

# ЛЕКЦИЯ 4: ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

ВВЕДЕНИЕ В АСТРОФИЗИКУ. ВШЭ 2022/2023. БАКАЛАВРЫ, 4-Й МОДУЛЬ.

АНТОН БИРЮКОВ (АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ МГУ ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА И ВШЭ), К.Ф.-М.Н

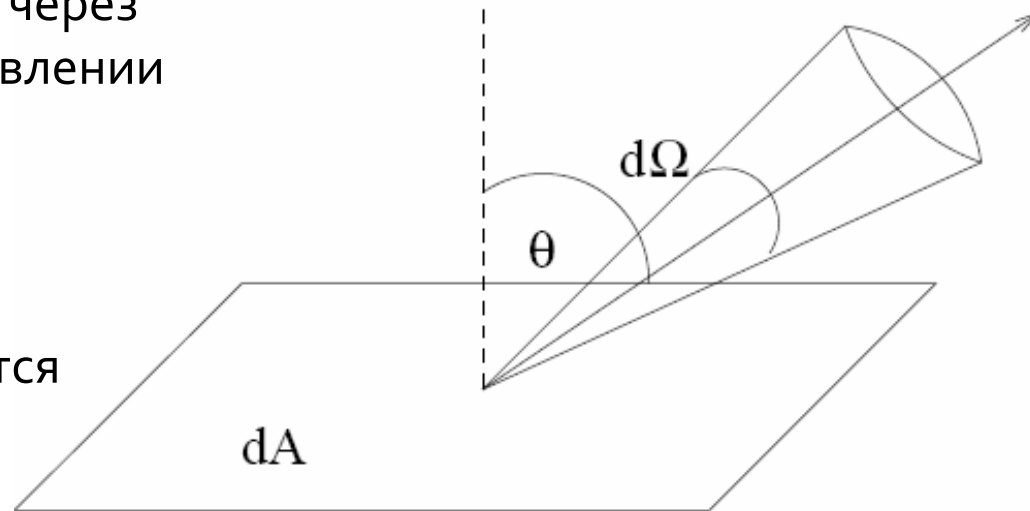
# ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Интенсивность, как основная характеристика в теории излучения.
2. Формирование спектров.
3. Элементы астрофотометрии: звёздные величины и фотометрические системы.
4. Тепловое излучение: формула Планка и её следствия.
5. Нетепловое излучение движущихся зарядов. Когерентное излучение.

# ИНТЕНСИВНОСТЬ

Количество лучистой энергии  $dU_\nu$  частоты  $\nu$ , прошедшее через воображаемую контрольную площадку в заданном направлении пропорционально:

- площади  $dA$  этой площадки,
- величине телесного угла  $d\Omega$  в котором распространяется излучение,
- интервалу времени  $dt$ ,
- ширине интервала частот  $\nu \dots \nu + d\nu$ .



$$dU_\nu = I_\nu \cdot \cos\theta \cdot dt \cdot dA \cdot d\Omega \cdot d\nu$$

ИНТЕНСИВНОСТЬ

$$I_\nu \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{стер} \cdot \text{Гц}} \right] \quad I_\lambda \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{стер} \cdot \text{см}} \right]$$

Интенсивность – характеристика поля излучения как такового.

# ТЕЛЕСНЫЙ УГОЛ

- -- это часть пространства, внутри которого находятся все лучи, выходящие из данной точки и пересекающие некоторую поверхность  $s$ . Форма поверхности при этом может быть любой.
- Телесный угол равен площади той части сферы, которую он вырезает к квадрату радиуса этой сферы. Измеряется в *стерадианах*:

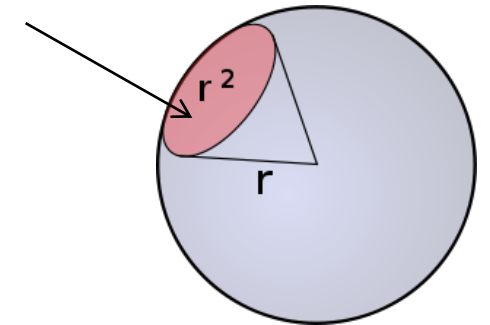
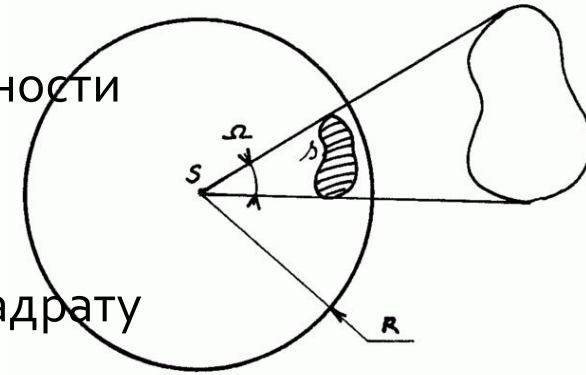
$$\Omega = \frac{S}{R^2} \text{ [стер]}$$

- Телесный угол объекта определяется его размерами и расстоянием до нее: **1 стерадиан**

$$\Omega_* = \frac{\pi R_*^2}{D^2} \approx (10^{-21} \text{ стер}) \left( \frac{R_*}{R_{sun}} \right)^2 \cdot \left( \frac{D}{1 \text{ kpc}} \right)^{-2}$$

$$\Omega_{\odot} \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ стер}$$

$$\Omega_{\text{сферы}} = 4\pi \text{ стер}$$



# ПОТОК

В астрономических наблюдениях де-факто регистрируется энергия, поглощённая приёмником излучения. Поэтому практический смысл имеет **поток** – полная мощность излучения, проходящая через единицу площади приёмника (перпендикулярно ему):

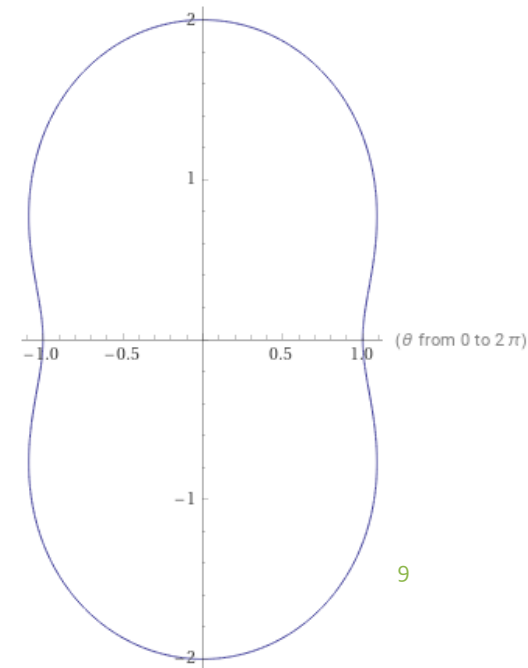
$$F = \int_{\Delta\nu} \int_{4\pi} I_\nu \cos \theta \, d\Omega \, d\nu = \frac{dU_\nu}{dt \cdot dA} \quad \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}} \right]$$

*Интересно:* если поле излучения изотропно (то есть  $I$  не зависит от направления), то  $F = 0$ . То есть если через площадку с двух её сторон проходит одно и то же количество лучистой энергии, то полный поток считается равным нулю. Но обратное не верно!

$$I = I_0(1 + \sin^2 \theta),$$

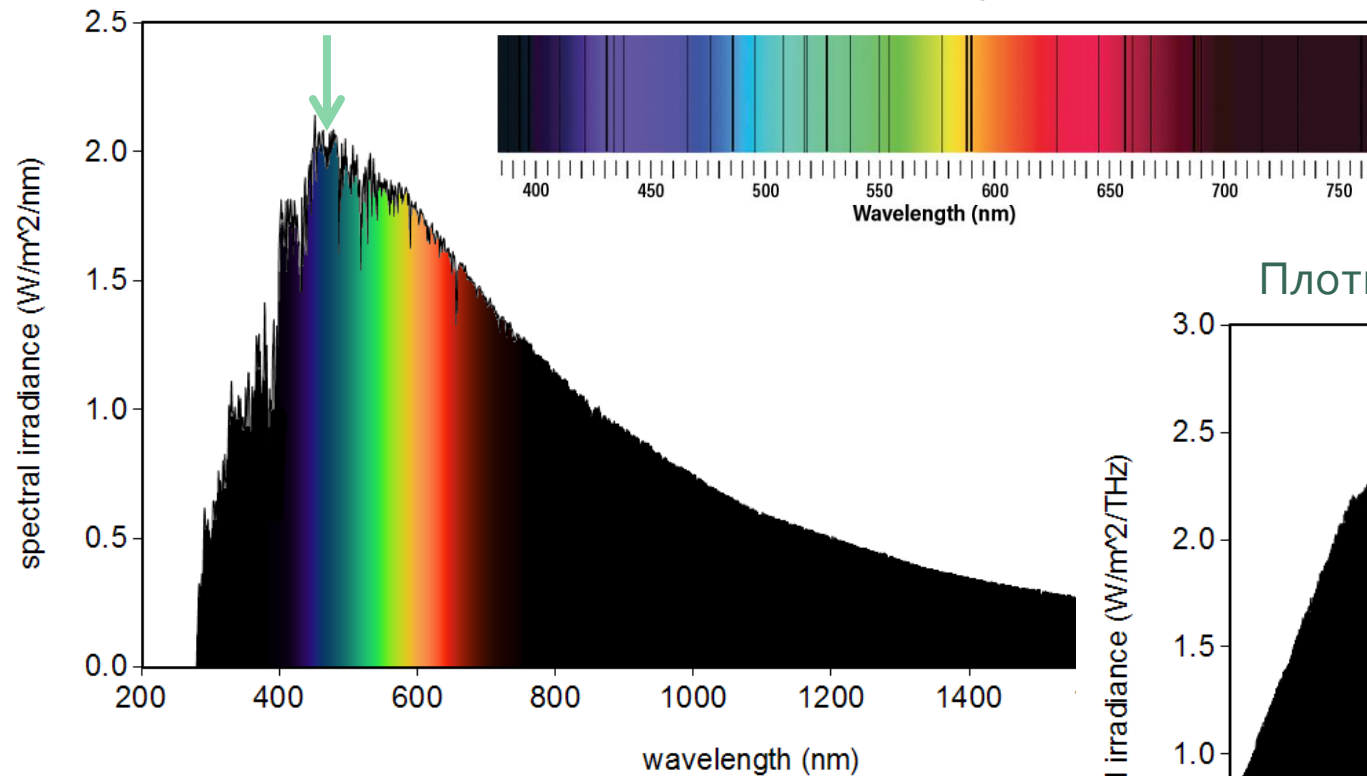
или в общем случае

$$I(\theta) = I(\pi - \theta)$$



# ВНЕАТМОСФЕРНЫЙ СПЕКТР СОЛНЦА

Плотность потока  $F_\lambda$  на единичный интервал длин волн.

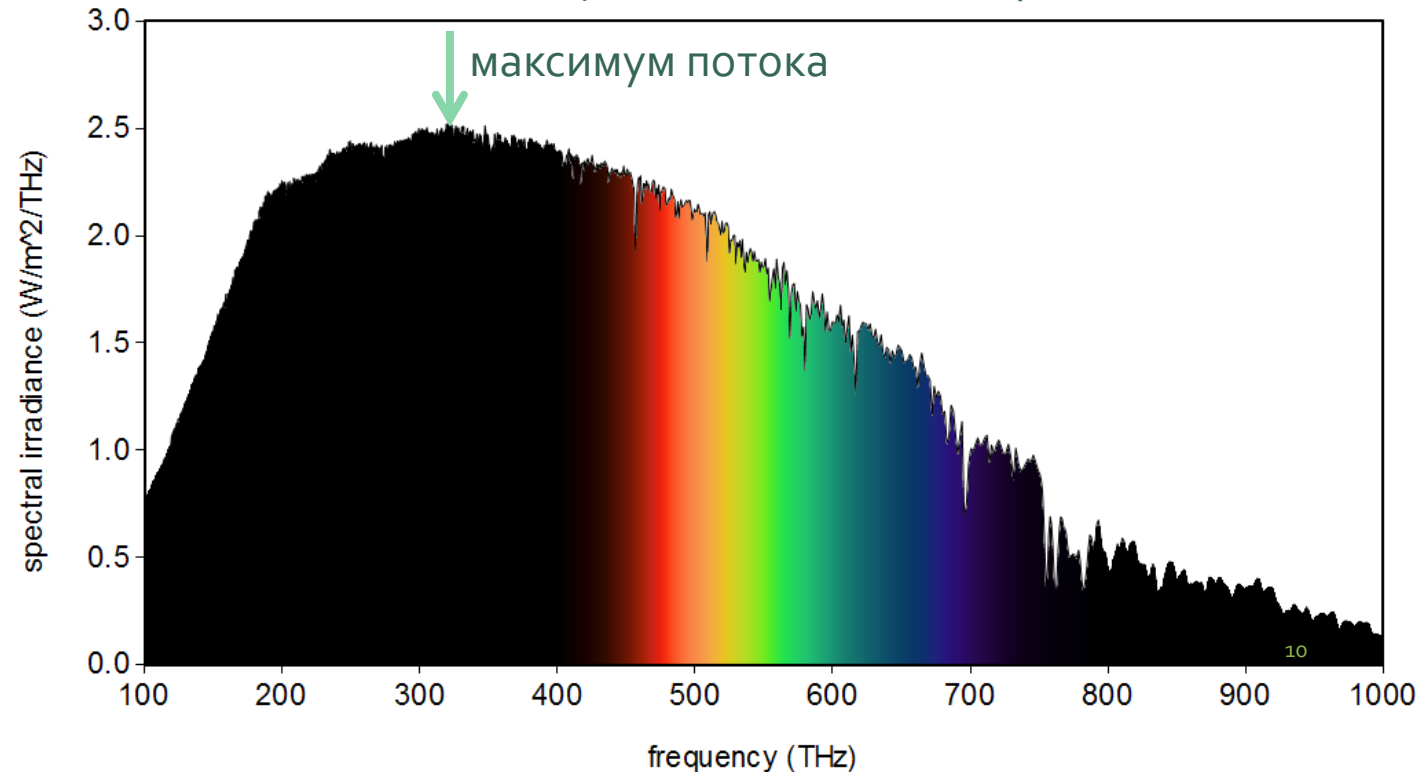


ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

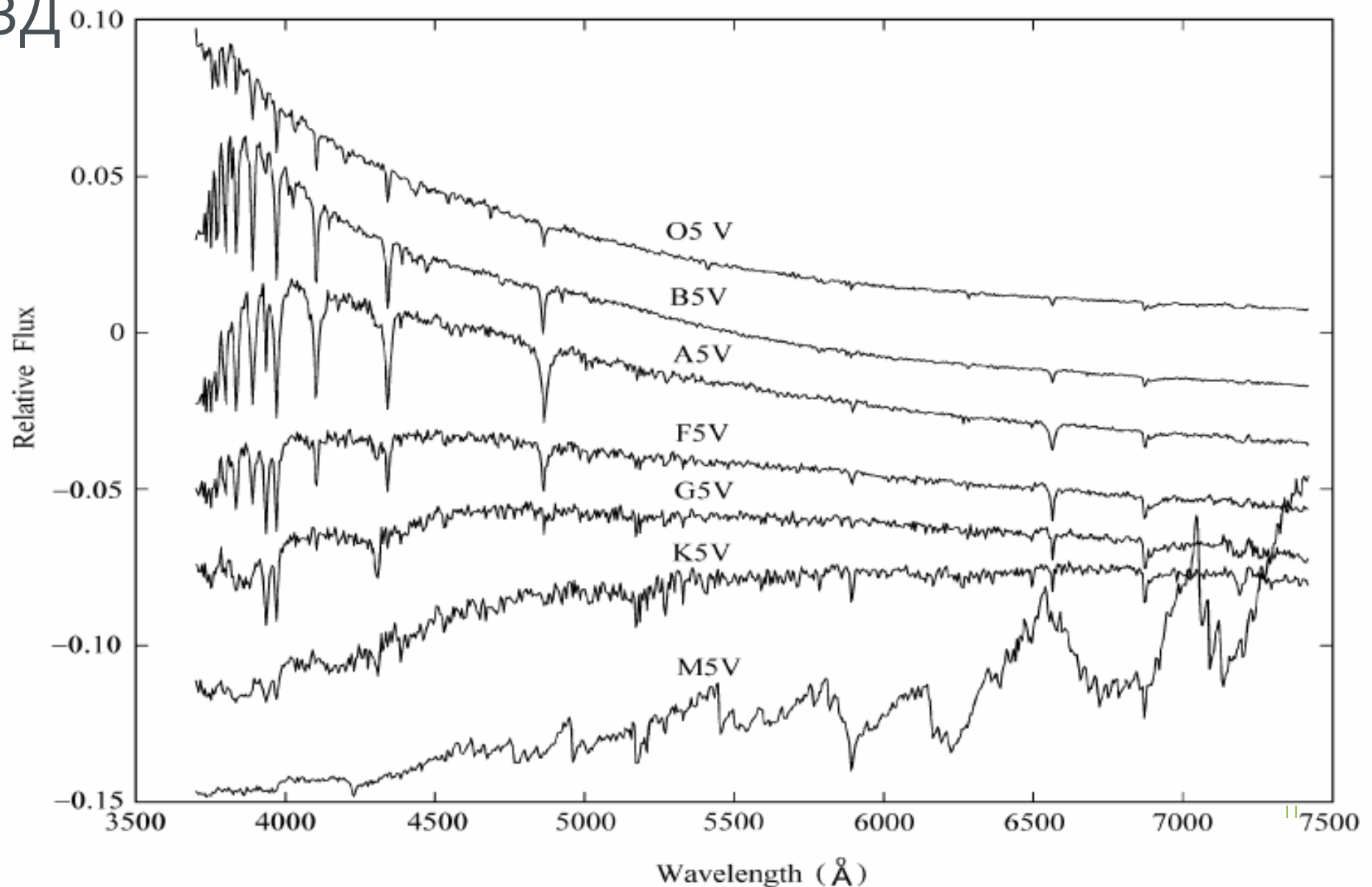
$$F_\nu d\nu = -F_\lambda d\lambda \Rightarrow F_\nu = F_\lambda \frac{\lambda^2}{c}$$

Плотность потока  $F_\nu$  на единичный интервал частот.

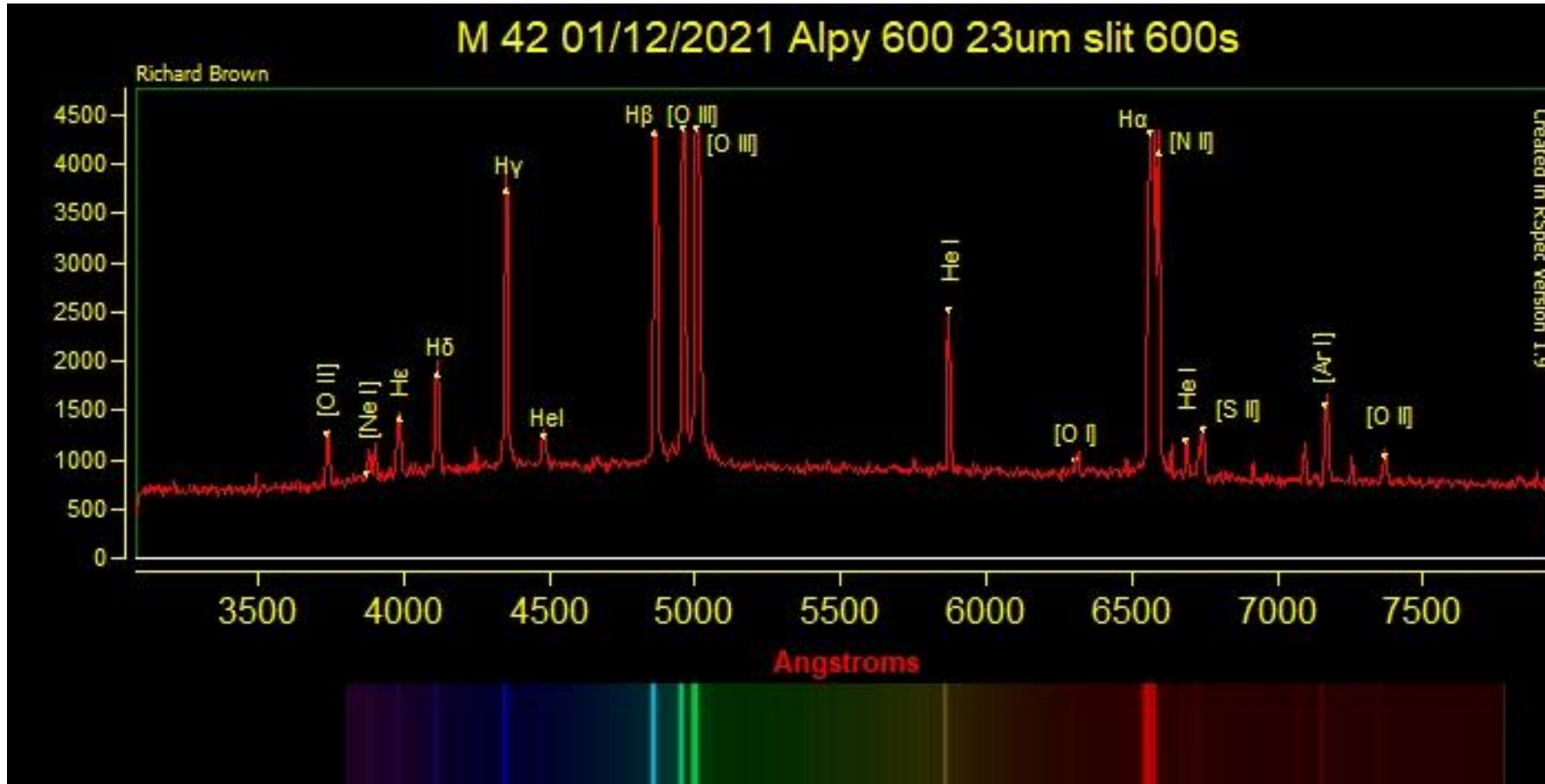


# СПЕКТРЫ ЗВЁЗД

- Спектры состоят из континуума (тепловой или нетепловой природы) и спектральных линий.

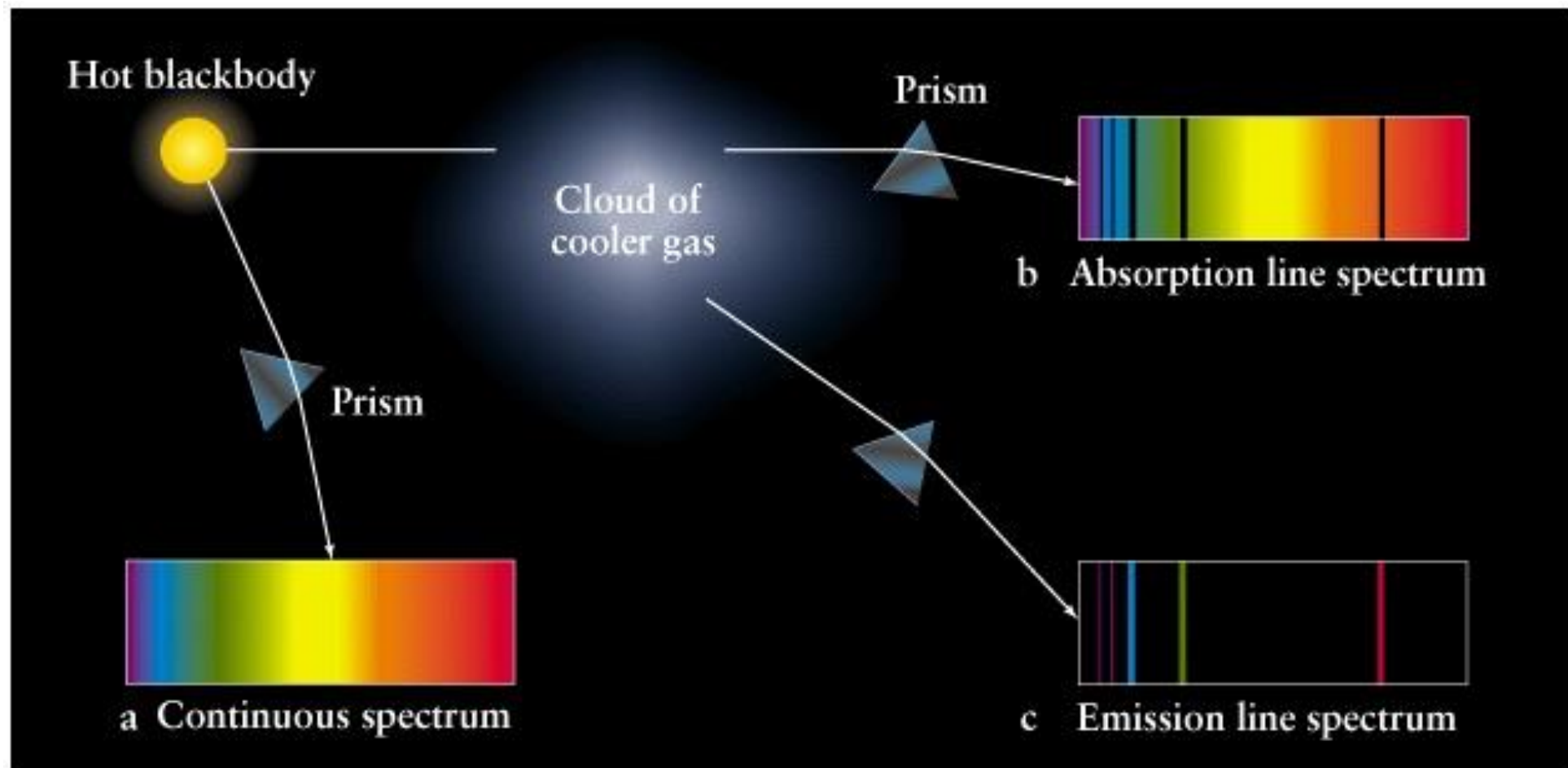


# ЭМИССИОННЫЕ ТУМАННОСТИ

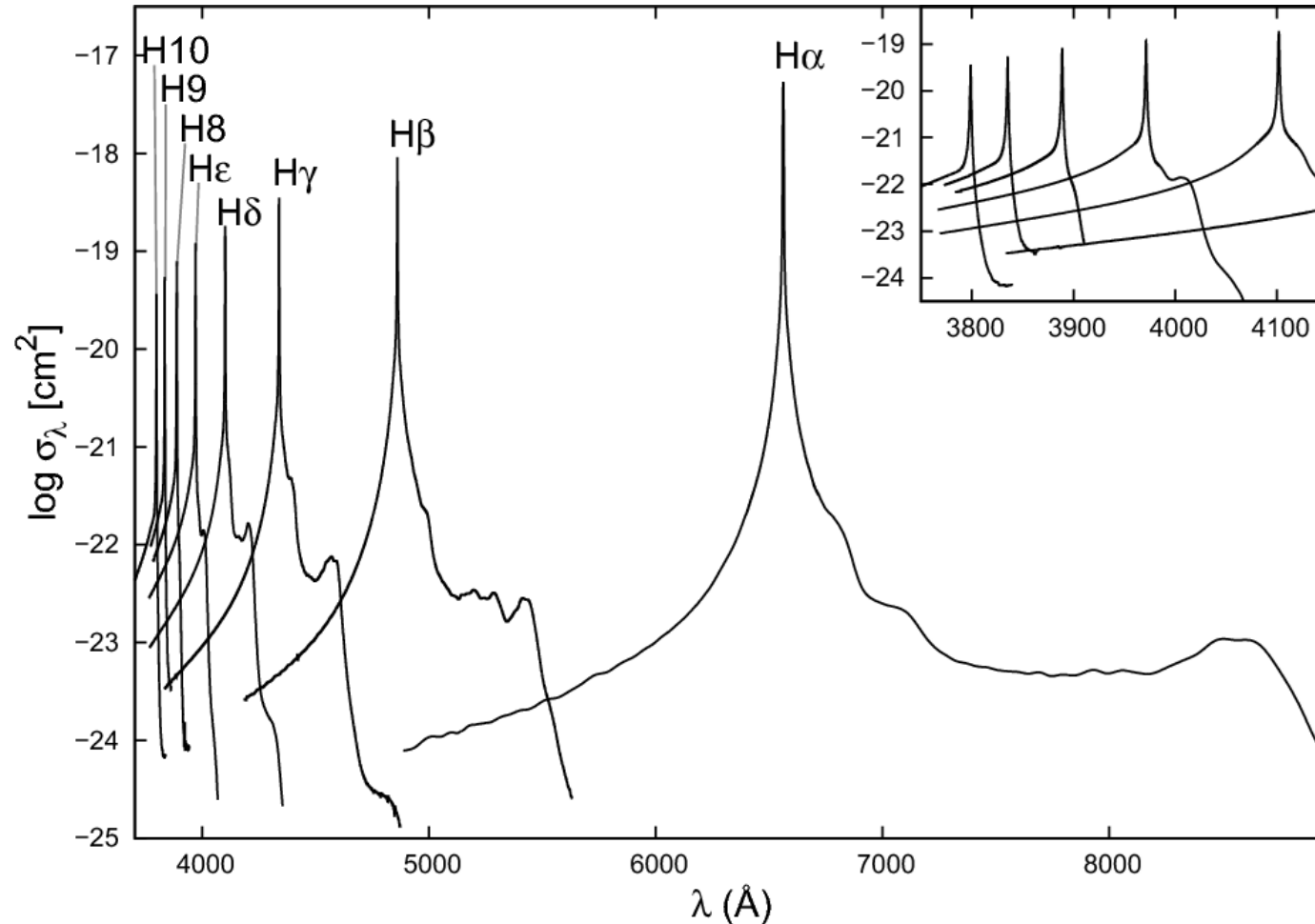




# ЭМИССИИ/АДСОРБЦИИ



# СЕЧЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ



Коэффициент поглощения не постоянен и около выделенных энергий имеет максимум. И конечную ширину.

$$P_\nu(\nu) \propto \nu^2 \exp(-\nu^2)$$

$$P_\lambda(\lambda) \sim N\left(\lambda_0, \lambda_0 \sqrt{\frac{\xi kT}{mc^2}}\right) = N(\lambda_0, s_\lambda)$$

-- доплеровское, тепловое уширение

$$P_\lambda(\lambda) \propto (\lambda - \lambda_0)^{-2}$$

-- лоренцевское уширение

*Full Width Half Maximum:*

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} s_\lambda$$

# ОПТИЧЕСКАЯ ТОЛЩА И КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ



- Оптическая толщина среды с концентрацией  $n$  [см<sup>-3</sup>] связана с сечением поглощения  $\sigma_\nu$  и **коэффициентом поглощения**  $\alpha_\nu$  [см<sup>-1</sup>]:

$$d\tau_\nu = n\sigma_\nu dl = \alpha_\nu dl,$$

где  $dl$  – расстояние пройденное фотоном.

- Средняя длина свободного пробега фотона:  $\sigma_\nu n \langle l_\nu \rangle = 1 \Rightarrow$

$$\langle l_\nu \rangle = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \frac{1}{\alpha_\nu} \text{ [см]}$$

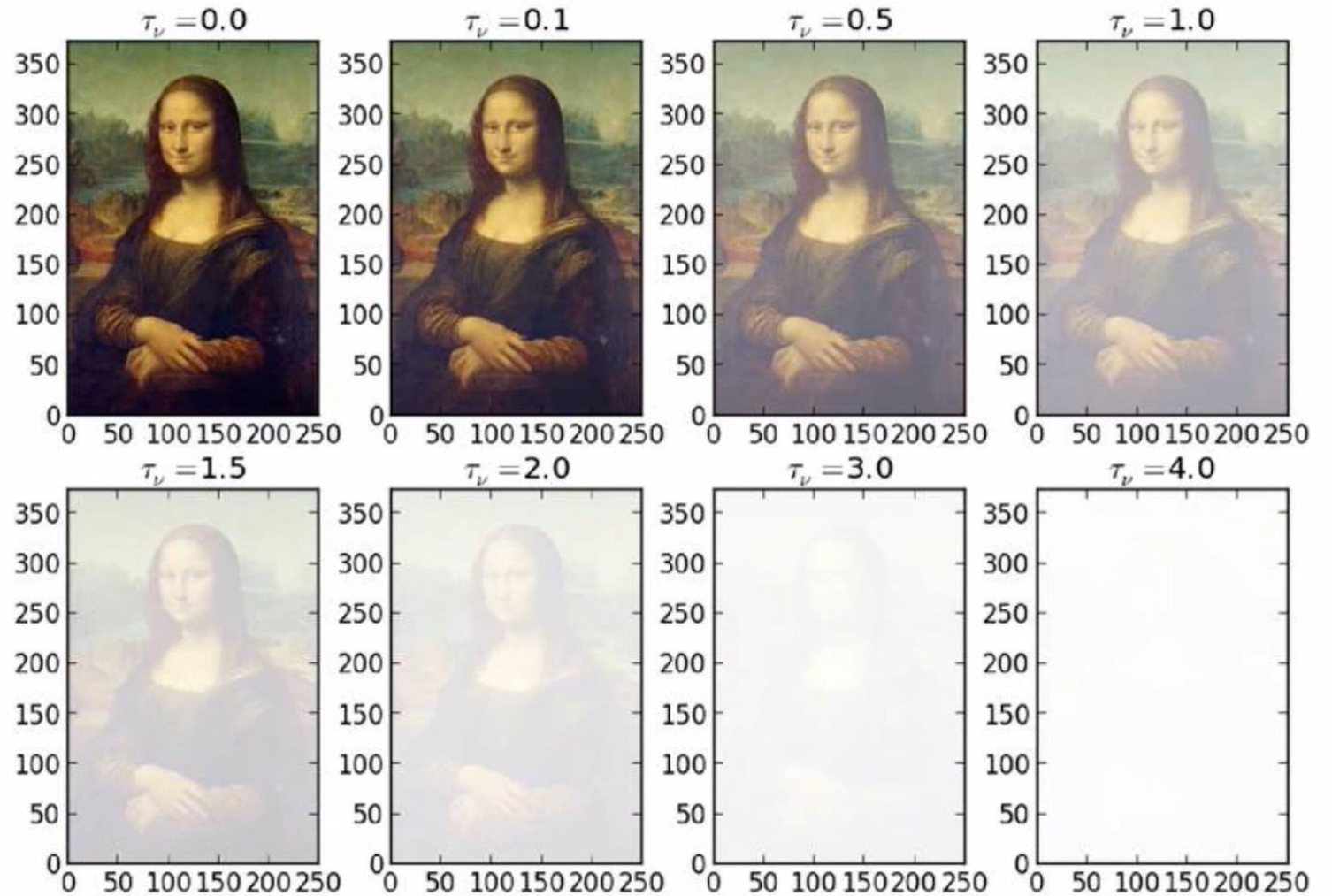
- В среде без излучения  $\exp(-\tau_\nu)$  – это вероятность того, что фотон не будет поглощён, пройдя оптическую толщину  $\tau_\nu$  (это доля прошедших фотонов). Тогда средняя оптическая толщина, которую пройдёт фотон:

$$\langle \tau_\nu \rangle = \int_0^\infty \tau_\nu \exp(-\tau_\nu) d\tau_\nu = 1$$

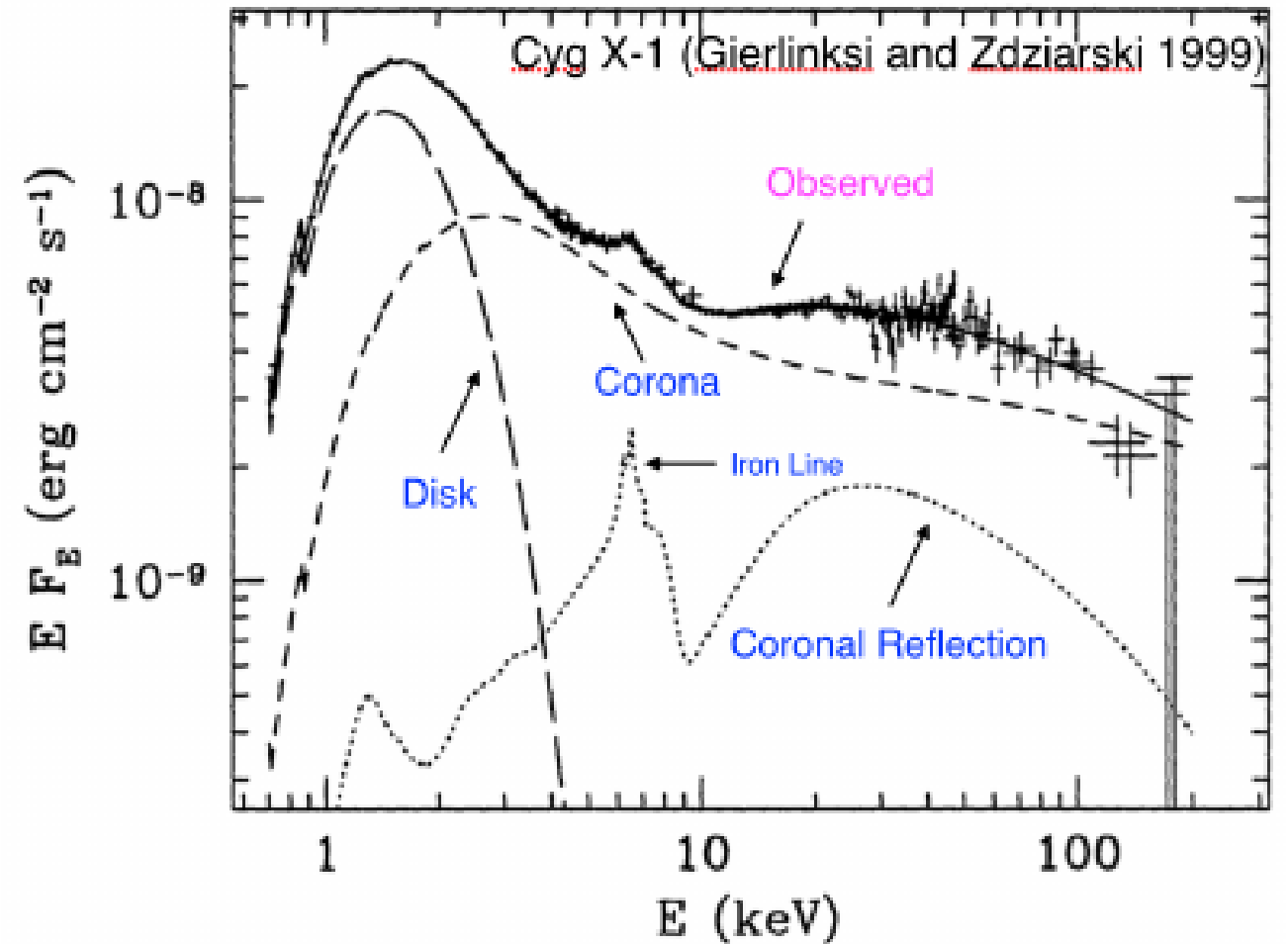
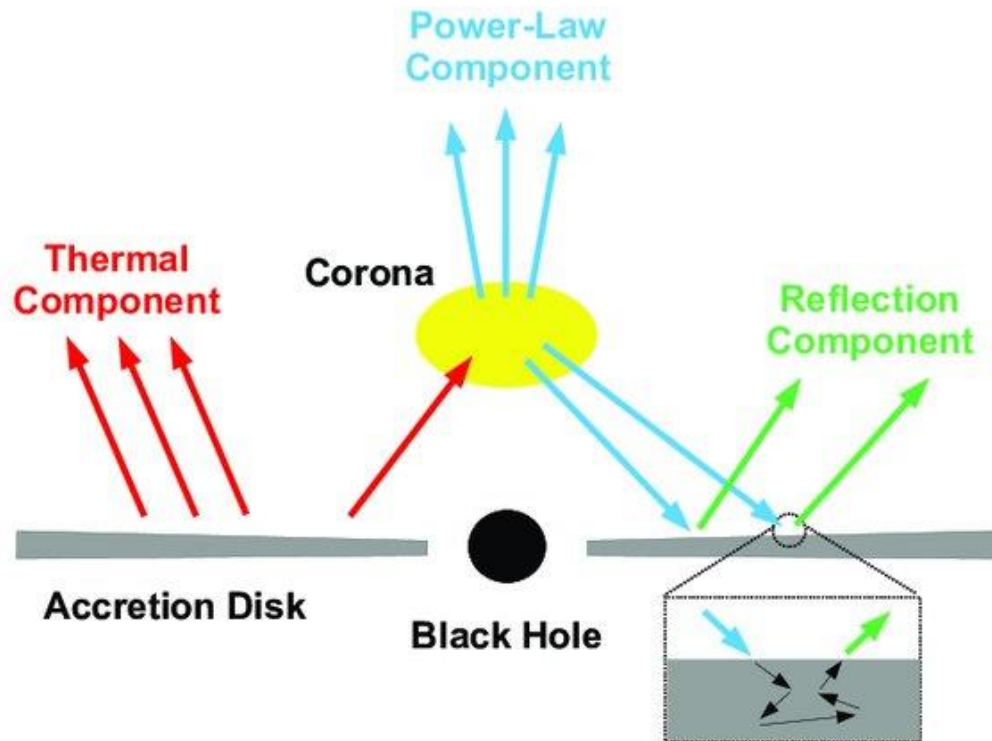


# ОПТИЧЕСКАЯ ТОЛЩА

Оптически толстая среда как бы закрывает собой изображение за ней. И чем больше оптическая толщина, тем в большей степени мы видим только саму среду, но не изображение.



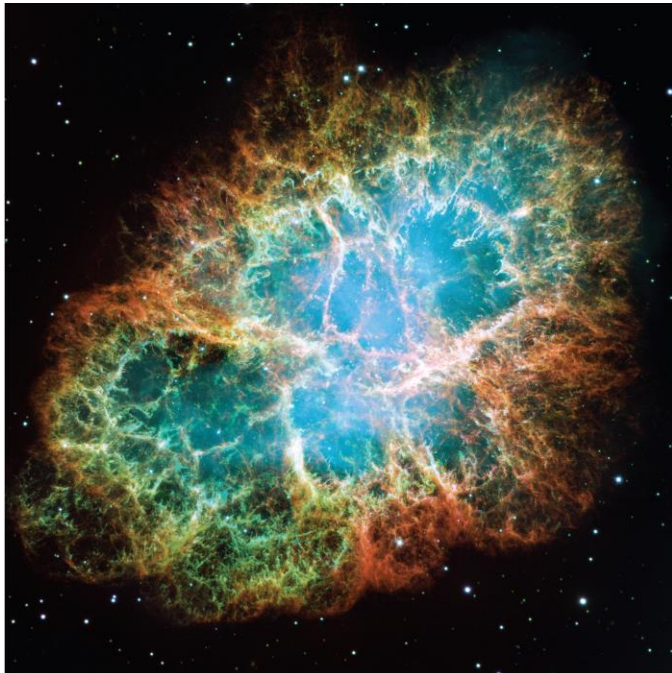
# НЕТЕПЛОВЫЕ СПЕКТРЫ




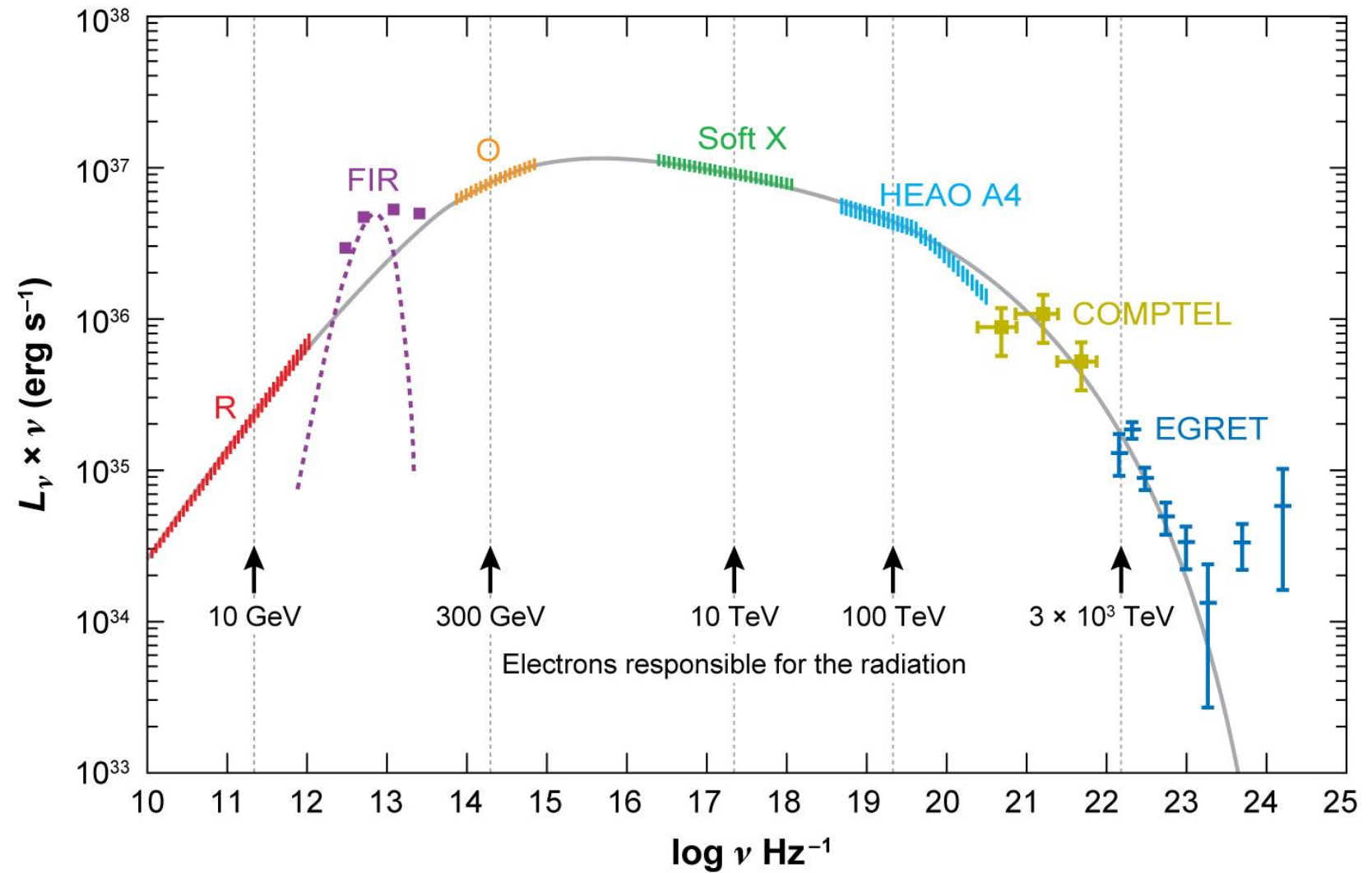
Иногда плотность потока записывают как  $\nu F_\nu$  или  $E F_E$  [эрг см<sup>-2</sup> сек<sup>-1</sup>]




# КРАБОВИДНАЯ ТУМАННОСТЬ



 Hester JJ. 2008.  
Annu. Rev. Astron. Astrophys. 46:127–55



ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

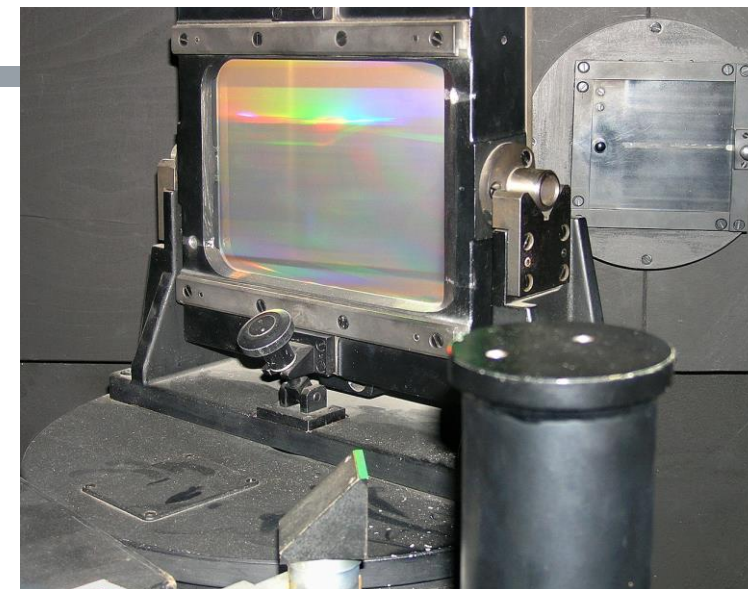
 Hester JJ. 2008.  
Annu. Rev. Astron. Astrophys. 46:127–55

# СПЕКТРОСКОПИЯ

- Качество спектроскопии характеризуется **разрешением**:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

где  $\lambda$  – характерная длина волны излучения, а  $\Delta\lambda$  – по сути инструментальная ширины линии в спектре.



- Средние спектрографы:

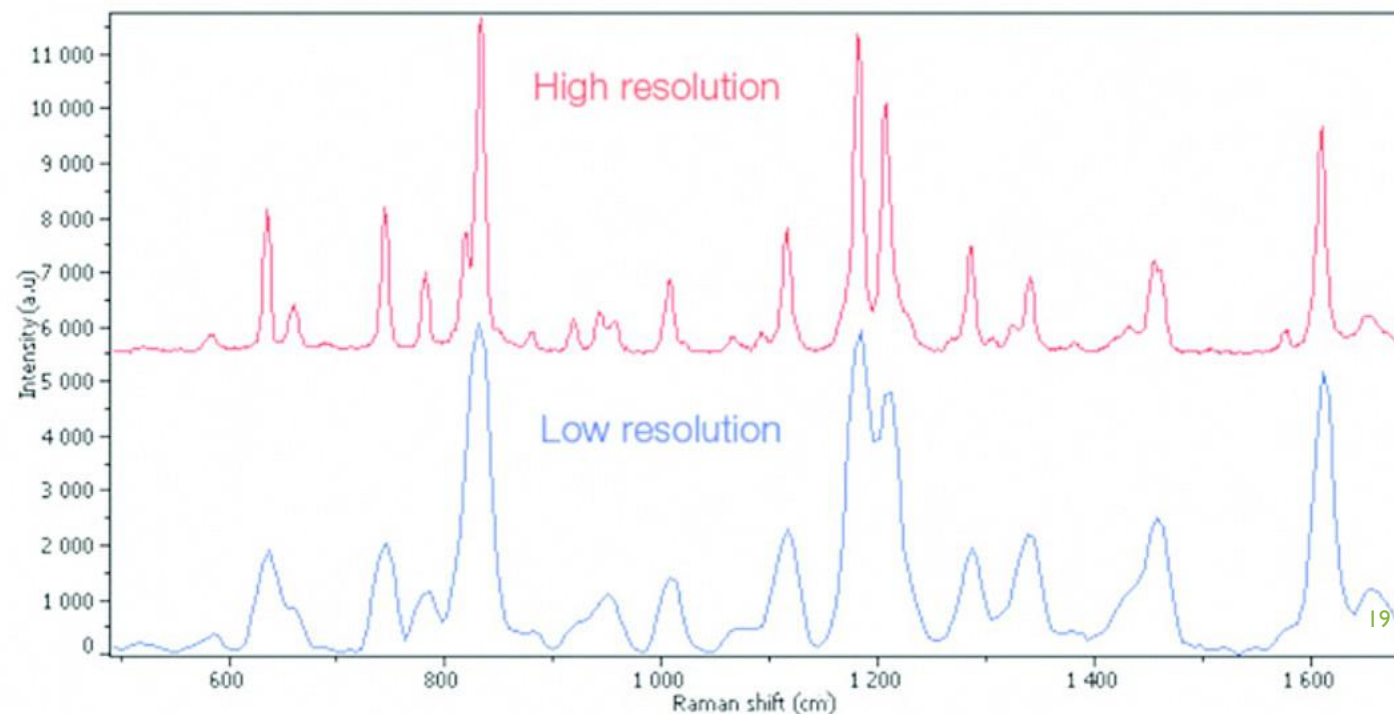
$$R \sim 10^3 - 10^4$$

- Хорошие спектрографы:

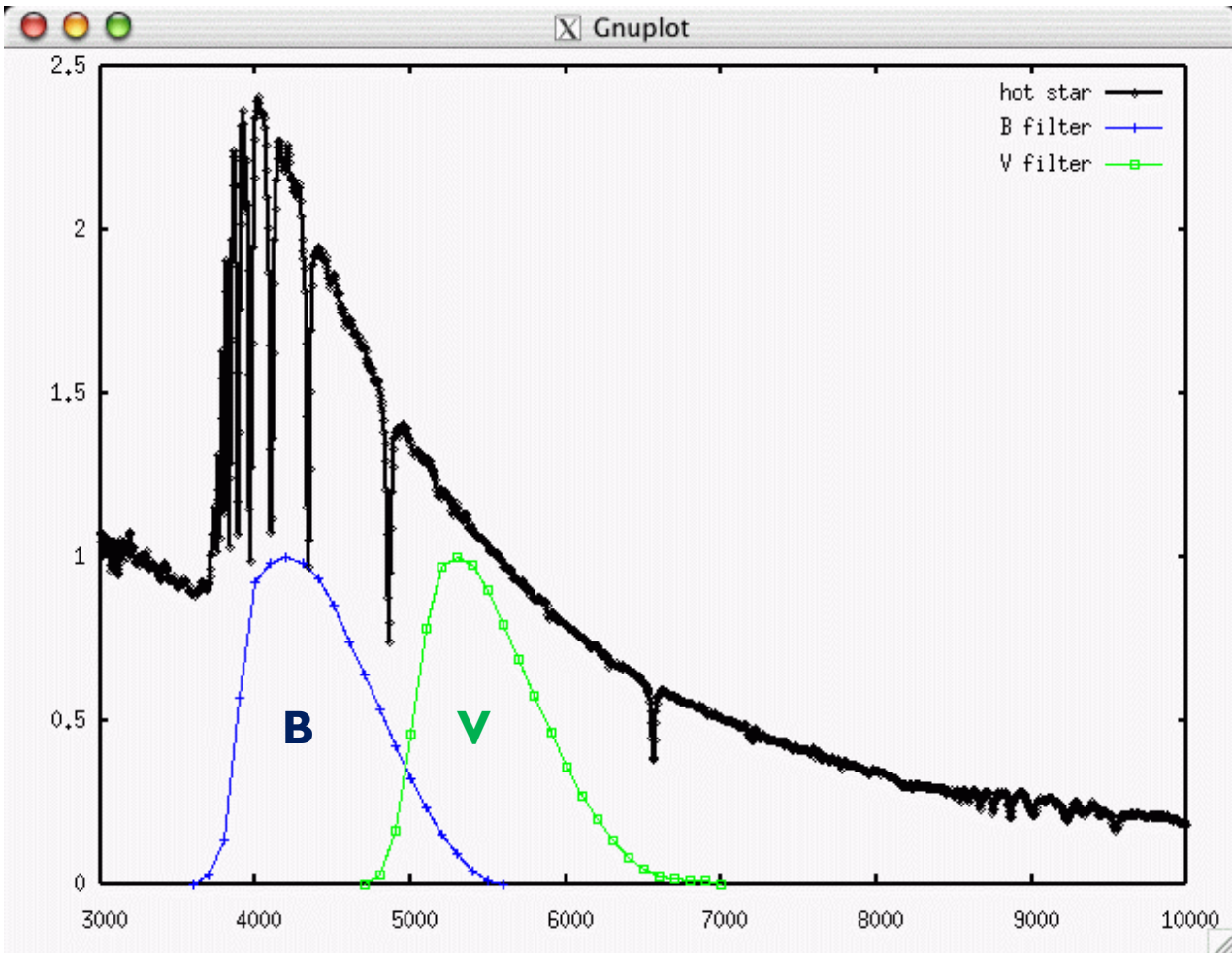
$$R \sim 10^5$$

- Интерферометр Фабри-Перо:

$$R > 10^6$$



# ФОТОМЕТРИЯ: ЗВЁЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ



ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

$$m = m_0 - 2.5 \log \underbrace{\int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda}_{\text{Освещённость } E}$$

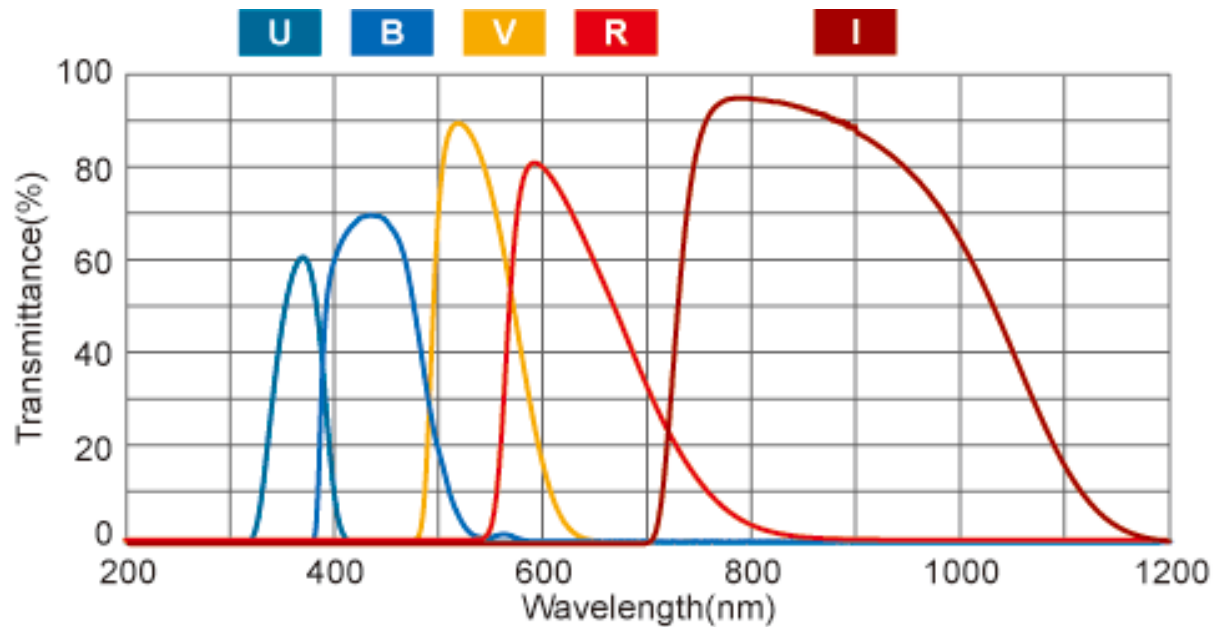
Звёздная величина      ноль-пункт

«Под атмосферой»:

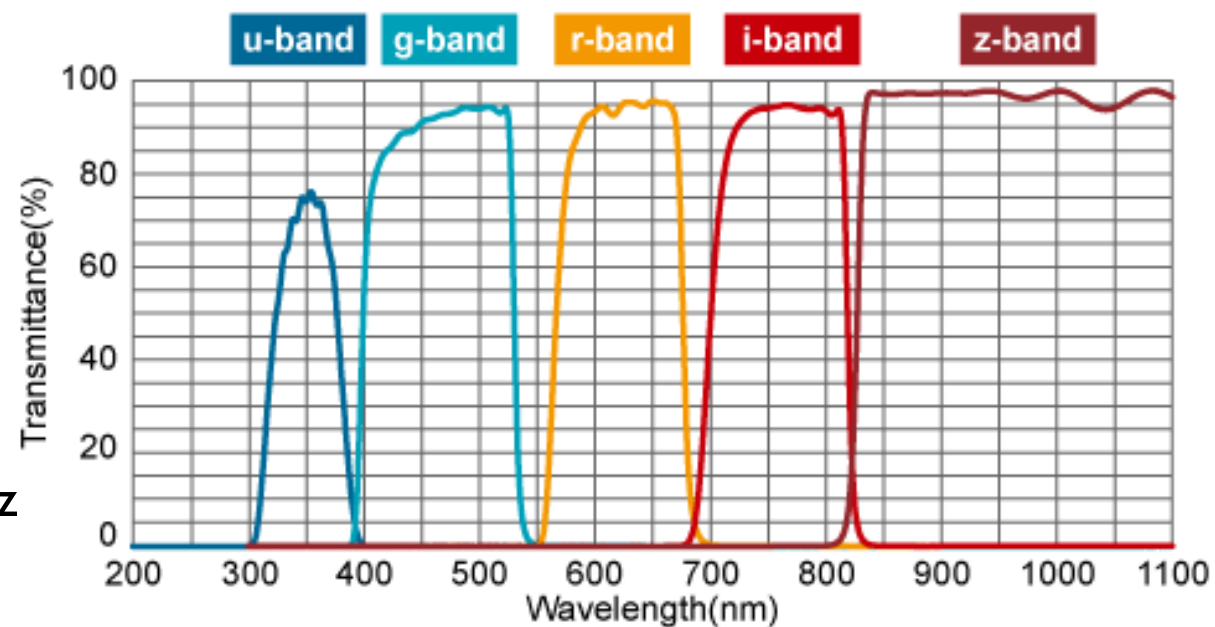
$$m = m_0 - 2.5 \log \int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) \cdot \underbrace{p^{M(z)}(\lambda)}_{\text{Пропускание атмосферы}} d\lambda$$

Воздушная масса  $M(z) \approx \sec z$ ,  
где  $z$  — зенитное расстояние.



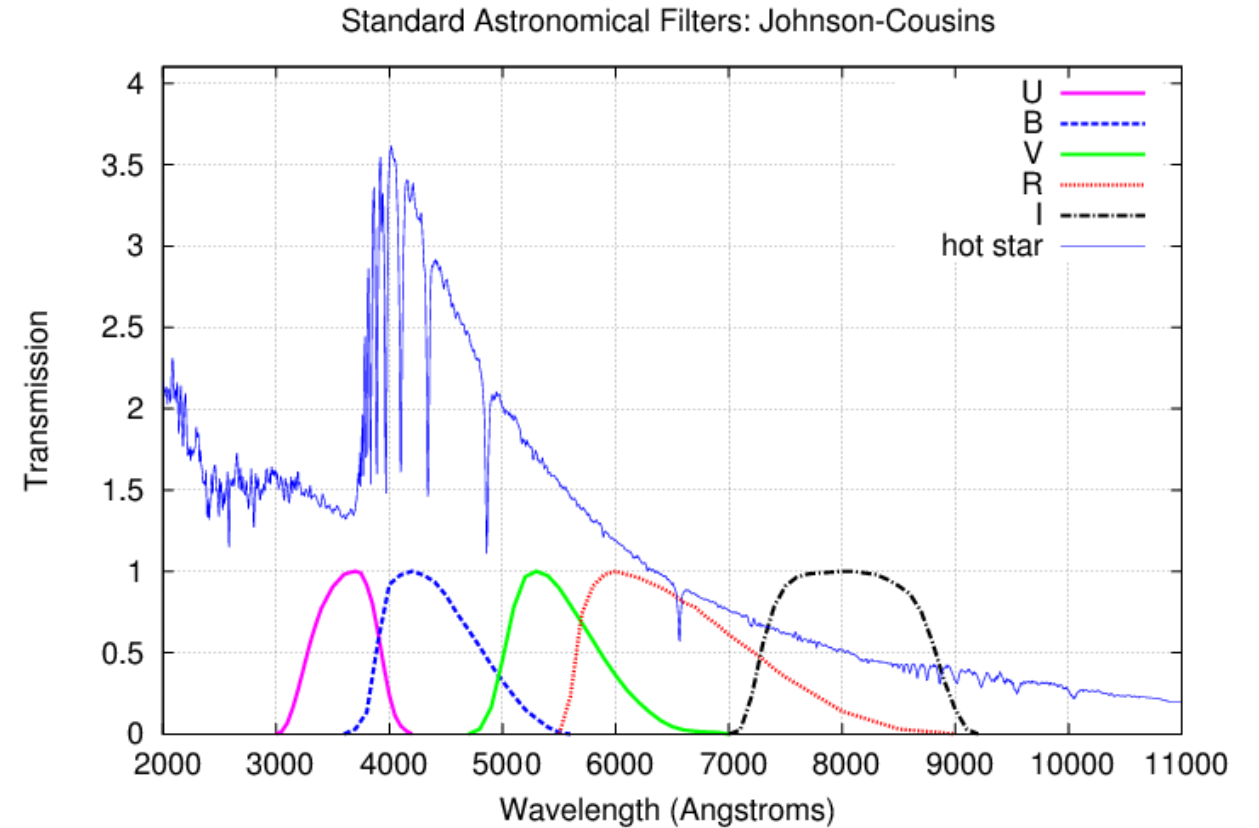
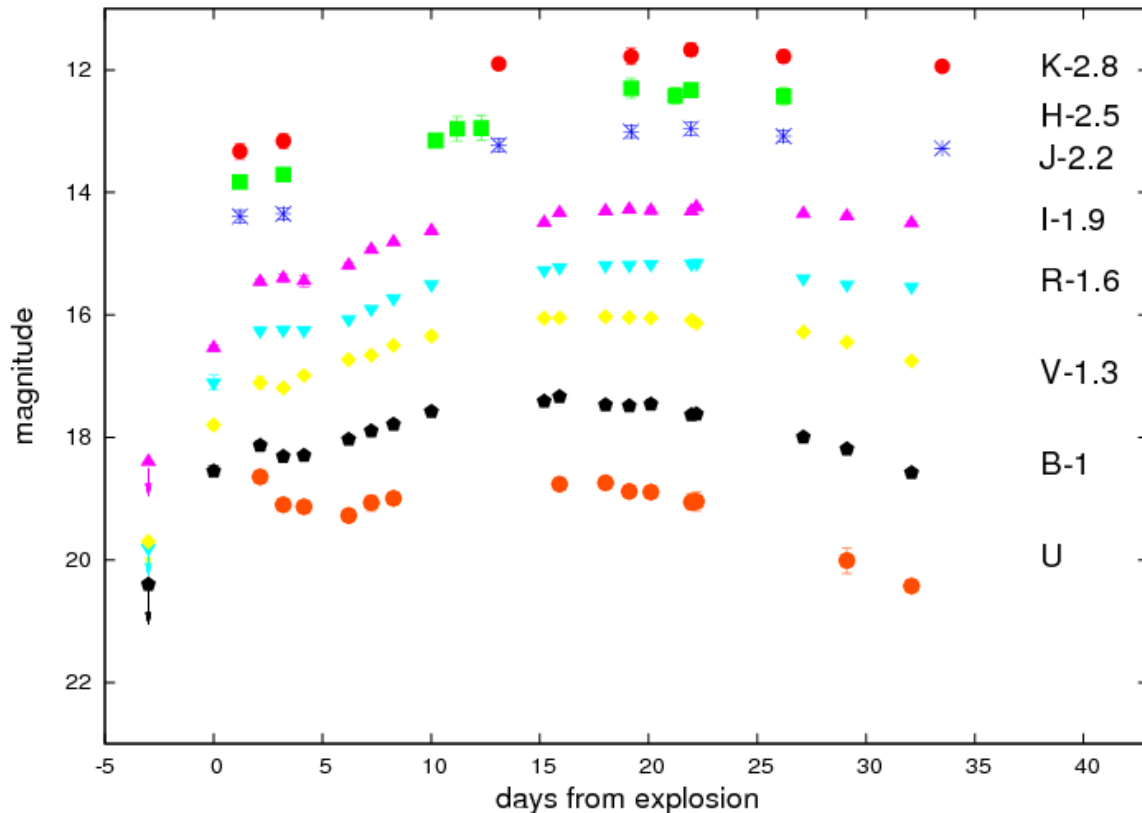


Стандартная система полос  
Джонсона-Кузинса.



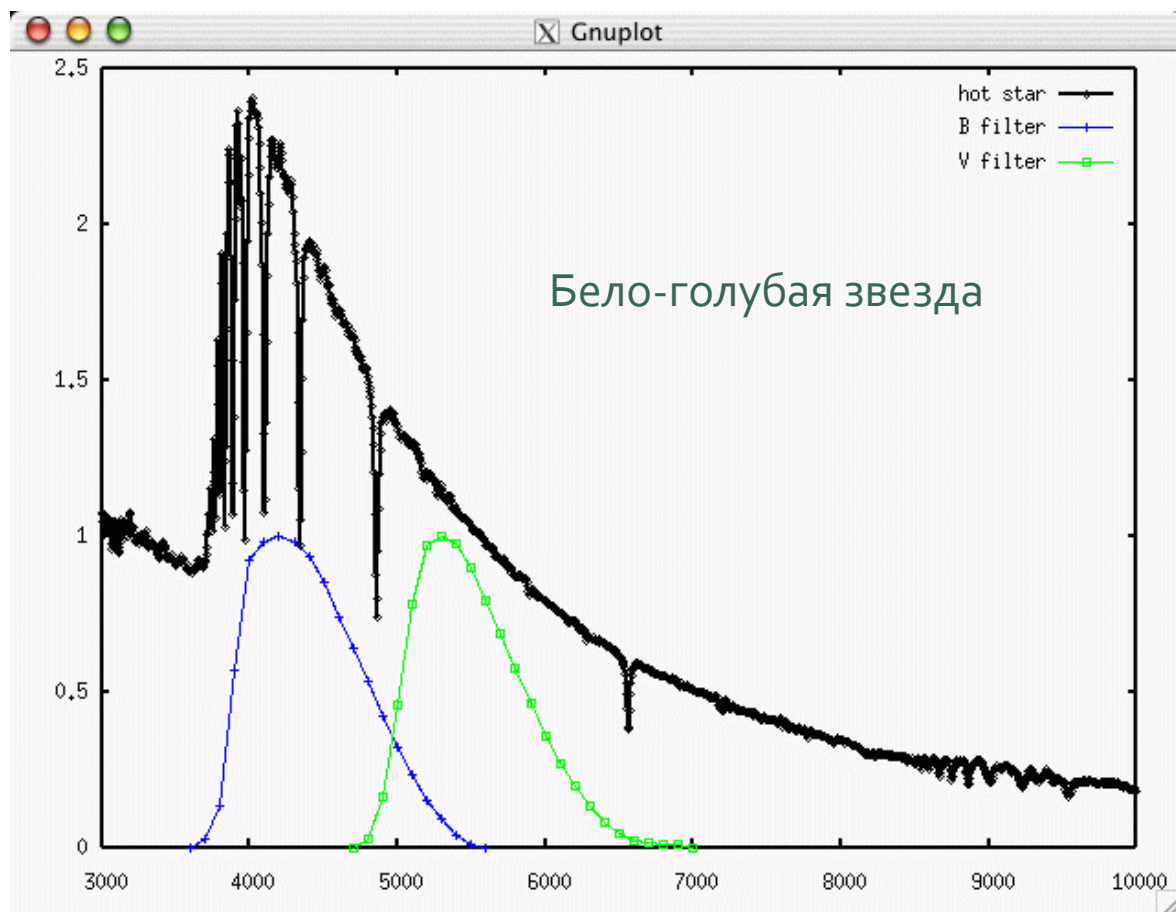
Система ugriz

# ФОТОМЕТРИЯ: ЗВЁЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

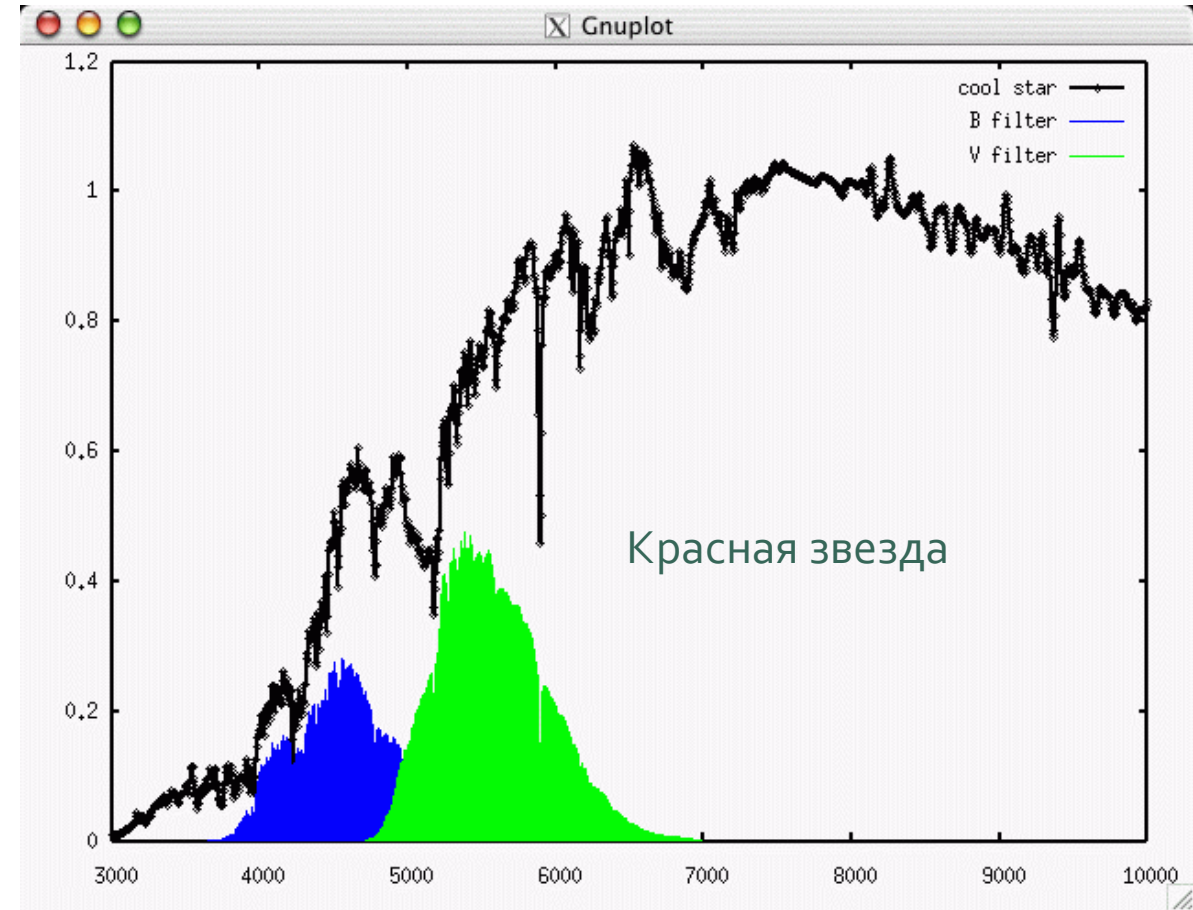
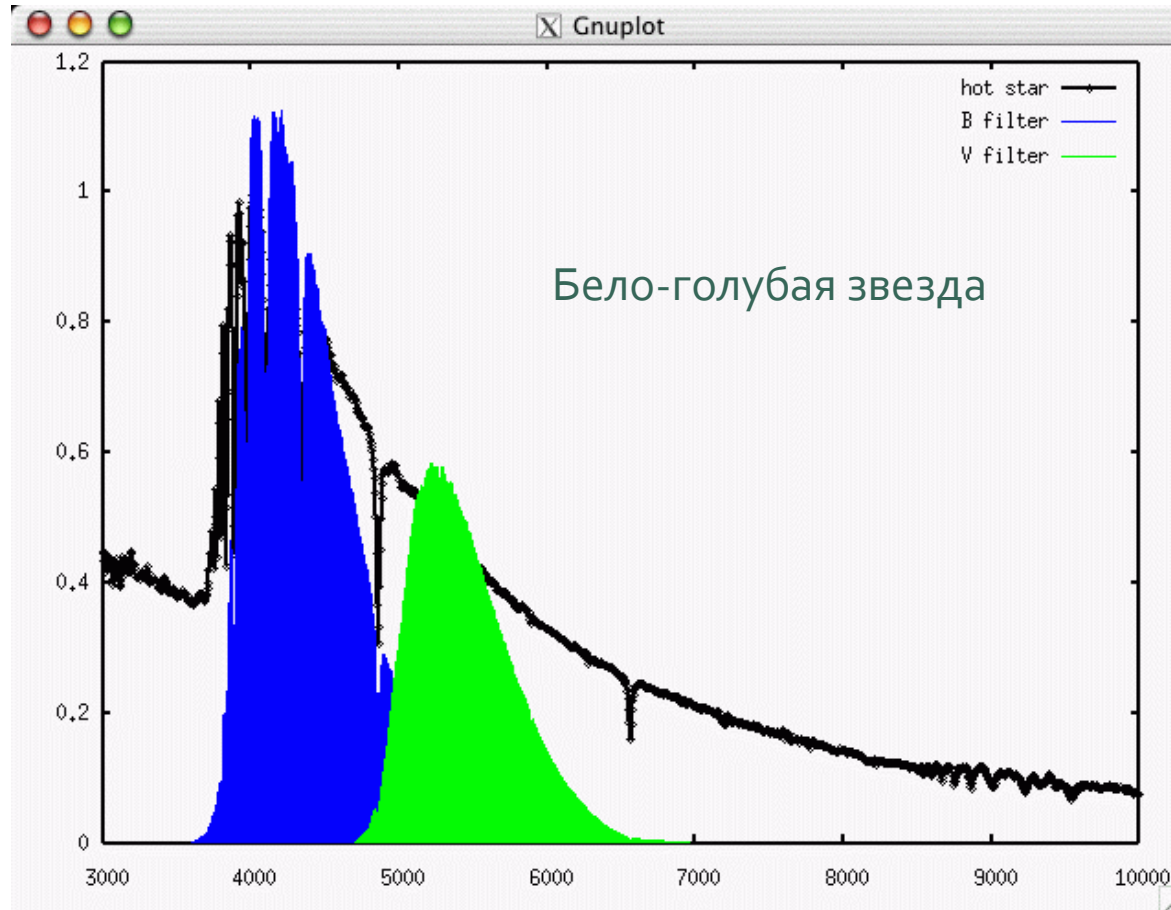


Обычно используется до десятка спектральных полос.  
Поэтому фотометрия это «спектроскопия с  $R \sim 5$ » ;-)

# ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА



# ПОКАЗАТЕЛЬ ЦВЕТА



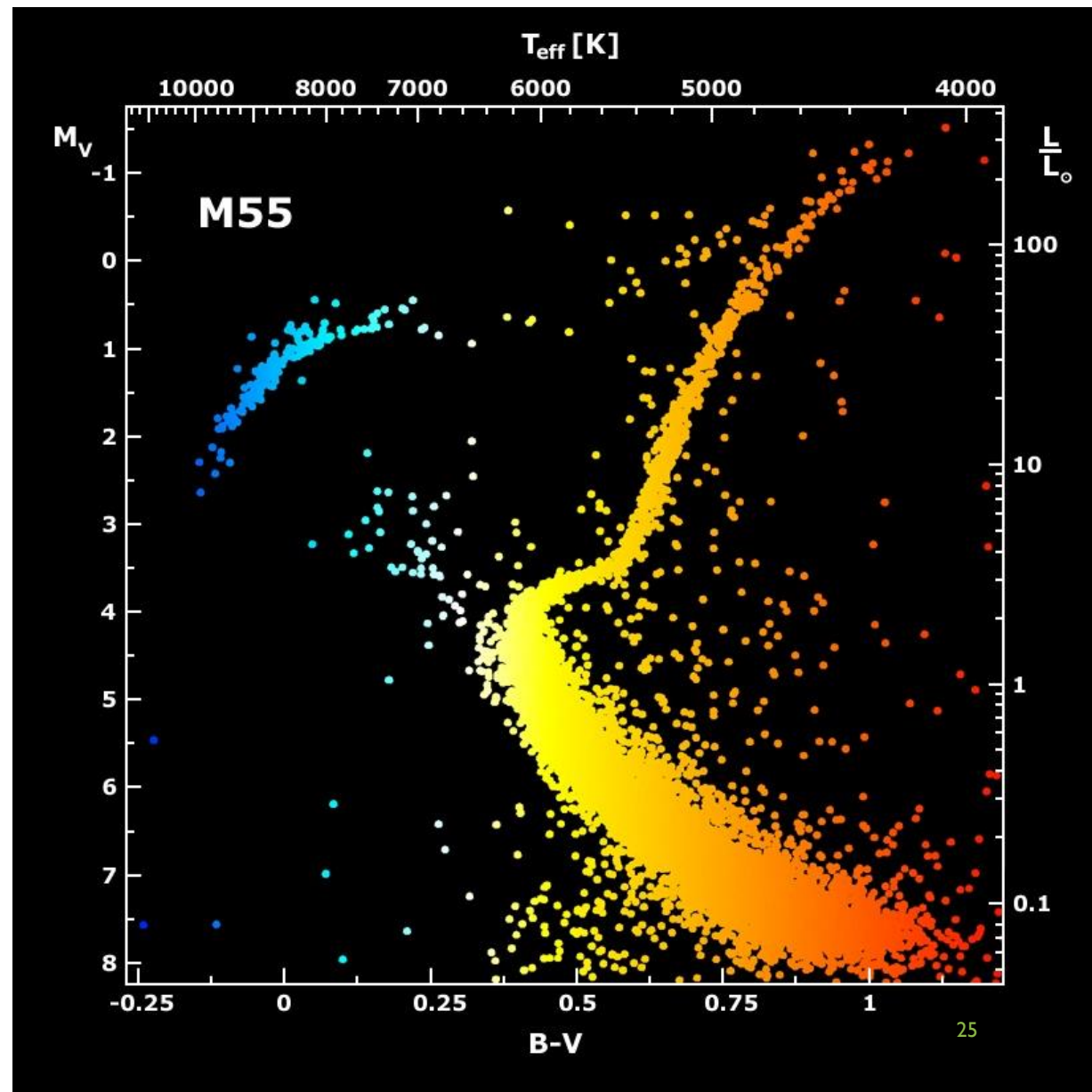
$$F_B > F_V \Rightarrow$$
$$B - V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} < 0$$

$$F_B < F_V \Rightarrow$$
$$B - V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} > 0$$



# ДИАГРАММА ЦВЕТ-ВЕЛИЧИНА

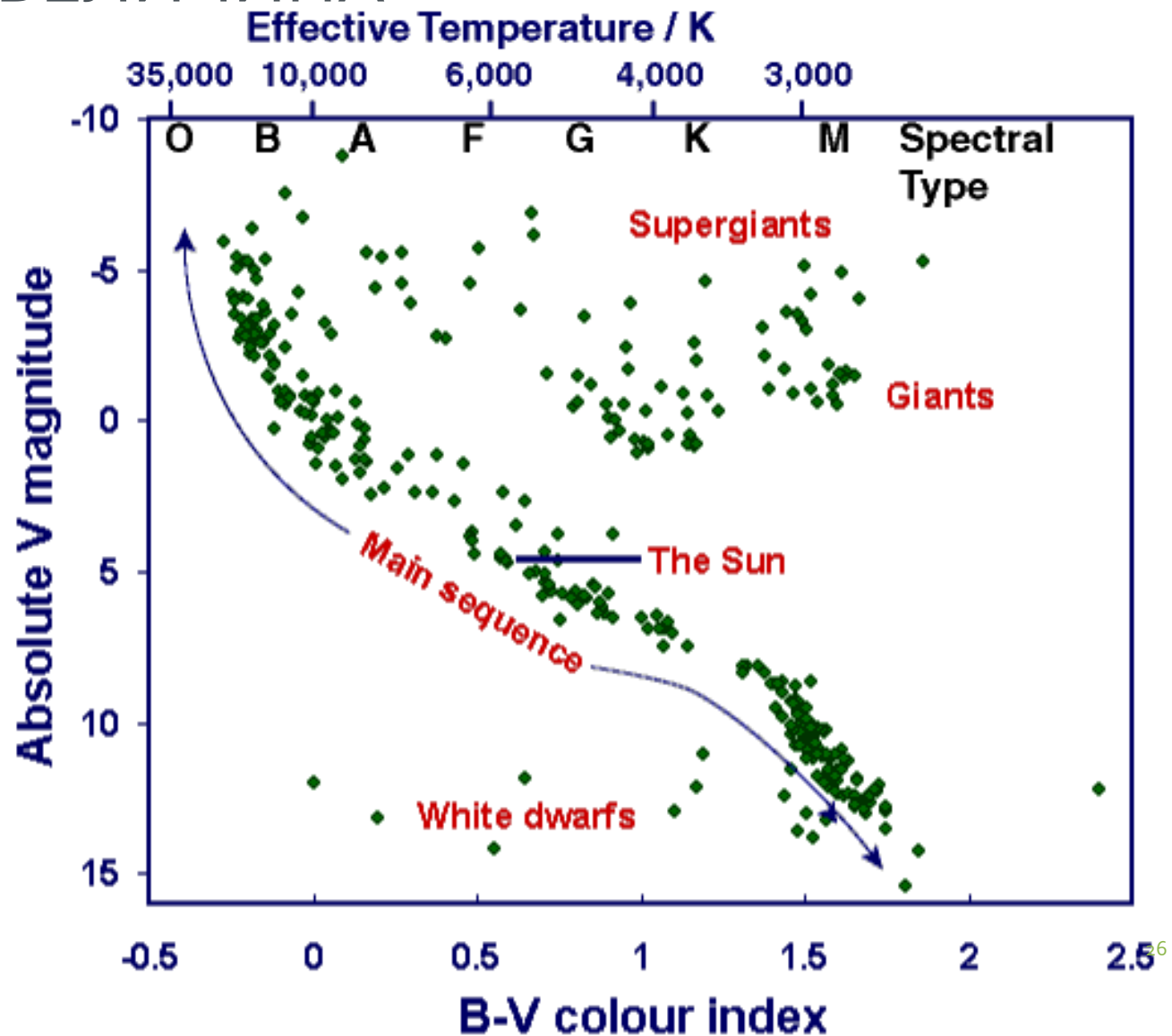
- она же **диаграмма Герцшпрунга-Рассела**
- она же **диаграмма спектр-светимость**



# АБСОЛЮТНАЯ ЗВЁЗДНАЯ ВЕЛИЧИНА

- Разница двух звёздных величин, первая из которых относится к коротковолновому диапазону, а вторая к длинноволновому называется показателем цвета: ( $B - V$ ,  $V - R$  и т.д.) называется **показателем цвета**.
- **Абсолютная звёздная величина** – такая звездная величина, которую имела бы звезда, если бы располагалась на расстоянии ровно в 10 пк от наблюдателя.

$$M = m - 5 \log d_{\text{пк}} + 5$$



# НУЛЬ-ПУНКТ ШКАЛЫ ЗВЁЗДНЫХ ВЕЛИЧИН



$$m - m_{\text{Веге}} = -2.5 \log \int_0^{\infty} F_{\lambda} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda - \underbrace{2.5 \log \int_0^{\infty} F_{\lambda, \text{Веге}} \cdot \varphi(\lambda) d\lambda}_{m_0}$$

## Vega Flux Zeropoints

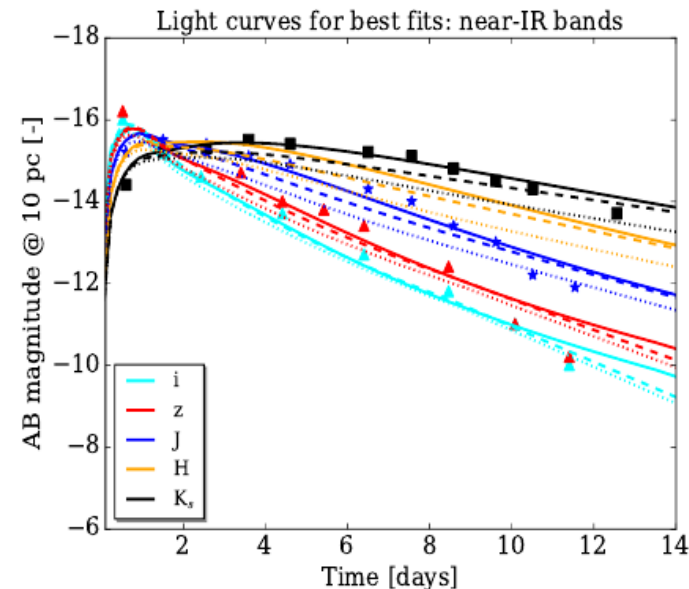
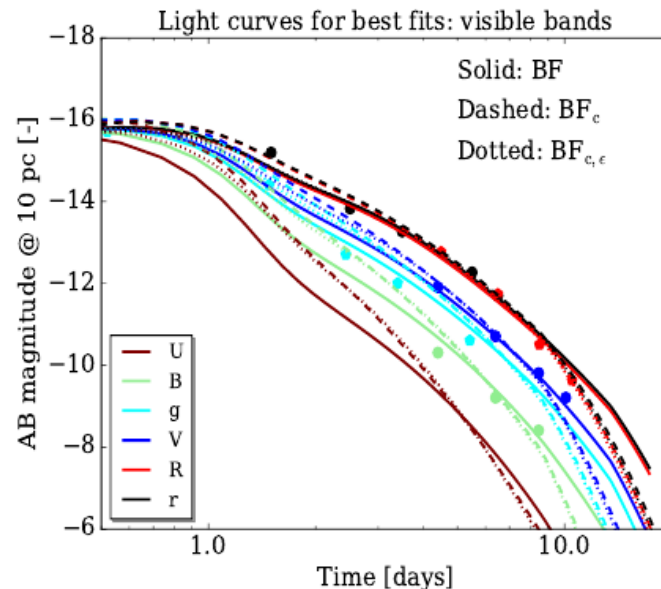
Quantity	U	B	V	R	I	J	H	K	Notes and units
$\lambda_{\text{eff}}$	0.36	0.438	0.545	0.641	0.798	1.22	1.63	2.19	microns
$\Delta\lambda$	0.06	0.09	0.085	0.15	0.15	0.26	0.29	0.41	microns, UBVRI from Bessell (1990), JHK from AQ
$f_{\nu}$	1.79	4.063	3.636	3.064	2.416	1.589	1.021	0.64	$\times 10^{-20} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$ , from Bessell et al. (1998)
$f_{\lambda}$	417.5	632	363.1	217.7	112.6	31.47	11.38	3.961	$\times 10^{-11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ , from Bessell et al. (1998)
$\Phi_{\lambda}$	756.1	1392.6	995.5	702.0	452.0	193.1	93.3	43.6	photons $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ , calculated from above quantities

<https://www.astronomy.ohio-state.edu/martini.10/usefuldata.html>

Поток от звезды нулевой величины в фильтре V примерно  
 **$1000 \text{ квантов} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{\AA}^{-1}$**

# ЗВЁЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, НЕ ПРИВЯЗАННЫЕ К СТАНДАРТАМ

- $m_{AB} \equiv -2.5 \log F_\nu - 48.6$ , если плотность потока имеет размерность  $F_\nu [\text{эрг} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-1}] = [\text{Ян}] = [\text{Jy}]$
- $1 \text{ Янский} \equiv 10^{-23} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{Гц}} \rightarrow$  Если  $m_{AB} = 0$ , то  $F_{\nu,0} \approx 3631 \text{ Ян}$
- В случае фильтра конечной ширины  $m_{AB} \approx -2.5 \log \left( \frac{\int F_\nu \phi(\nu) d\nu}{3631 \text{ Jy} \int \phi(\nu) d\nu} \right)$



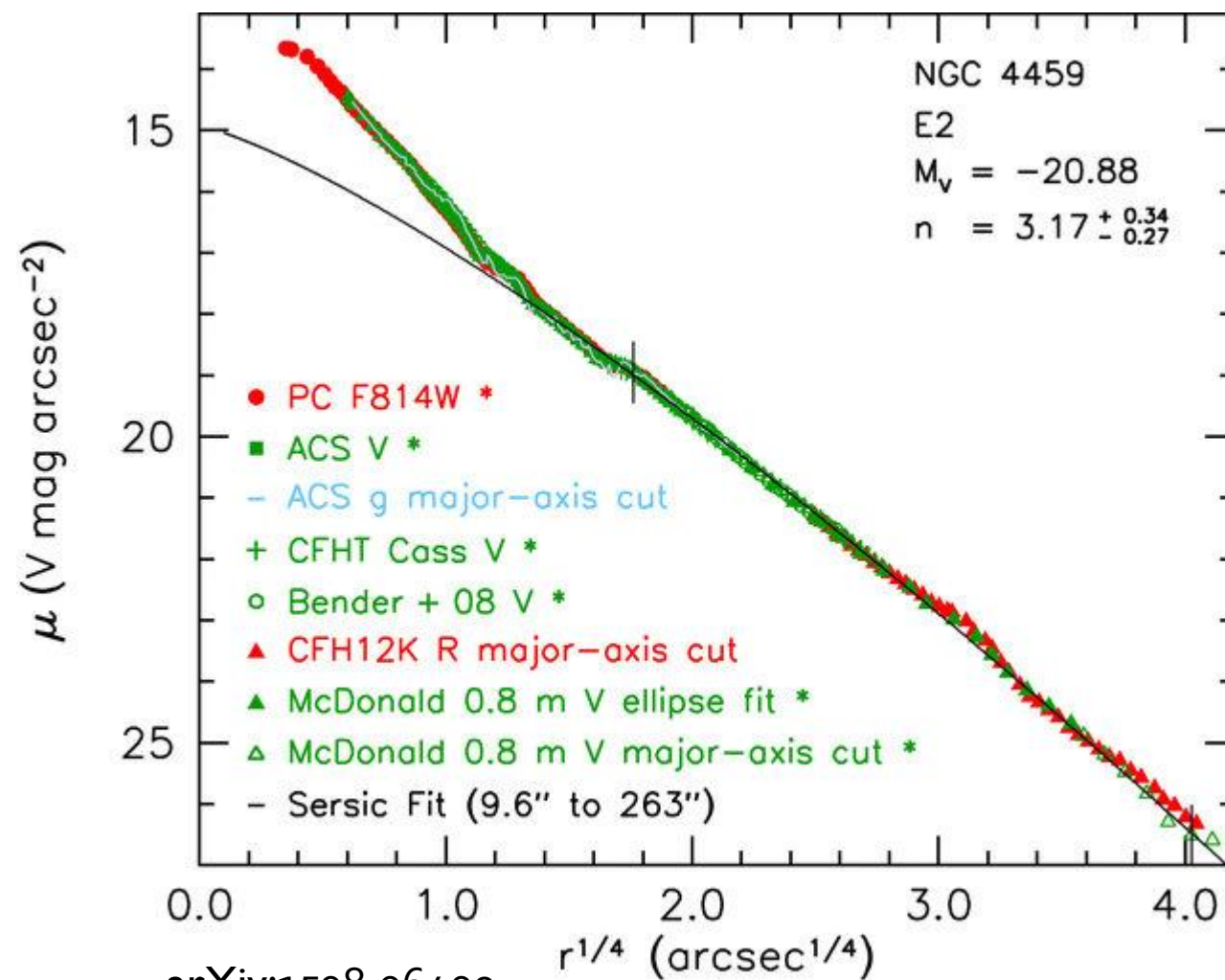
1711.03982



# ПОВЕРХНОСТНАЯ ЯРКОСТЬ

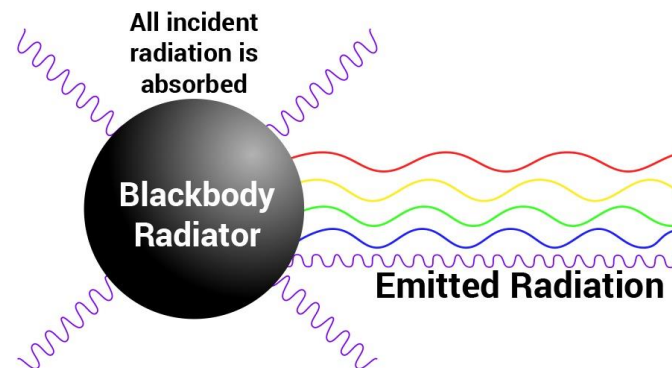
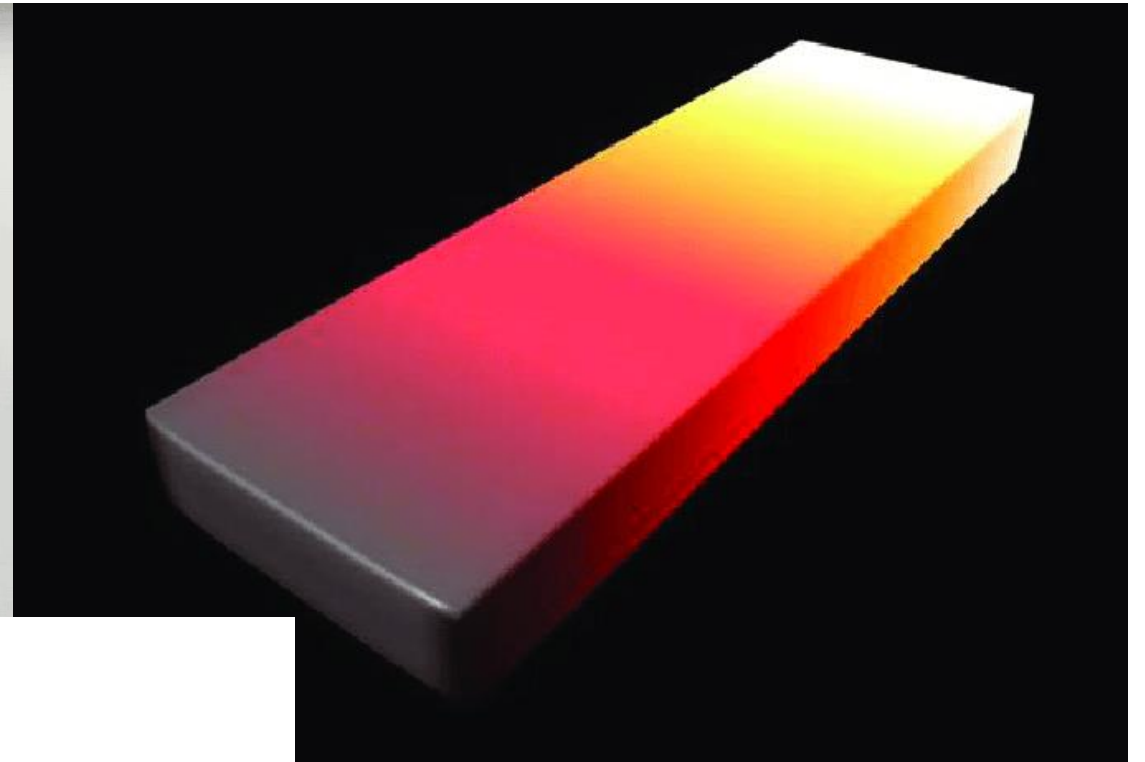
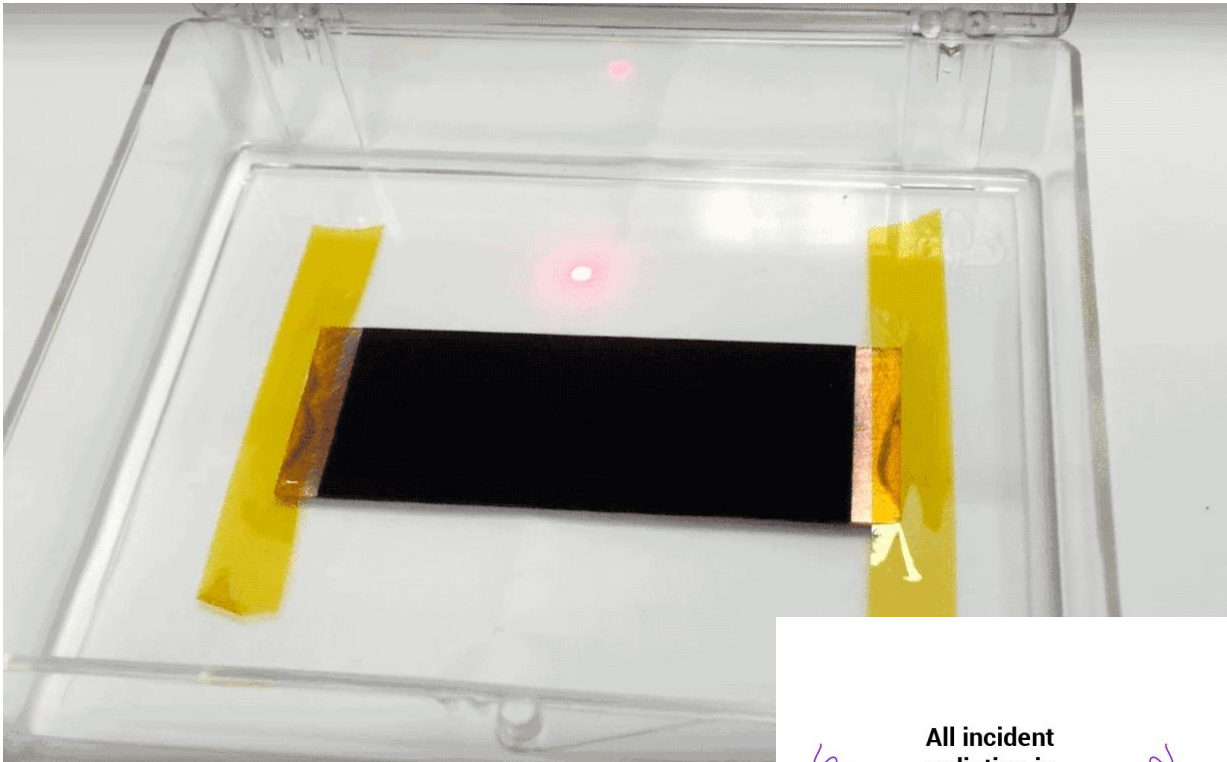


ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ

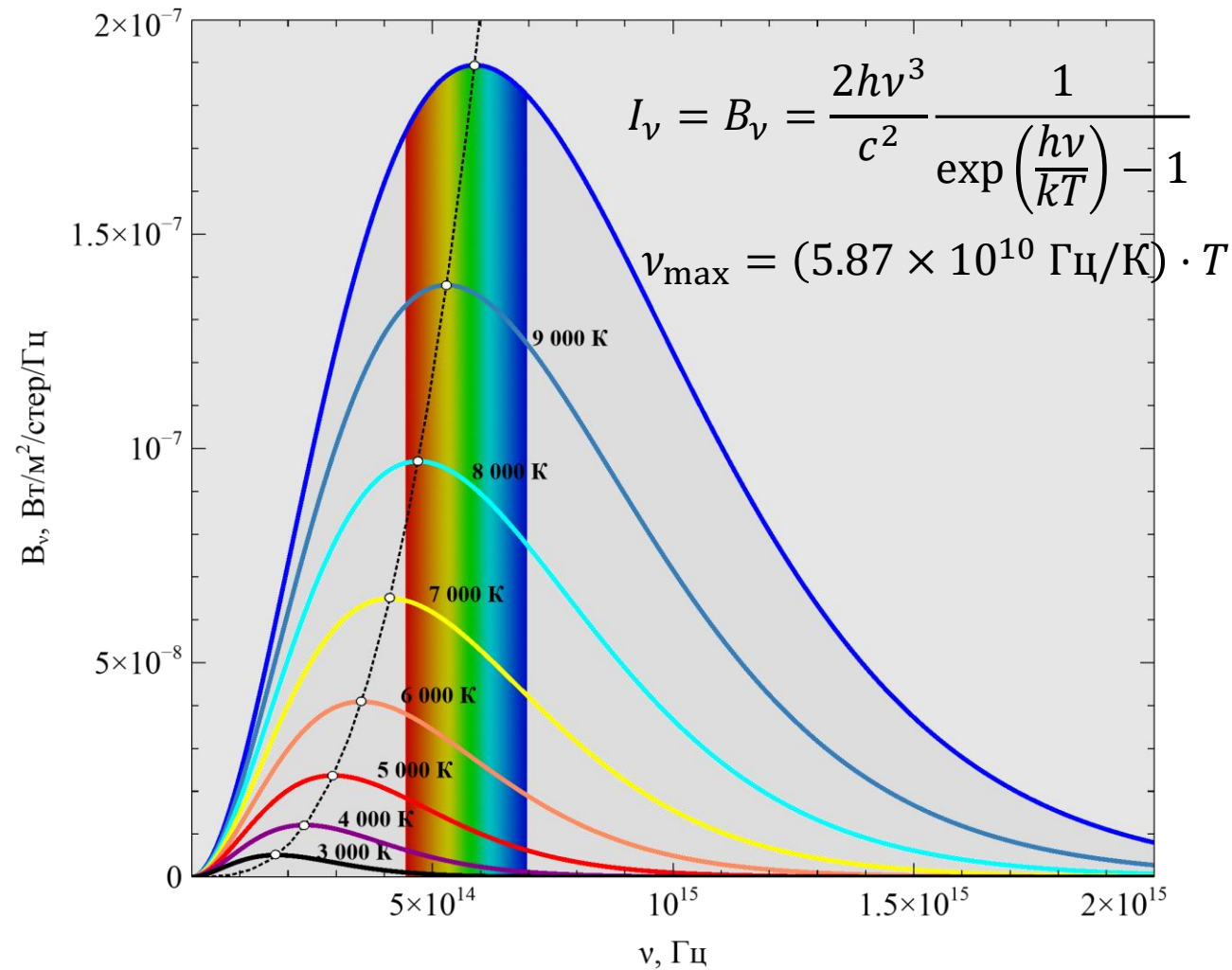
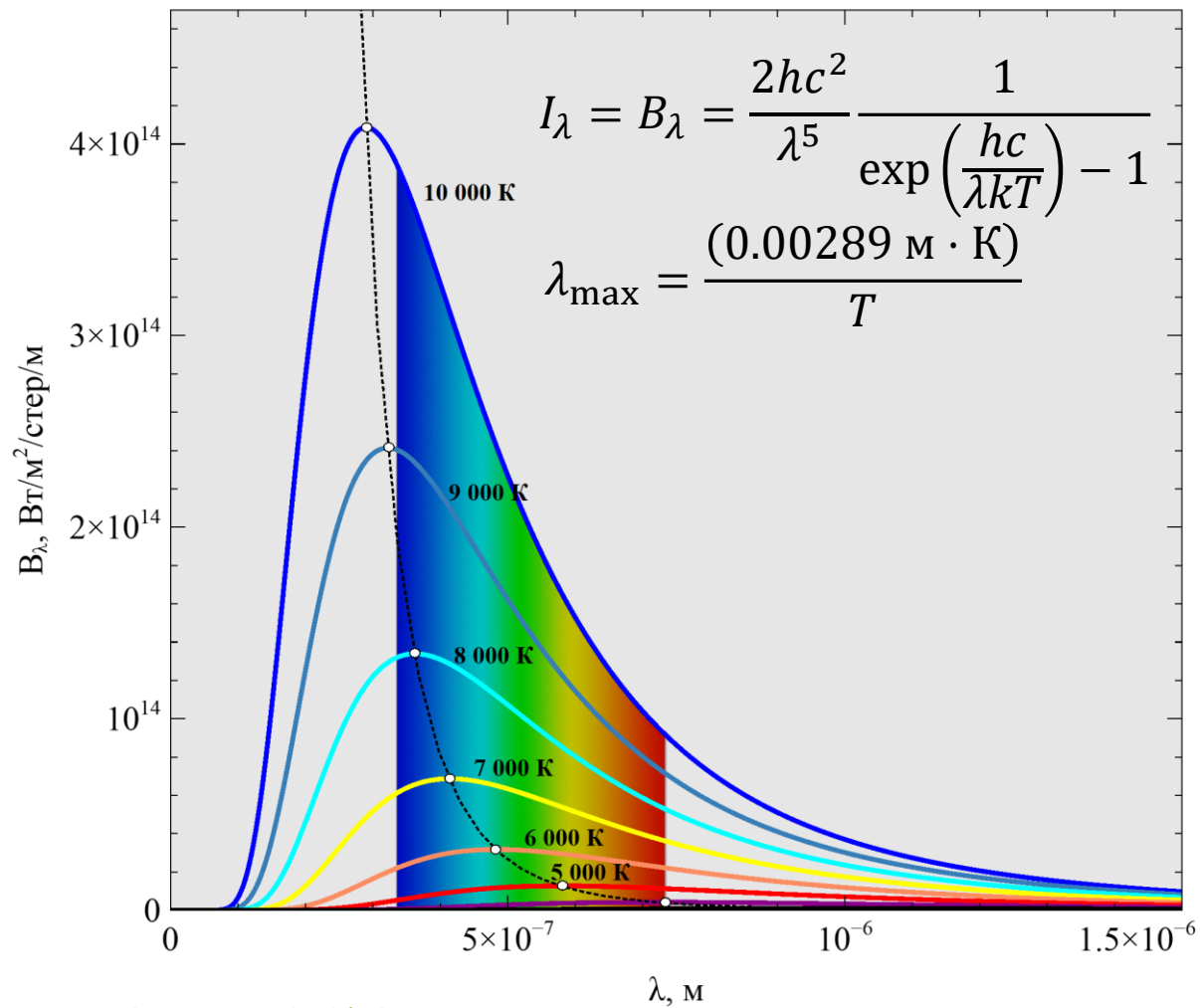


arXiv:1508.06409

# АБСОЛЮТНО ЧЁРНОЕ ТЕЛО



# ПЛАНКОВСКИЙ СПЕКТР



# ЭФФЕКТИВНАЯ ТЕМПЕРАТУРА

- Полная мощность (светимость) площадки АЧТ в  $1 \text{ см}^2$  (при излучении в  $2\pi$  стер) равна:

$$L = \int_0^\infty \int_{2\pi} B_\nu \cos \theta d\Omega d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma_B T^4$$

-- закон Стефана-Больцмана. А константа  $\sigma_B = 5.67 \times 10^{-5} \text{ эрг с}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ К}^{-4}$  -- *постоянная Стефана-Больцмана*

- Полная светимость сферического АЧТ радиуса  $R$ , таким образом равна:

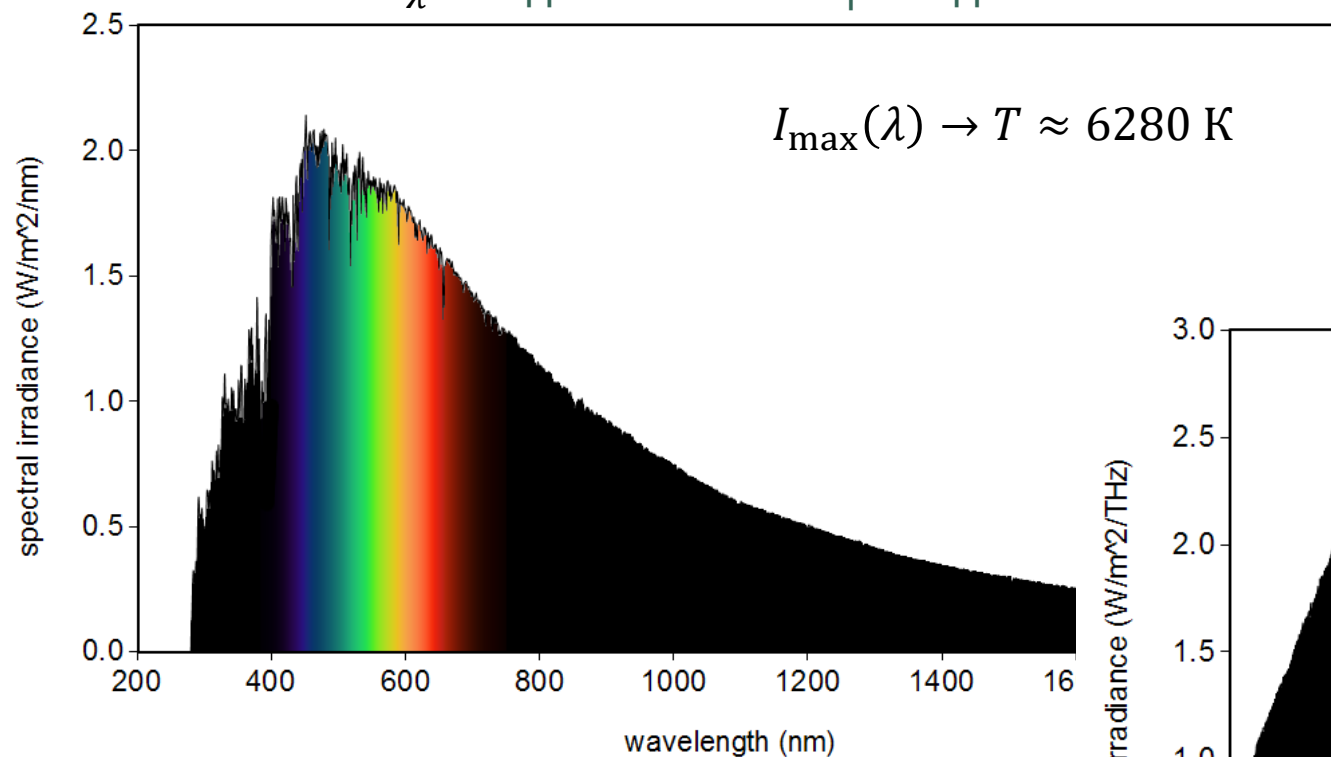
$$L = 4\pi R^2 \sigma_B T^4$$

- Формально, для любого сферического тела со светимостью  $L$  и радиусом  $R$  можно определить *эффективную температуру*:

$$T_{\text{eff}} = \left( \frac{L}{4\pi R^2 \sigma_B} \right)^{1/4}$$

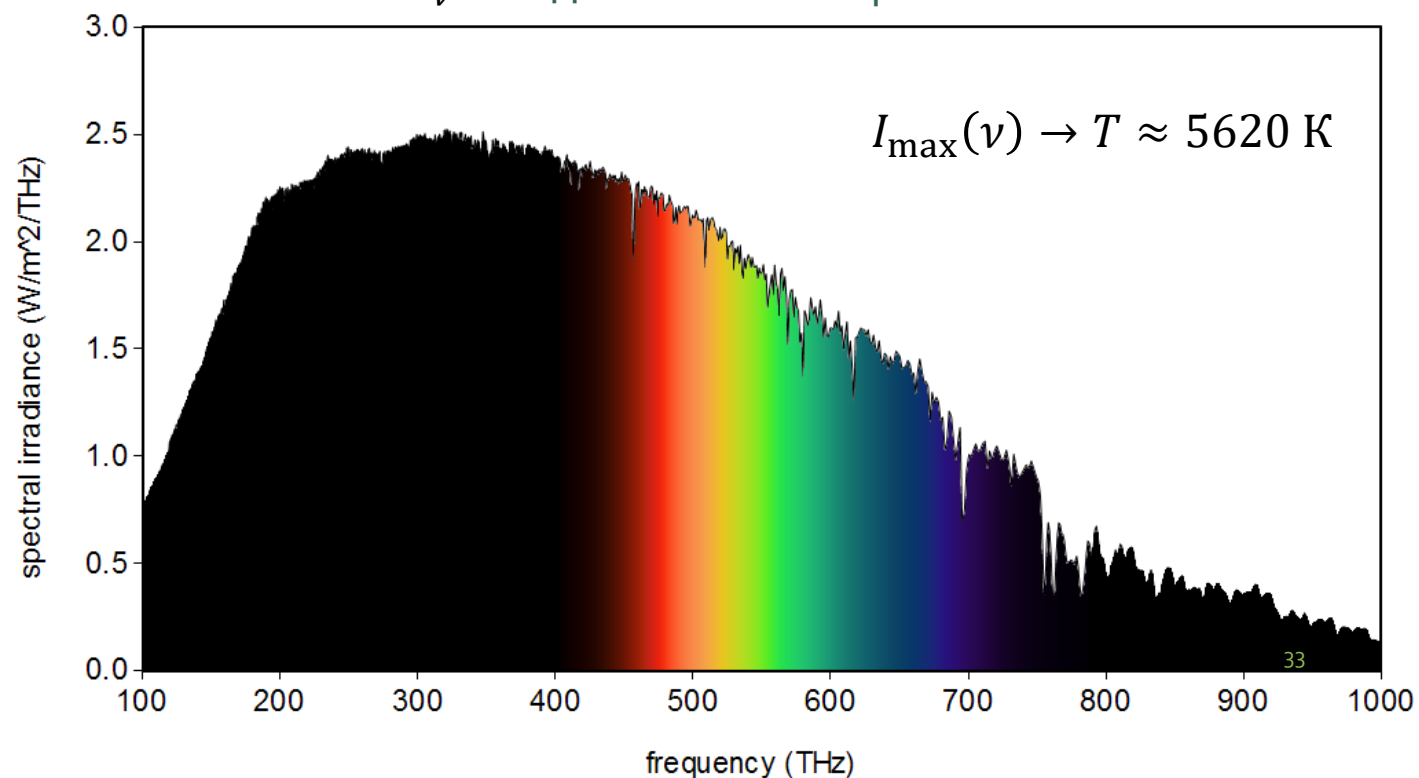
# ТЕМПЕРАТУРЫ СОЛНЦА

Поток  $F_\lambda$  на единичный интервал длин волн.



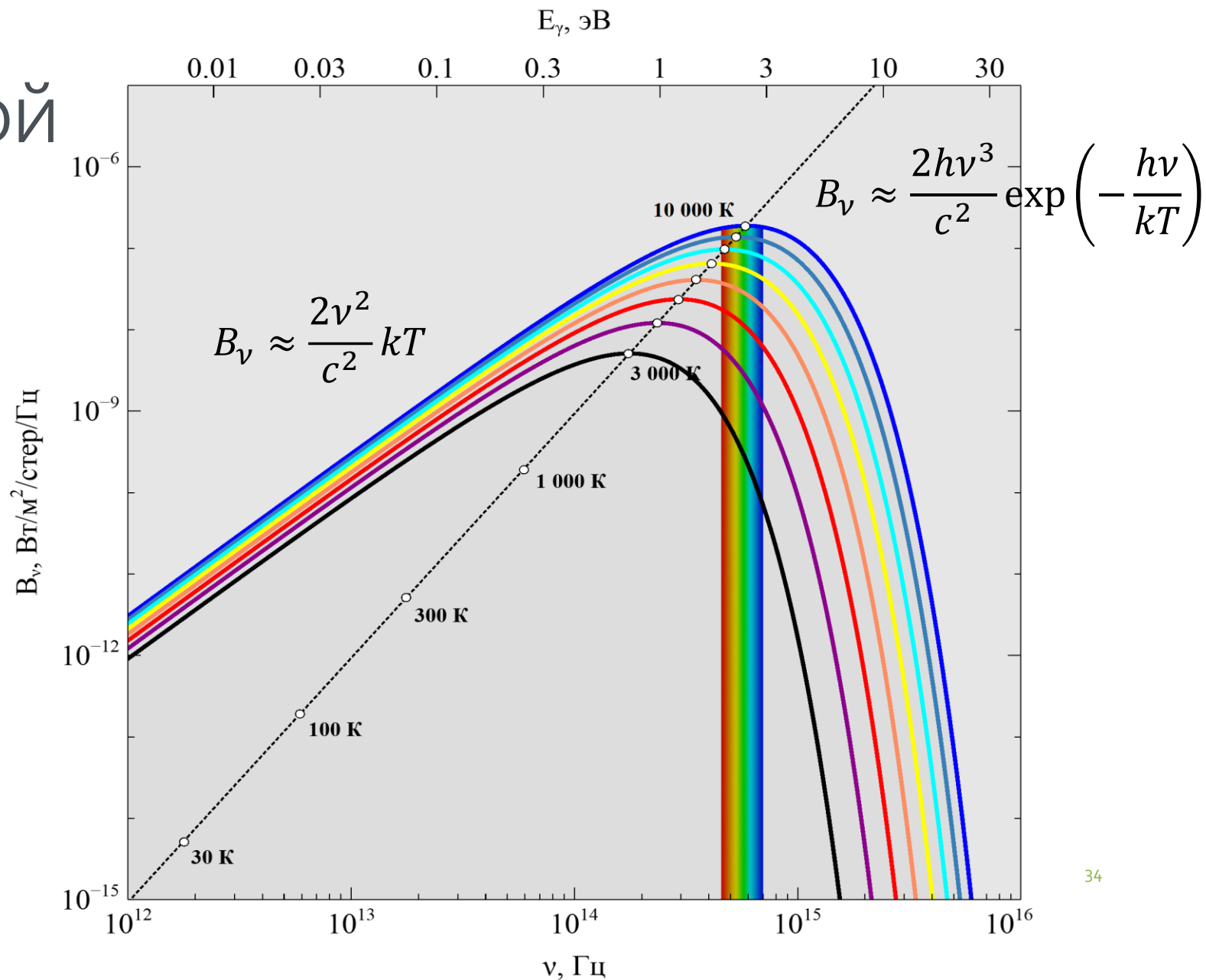
$$T_{\text{eff}, \odot} \approx 5772 \text{ K}$$

Поток  $F_\nu$  на единичный интервал частот.



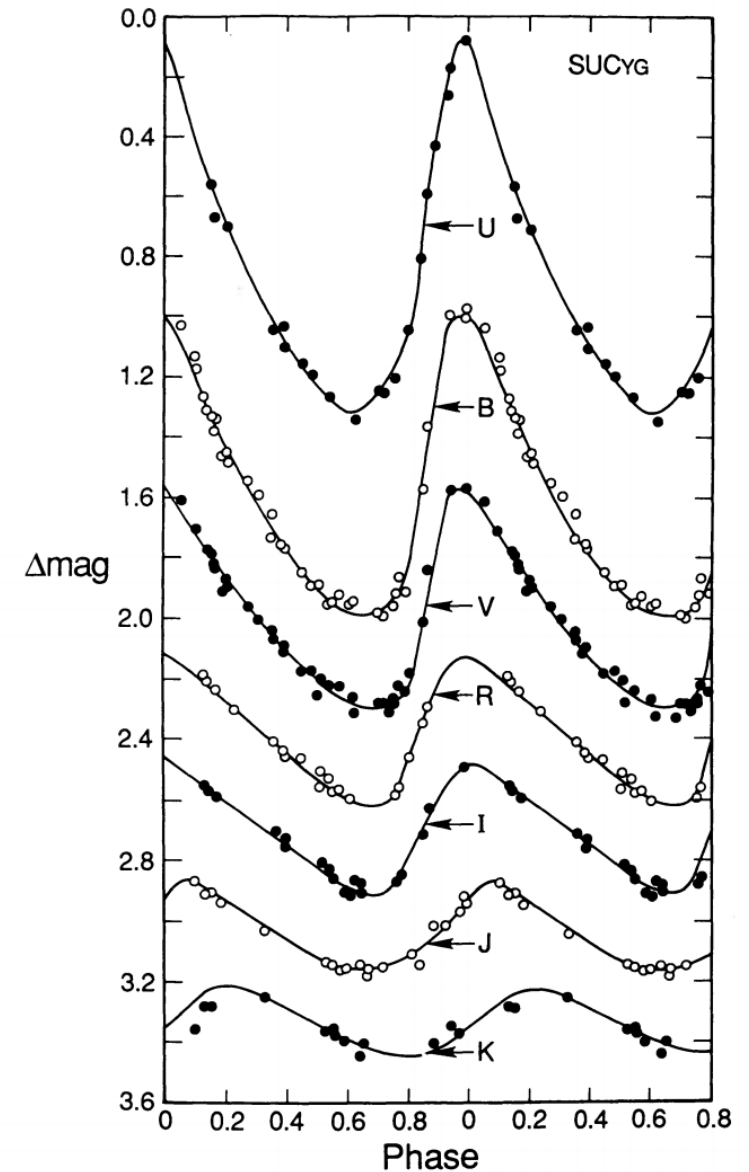
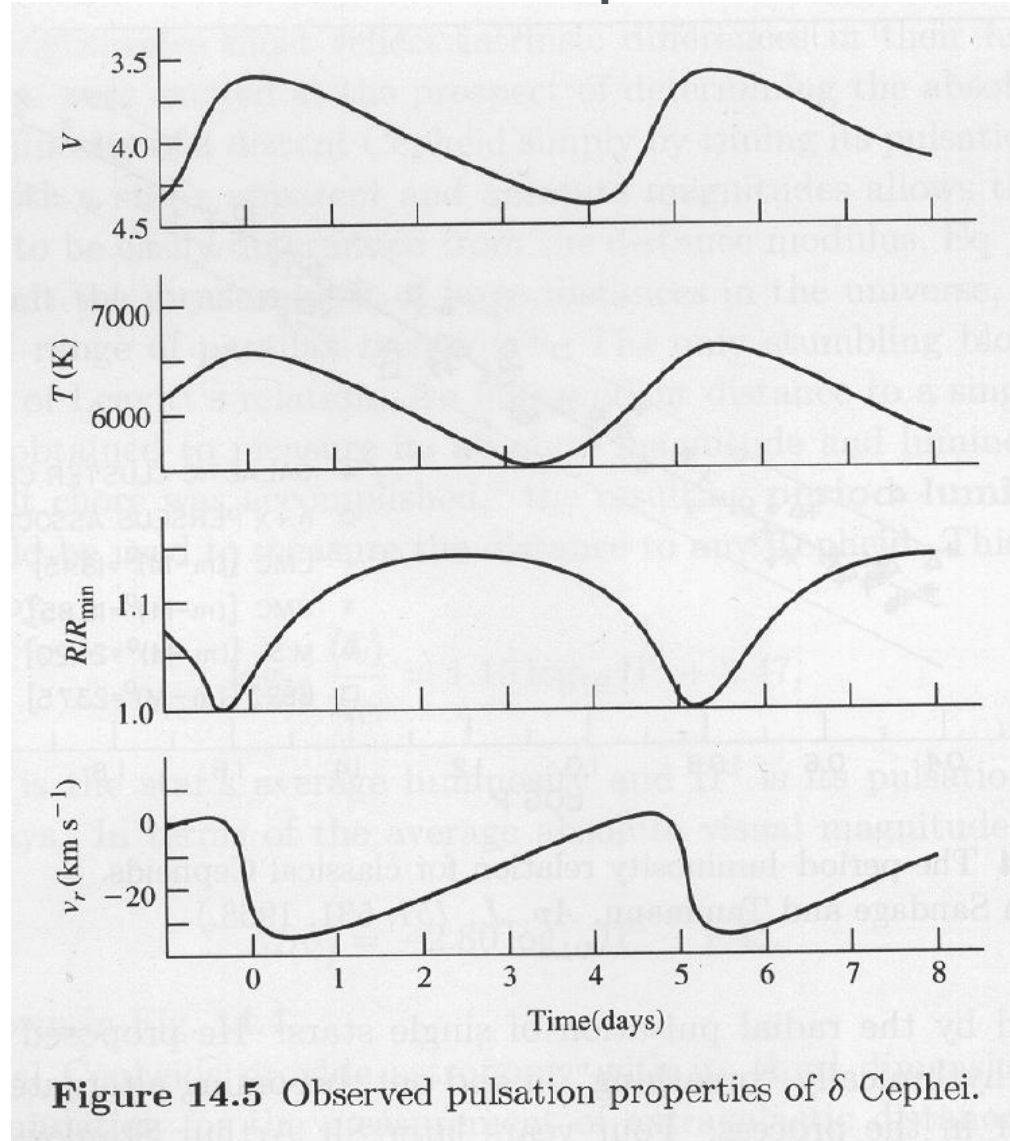
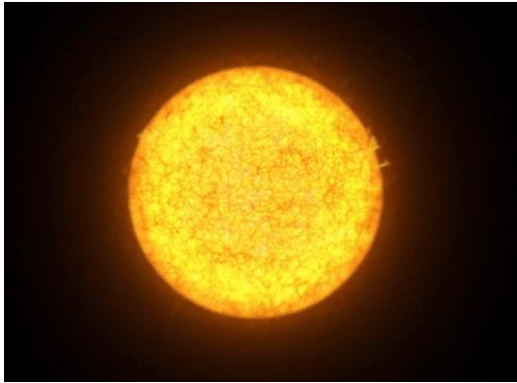
# ПРИБЛИЖЕНИЯ ПЛАНКОВСКОЙ КРИВОЙ

- $h\nu \ll kT \rightarrow$  Область Рэля-Джинса, степенной спектр:  
 $B_\nu \propto \nu^2$
- $h\nu \gg kT \rightarrow$  Область Вина, экспоненциальный спектр:  
 $B_\nu \propto \nu^3 e^{-\nu/\nu_0}$





# ЦЕФЕИДЫ – ПУЛЬСИРУЮЩИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ



# ФОН ИЗЛУЧЕНИЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ

- Плотность энергии чернотельного излучения:

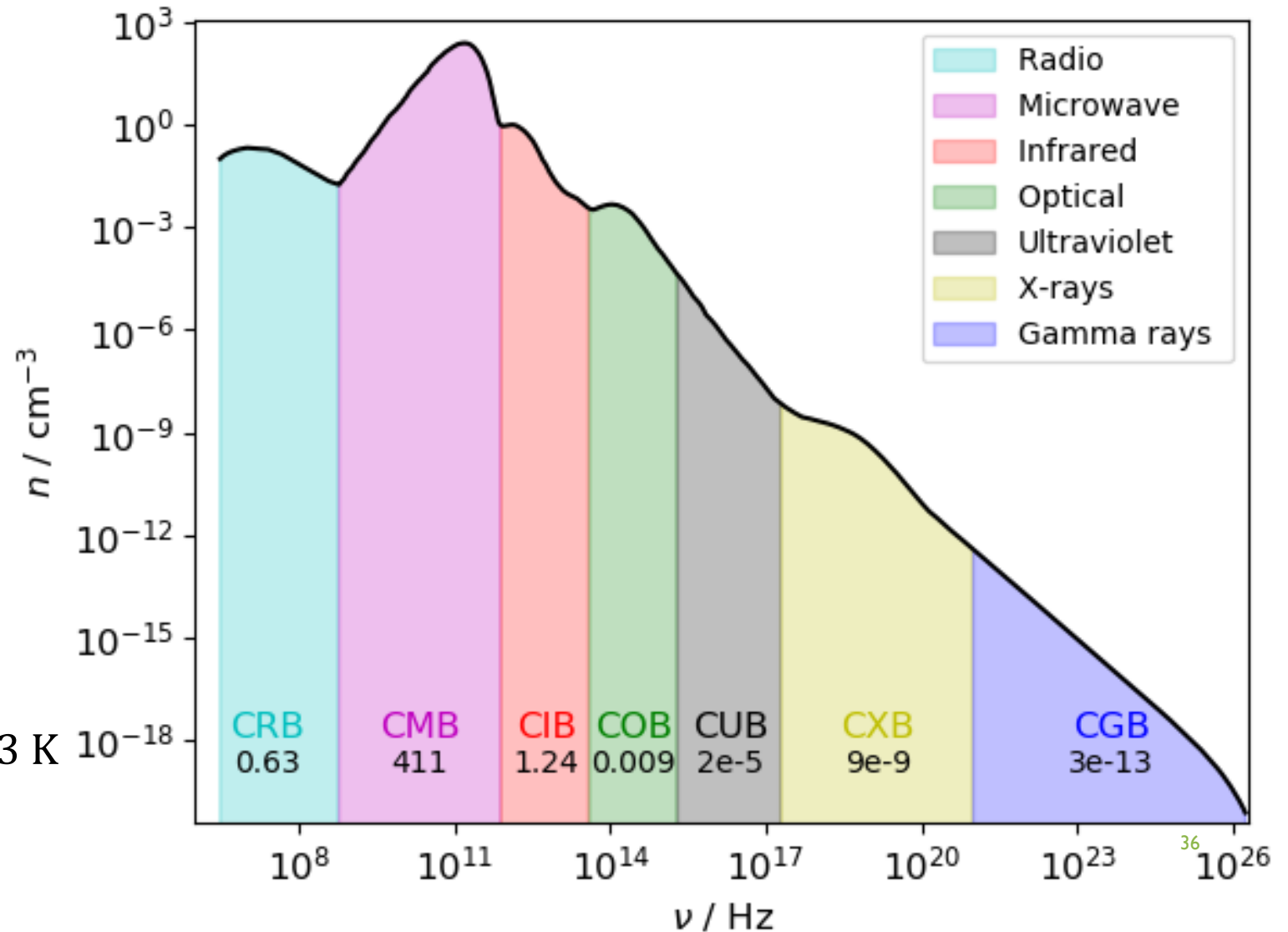
$$u = \frac{4\sigma_B}{c} T^4 = a_r T^4$$

- Давление изотропного излучения:

$$p = \frac{1}{3} u = \frac{4\sigma_B}{3c} T^4$$

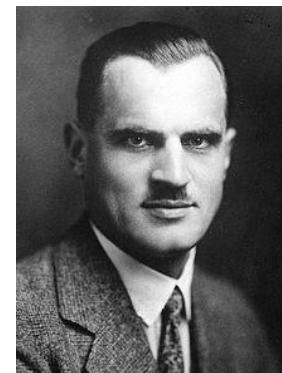
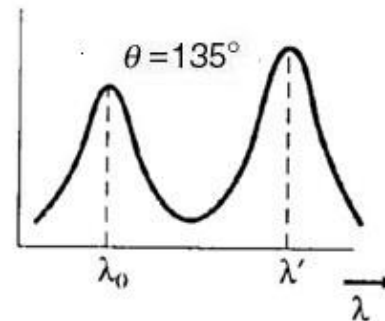
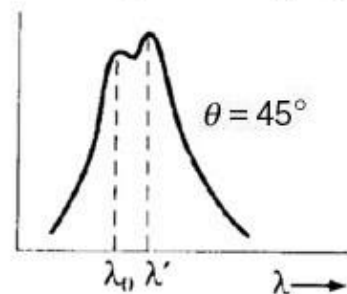
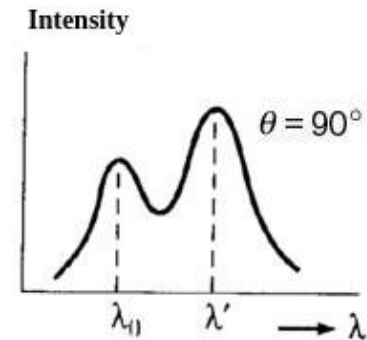
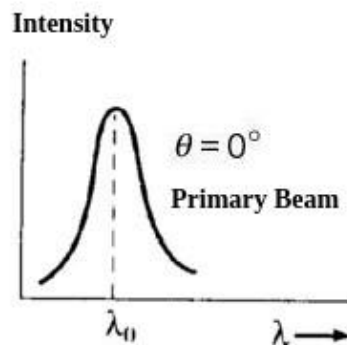
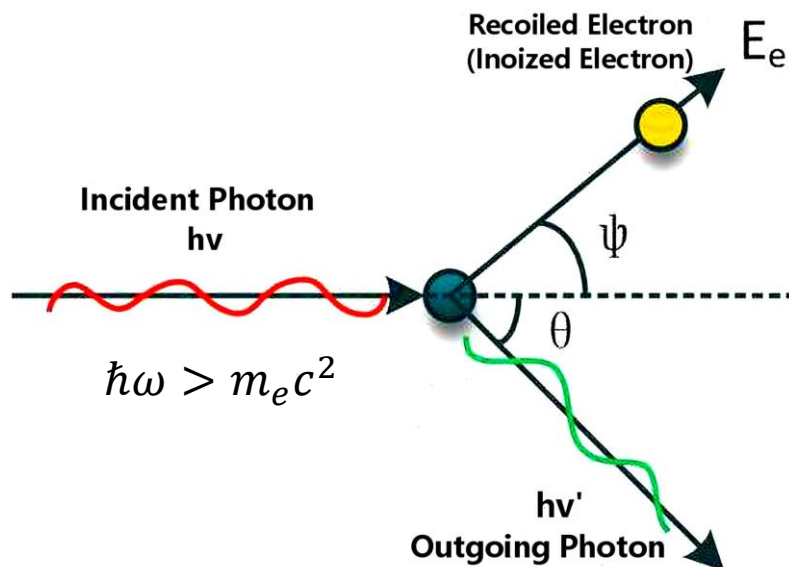
- Концентрация чернотельных фотонов:

$$n_\gamma \approx 20 \left( \frac{T}{1 \text{ K}} \right)^3 \approx 400 \text{ cm}^{-3} \text{ для } T = 2.73 \text{ K}$$





# КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ



Артур Комптон  
(1892 – 1962)

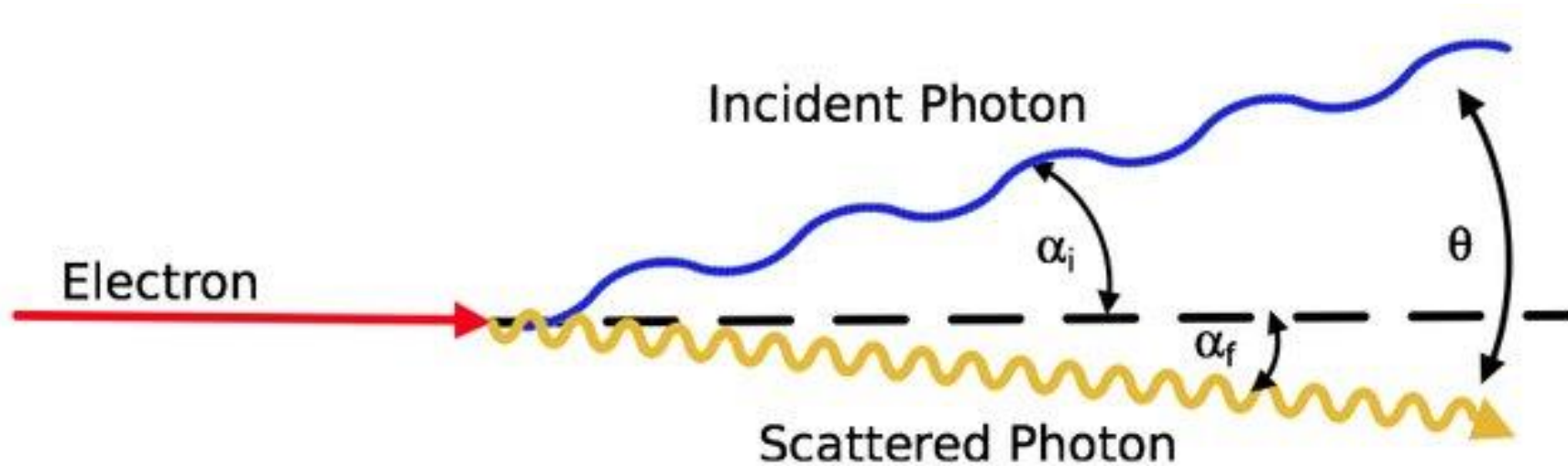
$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \approx 2.4 \times 10^{-10} \text{ см}$$

(Комптоновская длина волны)

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

(В предположении, что в начале электрон покоился)

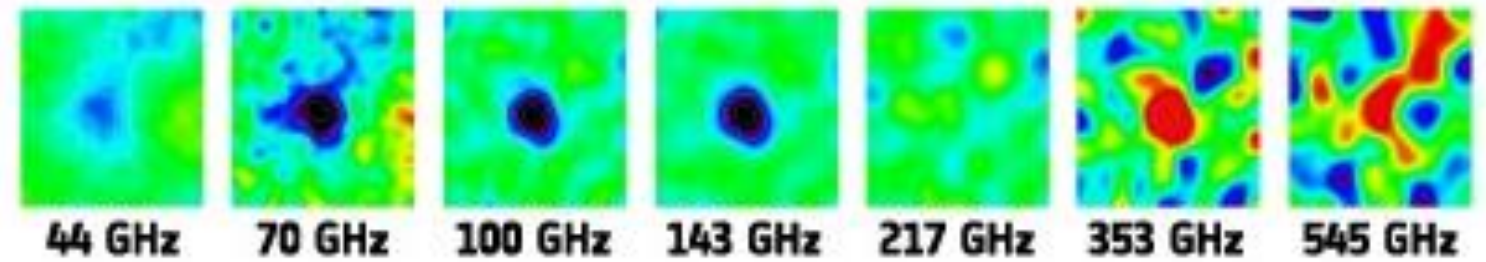
# ОБРАТНЫЙ КОМПТОН-ЭФФЕКТ



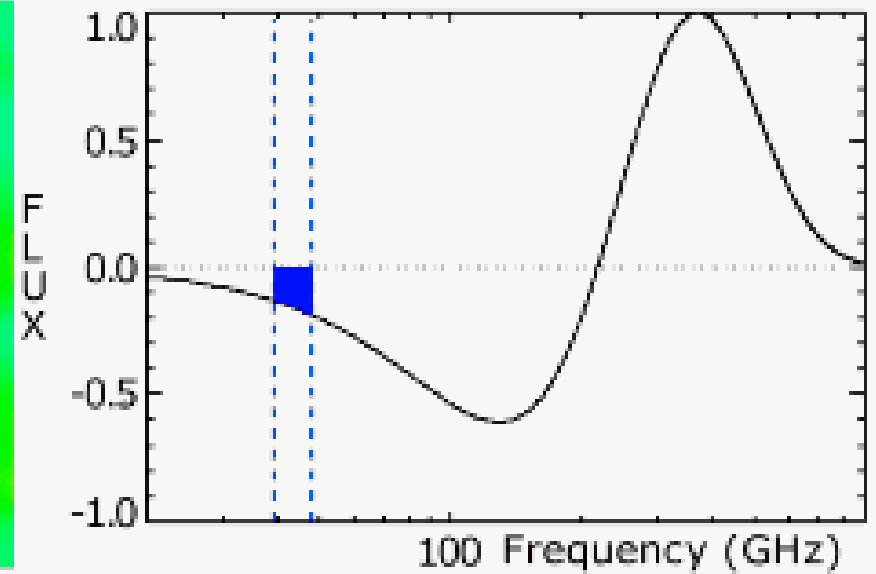
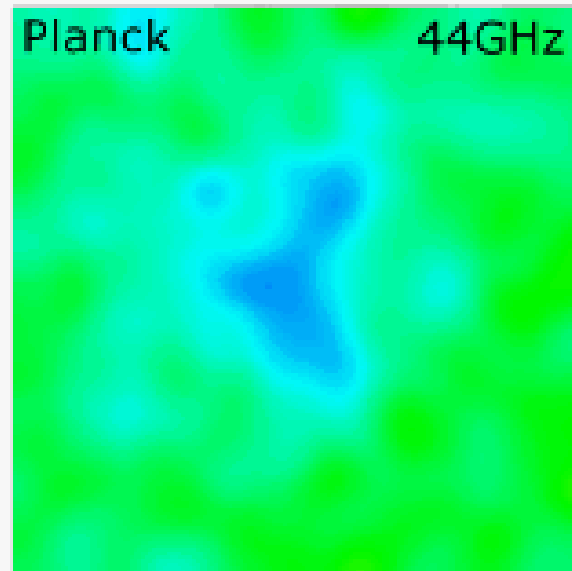
Энергия электрона очень велика:  $\gamma \gg 1$ . И она передаётся фотону так, что его энергия увеличивается:  $\mathcal{E}'_\gamma \sim \gamma^2 \mathcal{E}_\gamma$

$$\dot{E}_{IC} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_{ph}$$

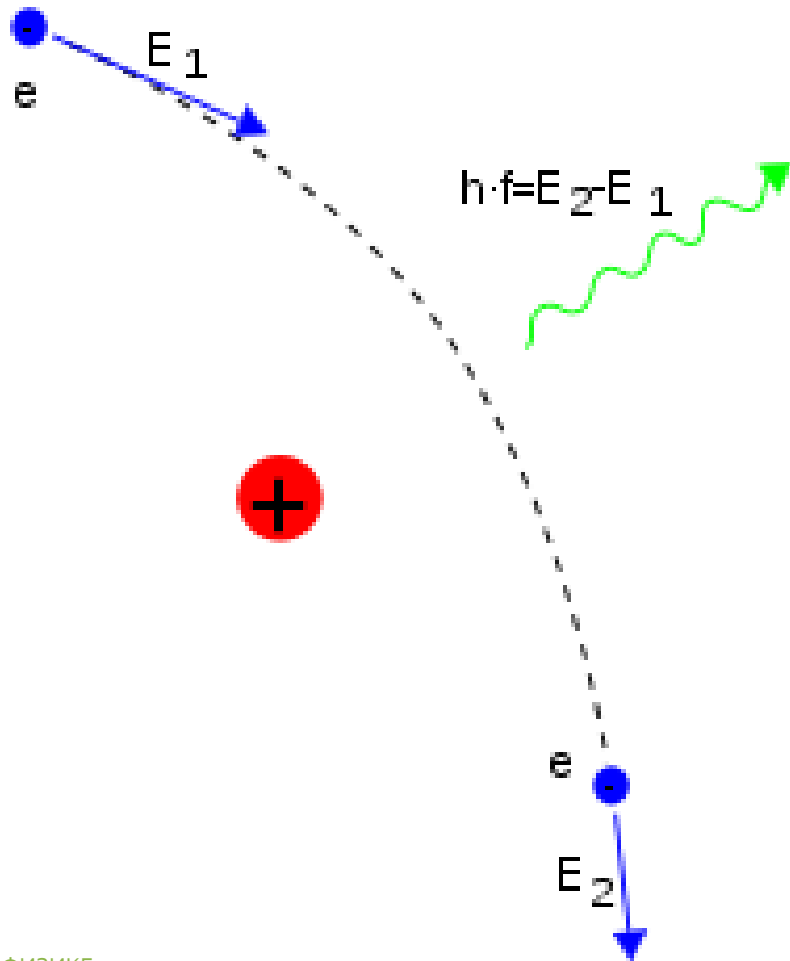
# ЭФФЕКТ СЮНЯЕВА-ЗЕЛЬДОВИЧА



$$\frac{\Delta T}{T_{CMB}} \propto \sigma_T \int n_e(l) \frac{kT_e(l)}{m_e c^2} dl$$



# ИЗЛУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ ЧАСТИЦ



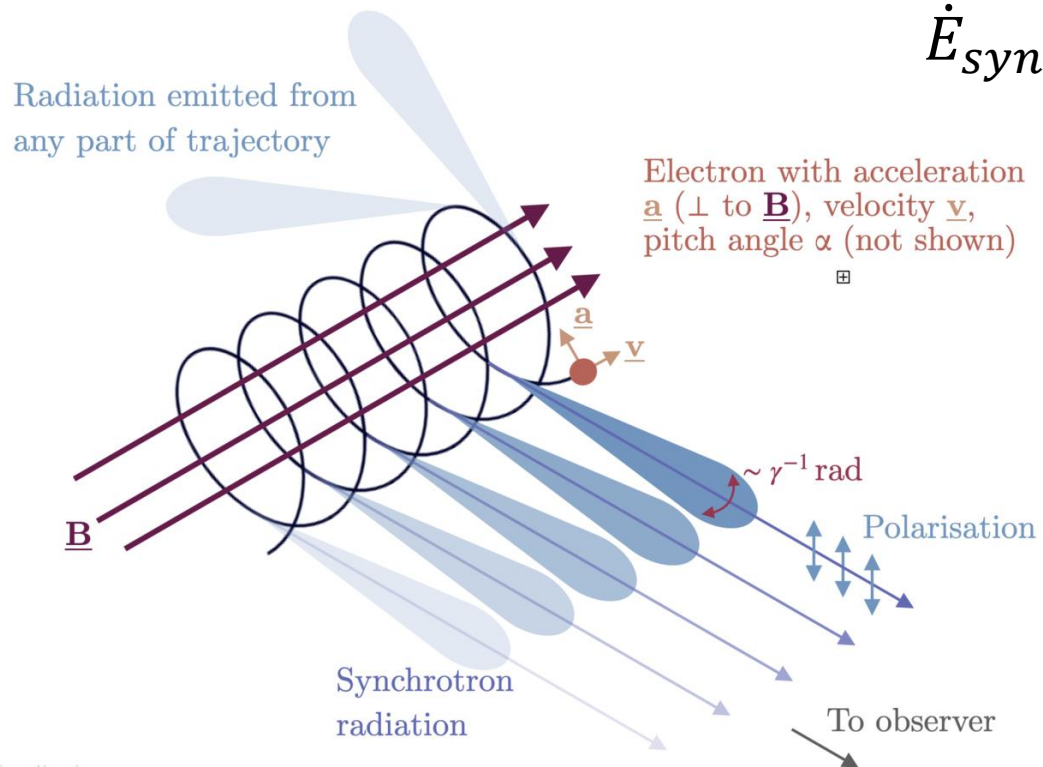
– свободно-свободные переходы, нем. Bremsstrahlung – «излучение торможения» или «тормозное излучение»

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2q^2}{3c^3} a^2$$

– темп потерь энергии на излучение зарядом  $q$ , движущимся с ускорением  $a$ . Здесь  $c$  – скорость света)

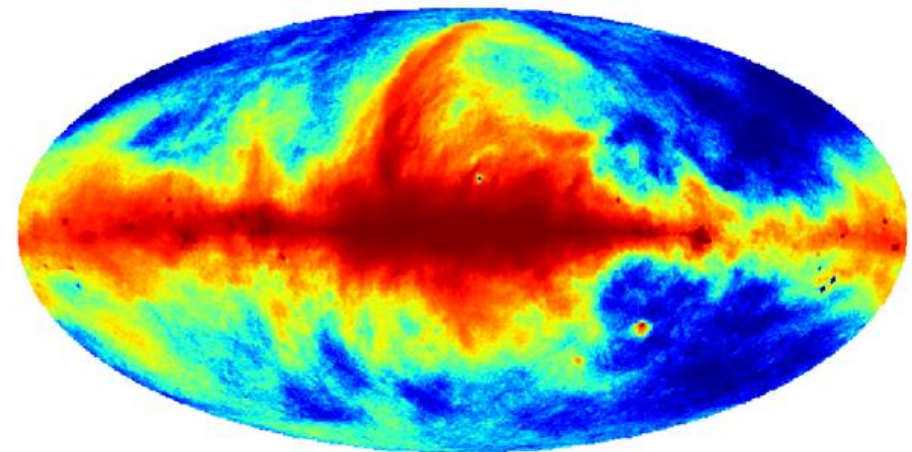
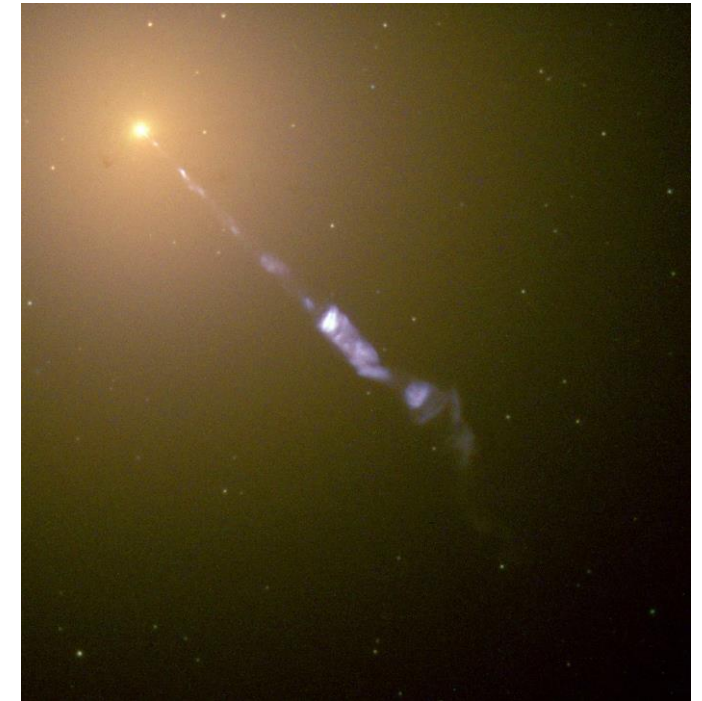
# СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

$$\dot{E}_{sync} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_B$$

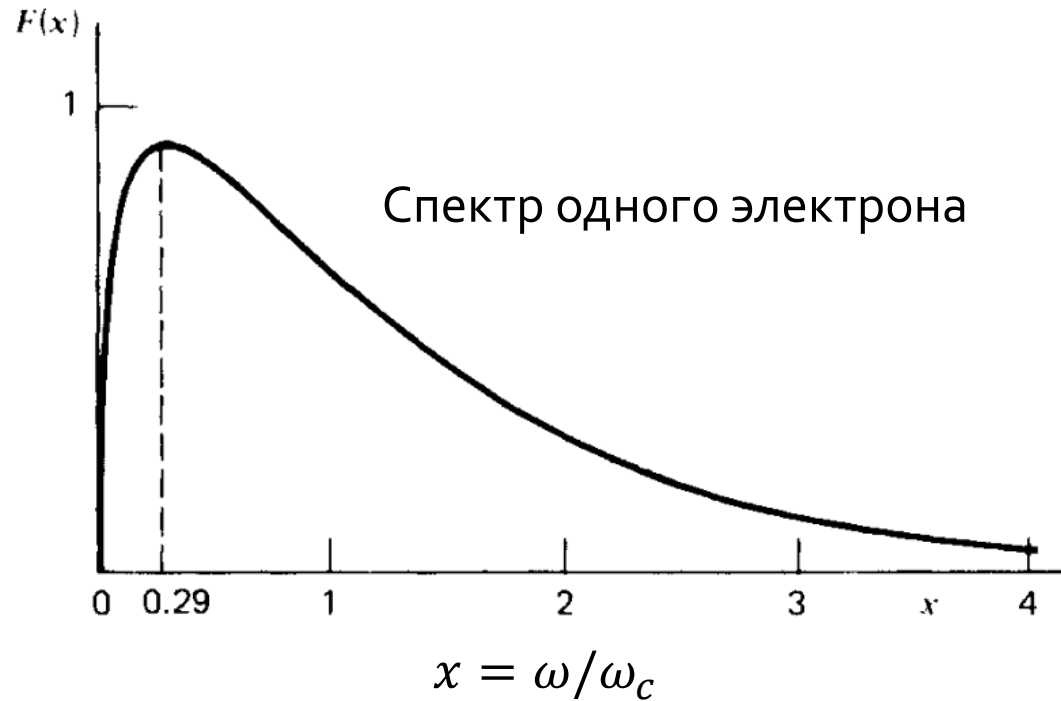


Emma Alexander

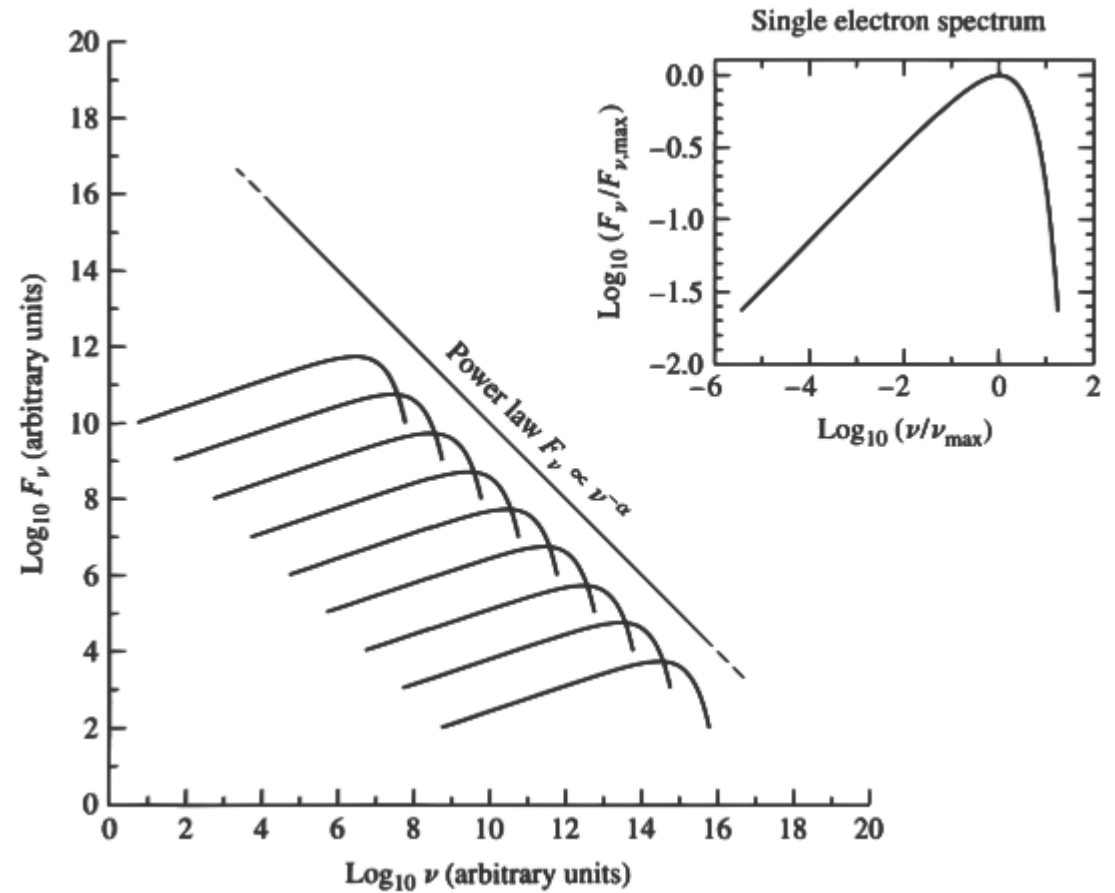
ИЗЛУЧЕНИЕ В АСТРОФИЗИКЕ



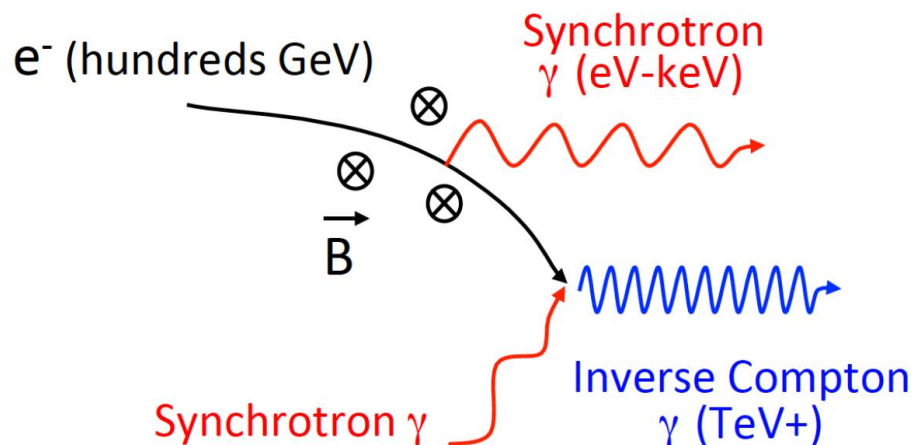
# СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ



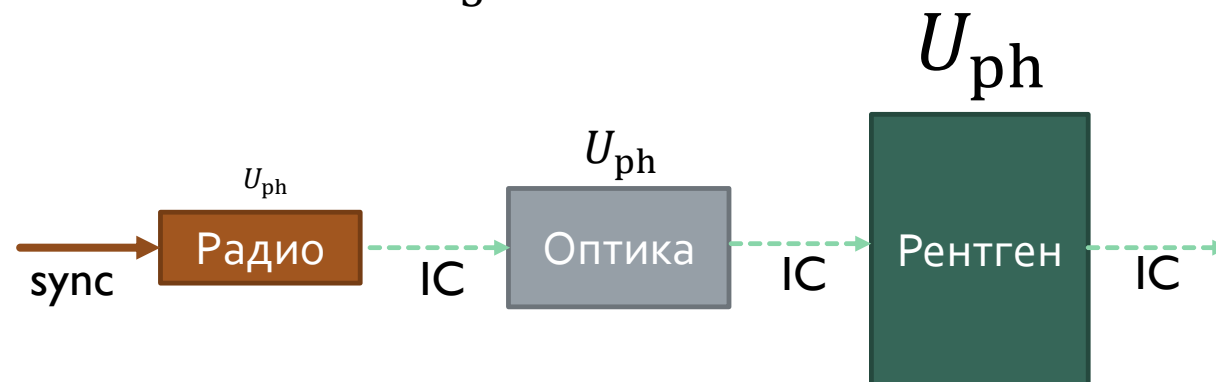
$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \frac{eB}{mc} = \frac{3}{2} \gamma^2 \omega_G \text{ -- критическая частота}$$



# (ОБРАТНАЯ) КОМПТОНОВСКАЯ КАТАСТРОФА



$$\eta = \frac{L_{\text{IC}}}{L_{\text{sync}}} = \frac{\frac{4}{3}\beta^2\gamma^2\sigma_T c U_{\text{ph}}}{\frac{4}{3}\beta^2\gamma^2\sigma_T c U_B} = \frac{U_{\text{ph}}}{U_B}$$



$$U_{\text{ph}} = \nu \cdot u_\nu \sim \frac{\nu^3}{c^3} kT$$

$$U_B \sim B^2$$

$$\nu \sim \gamma^2 \frac{eB}{mc} \approx \left( \frac{kT}{mc^2} \right)^2 \frac{eB}{mc} \approx \frac{k^2 e}{m^3 c^5} T^2 B$$



$$U_B \sim B^2 \sim \frac{\nu^2 m^6 c^{10}}{k^4 e^2} T^{-4}$$

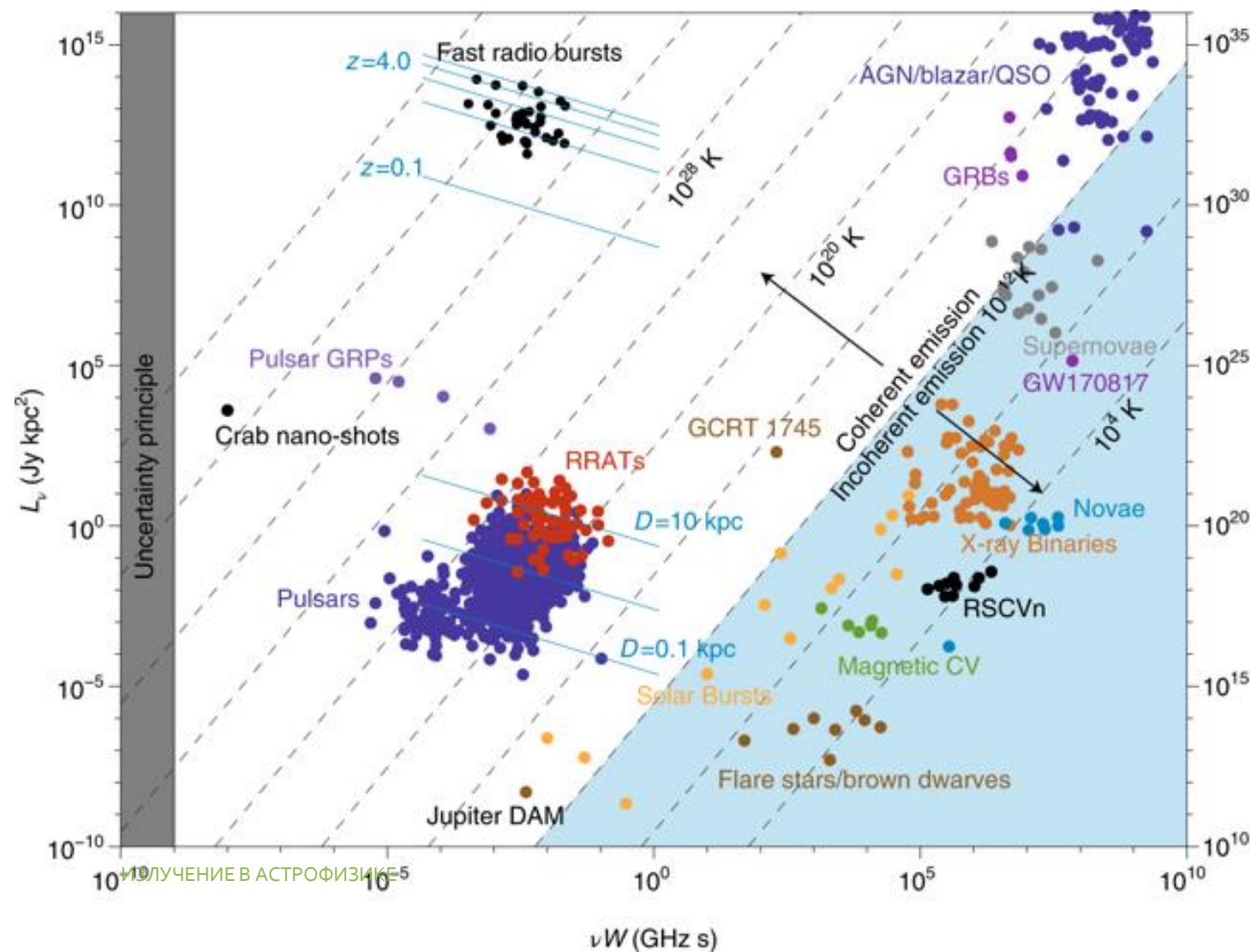
$$\eta \approx \frac{k^5 e^2}{m^6 c^{13}} \nu T^5 > 1$$



$$T > 4 \cdot 10^{12} \nu_{\text{GHz}}^{-\frac{1}{5}} \text{ K}$$



# ЯРКОСТНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ



$$I_\nu = \frac{2\nu^2 kT}{c^2}$$



$$T = \frac{c^2}{2k} \frac{F_\nu}{\nu^2 \Omega} = \frac{2F_\nu d^2}{\pi k (\nu W)^2} = \frac{2L_\nu}{\pi k (\nu W)^2}$$



$$T \approx 4 \cdot 10^{20} \text{ K} \left( \frac{L_\nu}{\text{mJy} \cdot \text{kpc}^2} \right) \left( \frac{\nu W}{\text{GHz} \cdot \text{ms}} \right)^{-2}$$

Необходим  
когерентный  
механизм  
излучения!

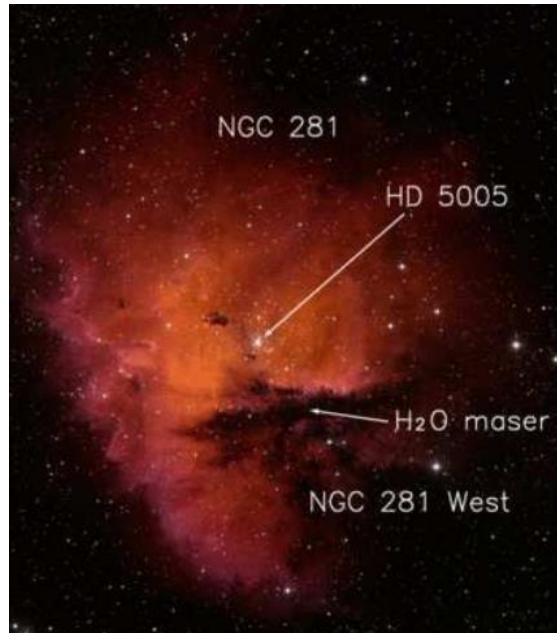


## ЛИТЕРАТУРА

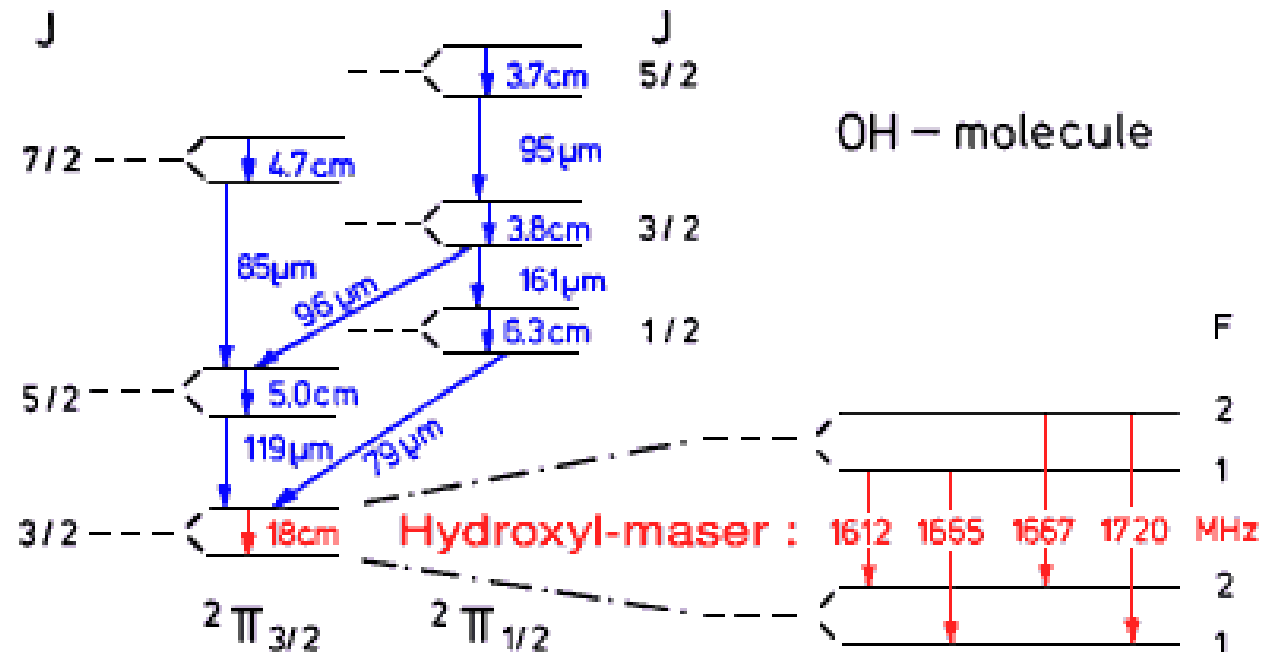
- Кононович, Мороз. «Общий курс астрономии». Гл. 6.1-6.3.
- Засов, Постнов. «Общая астрофизика». Гл. 2.1, 2.2
- Rybicki & Lightman. «Radiative processes in astrophysics», ch. 1.1-1.3, 1.5, 6.1-6.3, 7.1-7.3

# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

В некоторых областях звездообразования наблюдаются компактные источники когерентного радиоизлучения -- **мазеры**. Мазерное излучение молекулы гидроксила (OH) на длине волны  $\lambda = 18$  см – одно из самых часто наблюдаемых. Конкретно, мазерное излучение наблюдается в виде нескольких эмиссионных линий в спектре источника.



Область звездообразования NGC 281 с  
отмеченной локализацией **водяного** мазера.  
arXiv:0806.4635



<https://laserstars.org/history/hydroxyl.html>

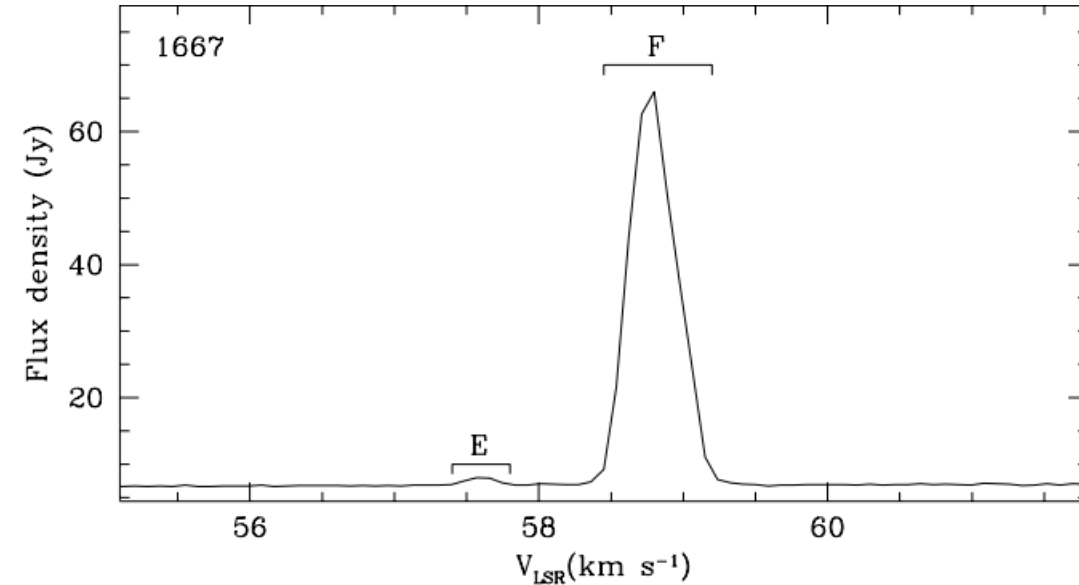
# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Максимум плотности потока излучения в одной из линий ОН ( $\nu = 1667$  МГц) от мазерного источника ОН34.26+0.15 равен  $F_\nu \approx 65$  Янских.

При этом, нижний предел яркостной температуры этого излучения, оценённый из РСДБ-наблюдений

$$T_{b,\min} = 6 \times 10^{12} \text{ К.}$$

Зная, что расстояние до ОН34.26+0.15 равно  $d = 3.8$  крс, а FWHM данной спектральной линии (в терминах лучевой скорости) составляет  $\Delta V = 0.5$  км/с, оцените:



arXiv:astro-ph/0007391

- Реальную физическую температуру  $T$  внутри этого источника в Кельвинах (считая, что уширение линии имеет чисто доплеровскую природу);
- Размер этого источника  $R$  в астрономических единицах, считая его сферически симметричным, а его излучение изотропным.