2 Réaction d'un pont sous chargement

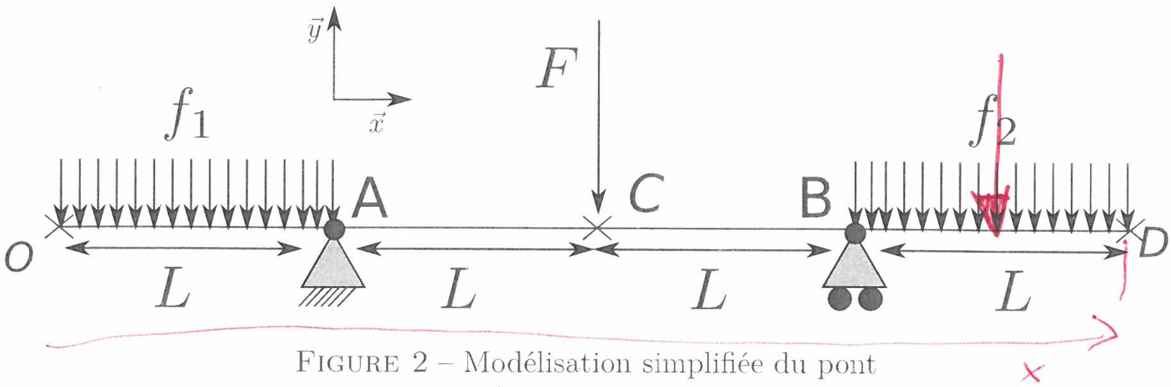


FIGURE 2 – Modélisation simplifiée du pont

Dans ce problème on s'intéresse à la résistance d'un pont suite à un chargement créé par deux locomotives de TGV en arrêt. Dans un premier temps, le pont est modélisé par une poutre en liaison pivot en A et en pivot glissant en B (fig 2). Le chargement du TGV de gauche est modélisé par une force linéique répartie f_1 alors que celui de droite par une force linéique répartie f_2. Une force centrale ponctuelle est appliquée au centre de la poutre notée F. La poutre mesure $4L$ en longueur au total.

1. Étudier l'hyperstaticité du système

$h = k - 3n$

↳ 1 : une seule poutre (pont)

↳ 3 = 1 (pivot en A) + 2 (pivot glissant en B).

$h = 3 - 3.1$

$\boxed{h = 0}$

2. Identifier les inconnues de liaison. (Merci de respecter la notation suivante R_{Ax}, etc.)

PFS

- $R_{Ax} = 0$
- $R_{By} - f_1 L - F - f_2 L + R_{Ay} = 0$
- (en A) $f_1 L . \frac{L}{2} - FL + R_{By} 2L - f_2 L . \frac{5L}{2} = 0$

Donc $\boxed{R_{Ax} = 0}$

$$R_{By} = -f_1 L . \frac{1}{4} + \frac{F}{2} + f_2 L . \frac{5}{4}$$

$$\boxed{R_{By} = \frac{F}{2} + \frac{5}{4} f_2 L - \frac{1}{4} f_1 L}$$

$$R_{Ay} = f_1 L + F + f_2 L - R_{By}$$

$$= F - \frac{F}{2} + f_2 L - \frac{5}{4} f_2 L + f_1 L + \frac{1}{4} f_1 L$$

$$\boxed{R_{Ay} = \frac{F}{2} - \frac{1}{4} f_2 L + \frac{5}{4} f_1 L}$$

3. Combien de coupe faut-il pour étudier les efforts internes du système.

4 coupes sont nécessaires.

4. Trouver les efforts internes pour chaque coupe. (**Attention :** Pour alléger les calculs, exprimez les résultats en fonction des inconnues de liaison et les autres paramètres du problème. **Ne développez pas l'expression des inconnues de liaison**).

Coupe 1 : $x \in [0; L]$

$$\begin{cases} N = 0 \\ T - f_1 x = 0 \\ M + f_1 x \cdot \frac{x}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = 0 \\ T = f_1 x \\ M = -f_1 \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

Coupe 2 : $x \in [L; 2L]$

$$\begin{cases} N = 0 \\ T - f_1 L + R_{AY} = 0 \\ M + f_1 L \cdot (x - \frac{L}{2}) - R_{AY} \cdot (x - L) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = 0 \\ T = f_1 L - R_{AY} \\ M = R_{AY} (x - L) - f_1 L (x - \frac{L}{2}) \end{cases}$$

Coupe 3 : $x \in [2L; 3L]$

$$\begin{cases} N = 0 \\ T - F + R_{AY} - f_1 L = 0 \\ M + F . (x - 2L) - R_{AY} . (x - L) + f_1 L (x - \frac{L}{2}) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N = 0 \\ T = f_1 L - R_{AY} + F \\ M = -f_1 L\left(x - \frac{L}{2}\right) + R_{AY}(x - L) - F(x - 2L) \end{cases}$$

Coupe 4 $\quad x \in [3L\,;\,4L]$

$$\begin{cases} N = 0 \\ T - f_1 L + R_{AY} - F + R_{BY} - f_2(x - 3L) = 0 \\ M + f_1 L\left(x - \frac{L}{2}\right) - R_{AY}\cdot(x - L) + F(x - 2L) \\ \quad - R_{BY}(x - 3L) + f_2\frac{(x-3L)^2}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N = 0 \\ T = f_1 L - R_{AY} + F - R_{BY} + f_2(x - 3L) \\ M = -f_1 L\left(x - \frac{L}{2}\right) + R_{AY}\cdot(x - L) \\ \quad - F(x - 2L) + R_{BY}(x - 3L) \\ \quad - \frac{1}{2} f_2 (x - 3L)^2 \end{cases}$$

Pour la suite, on fournit les données suivantes : $f_1 = 32000 N/m$, $f_2 = 1.25 \cdot f_1$, $L =$
$F = 30KN$.

5. Tracer les graphes des efforts internes

$f_1 = 32 \ kN/m$

$f_2 = 40 \ kN/m$

$L = 25 \ m$

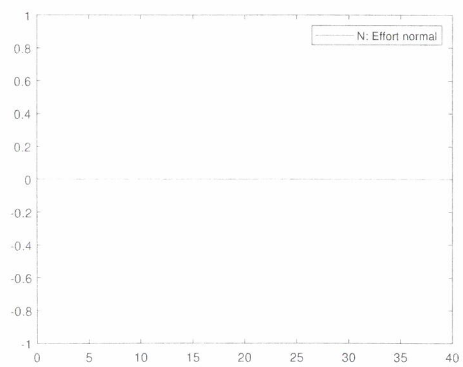
$F = 30 \ kN$

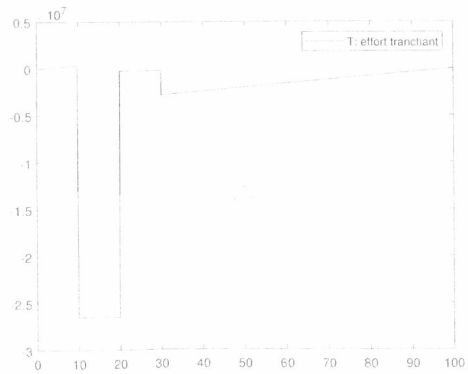
$R_{Ax} = 0 N$

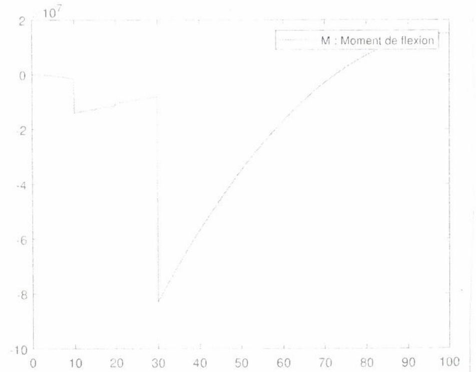
$R_{Ay} = 1\,065 \ kN$

$R_{By} = 765 \ kN$

$\boxed{N = 0}$ sur toute la poutre (pmt)







$T_1(x) = f_1 x$

$T_2 = T_1(L) - R_{Ay}$

$T_3 = T_2 + F$

$T_4 = T_3 - R_{By} + f_2(x - 3L)$

$M_1(x) = -f_1 \frac{x^2}{2}$

$M_2(x) = R_{Ay}(x - L) - f_1 L (x-$

$M_3(x) = M_2(x) - F(x - 2L)$

$M_4(x) = M_3(x) + R_{By}(x - 3$

$-\frac{1}{2}(x-$

6. Enfin, on suppose que les efforts répartis f_1 et f_2 sont remplacés par leurs résultantes ponctuelles respectivement au centre de la portion OA et au centre de la portion BD de la poutre. Expliquez l'impact de cette nouvelle modélisation sur les efforts internes.

Pour un effort réparti, l'effort tranchant T est variable selon x, c'est un polynome d'ordre 1. Le moment quant à lui est un polynôme d'ordre 2.

Pour un effort ponctuel, l'effort tranchant T est constant, et le moment de flexion est un polynôme d'ordre 1.