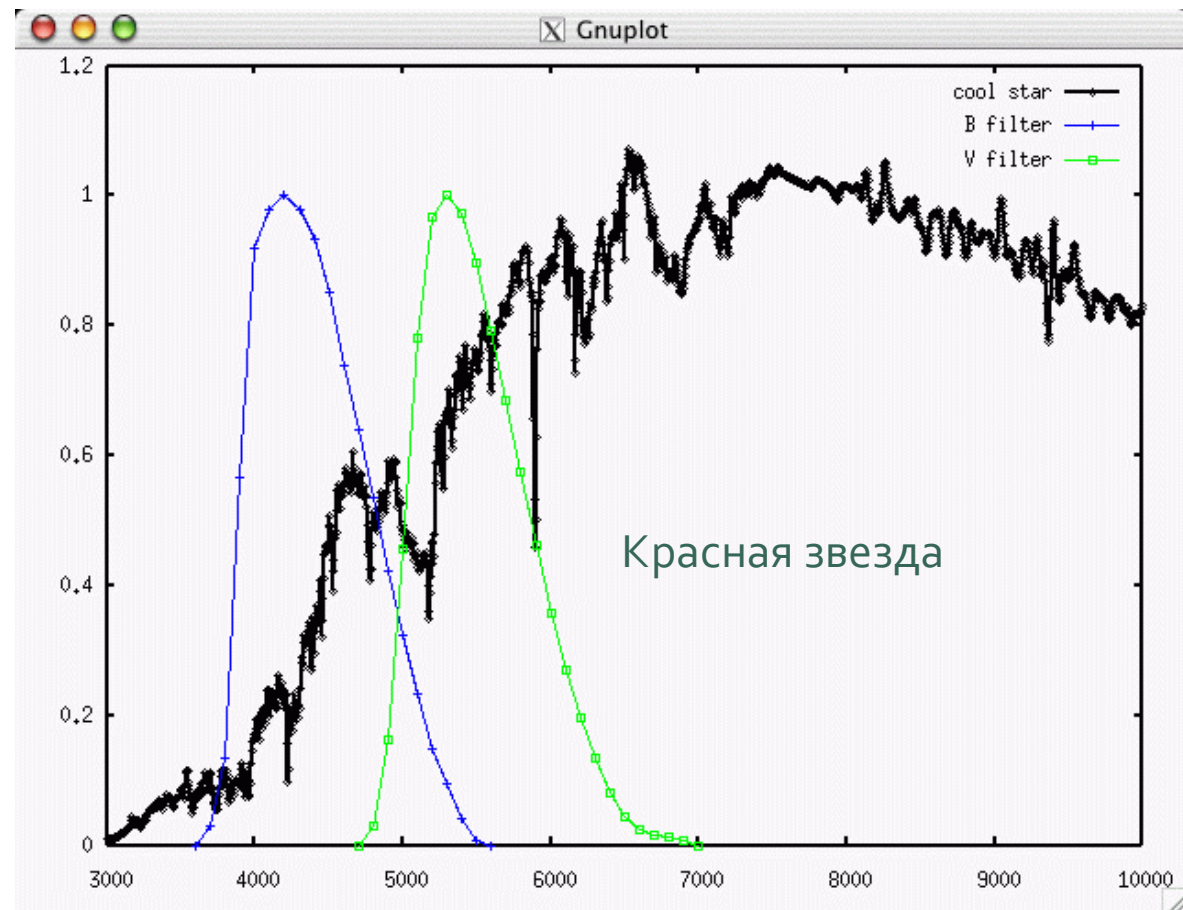
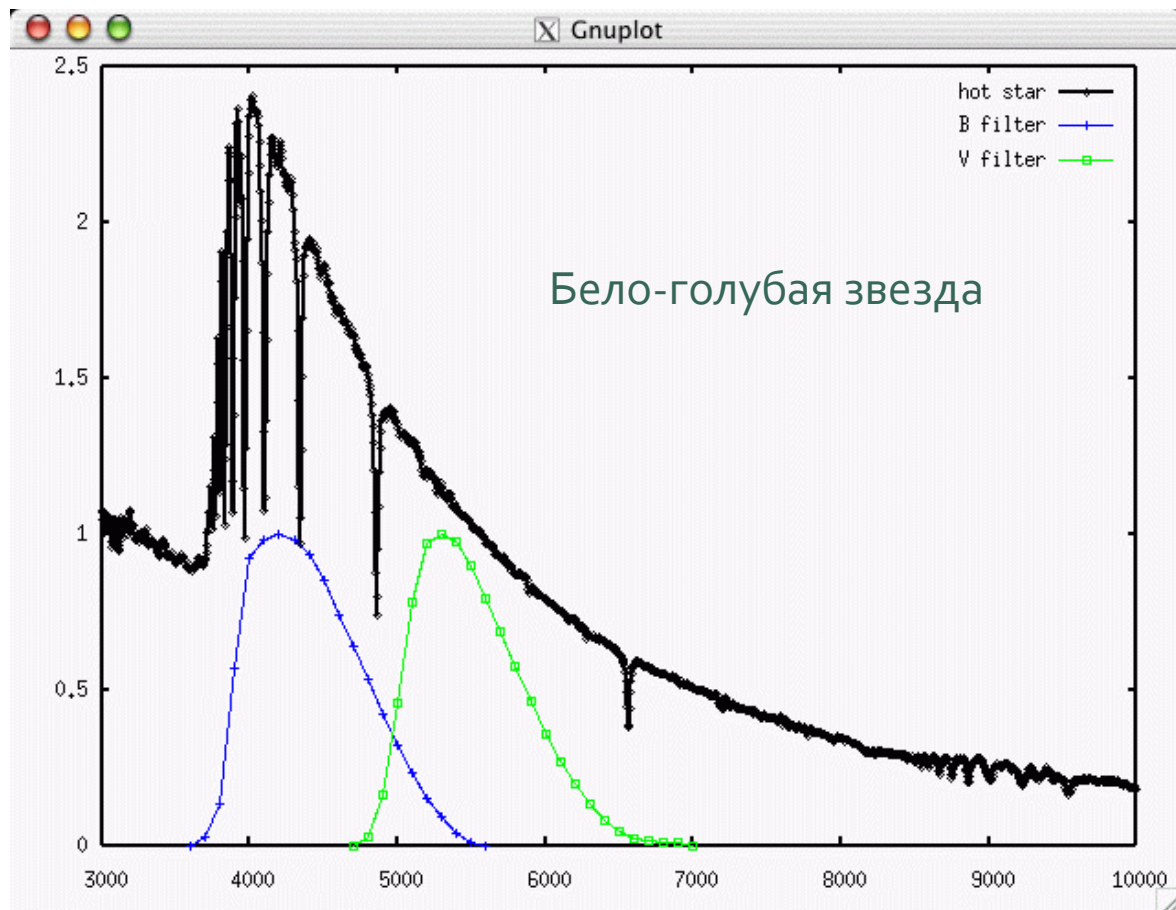
Система ugriz

ФОТОМЕТРИЯ: ЗВЁЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

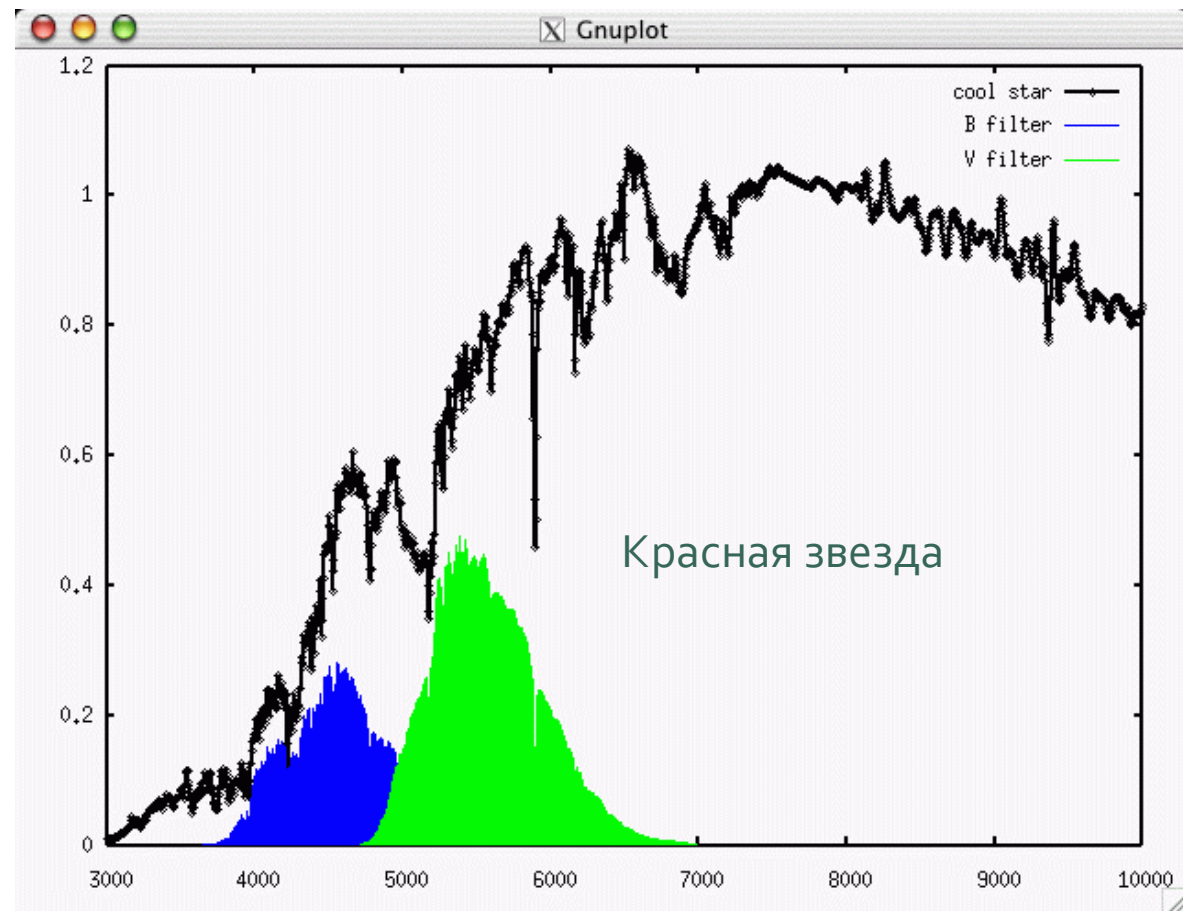
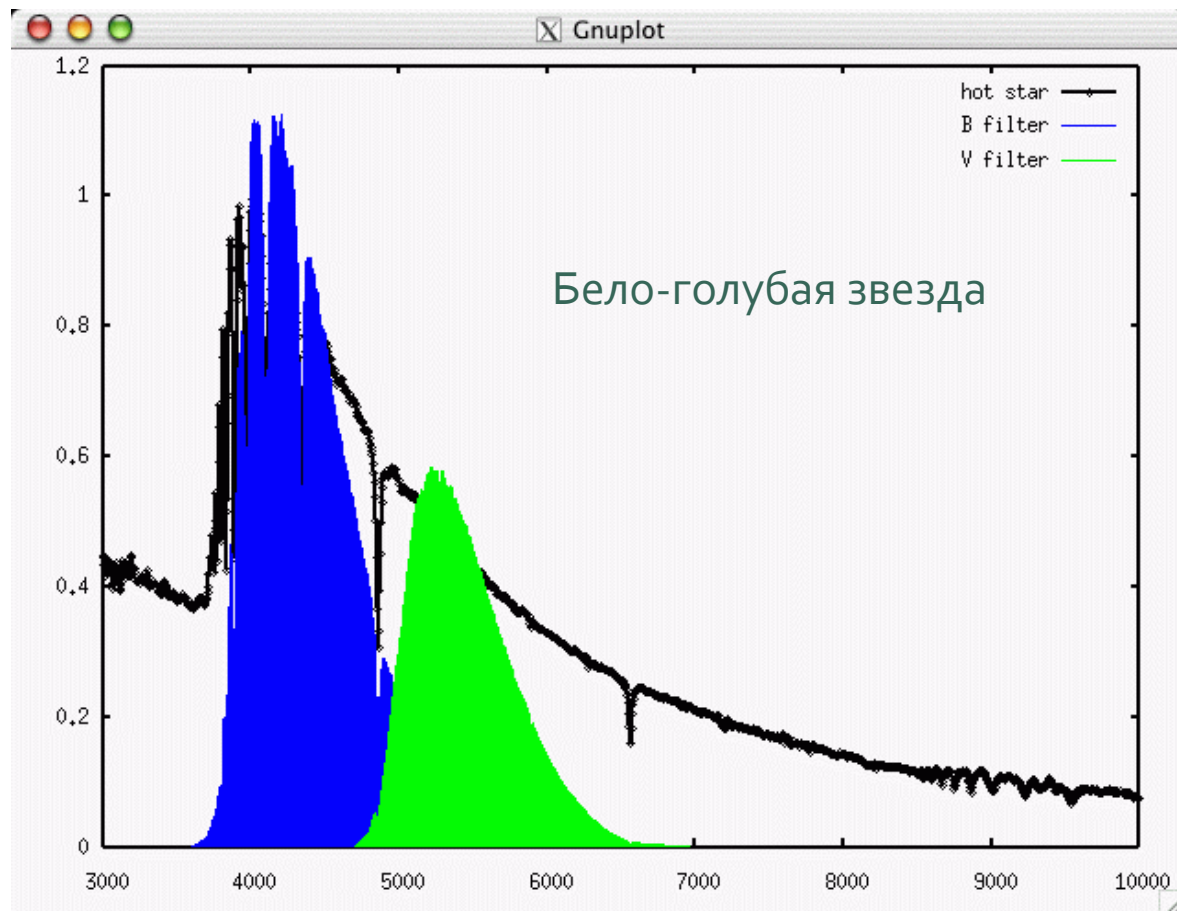


Обычно используется до десятка спектральных полос.
Поэтому фотометрия это «спектроскопия с $R \sim 5$ » ;-)

ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА



ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА



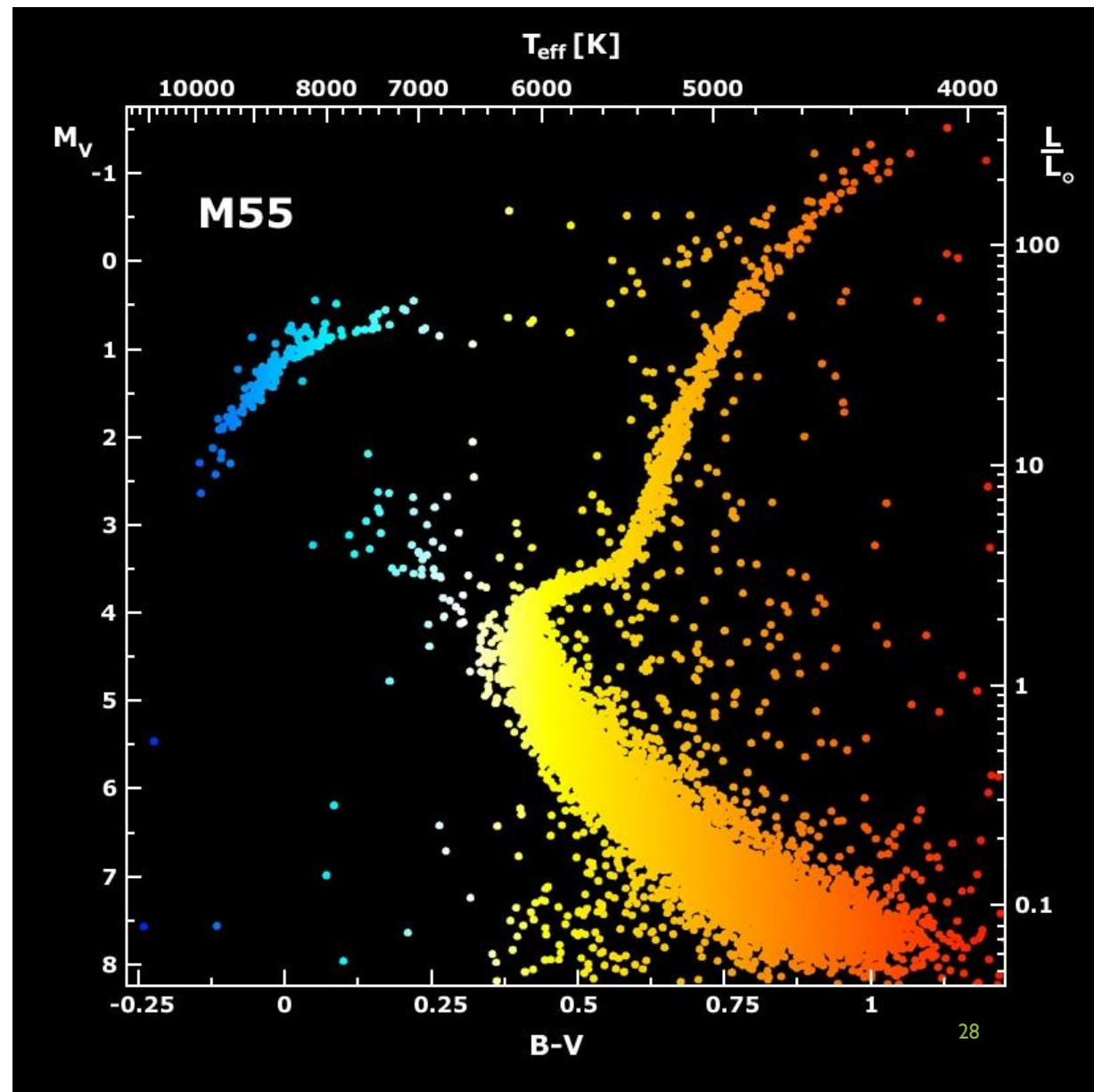
ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

$$F_B > F_V \Rightarrow$$
$$B - V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} < 0$$

$$F_B < F_V \Rightarrow$$
$$B - V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} > 0$$

ДИАГРАММА ЦВЕТ-ВЕЛИЧИНА

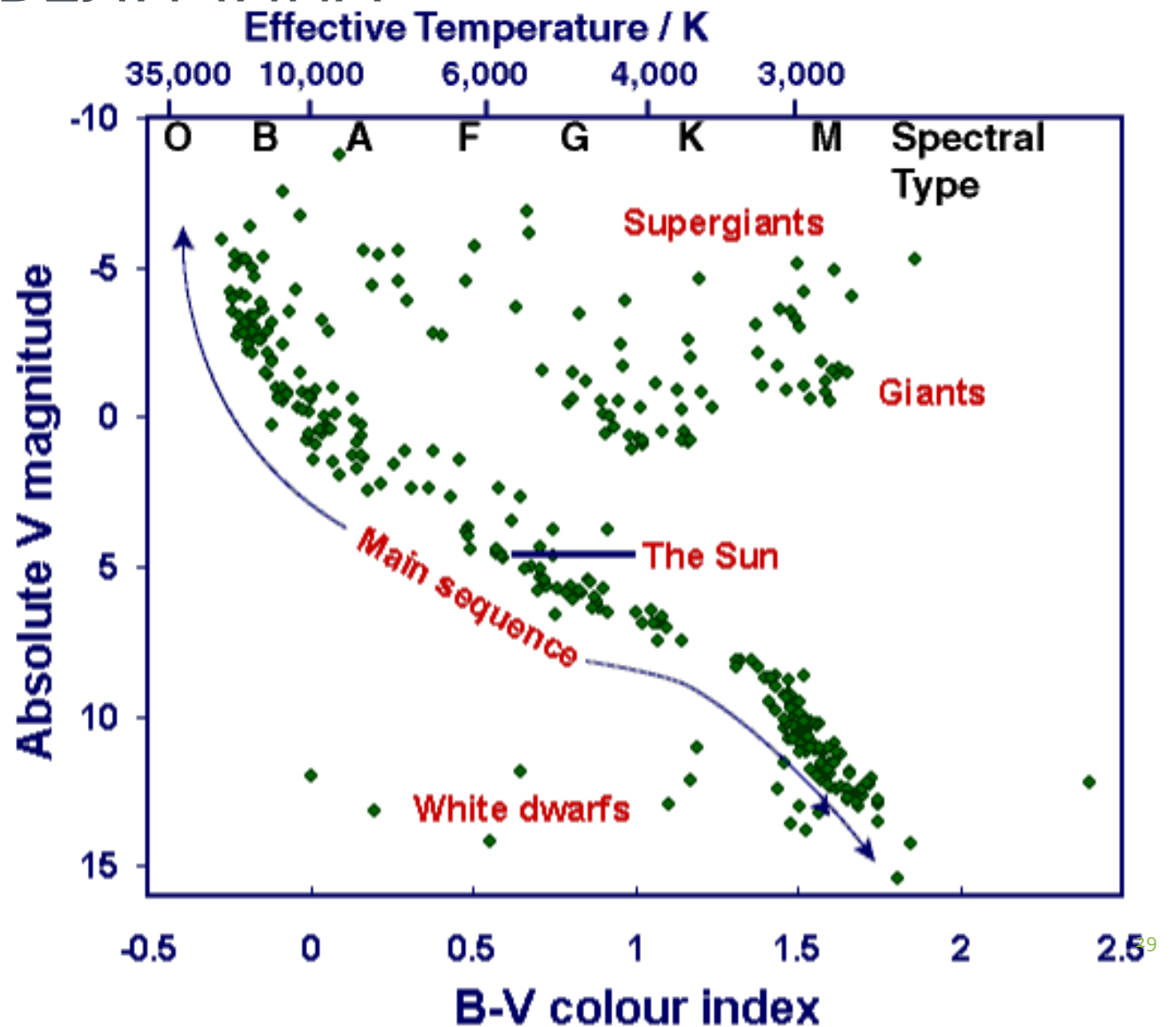
- она же **диаграмма Герцшпрунга-Рассела**
- она же **диаграмма спектр-светимость**



АБСОЛЮТНАЯ ЗВЁЗДНАЯ ВЕЛИЧИНА

- Разница двух звёздных величин, первая из которых относится к коротковолновому диапазону, а вторая к длинноволновому называется показателем цвета: ($B - V$, $V - R$ и т.д.) называется **показателем цвета**.
- **Абсолютная звёздная величина** – такая звездная величина, которую имела бы звезда, если бы располагалась на расстоянии ровно в 10 пк от наблюдателя.

$$M = m - 5 \log d_{\text{пк}} + 5$$



НУЛЬ-ПУНКТ ШКАЛЫ ЗВЁЗДНЫХ ВЕЛИЧИН



$$m - m_{\text{Веге}} = -2.5 \log \int_0^\infty F_\lambda \cdot \varphi(\lambda) d\lambda - \underbrace{2.5 \log \int_0^\infty F_{\lambda, \text{Веге}} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda}_{m_0}$$

Vega Flux Zeropoints

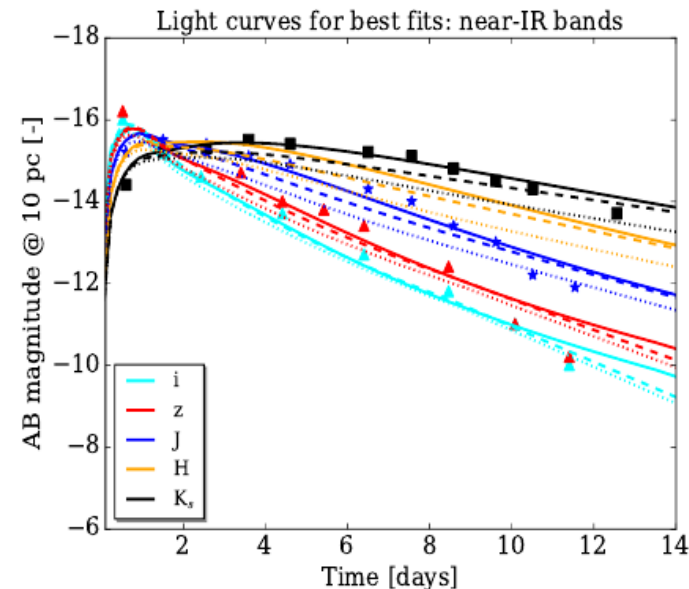
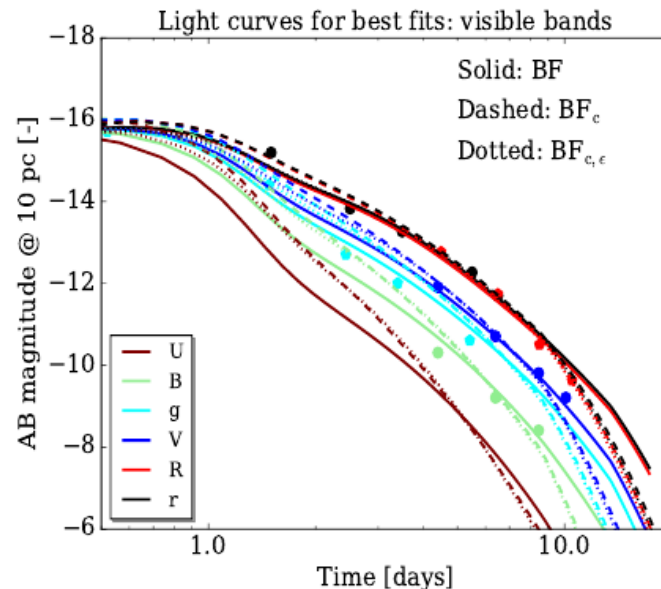
| Quantity | U | B | V | R | I | J | H | K | Notes and units |
|------------------------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| λ_{eff} | 0.36 | 0.438 | 0.545 | 0.641 | 0.798 | 1.22 | 1.63 | 2.19 | microns |
| $\Delta\lambda$ | 0.06 | 0.09 | 0.085 | 0.15 | 0.15 | 0.26 | 0.29 | 0.41 | microns, UBVRI from Bessell (1990), JHK from AQ |
| f_v | 1.79 | 4.063 | 3.636 | 3.064 | 2.416 | 1.589 | 1.021 | 0.64 | $\times 10^{-20} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$, from Bessell et al. (1998) |
| f_λ | 417.5 | 632 | 363.1 | 217.7 | 112.6 | 31.47 | 11.38 | 3.961 | $\times 10^{-11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, from Bessell et al. (1998) |
| Φ_λ | 756.1 | 1392.6 | 995.5 | 702.0 | 452.0 | 193.1 | 93.3 | 43.6 | photons $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, calculated from above quantities |

<https://www.astronomy.ohio-state.edu/martini.10/usefuldata.html>

Поток от звезды нулевой величины в фильтре V примерно
1000 квантов · см⁻² · сек⁻¹ · Å⁻¹

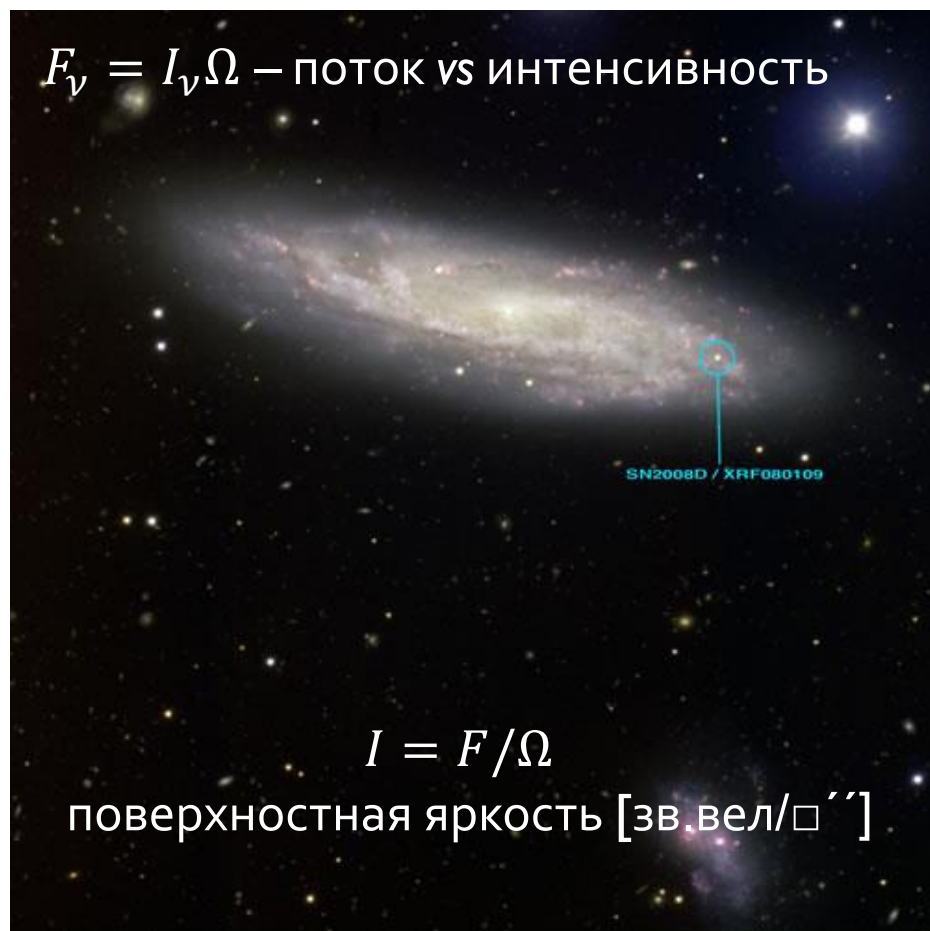
ЗВЁЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, НЕ ПРИВЯЗАННЫЕ К СТАНДАРТАМ

- $m_{AB} \equiv -2.5 \log F_\nu - 48.6$, если плотность потока имеет размерность $F_\nu [\text{эрг} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-1}] = [\text{Ян}] = [\text{Jy}]$
- $1 \text{ Янский} \equiv 10^{-23} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{Гц}} \rightarrow$ Если $m_{AB} = 0$, то $F_{\nu,0} \approx 3631 \text{ Ян}$
- В случае фильтра конечной ширины $m_{AB} \approx -2.5 \log \left(\frac{\int F_\nu \phi(\nu) d\nu}{3631 \text{ Jy} \int \phi(\nu) d\nu} \right)$

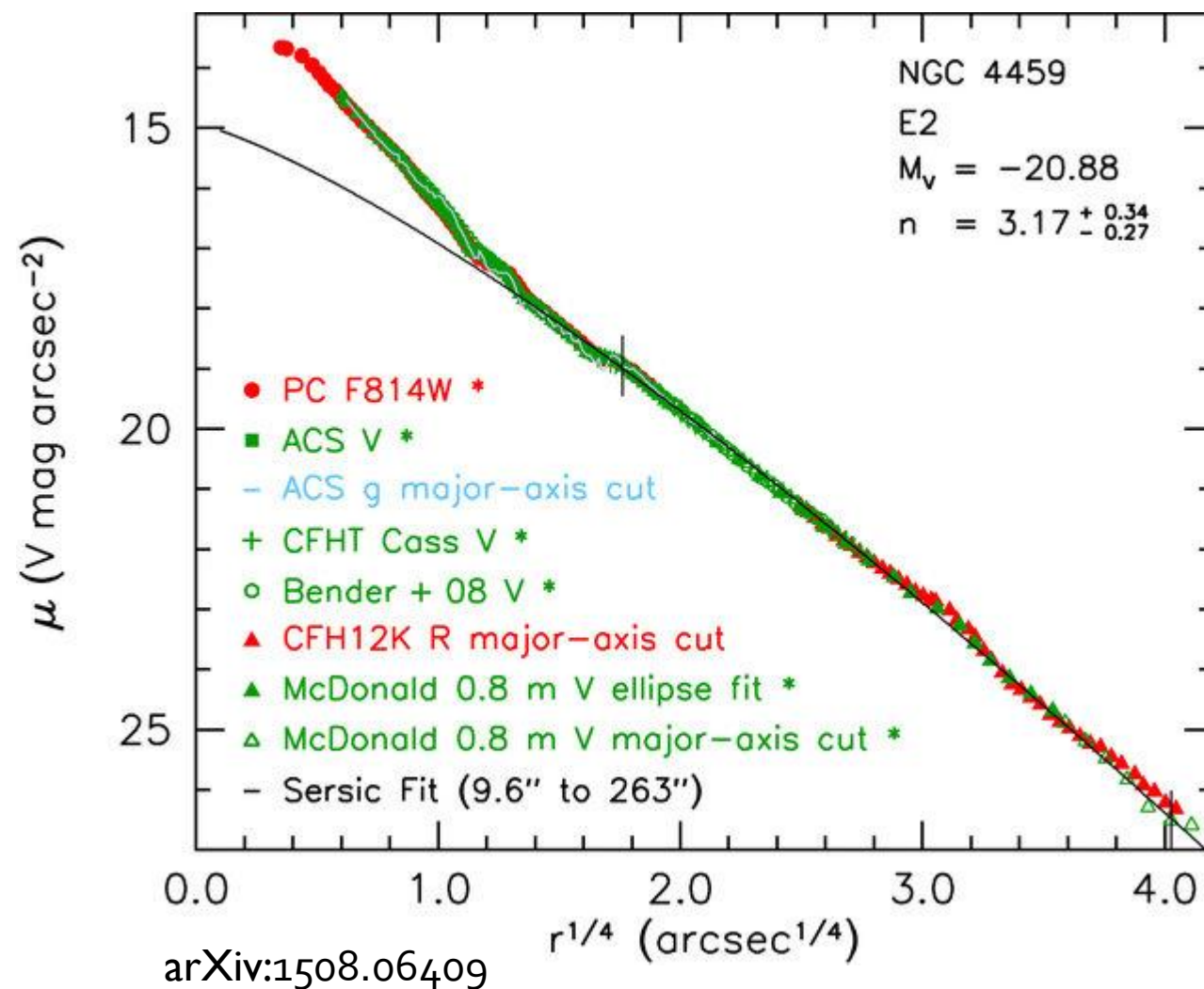


1711.03982

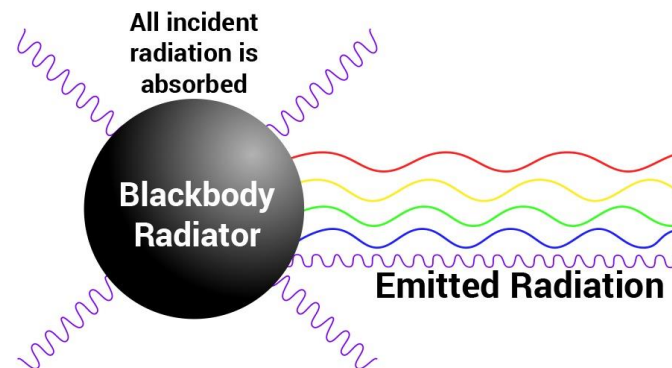
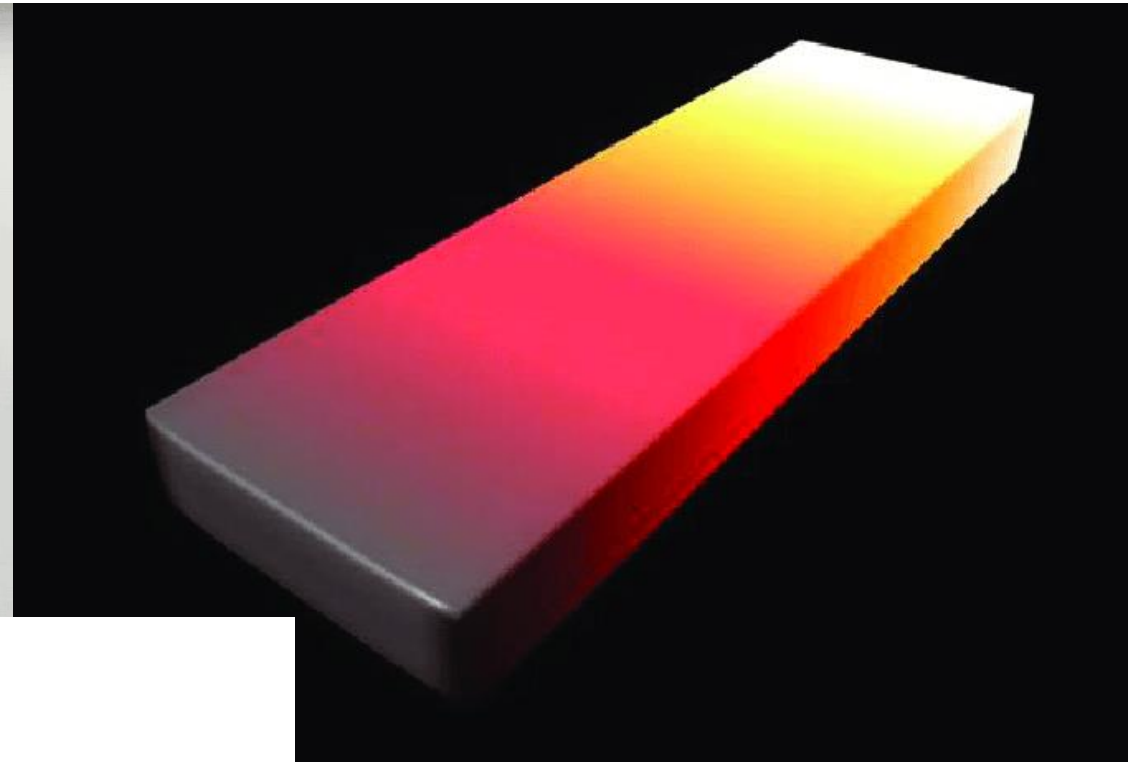
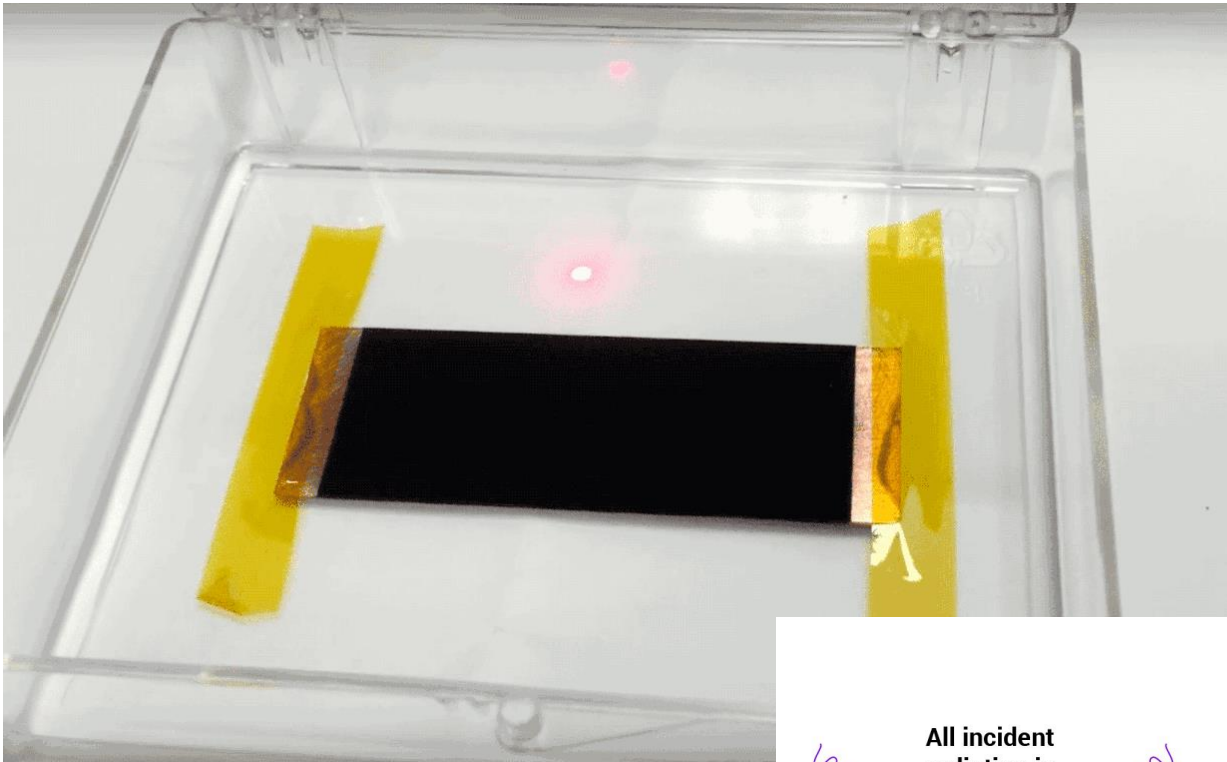
ПОВЕРХНОСТНАЯ ЯРКОСТЬ



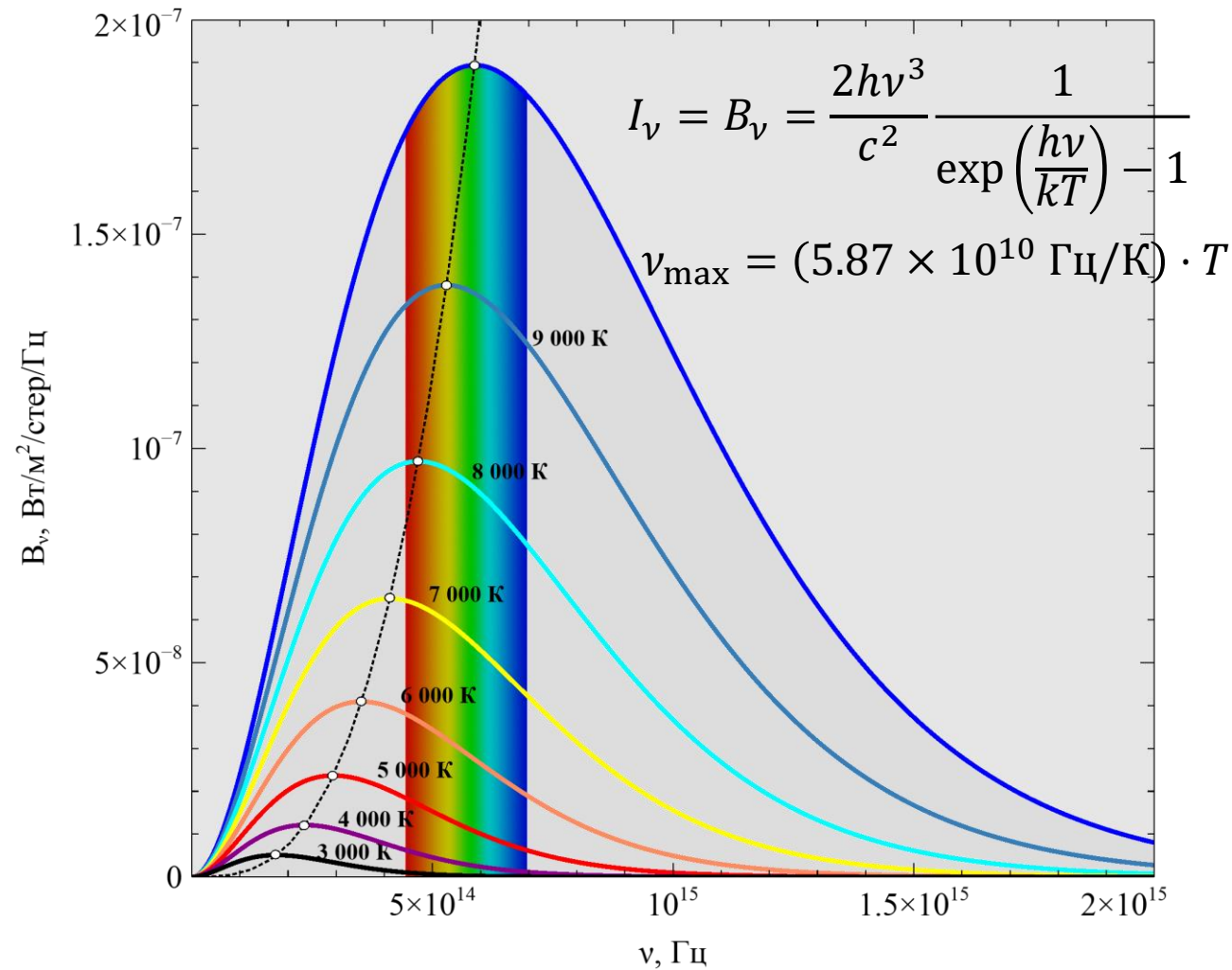
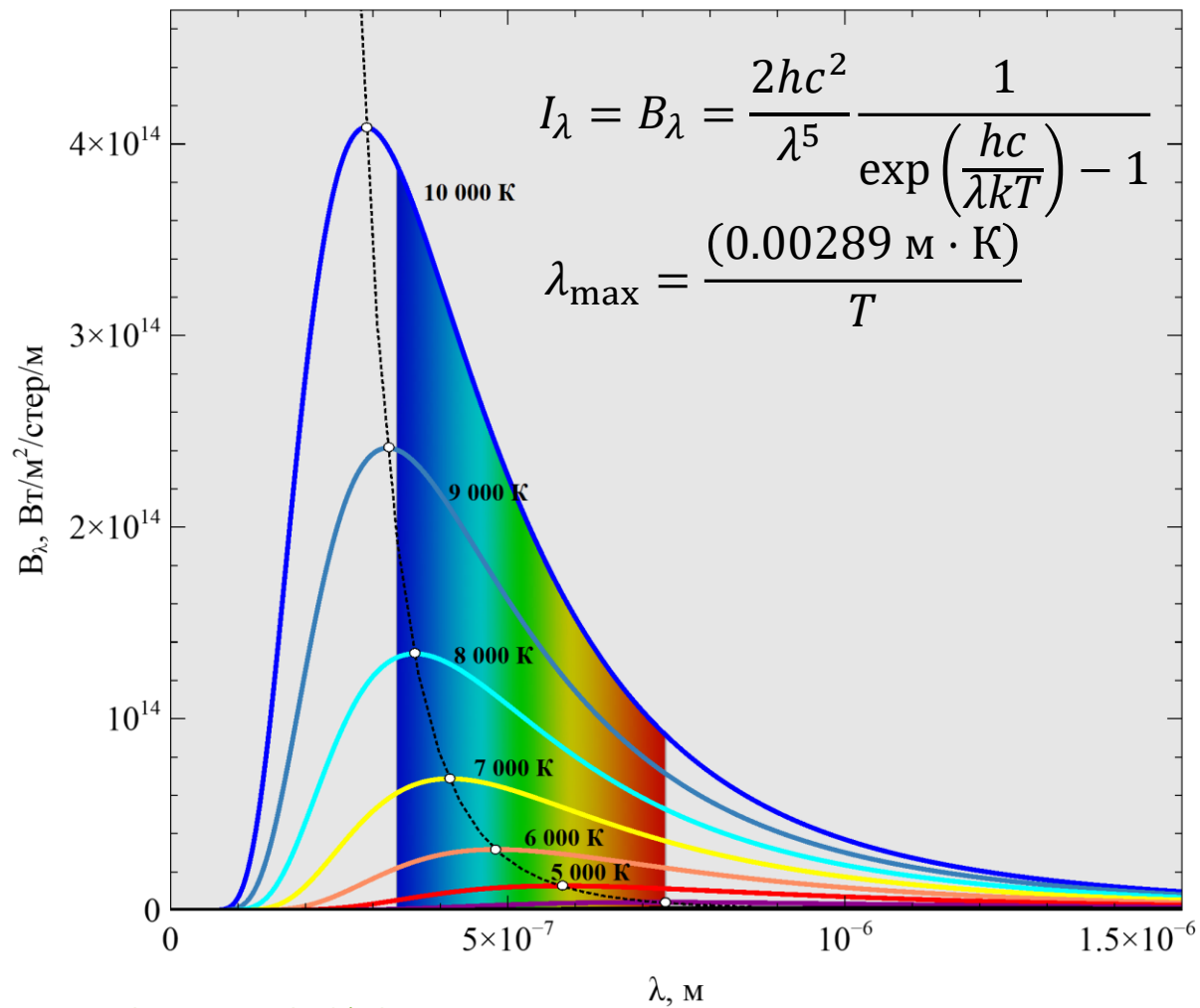
ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ



АБСОЛЮТНО ЧЁРНОЕ ТЕЛО



ПЛАНКОВСКИЙ СПЕКТР



ЭФФЕКТИВНАЯ ТЕМПЕРАТУРА

- Полная мощность (светимость) площадки АЧТ в 1 см^2 (при излучении в 2π стер) равна:

$$L = \int_0^\infty \int_{2\pi} B_\nu \cos \theta d\Omega d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma_B T^4$$

-- закон Стефана-Больцмана. А константа $\sigma_B = 5.67 \times 10^{-5} \text{ эрг с}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ К}^{-4}$ -- *постоянная Стефана-Больцмана*

- Полная светимость сферического АЧТ радиуса R , таким образом равна:

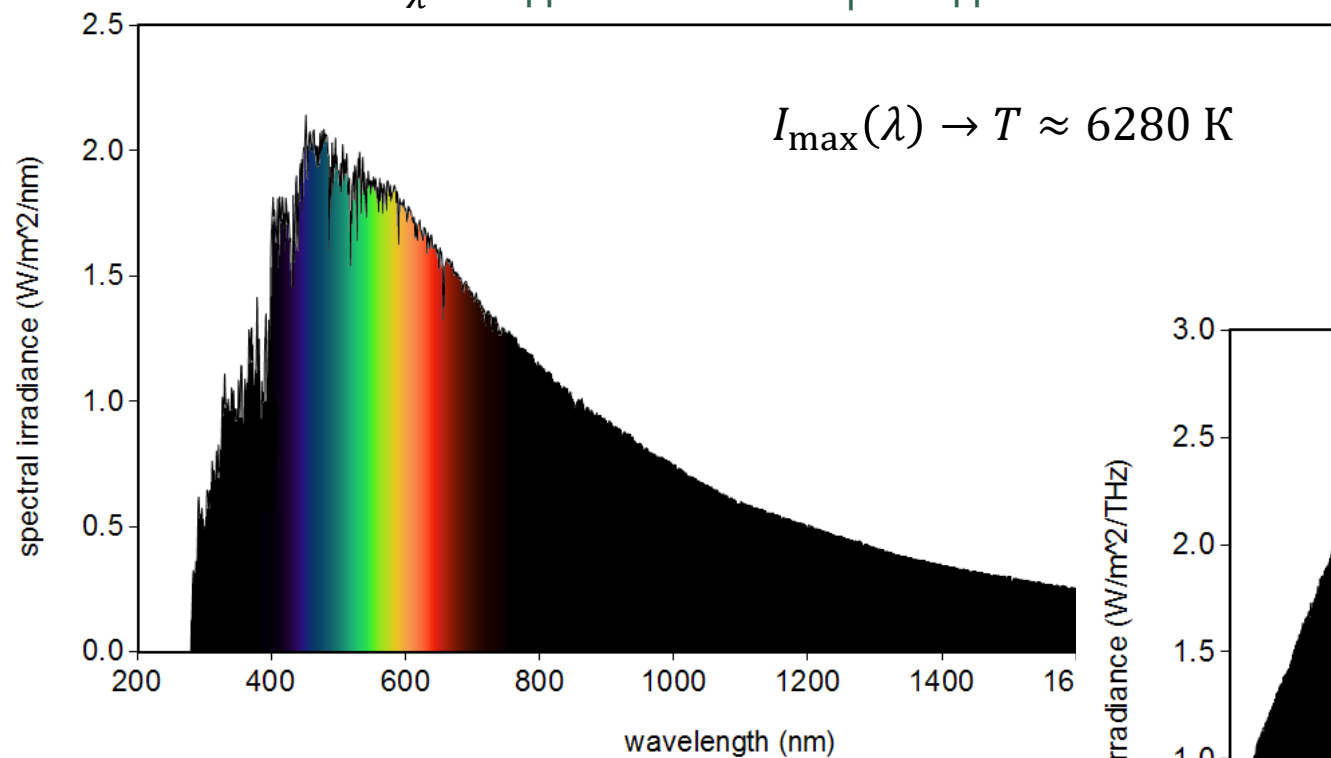
$$L = 4\pi R^2 \sigma_B T^4$$

- Формально, для любого сферического тела со светимостью L и радиусом R можно определить *эффективную температуру*:

$$T_{\text{eff}} = \left(\frac{L}{4\pi R^2 \sigma_B} \right)^{1/4}$$

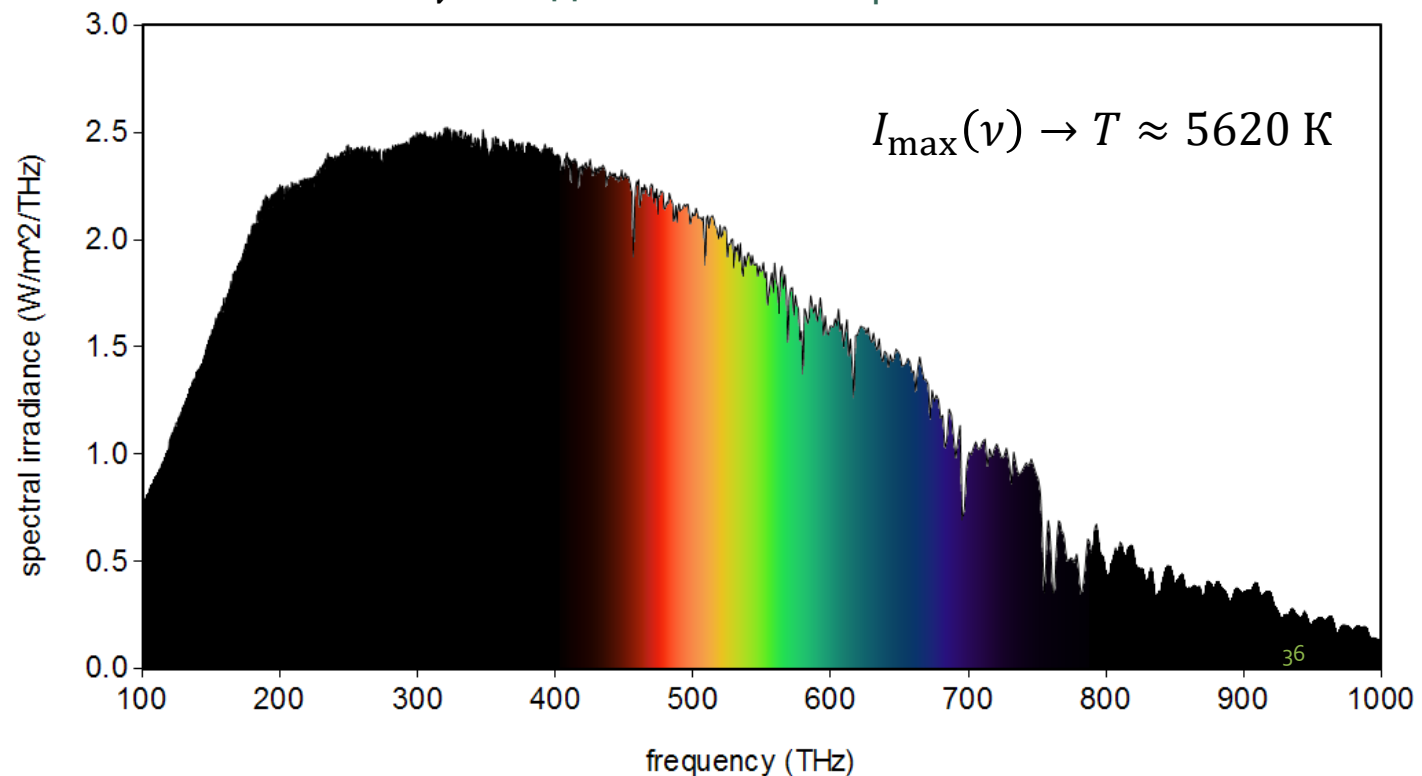
ТЕМПЕРАТУРЫ СОЛНЦА

Поток F_λ на единичный интервал длин волн.



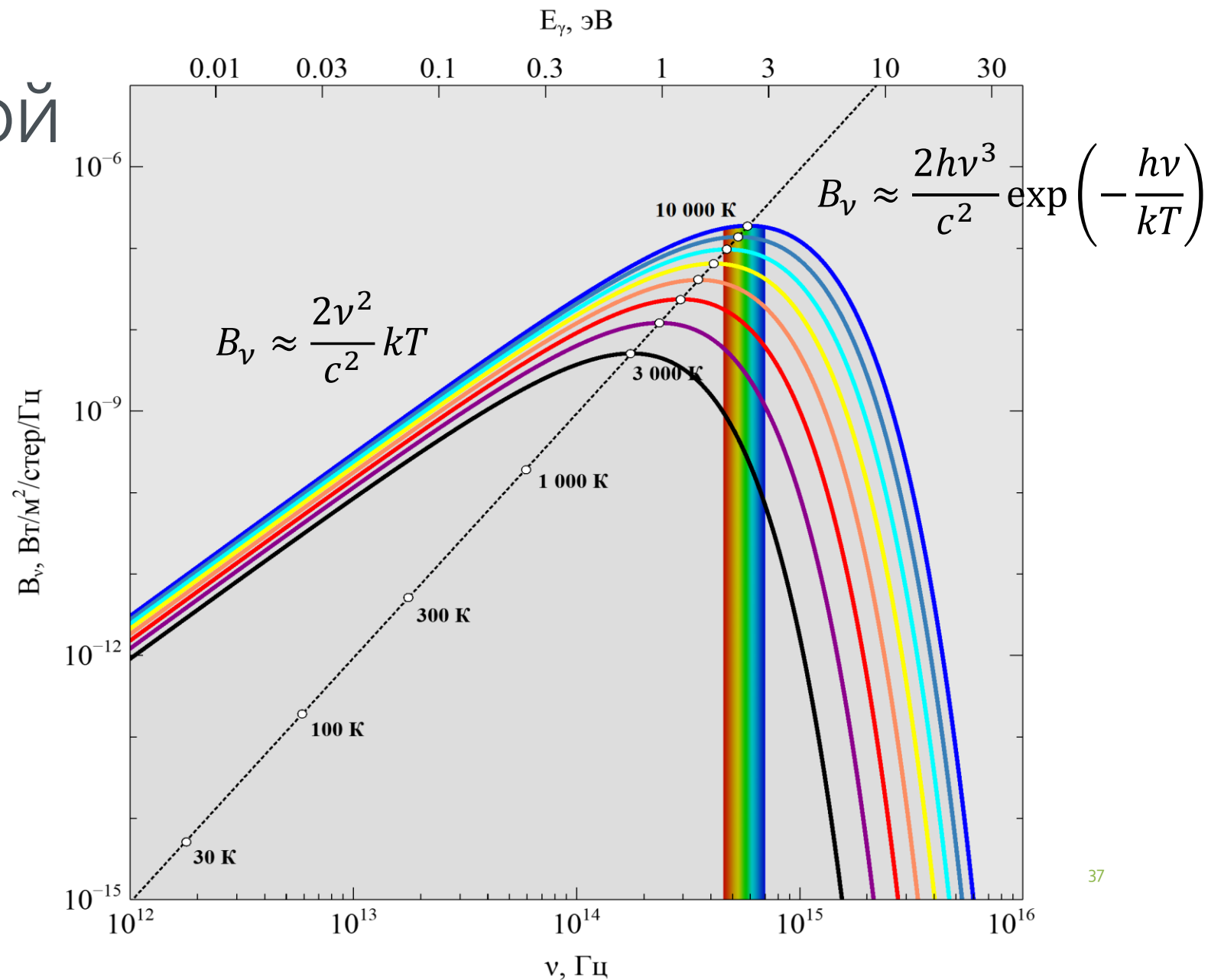
$$T_{\text{eff}, \odot} \approx 5772 \text{ K}$$

Поток F_ν на единичный интервал частот.

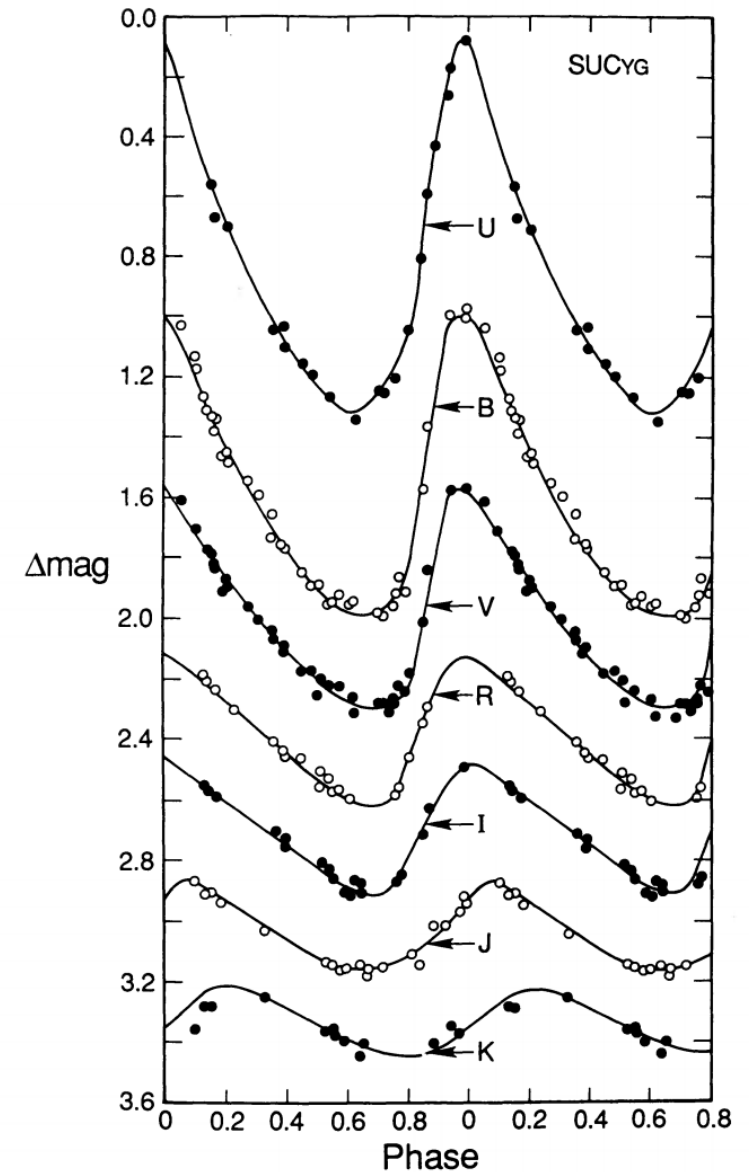
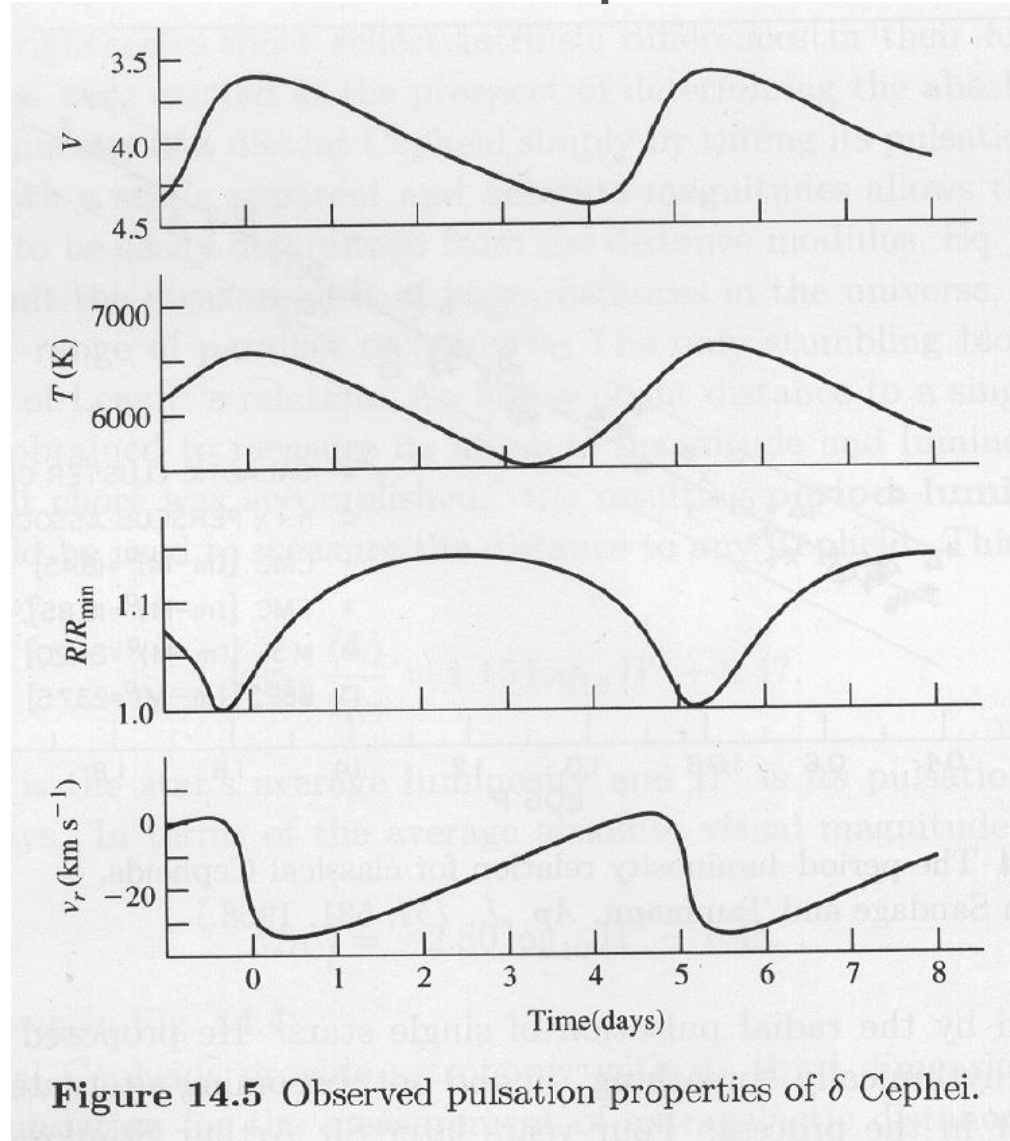
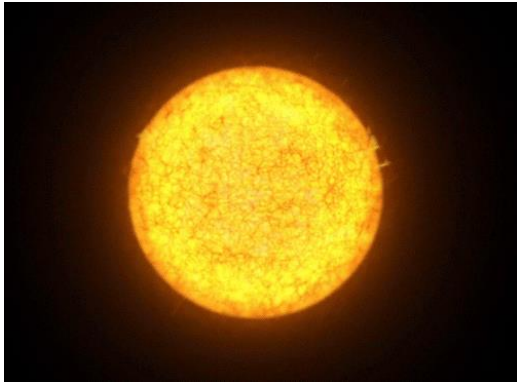


ПРИБЛИЖЕНИЯ ПЛАНКОВСКОЙ КРИВОЙ

- $h\nu \ll kT \rightarrow$ Область Рэля-Джинса, степенной спектр:
 $B_\nu \propto \nu^2$
- $h\nu \gg kT \rightarrow$ Область Вина, экспоненциальный спектр:
 $B_\nu \propto \nu^3 e^{-\nu/\nu_0}$



ЦЕФЕИДЫ – ПУЛЬСИРУЮЩИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ



ФОН ИЗЛУЧЕНИЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ

- Плотность энергии чернотельного излучения:

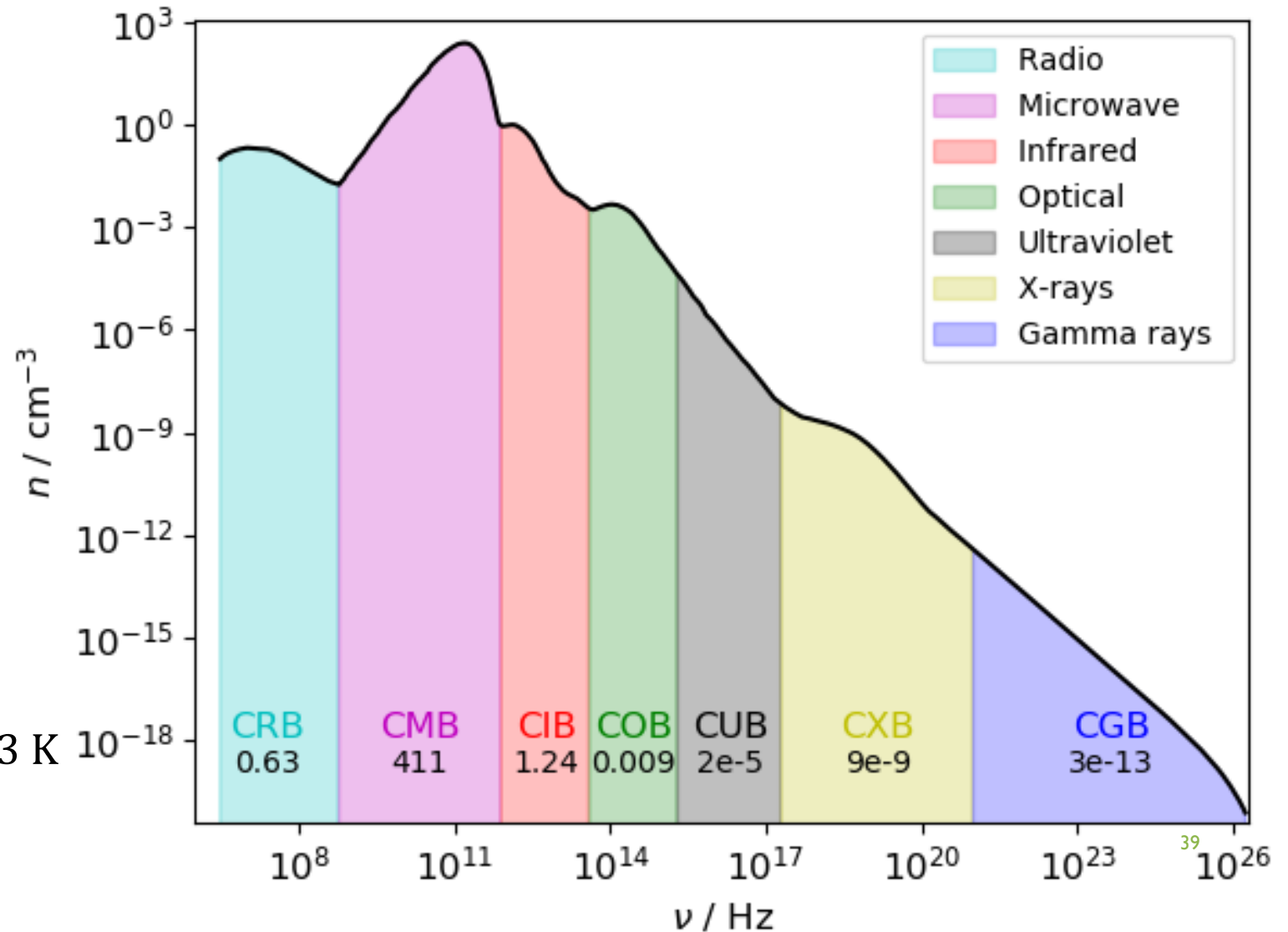
$$u = \frac{4\sigma_B}{c} T^4 = a_r T^4$$

- Давление изотропного излучения:

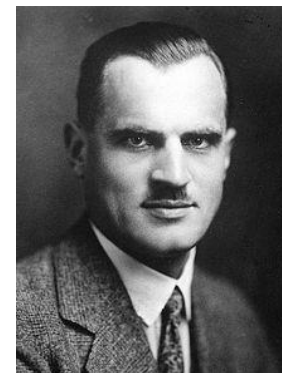
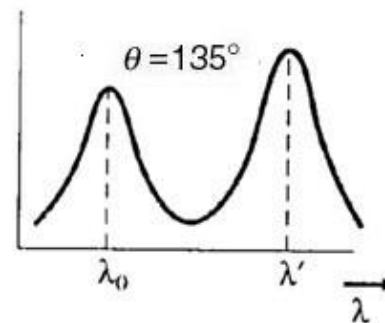
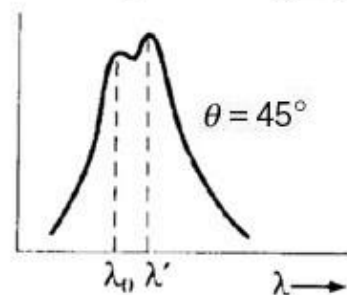
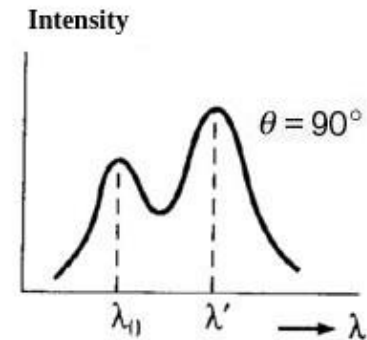
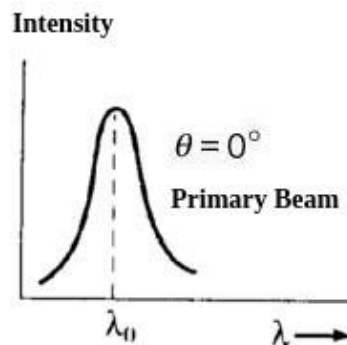
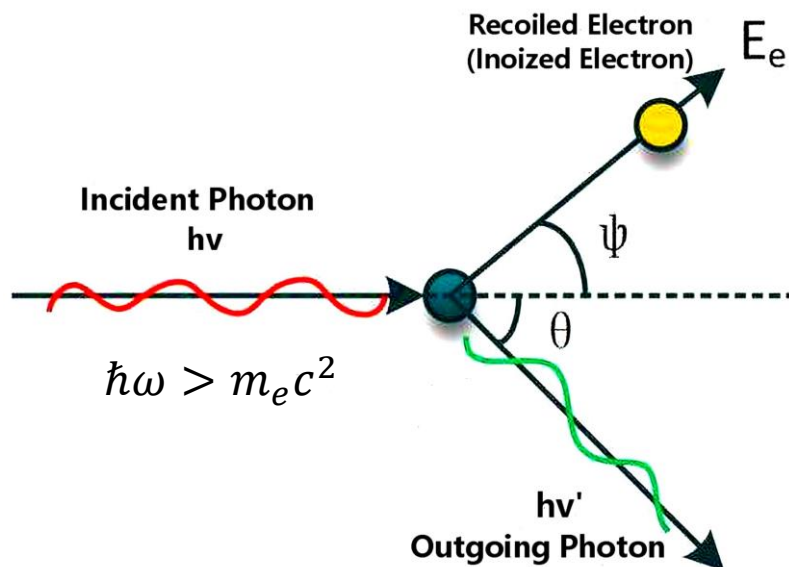
$$p = \frac{1}{3} u = \frac{4\sigma_B}{3c} T^4$$

- Концентрация чернотельных фотонов:

$$n_\gamma \approx 20 \left(\frac{T}{1 \text{ K}} \right)^3 \approx 400 \text{ см}^{-1} \text{ для } T = 2.73 \text{ K}$$



КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ



Артур Комптон
(1892 – 1962)

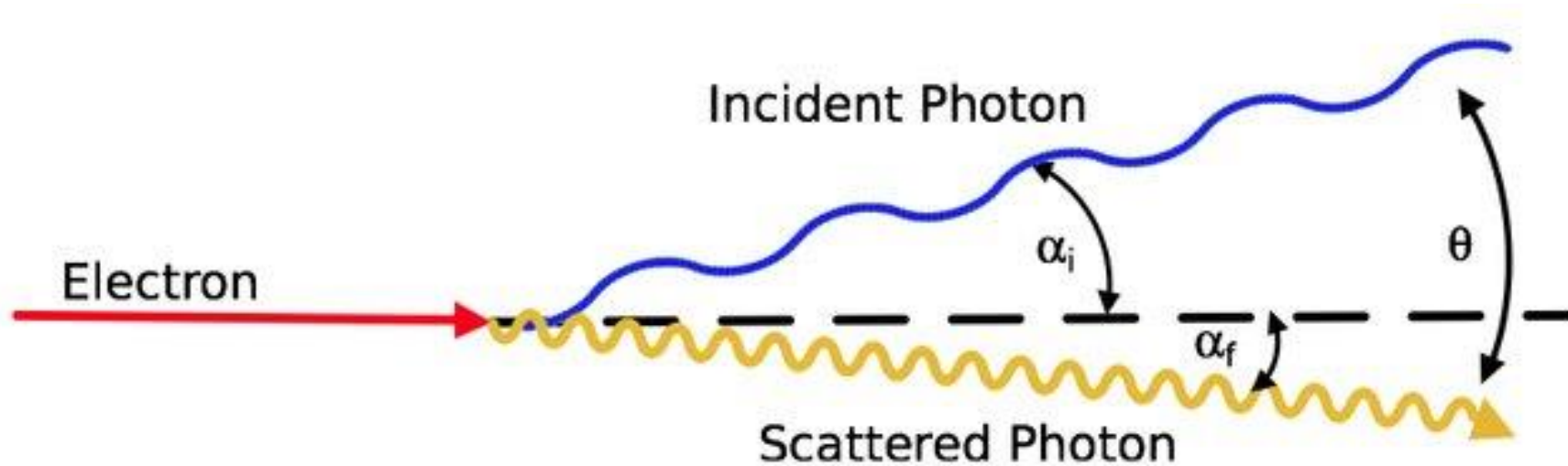
$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \approx 2.4 \times 10^{-10} \text{ см}$$

(Комптовская длина волны)

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

(В предположении, что в начале электрон покоился)

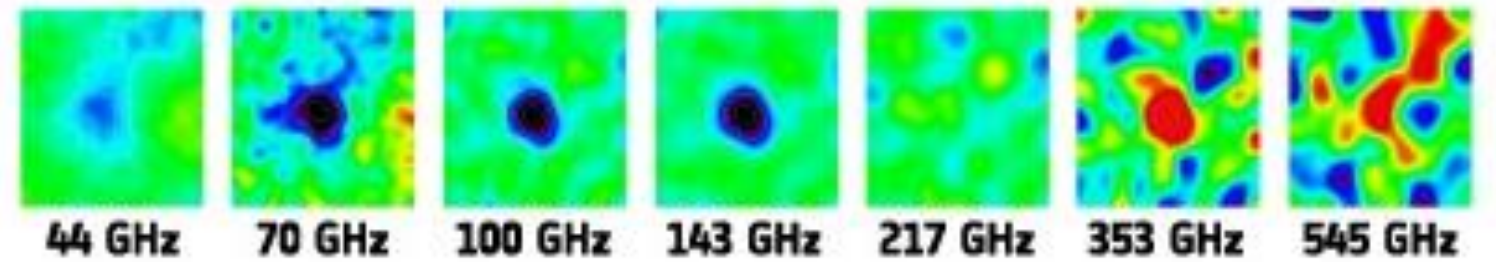
ОБРАТНЫЙ КОМПТОН-ЭФФЕКТ



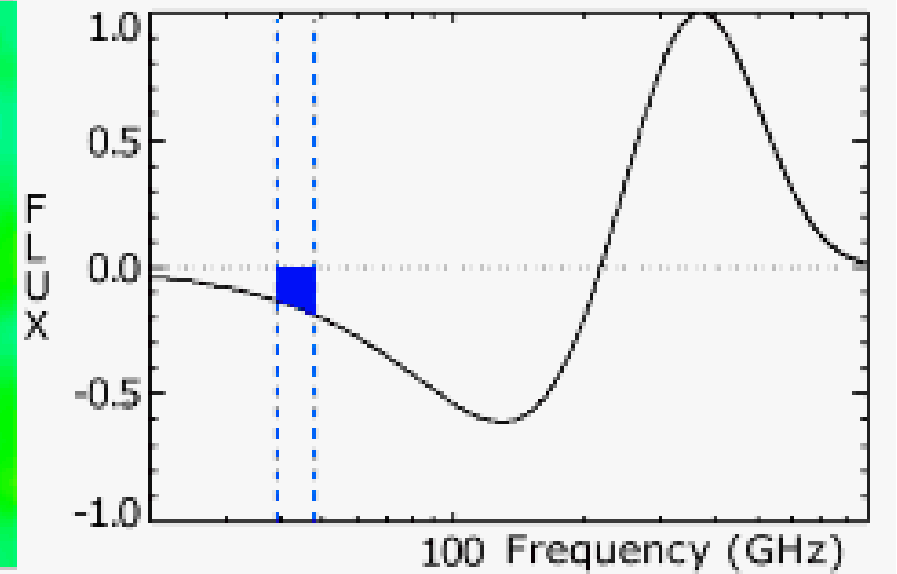
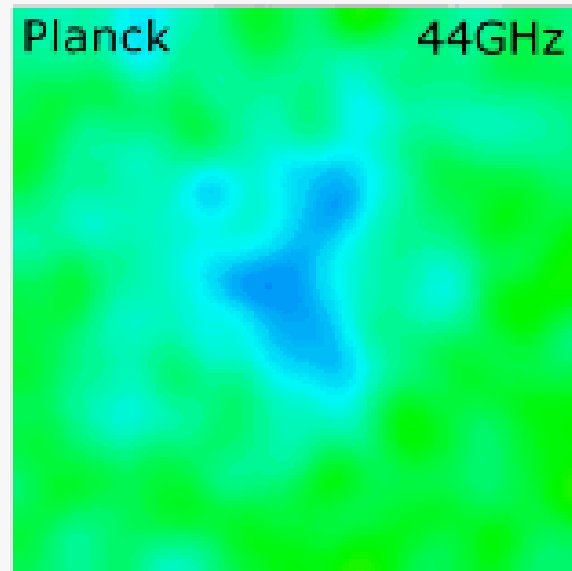
Энергия электрона очень велика: $\gamma \gg 1$. И она передаётся фотону так, что его энергия увеличивается: $\mathcal{E}'_\gamma \sim \gamma^2 \mathcal{E}_\gamma$

$$\dot{E}_{IC} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_{ph}$$

ЭФФЕКТ СЮНЯЕВА-ЗЕЛЬДОВИЧА



$$\frac{\Delta T}{T_{CMB}} \propto \sigma_T \int n_e(l) \frac{kT_e(l)}{m_e c^2} dl$$



АБЕРРАЦИЯ СВЕТА



Ground Reference Frame



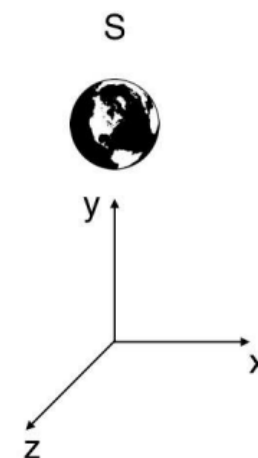
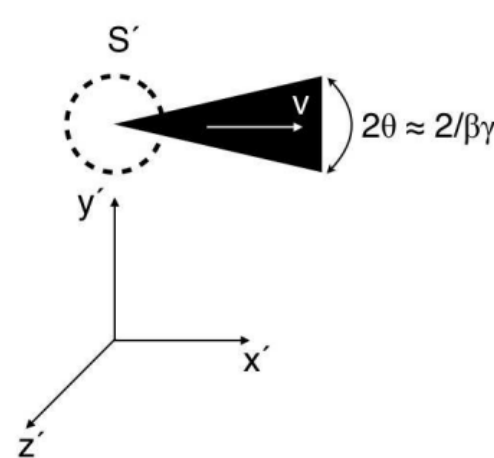
Ground Reference Frame



Runner's Reference Frame

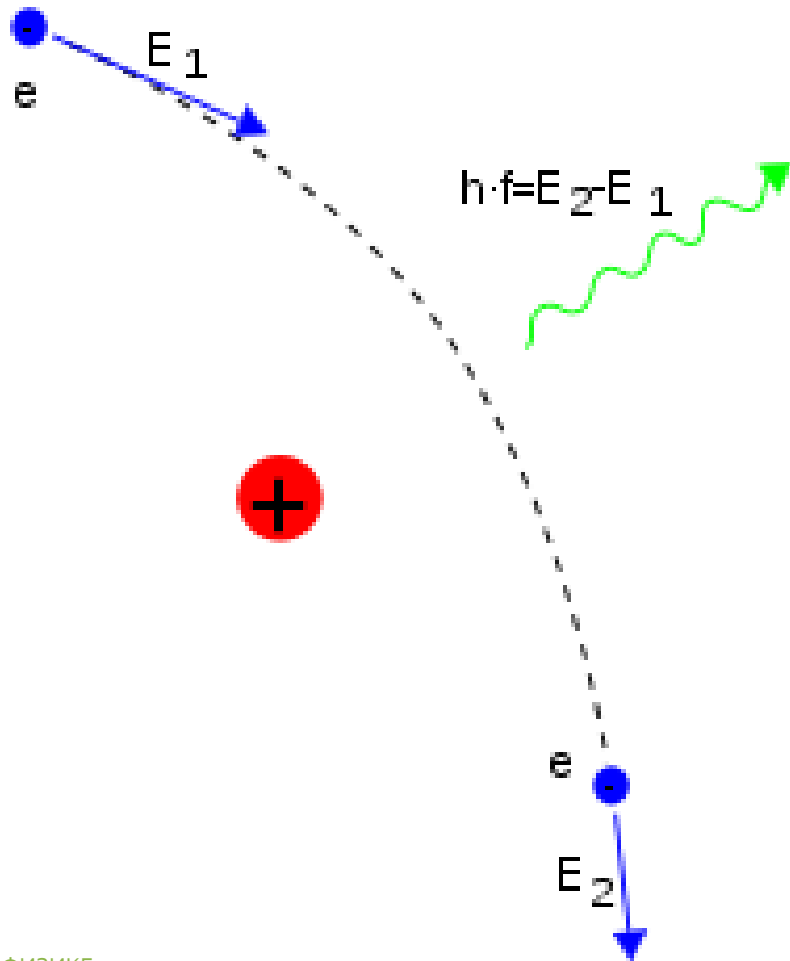
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + V \cdot dt'}{dt' + \frac{V}{c^2} \cdot dx'} \Rightarrow v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{V \cdot v'_x}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{\Gamma \cdot \left(dt' + \frac{V}{c^2} \cdot dx' \right)} \Rightarrow v_y = \frac{v'_y}{\Gamma \cdot \left(1 + \frac{V \cdot v'_x}{c^2} \right)}$$



$$v = (v'_x, v'_y) = (0, c) \Rightarrow \frac{v_x}{v_y} = \tan \theta = \frac{1}{\Gamma \beta} \text{ или } \theta \approx \frac{1}{\Gamma} \text{ при } V \sim c$$

ИЗЛУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ ЧАСТИЦ



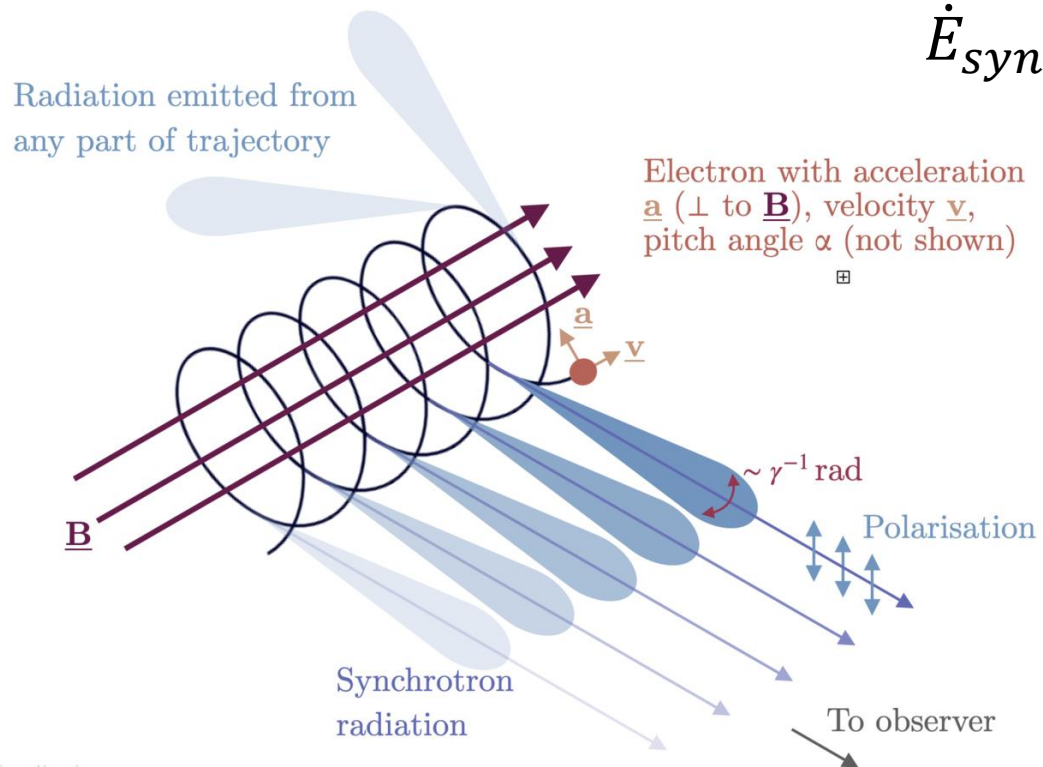
– свободно-свободные переходы, нем. Bremsstrahlung – «излучение торможения» или «тормозное излучение»

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2q^2}{3c^3} a^2$$

– темп потерь энергии на излучение зарядом q , движущимся с ускорением a . Здесь c – скорость света)

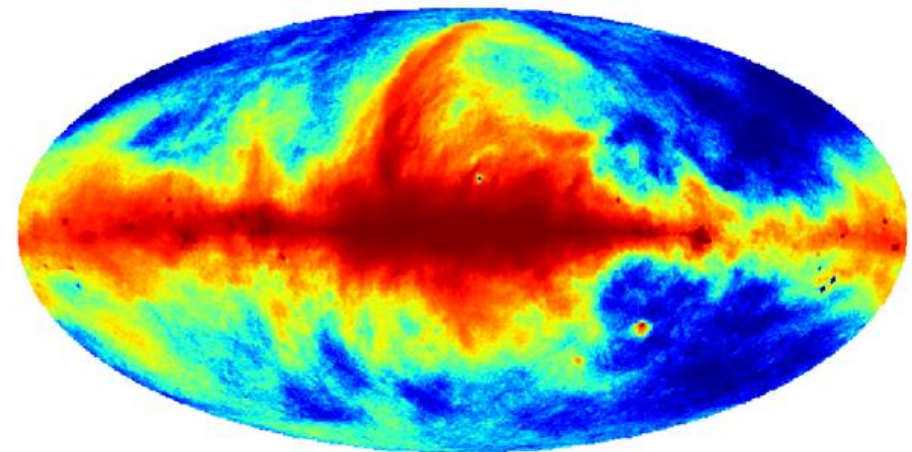
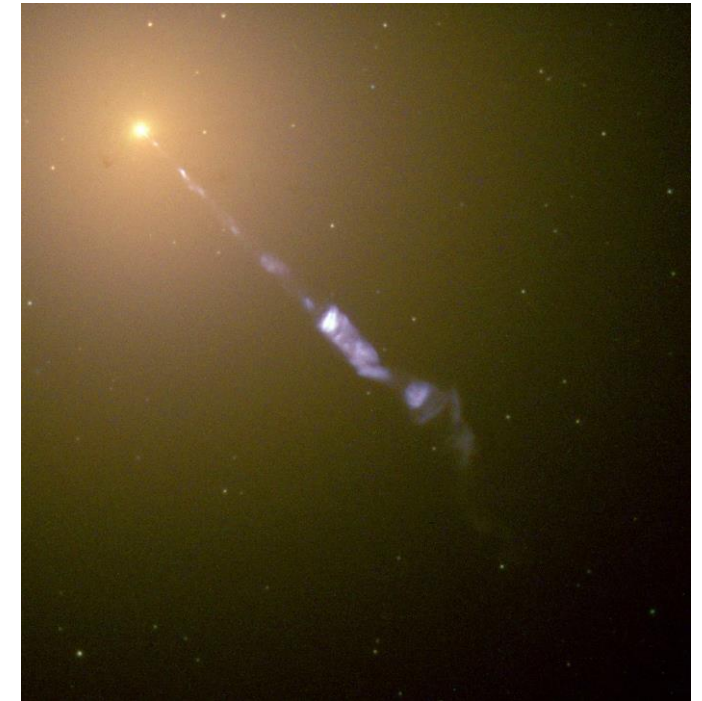
СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

$$\dot{E}_{sync} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_B$$

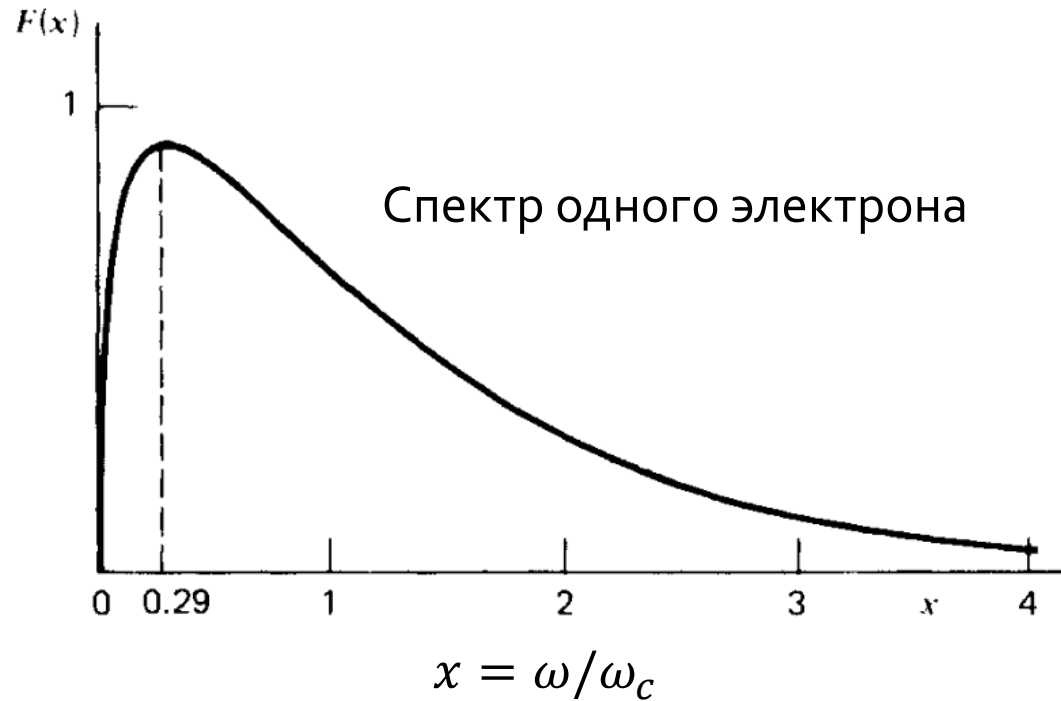


Emma Alexander

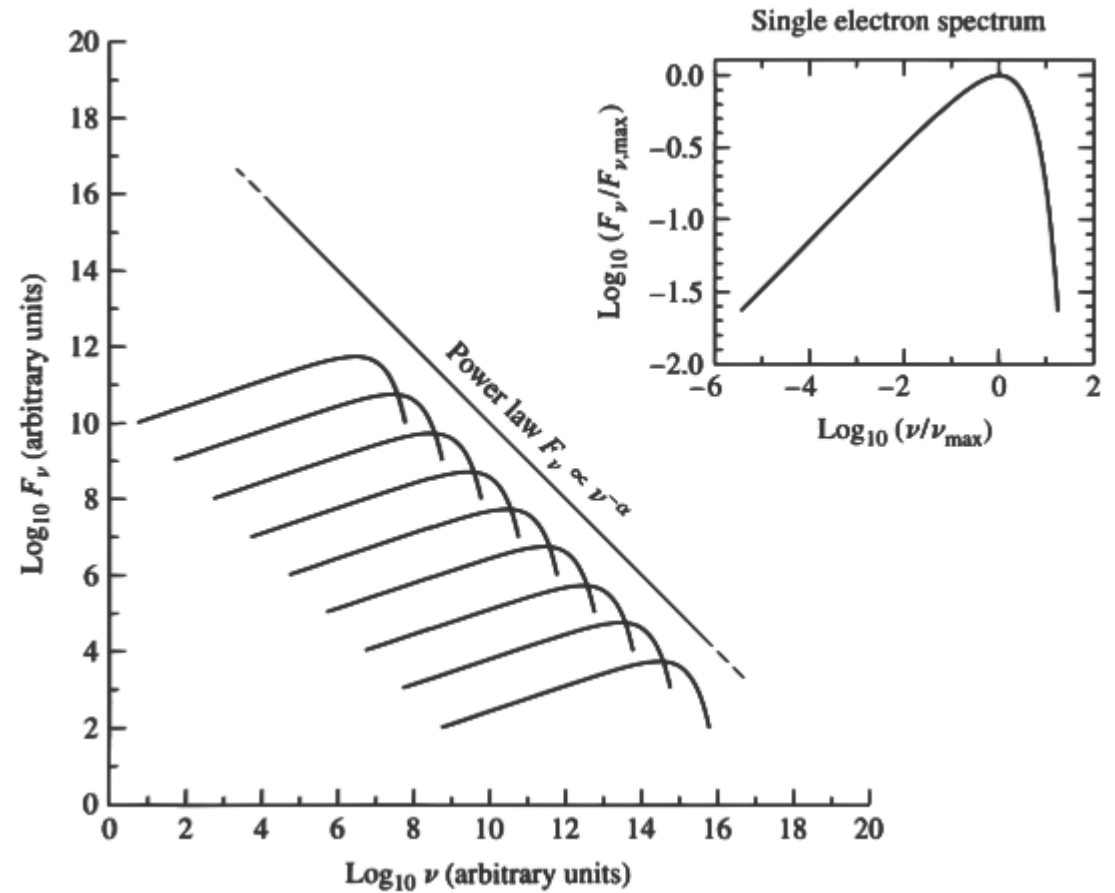
ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ



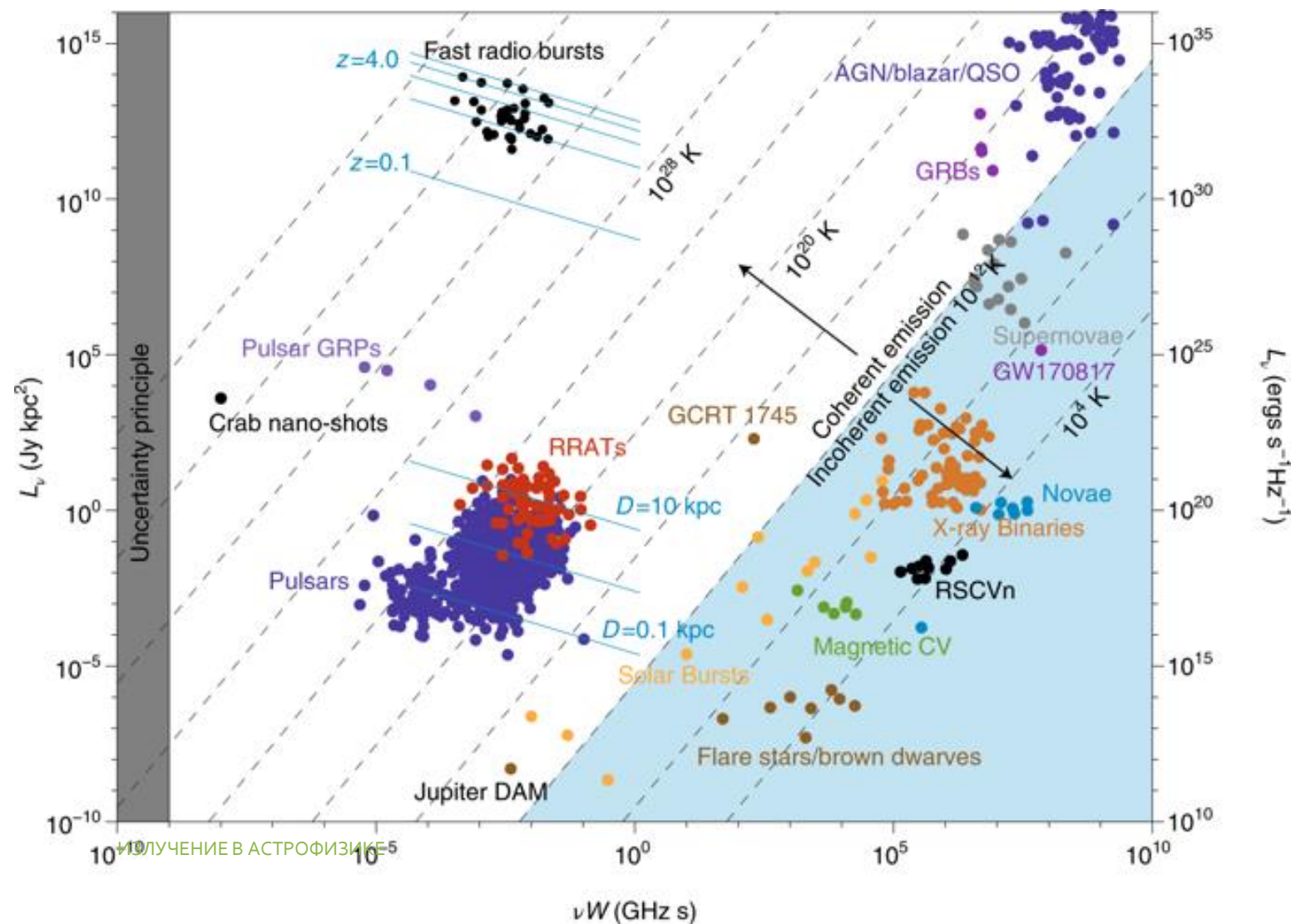
СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ



$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \frac{eB}{mc} = \frac{3}{2} \gamma^2 \omega_G \text{ -- критическая частота}$$



ЯРКОСТНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ



$$I_\nu = \frac{2\nu^2 kT}{c^2}$$



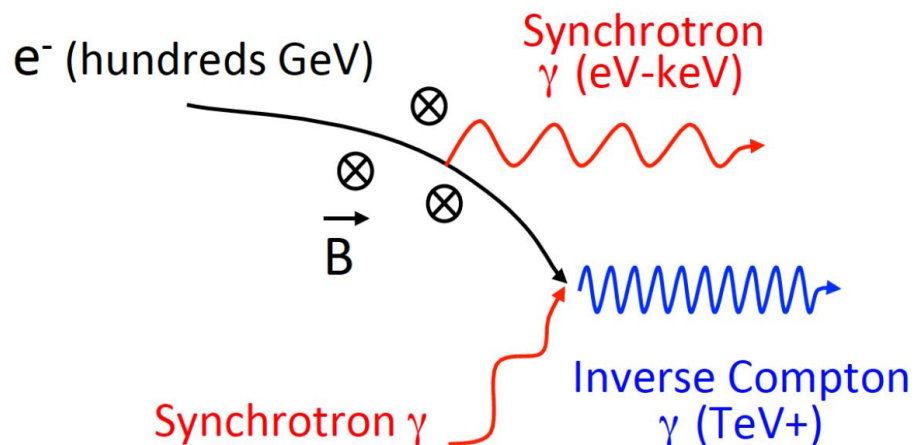
$$T = \frac{c^2}{2k} \frac{F_\nu}{\nu^2 \Omega} = \frac{2F_\nu d^2}{\pi k (\nu W)^2} = \frac{2L_\nu}{\pi k (\nu W)^2}$$



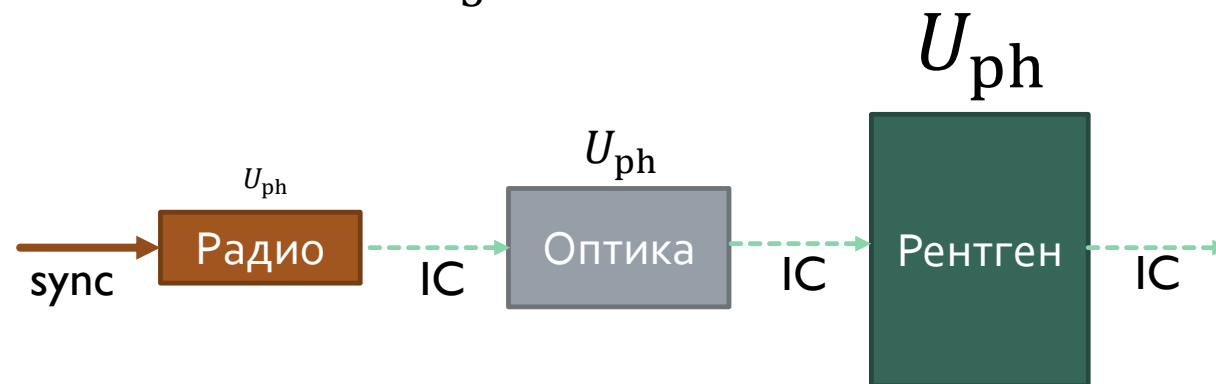
$$T \approx 4 \cdot 10^{20} K \left(\frac{L_\nu}{\text{mJy} \cdot \text{kpc}^2} \right) \left(\frac{\nu W}{\text{GHz} \cdot \text{ms}} \right)^{-2}$$

Необходим
когерентный
механизм
излучения!

(ОБРАТНАЯ) КОМПТОНОВСКАЯ КАТАСТРОФА



$$\eta = \frac{L_{\text{IC}}}{L_{\text{sync}}} = \frac{\frac{4}{3}\beta^2\gamma^2\sigma_{\text{T}}cU_{\text{ph}}}{\frac{4}{3}\beta^2\gamma^2\sigma_{\text{T}}cU_{\text{B}}} = \frac{U_{\text{ph}}}{U_{\text{B}}}$$



$$U_{\text{ph}} = \nu \cdot u_{\nu} \sim \frac{\nu^3}{c^3} kT$$

$$U_{\text{B}} \sim B^2$$

$$\nu \sim \gamma^2 \frac{eB}{mc} \approx \left(\frac{kT}{mc^2} \right)^2 \frac{eB}{mc} \approx \frac{k^2 e}{m^3 c^5} T^2 B$$



$$U_{\text{B}} \sim B^2 \sim \frac{\nu^2 m^6 c^{10}}{k^4 e^2} T^{-4}$$

$$\eta \approx \frac{k^5 e^2}{m^6 c^{13}} \nu T^5 > 1$$



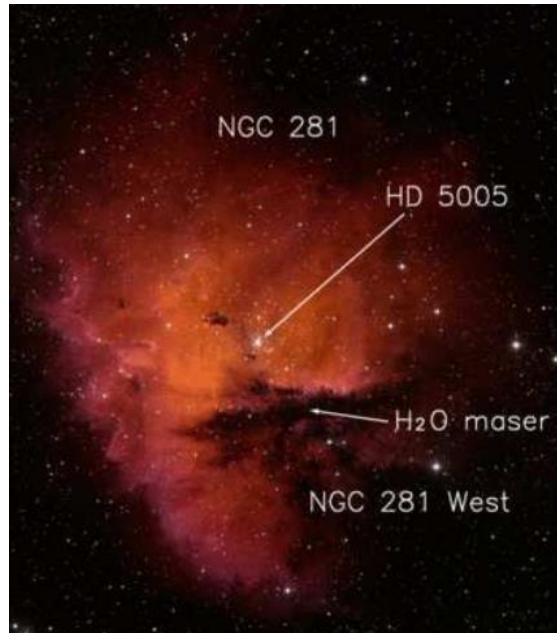
$$T > 4 \cdot 10^{12} \nu_{\text{GHz}}^{-\frac{1}{5}} \text{ K}$$

ЛИТЕРАТУРА

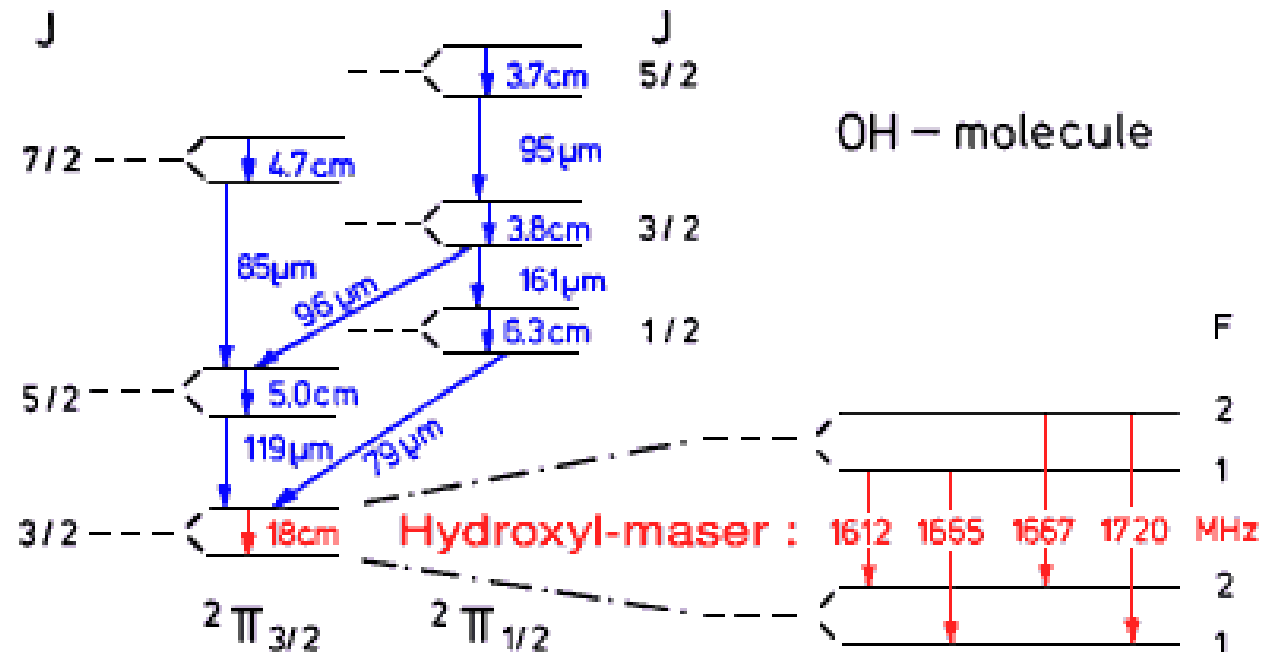
- Кононович, Мороз. «Общий курс астрономии». Гл. 6.1-6.3.
- Засов, Постнов. «Общая астрофизика». Гл. 2.1, 2.2
- Rybicki & Lightman. «Radiative processes in astrophysics», ch. 1.1-1.3, 1.5, 6.1-6.3, 7.1-7.3

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ 4

В некоторых областях звездообразования наблюдаются компактные источники когерентного радиоизлучения -- **мазеры**. Мазерное излучение молекулы гидроксила (OH) на длине волны $\lambda = 18$ см – одно из самых часто наблюдаемых. Конкретно, мазерное излучение наблюдается в виде нескольких эмиссионных линий в спектре источника.



Область звездообразования NGC 281 с
отмеченной локализацией **водяного** мазера.
arXiv:0806.4635



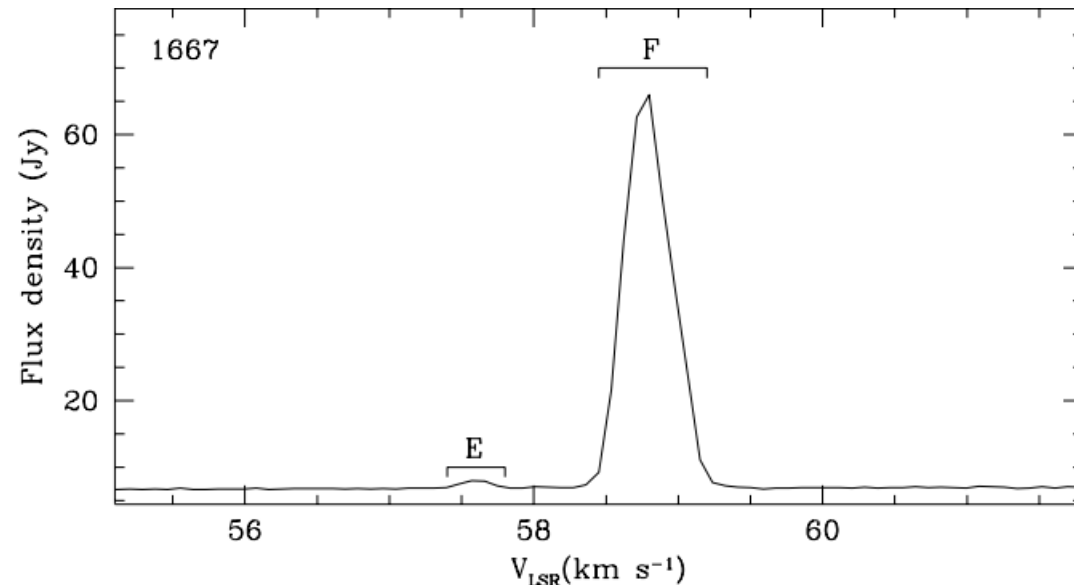
ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ 4

Максимум плотности потока излучения в одной из линий ОН ($\nu = 1667$ МГц) от мазерного источника ОН34.26+0.15 равен $F_\nu \approx 65$ Янских.

При этом, нижний предел яркостной температуры этого излучения, оценённый из РСДБ-наблюдений

$$T_{b,\min} = 6 \times 10^{12} \text{ К.}$$

Зная, что расстояние до ОН34.26+0.15 равно $d = 3.8$ крс, а FWHM данной спектральной линии (в терминах лучевой скорости) составляет $\Delta V = 0.5$ км/с, оцените:



arXiv:astro-ph/0007391

- Реальную физическую температуру T внутри этого источника в Кельвинах (считая, что уширение линии имеет чисто доплеровскую природу);
- Размер этого источника R в астрономических единицах, считая его сферически симметричным, а его излучение изотропным.