

Examen de mathématiques

Lundi 13 octobre 2025

Promotion 115

Antoine Géré

Document(s) autorisé(s) : Oui Non

Calculatrice autorisée : Oui Non

Remarques :

- Les exercices sont indépendants.
- Il sera tenu compte de la propreté de votre copie, ainsi que de la clarté et de la qualité de la rédaction et du raisonnement.
- **Ne pas écrire avec un crayon papier**, sauf pour dessiner et/ou annoter des croquis, le cas échéant.
- Utiliser les **notations** indiquées dans le texte et **justifier toutes vos réponses**.
- Le sujet est à conserver par l'étudiant-e.

Exercice 1

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Quels sont les produits possibles de deux de ces trois matrices ? Calculer ces produits.

[13.0018]

Exercice 2

Soit A la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Vérifier que $A^2 = 5A - 4I_3$.
2. En déduire que A est inversible et calculer A^{-1} .

[13.0019]

Exercice 3

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & 2 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer l'inverse de la matrice P
2. **(Bonus)** Calculer $P^{-1}AP$, et en déduire A^{27} .

[13.0017]
