

Travaux dirigés de statistiques et analyses de données

Probabilités

Promotion 115

Exercice 1

Soit un groupe de 3 animaux. On note :

- G_1 : l'évènement «L'individu 1 du groupe est vacciné»
- G_2 : l'évènement «L'individu 2 du groupe est vacciné»
- G_3 : l'évènement «L'individu 3 du groupe est vacciné»

De plus soient les deux évènements suivants :

- E_1 : «Au moins un individu est vacciné»
- E_2 : «Au moins 2 individus sont vaccinés»

1. Quels sont les évènements complémentaires de E_1 et E_2 ?
2. Exprimez les évènements E_1 et E_2 à l'aide de G_i , avec $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$.

[stat-0019]

Exercice 2

Dans une population, 45% des personnes interrogées déclarent jouer d'un instrument de musique, 30% avoir un ou plusieurs proches musiciens. Par ailleurs, 10% déclarent être à la fois musicien et avoir au moins un ami musicien.

Si on prend un individu au hasard dans cette population, quelle est la probabilité qu'il ne soit pas ni musicien, ni ami avec un musicien ?

[stat-0021]

Exercice 3

Un nouveau vaccin a été testé sur un troupeau de 12500 vaches : 75 d'entre elles, dont 35 en gestation, ont eu des réactions secondaires nécessitant l'intervention d'un vétérinaire.

1. Sachant que ce vaccin a été administré à 680 vaches en gestation, quelle est la probabilité qu'une vache en gestation ait une réaction secondaire si elle reçoit le vaccin ?
2. Quelle est la probabilité qu'une vache qui n'est pas en gestation ait une réaction secondaire ?

[stat-0020]

Exercice 4

Un groupe de 70 canards est constitué de 40 malades et 30 non malades. Respectivement 45% des malades et 30% des non malades ne sont pas sortis du bâtiment d'élevage.

On notera

- M : « Etre malade »

- B : « Être resté à l'intérieur du bâtiment »
1. Que représentent les valeurs 45% et 30% ?
 2. Quelle est la probabilité qu'un canard soit malade et qu'il ne soit pas sorti du bâtiment d'élevage ?
 3. Quelle est la probabilité qu'un canard ne soit pas sorti du bâtiment d'élevage ?

[stat-0022]

Exercice 5

Un vétérinaire examine des chevaux pour déterminer leur aptitude à la compétition. Il constate que

- 1/3 des chevaux ont déjà été blessé,
 - parmi les chevaux qui ont déjà été blessé, la moitié présente une bonne aptitude à la compétition
 - parmi les chevaux qui n'ont jamais été blessé, 60% présentent une bonne aptitude à la compétition
1. Si on prend un cheval au hasard, quelle est la probabilité qu'il ait une bonne aptitude à la compétition ?
 2. Si un cheval a une bonne aptitude à la compétition, quelle est la probabilité pour qu'il ait déjà été blessé ?

[stat-0023]

Exercice 6

Sur un grand nombre de naissances, on a pu estimer :

- la probabilité d'avoir un bélier : $P(M) = 0.52$
- la probabilité d'avoir une brebis : $P(F) = 0.48$

Pour un brebis qui a eu 3 naissances :

1. quelle est la probabilité d'avoir 3 bélier ?
2. quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 brebis ?
3. Quelle est la probabilité d'avoir au moins 2 brebis ?

[stat-0024]

Exercice 7

L'ensemble des animaux soignés par un cabinet vétérinaire peuvent être classés en 3 catégories :

- médecine,
- chirurgie
- et vaccination.

Le cabinet vétérinaire s'interroge sur la nécessité de recruter un vétérinaire supplémentaire spécialisé en chirurgie.

1. Les animaux domestiques soignés au cabinet se répartissent de la façon suivante : médecine 50%, chirurgie 40% et vaccination 10%. De plus, 3/4 de ces "patients" qui ont besoin d'une intervention chirurgicale sont des "patients" ayant une complication digestive et 1/4 des "patients" ont des besoins en orthopédie. Quelle est donc la proportion d'animaux domestiques faisant appel à un chirurgien orthopédiste ?
2. Chez les animaux d'élevage, la répartition des consultations est la suivante : médecine 55%, chirurgie 40% (dont la moitié en orthopédie) et vaccination 5%. Sachant qu'un "patient" (soigné par un vétérinaire du cabinet) sur 5 est un animal domestique, dire la ou les propositions vraies :

- (a) parmi les "patients", la proportion d'animaux d'élevage nécessitant une consultation orthopédique est de 4%
 - (b) parmi les "patients", la proportion d'animaux d'élevage nécessitant une consultation orthopédique est de 20%
 - (c) parmi les d'animaux d'élevage qui se font soigner par le cabinet, la proportion nécessitant une consultation en orthopédie est des 4%
 - (d) parmi les animaux d'élevage qui se font soigner par le cabinet, la proportion nécessitant une consultation en orthopédie est de 20%
 - (e) Aucune des réponses proposées ci-dessus n'est correcte
3. Quelle est la proportion d'adultes parmi les patients aux urgences faisant appel à un chirurgien orthopédiste ?

[stat-0025]

Exercice 8

Dans une population, deux maladies M1 et M2 sont présentes respectivement chez 10% et 20% des individus (le nombre de ceux qui souffrent des deux maladies est négligeable). On entreprend un dépistage systématique des maladies M1 et M2. Pour cela, on applique un test qui réagit à la maladie sur 90% des malades de M1, sur 70% des malades de M2 et sur 10% des individus qui n'ont aucune de ces deux maladies.

1. Quand on choisit au hasard un individu de la population, quelle est la probabilité pour que le test réagisse ?
2. Sachant que pour cet individu, le test a réagi, donner les probabilités pour que ce soit à cause de la maladie M1, à cause de la maladie M2, sans qu'il n'ait l'une des deux maladies.

[stat-0026]

Exercice 9

En période de pandémie de grippe aviaire, on considère que 10% de la population des élevages est atteinte de la grippe aviaire.

Quelle est la probabilité que strictement plus de 20 volailles soient malades dans un élevage de 100 individus ?

[stat-0028]

Exercice 10

On suppose que la production laitière des vaches d'une exploitation agricole donnée est distribuée normalement, avec une moyenne de 7240 L/an et un écart type de 3 L/an. On mesure la production laitière sur une année d'une vache choisie au hasard. Quelle est la probabilité que sa production soit :

1. inférieure à 7236 L/an
2. supérieure à 7243 L/an
3. comprise entre 7233 et 7241 g/L
4. À partir de quelle valeur, une vache a-t-elle une production dans les 20% les plus élevée ?

[stat-0029]

Exercice 11

Le cheptel bovin français comptait 16,8 millions de têtes en 2023. Dans ce cheptel, il y a environ 20% de vaches allaitantes. On tire au sort un échantillon de 100 individus et on compte le nombre de vaches allaitantes dans l'échantillon. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de vaches allaitantes dans l'échantillon. Quelle(s) proposition(s) est(sont) vraie(s) ?

1. X suit une loi binomiale
2. X suit une loi de Bernoulli
3. X suit approximativement une loi normale
4. La probabilité d'observer strictement plus de 26 vaches allaitantes dans l'échantillon vaut environ 2.3%
5. La probabilité d'observer moins de 26 vaches allaitantes dans l'échantillon vaut environ 2.3%

[stat-0030]