

[11.0082]

1a) $D_f = \mathbb{R}$

1b) pour $x \in \mathbb{R}$ on a,

donc

d'où

on a bien,

$$-1 \leq \sin(x) \leq 1$$

$$0 \leq \sin^2(x) \leq 1$$

$$x \leq x + \sin^2(x) \leq 1 + x$$

$$\boxed{x \leq f(x) \leq 1 + x}$$

1c) On a

$$x \leq f(x) \leq 1 + x$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + x = +\infty$$

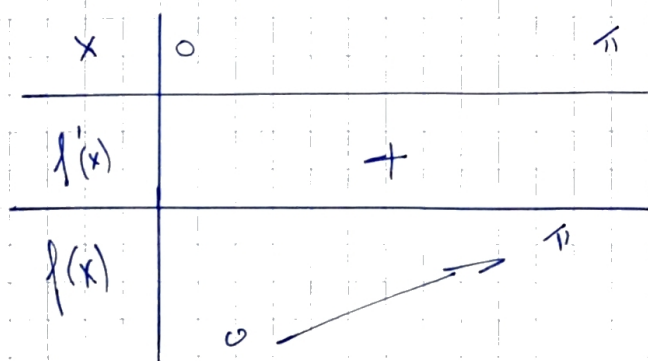
$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\begin{aligned} 2a) \quad f(x + \pi) &= x + \pi + (\sin(x + \pi))^2 \\ &= x + \pi + \sin^2(x) \\ &= \pi + x + \sin^2(x) \\ &= \pi + f(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2b) \quad f'(x) &= 1 + 2 \sin(x) \cos(x) \\ &= 1 + \sin(2x) \end{aligned}$$

or le sinus est toujours compris entre -1 et 1 , donc on a $f'(x) \geq 0$.



2 c) On obtient le reste du graphe de f en prenant la portion de courbe entre 0 et π en la translatant par le vecteur (π, π) .
En d'autres termes on opère une translation horizontale de π et une translation verticale de π .

3) Il s'agit de déterminer en quels points la dérivée s'annule.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + \sin(2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

4) cf calculatrice.