
Assignment 1

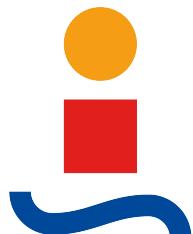
**Propagación de pulsos por medios dispersivos en régimen lineal
Modelado y simulación numérica**

Autor: Antonio Delgado Bejarano

-
18 de diciembre de 2020

Comunicaciones Ópticas
Profesores: Ana Cinta Oria Oria y Alejandro Carballar Rincón

Escuela Técnica Superior de Ingeniería



Escuela Técnica Superior de
INGENIERÍA DE SEVILLA

Máster Universitario en Ingeniería de Telecomunicación

Universidad de Sevilla
Curso 2020/2021



Índice

| | |
|---|---------|
| Índice de figuras | Pág. 3 |
| Introducción | Pág. 5 |
| Formalismos de consideración del espectro | Pág. 6 |
| Propagación de un pulso temporal (transform-limited) de envolvente gaussiana por un medio dispersivo en régimen lineal | Pág. 9 |
| Propagación de un pulso temporal con chirp inicial y de envolvente gaussiana por un medio dispersivo en régimen lineal | Pág. 25 |
| Possible aplicación en telecomunicaciones | Pág. 35 |
| Anexo - Código de MATLAB | Pág. 51 |

Índice de Figuras

| | |
|---|---------|
| Figura 1. Espectro Completo: Representación del pulso a la entrada | Pág. 9 |
| Figura 2. Espectro Completo: Representación del pulso a la salida | Pág. 10 |
| Figura 3. Paso Bajo Eq: Representación del módulo de la amplitud compleja a la entrada. | Pág. 10 |
| Figura 4. Paso Bajo Eq: Representación del módulo de la amplitud compleja a la salida. | Pág. 11 |
| Figura 5. Paso Bajo Eq: Representación de la frecuencia instantánea. | Pág. 11 |
| Figura 6. Frecuencia Instantánea: Representación del pulso a la salida respecto a la entrada | Pág. 12 |
| Figura 7. Espectro Completo: Representación del pulso de entrada (azul) y de salida (rojo) | Pág. 13 |
| Figura 8.- Paso Bajo Eq: Magnitud de la amplitud compleja de entrada y salida y representación de la frecuencia instantánea ($\beta'' = -20$) | Pág. 14 |
| Figura 9.- Frecuencia Intermedia: Pulso a la salida ($\beta'' = -20$) | Pág. 15 |
| Figura 10.- Paso Bajo Eq: Magnitud de la amplitud compleja de entrada y salida y representación de la frecuencia instantánea ($\beta'' = 20$) | Pág. 16 |
| Figura 11.- Frecuencia Intermedia: Pulso a la salida. ($\beta'' = 20$) | Pág. 16 |
| Figura 12.- Paso Bajo Eq: Magnitud de la amplitud compleja de entrada y salida y representación de la frecuencia instantánea ($\beta'' = 40$) | Pág. 17 |
| Figura 13.- Frecuencia Intermedia: Pulso a la salida. ($\beta'' = 40$) | Pág. 18 |
| Figura 14.- Espectro Completo: Pulsos de entrada y salida ($L = 20\text{km}$, $L = 160\text{km}$) | Pág. 21 |
| Figura 15.- Paso Bajo Eq.: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($L = 20\text{km}$, $L = 160\text{km}$) | Pág. 21 |
| Figura 16.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de entrada y salida ($L = 20\text{km}$, $L = 160\text{km}$) | Pág. 22 |
| Figura 17.- Espectro Completo: Pulsos de entrada y salida ($\alpha_0 = 20$, $\alpha_0 = 10$) | Pág. 23 |
| Figura 18.-Espectro Completo: Pulso de salida respecto al de entrada al tomar α_0 como factor de amplificación | Pág. 24 |
| Figura 19.- Espectro Completo: Pulso de salida respecto al de entrada con Chirp = 2. | Pág. 26 |
| Figura 20.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($C = 2$). | Pág. 26 |

| | |
|---|---------|
| Figura 21.- Frecuencia Intermedia: Pulso de entrada con chirp($C = 2$). | Pág. 27 |
| Figura 22.- Frecuencia Intermedia: Pulso de salida con chirp inicial ($C = 2$). | Pág. 28 |
| Figura 23.- Frecuencia Intermedia: Pulso chirpeado de entrada (izquierda) y pulso de salida (derecha). | Pág. 29 |
| Figura 24.- Ensanchamiento del pulso en función de C y la longitud recorrida ($\beta'' = -20$). | Pág. 32 |
| Figura 25.- Ensanchamiento del pulso en función de C y la longitud recorrida ($\beta'' = +20$). | Pág. 33 |
| Figura 26.- Espectro Completo: Pulsos consecutivos a la entrada. | Pág. 37 |
| Figura 27.- Espectro Completo: Pulsos consecutivos a la salida en comparación con la entrada. | Pág. 38 |
| Figura 28.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas consecutivas a la entrada. | Pág. 39 |
| Figura 29.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas consecutivas a la salida respecto a las de la entrada. | Pág. 40 |
| Figura 30.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($\beta'' = -20$). | Pág. 41 |
| Figura 31.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($\beta'' = +20$). | Pág. 42 |
| Figura 32.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de entrada. | Pág. 43 |
| Figura 33.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de salida ($\beta'' = -20$). | Pág. 43 |
| Figura 34.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de salida ($\beta'' = +20$). | Pág. 44 |
| Figura 35.- Espectro Completo: Secuencia de ocho pulsos de entrada. | Pág. 45 |
| Figura 36.- Espectro Completo: Pulsos a la salida en comparación con los de entrada. | Pág. 46 |
| Figura 37.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de la secuencia de ocho pulsos de entrada. | Pág. 46 |
| Figura 38.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de la secuencia de 8 pulsos de entrada y salida y frecuencia intermedia ($\beta'' = -20$). | Pág. 47 |
| Figura 39.- Frecuencia Intermedia: Secuencia de 8 pulsos de entrada. | Pág. 48 |
| Figura 40.- Frecuencia Intermedia: Secuencia de 8 pulsos a la salida ($\beta'' = -20$). | Pág. 48 |
| Figura 41.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de la secuencia de 8 pulsos de entrada y salida y frecuencia intermedia ($\beta'' = +20$). | Pág. 49 |
| Figura 42.- Frecuencia Intermedia: Secuencia de 8 pulsos a la salida ($\beta'' = +20$). | Pág. 49 |

Introducción

Este documento contiene el trabajo realizado por el alumno Antonio Delgado Bejarano para el primer Assignment de la asignatura Comunicaciones Ópticas (1º del Máster Universitario en Ingeniería de Telecomunicación) sobre *Propagación de pulsos por medios dispersivos en régimen lineal*. Se mostrarán las representaciones obtenidas en diferentes simulaciones numéricas variando ciertos parámetros concernientes a la propagación de pulsos de envolvente gaussiana (con frecuencia de portadora de 193THz) por medios dispersivos caracterizados por su función de transferencia. Se estudiarán pulsos transform-limited y pulsos con chip inicial. Además, se incluye la discusión de los resultados obtenidos, comprobando su adecuación a los valores esperados en cada caso vistos en las clases de teoría y problemas de la asignatura.

La organización de este trabajo es la siguiente:

- Se representarán diferentes simulaciones numéricas sobre la propagación de un pulso temporal (transform-limited) de envolvente gaussiana por un medio dispersivo en régimen lineal, variando una serie de parámetros tanto del pulso como del propio medio dispersivo.
- Se realizarán nuevas simulaciones numéricas considerando un efecto “chirp” inicial en el pulso temporal de entrada para ver cómo afecta esto a la propagación del pulso a través del mismo medio dispersivo.
- Para profundizar en el amplio mundo del tratamiento digital de señales, estas simulaciones se realizarán teniendo en cuenta los tres formalismos de consideración del espectro (Espectro Completo, Paso Bajo Equivalente y Frecuencia Intermedia).
- Por último, aprovechando toda la implementación realizada (así como los conceptos adquiridos) y para ver una posible aplicación en el campo de las telecomunicaciones, se realizará un ejercicio extra considerando una señal de entrada formada por un tren de varios pulsos como los estudiados en este trabajo para ver el efecto de la propagación de este tren de pulsos por el citado medio dispersivo.
 - ❖ El software usado para el modelado y las simulaciones ha sido MATLAB R2016b.
 - ❖ Todo el código puede consultarse en el Anexo de este documento.

Formalismos de Consideración del Espectro

Puesto que el programa de simulación se va a implementar usando los tres formalismos existentes de consideración del espectro, se van a presentar dichos formalismos previamente. Además, puntualizaré brevemente algunas pinceladas sobre la estructura de datos utilizada para el tratamiento digital de señales:

- Formalismo de Espectro Completo:

En este caso consideramos todo el espectro, es decir, $\Omega \in [-\pi, \pi]$. En frecuencia estos extremos del espectro corresponderán a una frecuencia máxima relacionada con el tiempo de muestreo. Dicha frecuencia máxima tiene que ser mayor que la de la portadora, si no no veré la información de ésta en el espectro. Por tanto, este tiempo de muestreo se toma como la inversa de la frecuencia de la portadora entre un determinado número de puntos por periodo (como trabajaremos con una señal senoidal, es más que suficiente con once puntos por cada periodo de la portadora). La frecuencia máxima se halla como la inversa del doble del tiempo de muestreo (así aseguramos que la frecuencia de la portadora esté dentro de la resolución del espectro).

Si trabajamos con una ventana de representación temporal con valores de tiempo positivos (desde cero hasta el tiempo máximo de representación y desplazando el pulso un cierto valor, ya que originariamente estaba centrado en el origen) y fijamos a cero los valores de la señal en los tiempos negativos (para que la señal de entrada sea causal), en el espectro habrá información en el entorno de la frecuencia característica de la portadora ($\pm 193\text{THz}$ en este caso) y además se cumplirá una interesante relación, ya que la información situada en las frecuencias negativas es, simplemente, el conjugado de la información en las frecuencias positivas. Podemos trabajar, por tanto, solo con las frecuencias positivas (desde 0 hasta la frecuencia máxima) ya que la información es redundante. El hecho de tener en cuenta solo tiempos y frecuencias positivas hará que todo el proceso sea más eficiente.

Si además tomamos un número de puntos a representar que sea potencia de dos, haremos que los algoritmos de la FFT y su inversa trabajen de forma mucho más eficiente (esto nos sirve para cualquiera de los tres formalismos). A la hora de hacer la FFT de la señal de entrada se tomarán el doble de puntos (para tener en cuenta las frecuencias negativas), pero inmediatamente se desechará la mitad negativa de la señal transformada para quedarnos solo con la parte positiva (frecuencias de 0 en adelante, que es lo que nos interesa).

Todo esto es aplicable a la función de transferencia (H) del medio. Se definirá solo la parte positiva de su espectro (pues sabemos que la negativa es la compleja conjugada ya que es un sistema real, causal y estable), la cual se multiplicará punto a punto con la ventana de frecuencias positivas de la FFT.

Por último, para hacer la FFT inversa y obtener una señal real (el pulso a la salida) tengo que desdoblar la ventana positiva para tener los valores de frecuencias negativas. De nuevo, estos son los complejos conjugados de los valores de las frecuencias positivas. Tras desdoblar y hacer la IFFT se obtiene una señal real de la cual me interesan solamente los tiempos positivos (misma ventana de representación que al inicio).

- Formalismo de Paso Bajo Equivalente:

Si trabajamos con un pulso transform-limited, es interesante aprovechar el hecho de que toda la información está concentrada en el entorno de la frecuencia de la portadora (193THz), pudiendo enmarcar la ventana de representación abarcando el ancho de banda en torno a la frecuencia de dicha portadora.

Aprovechando esto podemos trabajar con el paso bajo equivalente. Para ello se lleva a cabo un cambio de variable, haciendo que la frecuencia de la portadora ahora valga cero. Esto es muy relevante, ya que al ser ahora nula la frecuencia de la portadora solo trabajamos con la envolvente del pulso. Es decir, la señal de entrada y la obtenida a la salida ahora serán solamente amplitudes complejas, las cuales tienen información tanto de módulo como de fase.

Dichas amplitudes son señales complejas que muestran una representación de la realidad. De hecho, el espectro del equivalente paso bajo no corresponde al de una señal real, causal y estable, sin embargo permitirá trabajar con muchos menos puntos, siendo por lo tanto más rápido.

Además, gracias a trabajar con el paso bajo equivalente, es evidente que al hacer la FFT y su inversa no necesitaré desdoblar la ventana de representación como hacía anteriormente.

- Formalismo de Frecuencia Intermedia:

En este último caso llevaremos la portadora a un punto entre 0 y su frecuencia característica (193THz). En este punto volvemos a manejar el espectro completo, por lo que todo lo explicado para el formalismo de espectro completo aplica aquí. Sin embargo, el llevar a la portadora a una frecuencia intermedia nos permitirá apreciar visualmente, en la representación del pulso a la salida, la redistribución temporal de las componentes espectrales, lo cual es esencial en el estudio de propagación de pulsos gaussianos por medios dispersivos.

Propagación de un pulso temporal (transform-limited) de envolvente gaussiana por un medio dispersivo en régimen lineal

En esta sección se detallan las diferentes simulaciones realizadas al variar diferentes parámetros del pulso temporal transform-limited y del medio dispersivo por el que se propaga. Se muestran igualmente las representaciones de los resultados obtenidos, su interpretación y el análisis de la correspondencia con los resultados teóricos.

Para comprobar que efectivamente los valores de simulación corresponden a los hallados teóricamente se va a simular, en primer lugar, con los valores del Ejercicio 2 de los problemas de teoría:

Parámetros del pulso:

$$A_0 = 1$$

$$\tau_0 = 1 \text{ ps}$$

$$\tau_d = 4 \text{ ns} \text{ (Tiempo de desplazamiento)}$$

Parámetros del medio dispersivo:

$$\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}$$

$$\beta_0'' = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$L = 100 \text{ km}$$

- Usando el formalismo de espectro completo obtenemos lo siguiente:

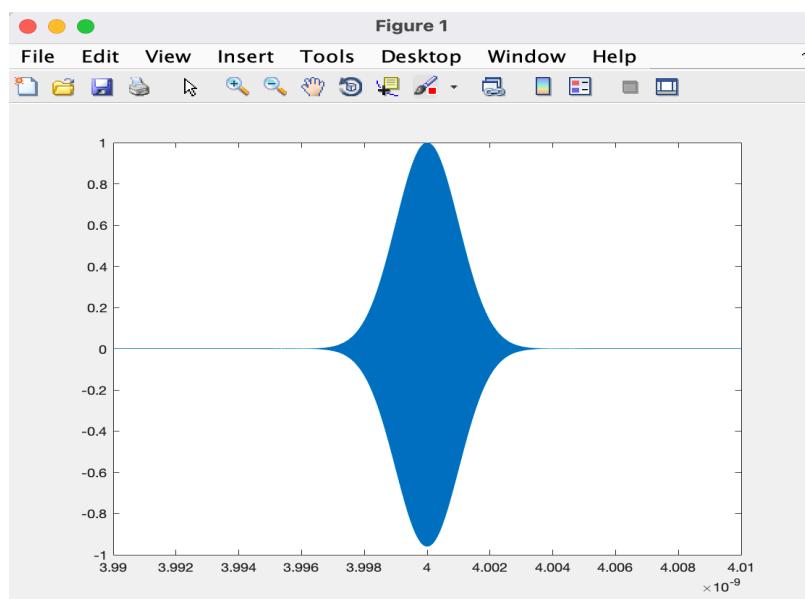


Figura 1.- Espectro Completo: Representación del pulso a la entrada

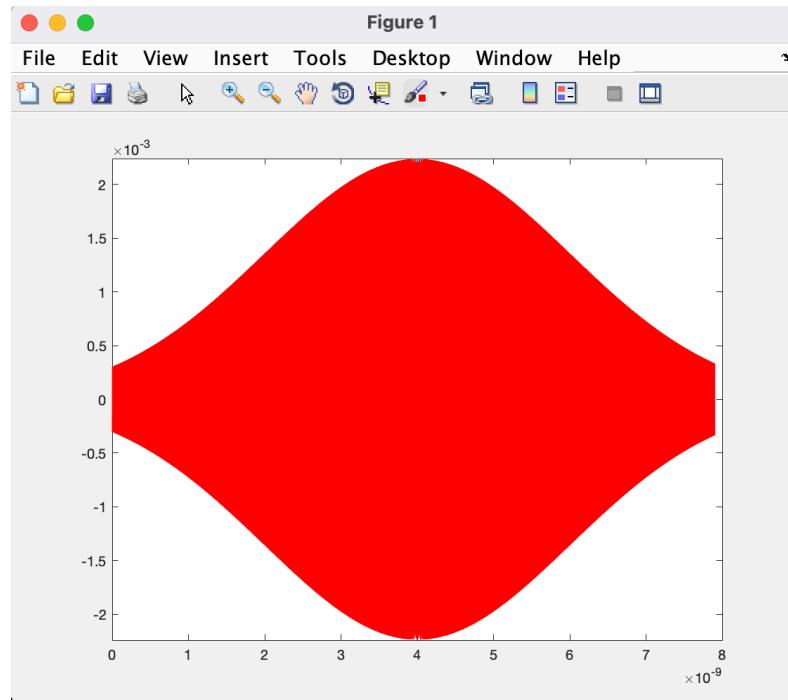


Figura 2.- Espectro Completo: Representación del pulso a la salida

Se aprecia perfectamente como el pulso se ensancha a la salida por el efecto del coeficiente de atenuación del medio dispersivo. Además, como vimos en teoría, con estos valores se debe obtener una amplitud del pulso de salida de $2.24 \cdot 10^{-3}$ que, efectivamente, es la obtenida.

- Usando ahora el formalismo de paso bajo equivalente:

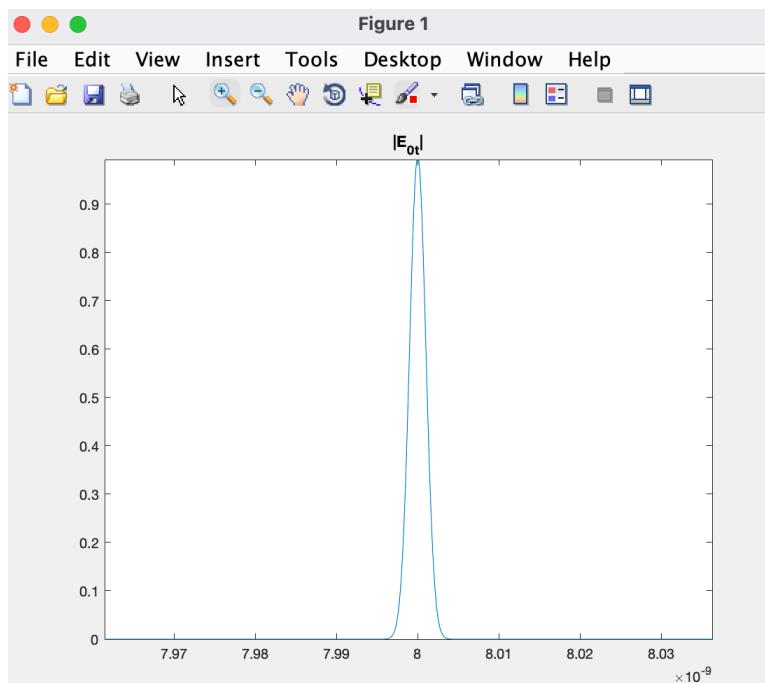


Figura 3.- Paso Bajo Eq: Representación del módulo de la amplitud compleja a la entrada

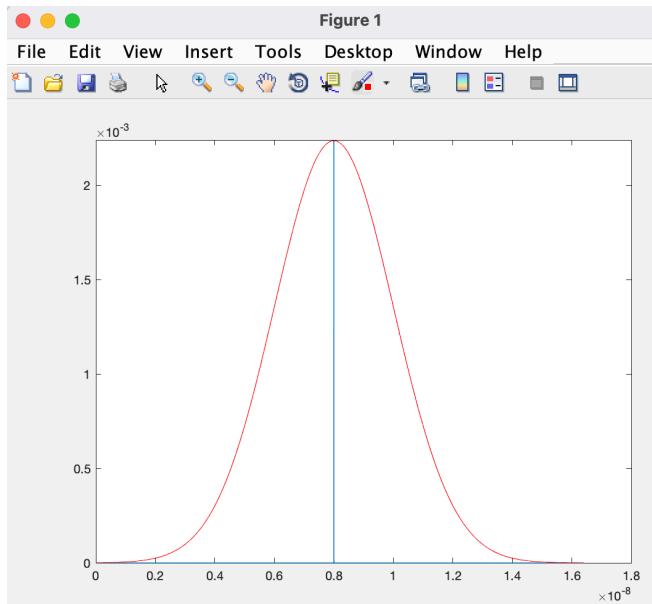


Figura 4.- Paso Bajo Eq: Representación del módulo de la amplitud compleja a la salida

Los valores de partida son los mismos que en el caso anterior excepto el tiempo de desplazamiento, el cual ahora se ha fijado como $\tau_d = 8 \text{ ns}$ (para que el pulso esté más centrado en la ventana de representación). De nuevo se aprecia que la amplitud a la salida alcanza el valor calculado en teoría. Aprovechando el hecho de que la amplitud compleja tiene implícita información de fase, podemos representar la derivada de dicha fase con respecto al tiempo para ver como se distribuyen las componentes espectrales por el efecto del coeficiente β_0'' del medio dispersivo.

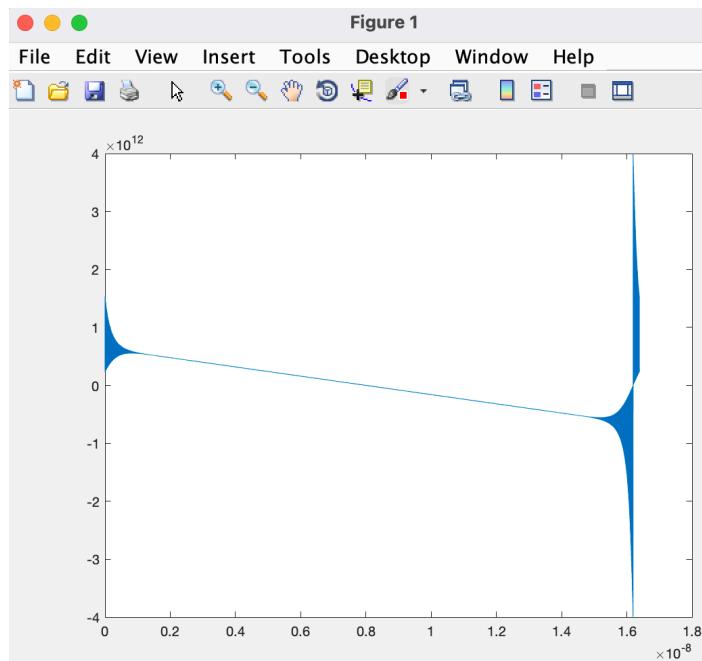


Figura 5.- Paso Bajo Eq: Representación de la frecuencia instantánea

Aquí se aprecia el efecto de chirp que se produce en el pulso de salida. Las componentes espetrales se redistribuyen a lo largo del pulso como indica la figura, es decir, las componentes de frecuencia más altas se sitúan en los tiempos más bajos y viceversa. Esto ocurre porque β_0'' es negativa, si fuera positiva el comportamiento sería el inverso.

- Por último, recurrimos al formalismo de frecuencia intermedia:

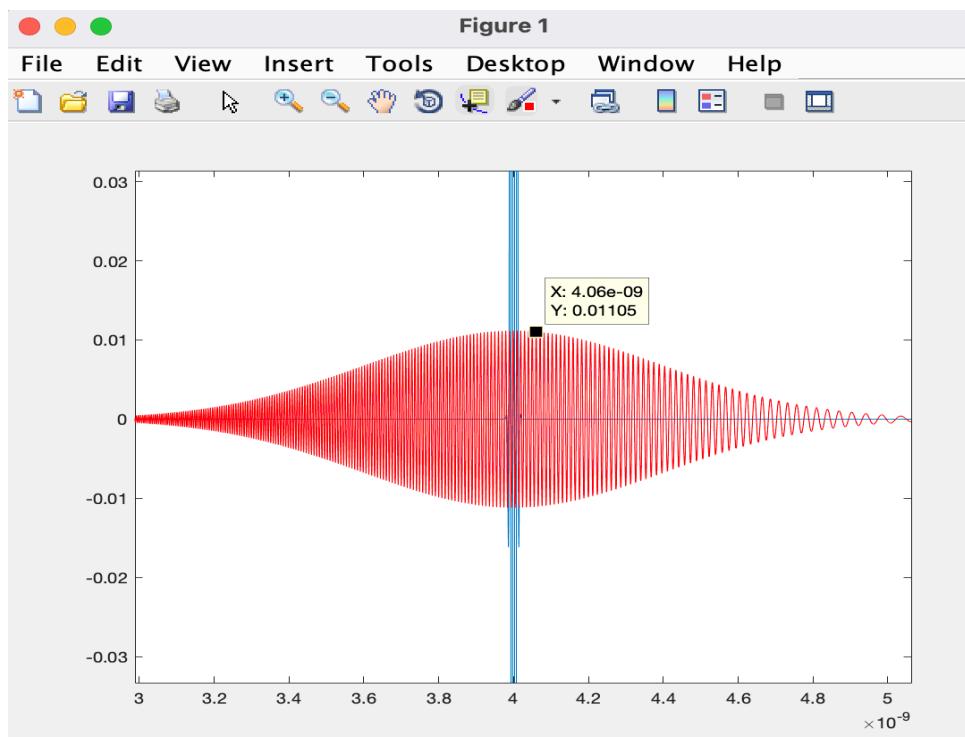


Figura 6.- Frecuencia Instantánea: Representación del pulso a la salida respecto a la entrada

En esta figura se aprecia visualmente el efecto de distribución de las componentes espetrales en el pulso de salida. NOTA: Se ha tomado $\tau_0 = 5 ps$ para poder apreciarlas visualmente, ya que $\tau_0 = 1 ps$ es un valor demasiado pequeño. La amplitud del pulso de salida, según se vio en teoría, vendrá dada por:

$$\frac{A_0 \tau_0 e^{\frac{\alpha_0 L}{2}}}{\sqrt[4]{\tau_0^4 + \beta_0''^2 L^2}} = \frac{1 \cdot 5 e^{\frac{-0.046 * 100}{2}}}{\sqrt[4]{5^4 + 20^2 100^2}} = 0.011$$

que, en efecto, vuelve a corresponderse con la que obtenemos en la simulación.

Una vez visto que las simulaciones reflejan los resultados hallados en teoría, vamos a simular con los valores propuestos en el enunciado del Assignment:

Parámetros del pulso:

$$A_0 = 1$$

$$\tau_0 = 20 \text{ ps}$$

$$\tau_d = 4 \text{ ns} \text{ (Tiempo de desplazamiento)}$$

Parámetros del medio dispersivo:

$$\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}$$

$$\beta_0'' = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$L = 50 \text{ km}$$

La amplitud del pulso de salida esperada será en este caso de:

$$\frac{A_0 \tau_0 e^{\frac{\alpha_0 L}{2}}}{\sqrt[4]{\tau_0^4 + \beta_0''^2 L^2}} = \frac{1 \cdot 20 e^{\frac{-0.046 \cdot 50}{2}}}{\sqrt[4]{20^4 + 20^2 \cdot 50^2}} = 0.1929$$

La atenuación como vemos debe ser mucho menor, ya que en este caso el pulso recorre solo 50 kilómetros (la mitad que antes) por el medio dispersivo. A esto también contribuye que τ_0 sea mayor.

- Usando el formalismo de espectro completo:

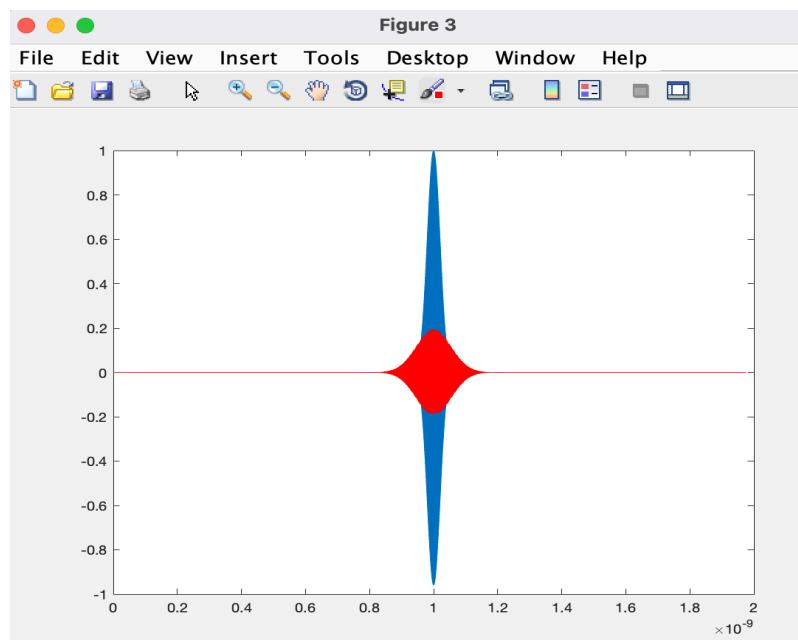


Figura 7.- Espectro Completo: Pulso de entrada (azul) y de salida (rojo)

Como vemos, el pulso se ensancha menos que antes (se ha atenuado menos al recorrer menos distancia). Aun así, se aprecia como se produce el ensanchamiento por la atenuación del medio dispersivo.

- Veamos ahora este comportamiento en el formalismo de paso bajo equivalente:

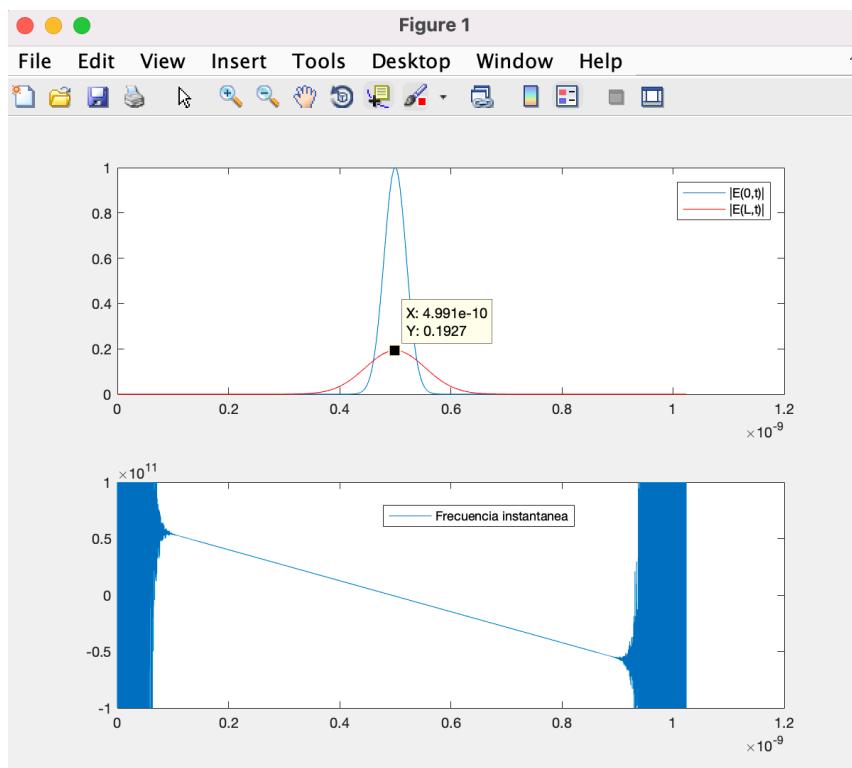


Figura 8.- Paso Bajo Eq: Magnitud de la amplitud compleja de entrada y salida y representación de la frecuencia instantánea ($\beta_0'' = -20$)

De nuevo comprobamos que el pulso se ensancha y disminuye su amplitud máxima, siendo esta del valor previsto (0.192). Recordemos que al trabajar con el formalismo de equivalente paso bajo estamos operando con una amplitud compleja, la cual ofrece información sobre su magnitud y su fase. En la figura primera se representa la magnitud, en la cual vemos como disminuye la amplitud por la atenuación que sufre el pulso. En la de abajo vemos la frecuencia instantánea (que se obtiene como la derivada de la fase respecto al tiempo). Como sabemos, esto nos permite conocer la redistribución de las componentes frecuenciales a lo largo del pulso. Representando ambas figuras juntas podemos entender visualmente la redistribución en el pulso. De nuevo, al ser β_0'' un valor negativo, las frecuencias más altas se encuentran en los tiempos más bajos y viceversa.

- Por último, en el formalismo de frecuencia intermedia obtenemos:

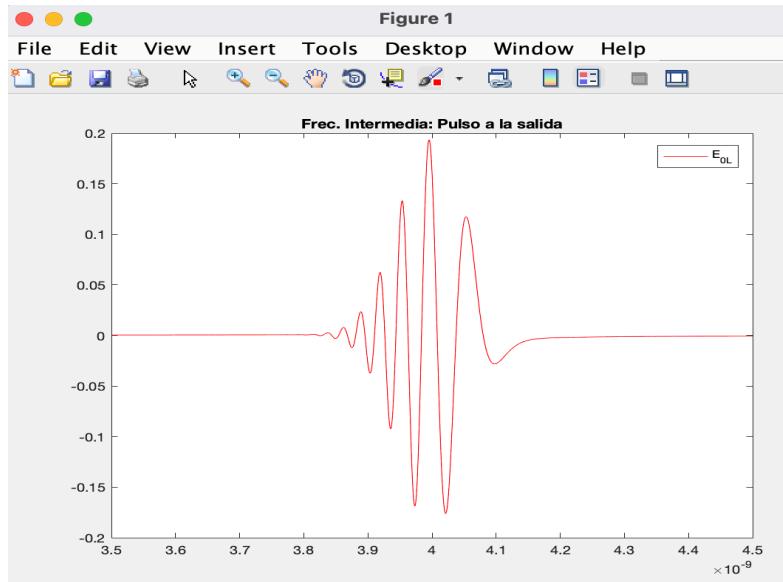


Figura 9.- Frecuencia Intermedia: Pulso a la salida ($\beta_0'' = -20$)

Aquí se aprecia directamente en el propio pulso de salida cómo la redistribución de frecuencias tiene lugar en el pulso temporal a la salida, como ya vimos en el formalismo del equivalente paso bajo. De nuevo la amplitud a la salida corresponde con la esperada.

Ahora vamos a modificar el valor de β_0'' para verificar que cuando este parámetro toma valor positivo las componentes frecuenciales se distribuyen por el pulso de forma contraria:

Parámetros del pulso:

$$A_0 = 1$$

$$\tau_0 = 20 \text{ ps}$$

τ_d (depende de la representación)

Parámetros del medio dispersivo:

$$\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}$$

$$\beta_0'' = +20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$L = 50 \text{ km}$$

El hecho de cambiar el signo de β_0'' no provocará diferencias si lo estudiamos desde el punto de vista del formalismo de espectro completo, ya que no nos informa sobre la redistribución temporal de las componentes frecuenciales.

Estudiemos por tanto desde el formalismo de paso bajo equivalente y el de frecuencia intermedia:

- Formalismo de paso bajo equivalente:

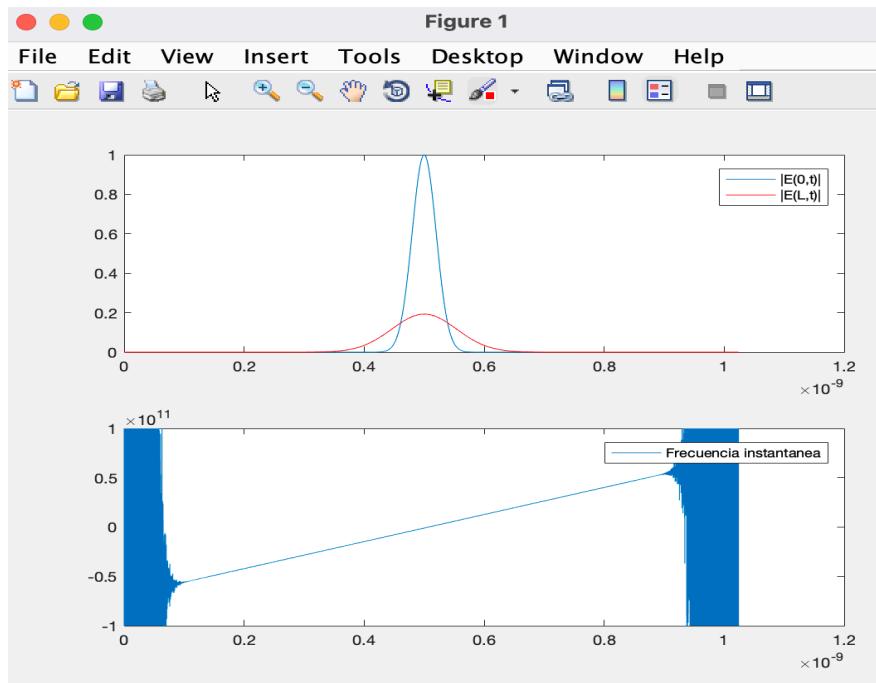


Figura 10.- Paso Bajo Eq: Magnitud de la amplitud compleja de entrada y salida y representación de la frecuencia instantánea ($\beta_0'' = +20$)

- Formalismo de frecuencia intermedia:

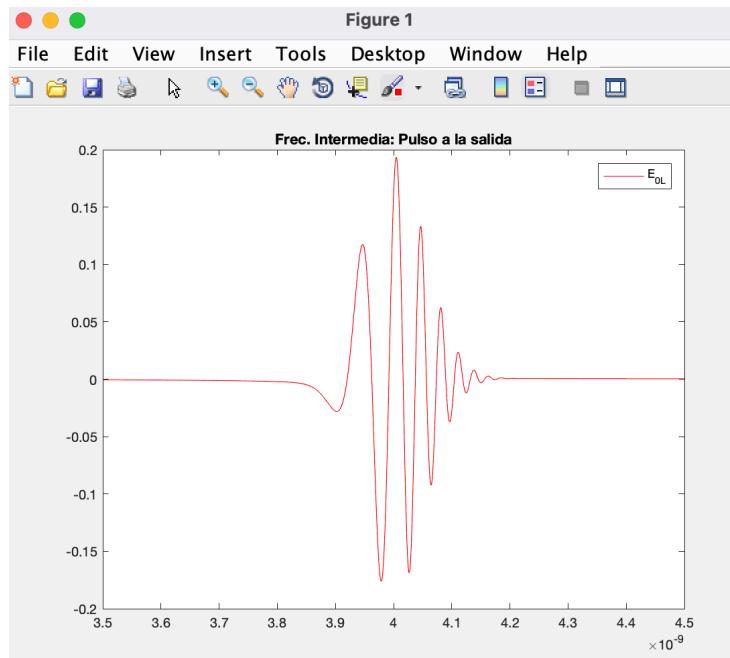


Figura 11.- Frecuencia Intermedia: Pulso a la salida ($\beta_0'' = +20$)

Efectivamente, la redistribución de las componentes frecuenciales es totalmente la contraria al hacer β_0'' positiva. Ahora, las componentes de frecuencia más alta se situarán en los valores temporales más altos del pulso, comportándose de forma contraria las componentes de frecuencia menor, ya que cada componente espectral emplea un tiempo concreto

También puede ser interesante ver qué ocurre si además del signo cambiamos el valor del coeficiente de dispersión β_0'' . Repitamos el proceso tomando ahora $\beta_0'' = +40 \text{ ps}^2/\text{km}$:

- Formalismo de paso bajo equivalente:

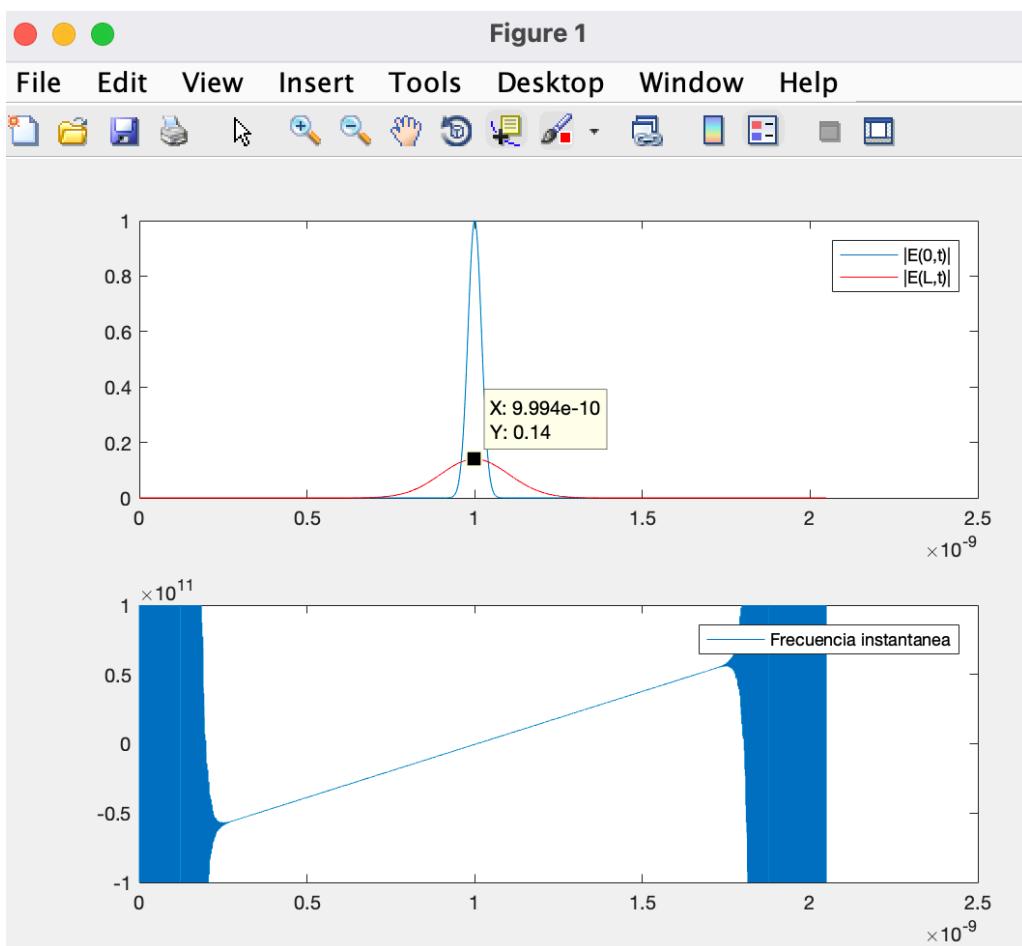


Figura 12.- Paso Bajo Eq: Magnitud de la amplitud compleja de entrada y salida y representación de la frecuencia instantánea ($\beta_0'' = 40$)

- Formalismo de frecuencia intermedia:

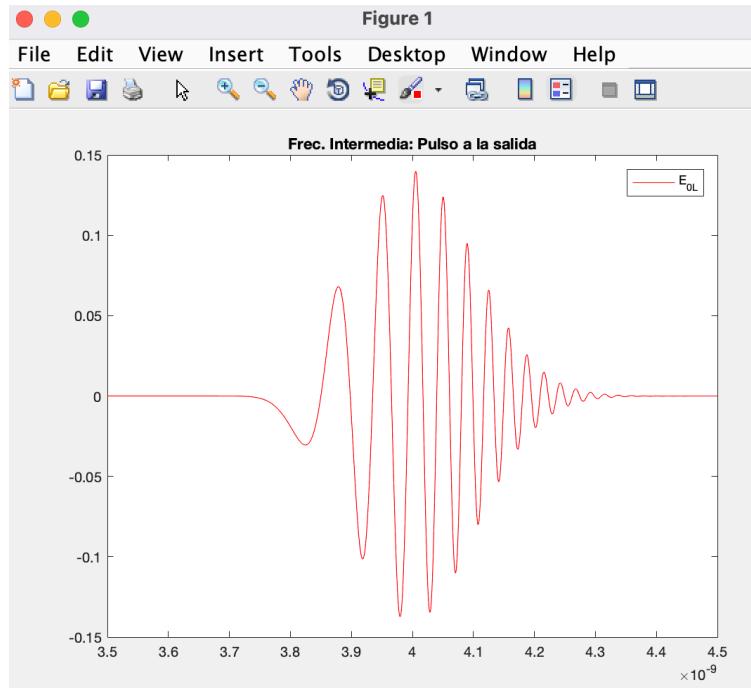


Figura 13.- Frecuencia Intermedia: Pulso a la salida ($\beta_0'' = 40$)

Al aumentar β_0'' estamos aumentando la dispersión, por tanto el pulso se ensancha más al propagarse por el medio dispersivo, ya que el nuevo valor de τ'_0 será mayor al ser mayor el módulo de β_0'' . Las componentes espectrales de distribuyen igual que en el caso anterior, ya que β_0'' sigue siendo positivo, pero teniendo en cuenta que como el pulso es más ancho estarán distribuidas de forma más suave.

Esto puede apreciarse si comparamos las dos gráficas obtenidas en el formalismo paso bajo, ya que en el primer caso la pendiente de la frecuencia instantánea respecto al tiempo es de:

$$\frac{0.5 - (-0.5)}{0.85 - 0.1} = \frac{4}{3}$$

y al aumentar el módulo de β_0'' al doble se obtiene una pendiente de:

$$\frac{0.5 - (-0.5)}{1.75 - 0.25} = \frac{2}{3}$$

que es justamente la mitad que en el caso anterior, es decir, la dependencia de la frecuencia instantánea respecto al tiempo es más suave.

Todo esto se aprecia directamente en la forma del pulso comparando las gráficas del formalismo de frecuencia intermedia, ya que en la representación del pulso a la salida con $\beta_0'' = +40 \text{ ps}^2/\text{km}$ se aprecia como el pulso es más ancho que en el caso de $\beta_0'' = +20 \text{ ps}^2/\text{km}$. También se ve como las componentes frecuenciales están distribuidas de la misma forma pero en una anchura mayor.

La amplitud también se ha visto reducida ya que también depende inversamente de β_0'' .

Recapitulando, hasta este momento hemos visto cómo es la propagación de los pulsos transform-limited por medios dispersivos. Hemos comprobado que existe una dispersión, es decir, un ensanchamiento del pulso al atravesar el medio que provoca que las componentes espectrales se distribuyan de una forma u otra según el signo del coeficiente de dispersión β_0'' . Hemos analizado cómo afecta tanto el signo como el valor numérico de β_0'' . Podemos variar otros parámetros del medio dispersivo para comprobar su influencia, como puede ser la longitud y el coeficiente de atenuación.

- Aumento de la longitud:

Ya vimos algo sobre esto al inicio de este capítulo, cuando comparábamos los valores obtenidos en la amplitud de salida con los datos del problema visto en teoría (con una longitud de 100 km) y con los datos propuestos en el assignment (con una longitud de 50 km). Puesto que en aquel caso cambiaban más valores a parte de la longitud, haremos de forma breve una comparación manteniendo todos los valores de la simulación iguales excepto la longitud, que se tomará en un caso de 20 km y en otro de 160 km (para ver de forma exagerada el efecto provocado).

Parámetros del pulso:

$$A_0 = 1$$

$$\tau_0 = 20 \text{ ps}$$

τ_d (depende de la representación)

Parámetros del medio dispersivo:

$$\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}$$

$$\beta_0'' = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$L = 20 \text{ y } 160 \text{ km}$$

Se representa a continuación los resultados de los tres formalismos para una longitud de 20 km (izquierda) y una longitud de 160 km (derecha):

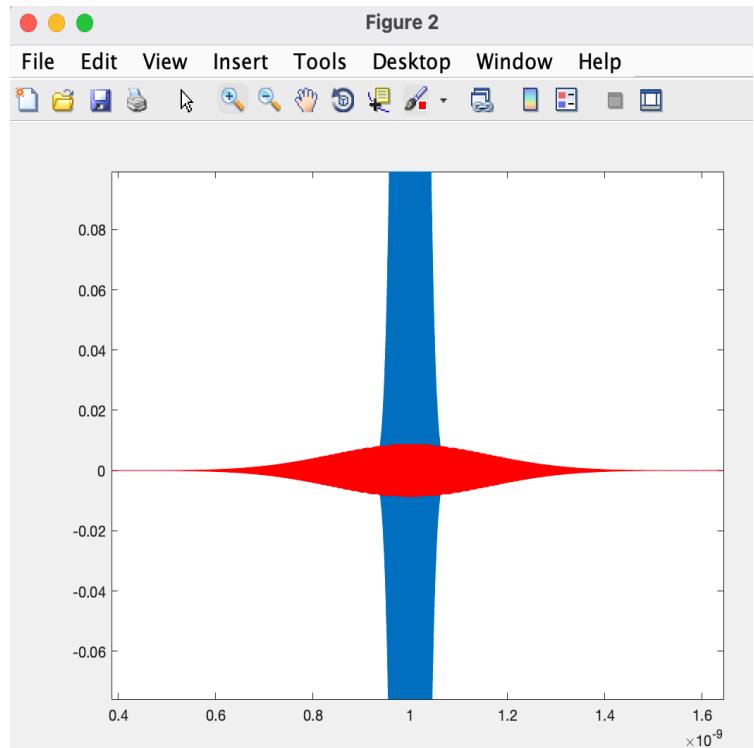
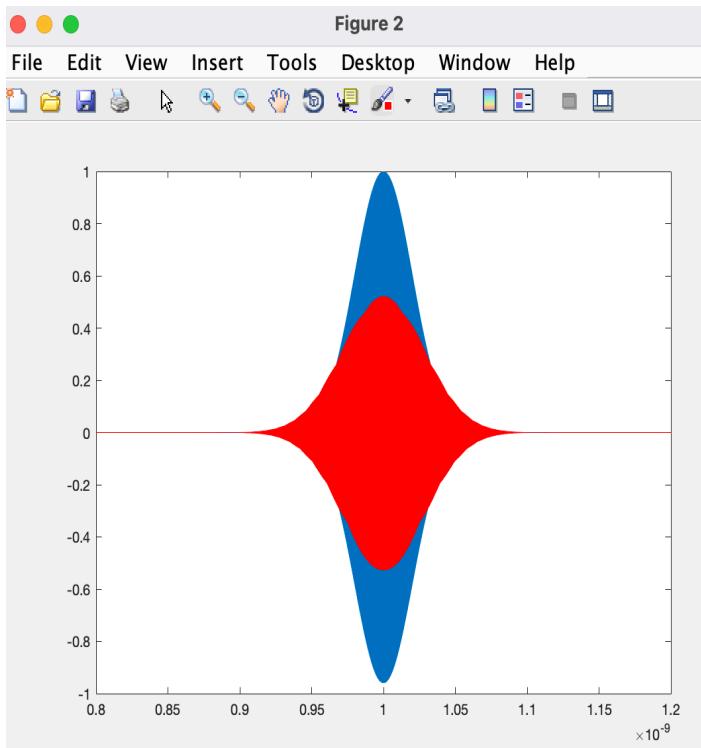


Figura 14.- Espectro Completo: Pulsos de entrada y salida ($L = 20\text{km}$, $L = 160\text{km}$)

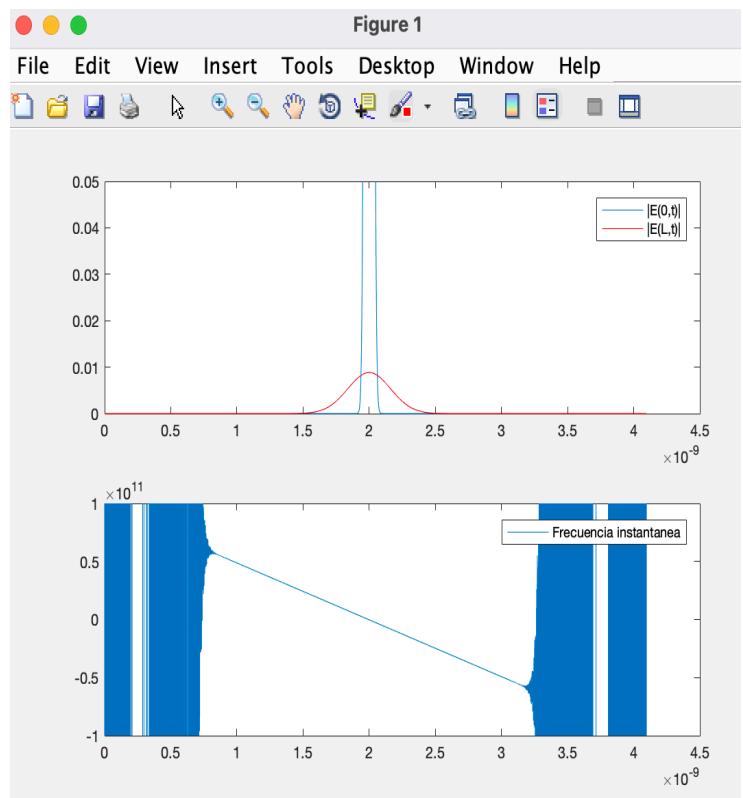
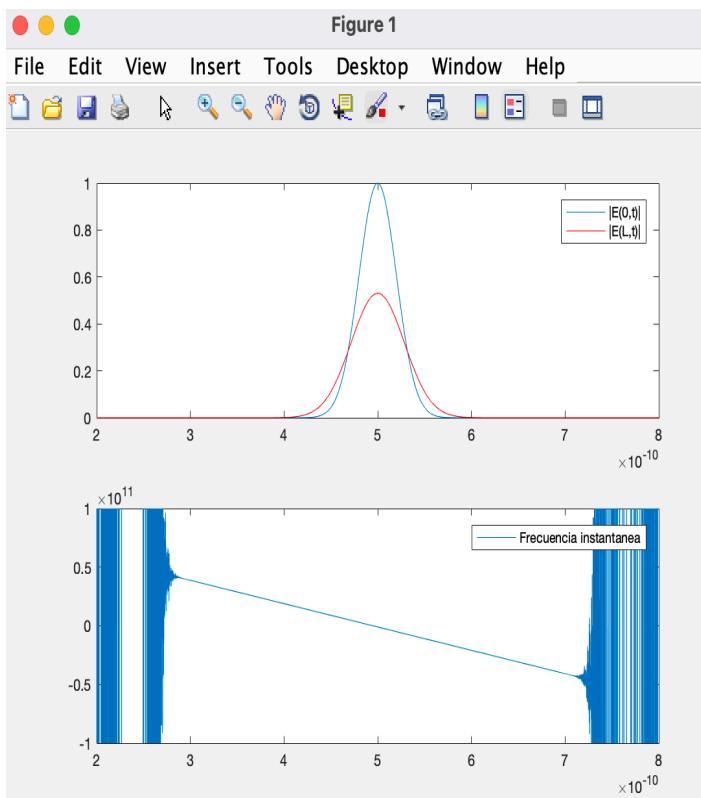


Figura 15.- Paso Bajo Eq.: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($L = 20\text{km}$, $L = 160\text{km}$)

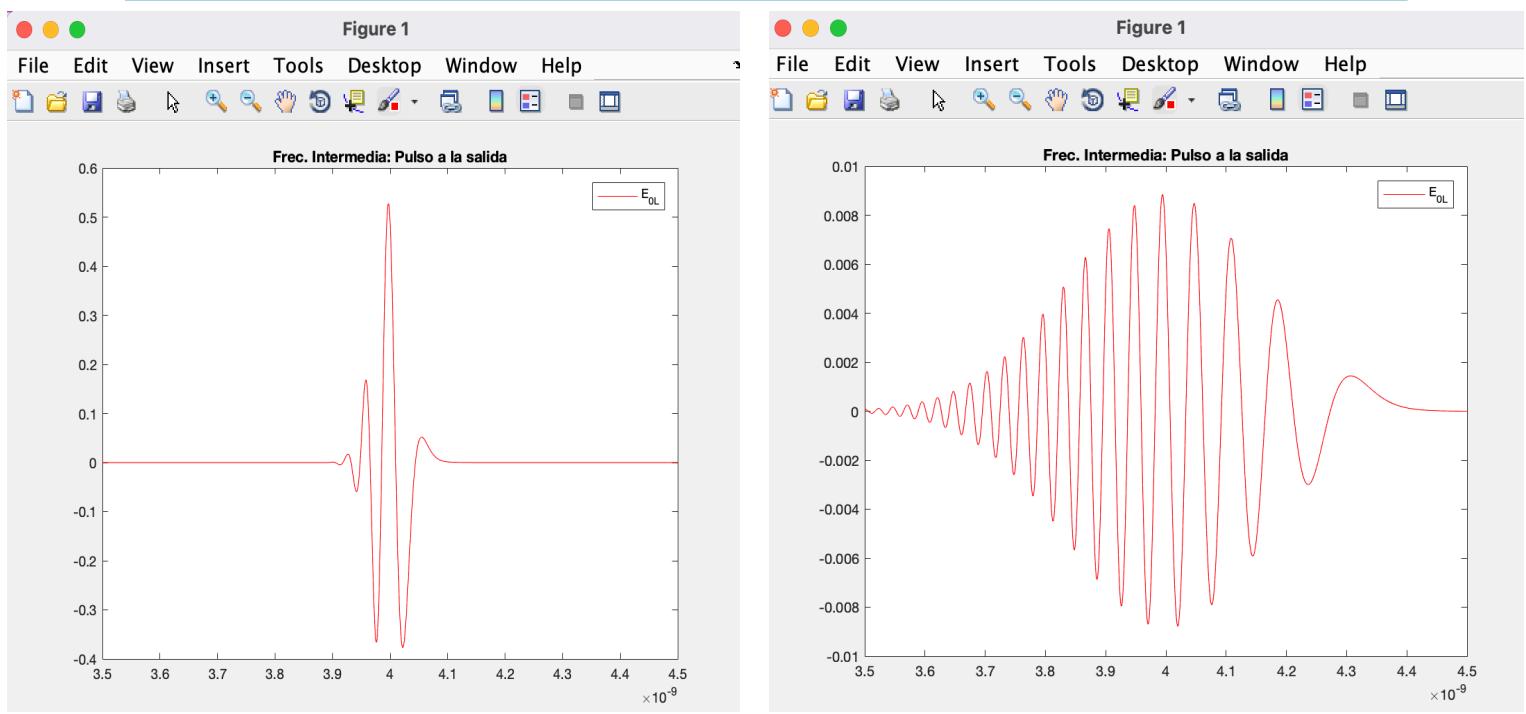


Figura 16.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de entrada y salida ($L = 20\text{km}$, $L = 160\text{km}$)

Los resultados son los esperados: Al aumentar masivamente la longitud del medio dispersivo por el que se propaga el pulso, los dos efectos que tienen lugar se magnifican (atenuación y dispersión). Esto se traduce en un pulso de salida mucho más ancho (dispersión más elevada) y con una amplitud muy pequeña (atenuación más elevada).

En el formalismo de espectro completo vemos como el pulso de salida es mucho más ancho y con una amplitud tremadamente pequeña en comparación con la amplitud de entrada (que vale uno).

En el formalismo de paso bajo equivalente apreciamos de nuevo esta disminución de amplitud máxima y el mayor ensanchamiento en el módulo amplitud compleja de salida (ojo a los ejes temporales de las dos figuras porque son distintos). De la fase de la amplitud compleja podemos deducir también que el pulso se ha ensanchado bastante porque la pendiente es mucho menor al aumentar la longitud, por lo que las componentes espectrales están repartidas de la misma forma pero más suavemente, ya que tienen que abarcar una anchura mayor.

Esto último se refleja en el formalismo de frecuencia intermedia, donde vemos la redistribución de dichas componentes a lo largo del pulso en ambos casos.

- Coeficiente de atenuación:

Para concluir esta primera parte dedicada a pulsos transform-limited vamos a ver qué ocurre al variar el coeficiente de atenuación del medio dispersivo. Puesto que el coeficiente de atenuación solo afecta a la amplitud de salida solo representaremos la salida con el formalismo de espectro completo (aunque se podría hacer con cualquiera de los tres).

En primer lugar vemos qué ocurre al disminuir este coeficiente de atenuación. La simulación se realizará con estos datos:

Parámetros del pulso:

$$A_0 = 1$$

$$\tau_0 = 20 \text{ ps}$$

τ_d (depende de la representación)

Parámetros del medio dispersivo:

$$\alpha_0 = 10 \text{ dB/km}$$

$$\beta''_0 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$L = 50 \text{ km}$$

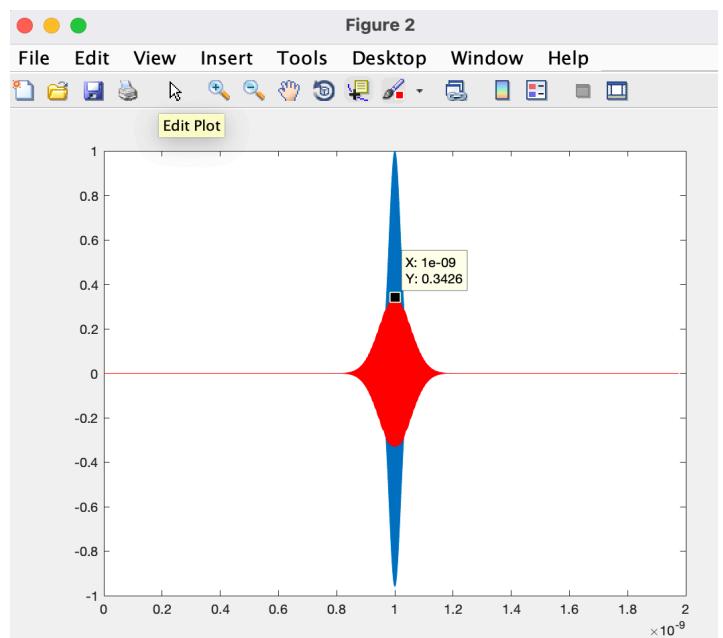
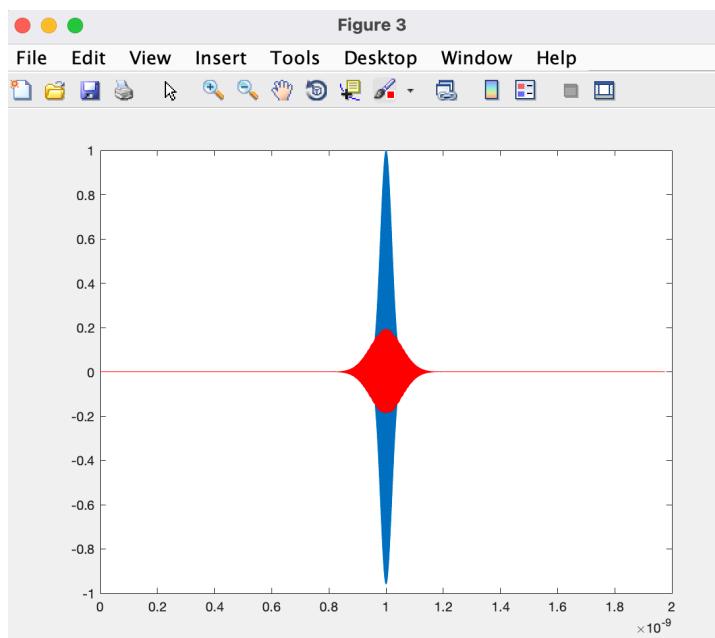


Figura 17.- Espectro Completo: Pulsos de entrada y salida ($\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}$, $\alpha_0 = 10 \text{ dB/km}$)

Vemos que, lógicamente, la amplitud disminuye bastante menos al bajar la atenuación del medio.

A modo de curiosidad, y aunque no es lo que ocurre realmente en la propagación que estamos estudiando, podemos ver que si consideramos que en vez de atenuación tenemos amplificación el pulso a la salida gana amplitud respecto al pulso de entrada:

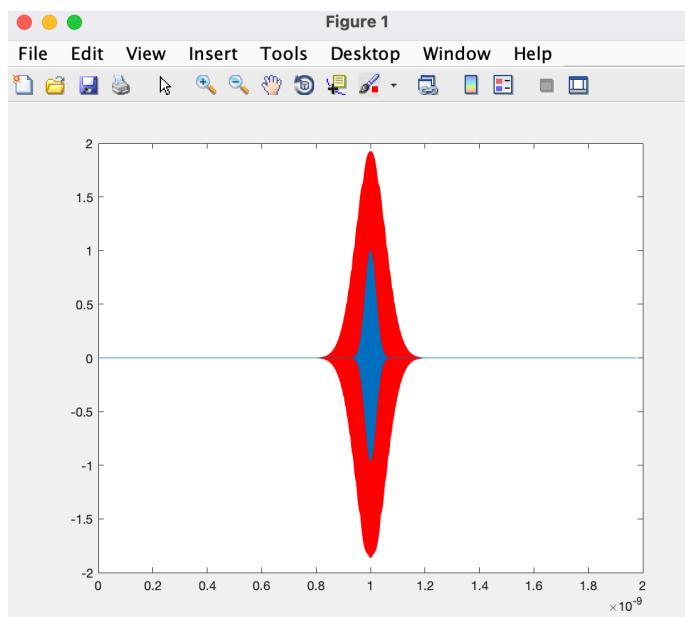


Figura 18.- Pulso de salida respecto al de entrada al tomar α_0 como factor de amplificación

Esto ocurre porque realmente el valor de α_0 no indica por sí solo si se trata de una atenuación o una amplificación. Este hecho se refleja en la expresión de la función de transferencia del medio dispersivo, ya que α_0 forma parte de una función exponencial. Si esta exponencial es negativa tendremos atenuación (que es lo que ocurre en la propagación de pulsos por medios dispersivos), pero si la exponencial fuera positiva tendríamos una amplificación de la señal (como ocurre en esta última simulación realizada por simple curiosidad).

Propagación de un pulso temporal con “chirp” inicial y de envolvente gaussiana por un medio dispersivo

En esta nueva sección vamos a realizar simulaciones considerando que el pulso de envolvente gaussiana a la entrada del medio dispersivo presenta efecto chirp inicial. Para ello reutilizaremos todo el código generado para hacer las simulaciones previas.

Comprobaremos cómo afectan al pulso chirpeado los efectos de atenuación y dispersión del medio por el que se propaga. Al igual que antes, veremos también qué ocurre cuando variamos algunos parámetros clave como β_0'' o el parámetro de chirp inicial.

Representaremos también la evolución del ensanchamiento del pulso en función de la distancia recorrida para varios valores del parámetro de chirp, distinguiendo el caso en que β_0'' sea positiva o negativa.

Para comenzar, veamos los resultados obtenidos al introducir el parámetro de chirp (C) para apreciar las diferencias con los resultados obtenidos cuando simulamos el mismo pulso pero sin chirp:

Parámetros del pulso:

$$A_0 = 1 \quad , \quad C = 2$$

$$\tau_0 = 20 \text{ ps}$$

τ_d (depende de la representación)

Parámetros del medio dispersivo:

$$\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}$$

$$\beta_0'' = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$L = 50 \text{ km}$$

Se presentan los resultados obtenidos mediante los tres formalismos, aunque nos centraremos en el formalismo de frecuencia intermedia ya que es el que ofrece una visión más clara del efecto chirp en el propio pulso.

El formalismo de espectro completo no nos permite ver más que la atenuación y el ensanchamiento, pero no la redistribución de frecuencias, mineras que el formalismo de paso bajo equivalente implementado ofrece resultados algo extraños ya que el pulso con chirp no es transform-limited:

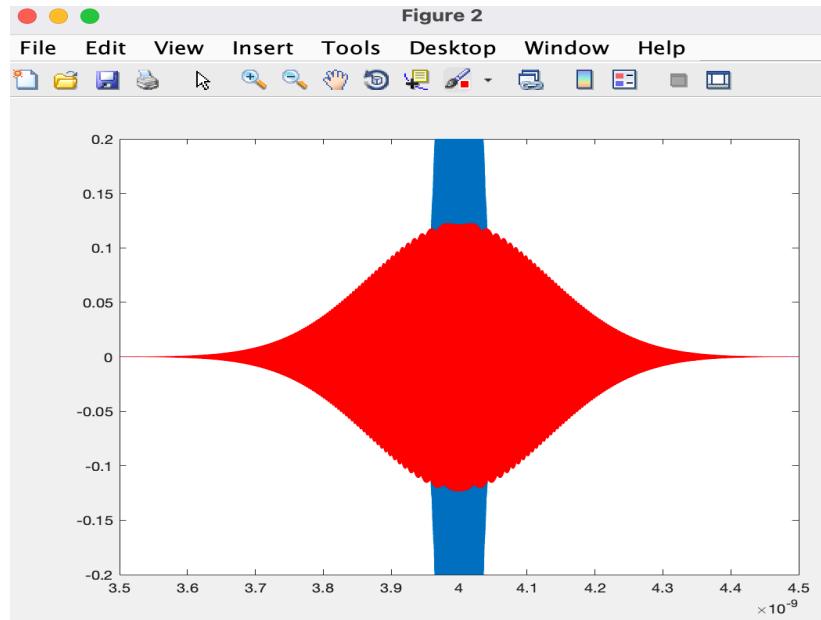


Figura 19.- Espectro Completo: Pulso de salida respecto al de entrada con Chirp = 2.

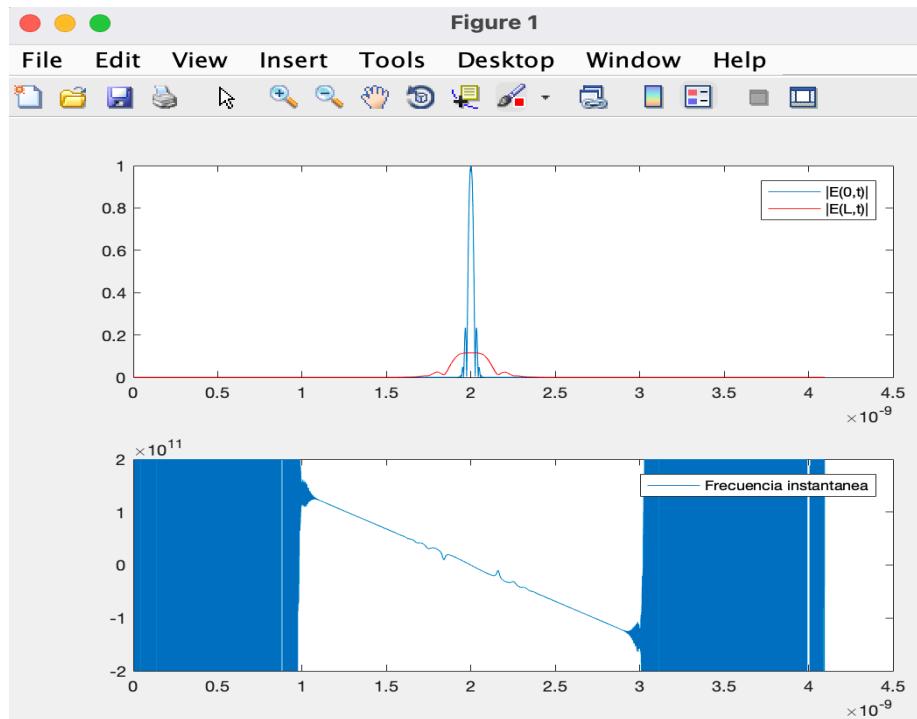


Figura 20.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea (C = 2).

El formalismo de frecuencia intermedia sí que nos ofrece mucha más información para interpretar:

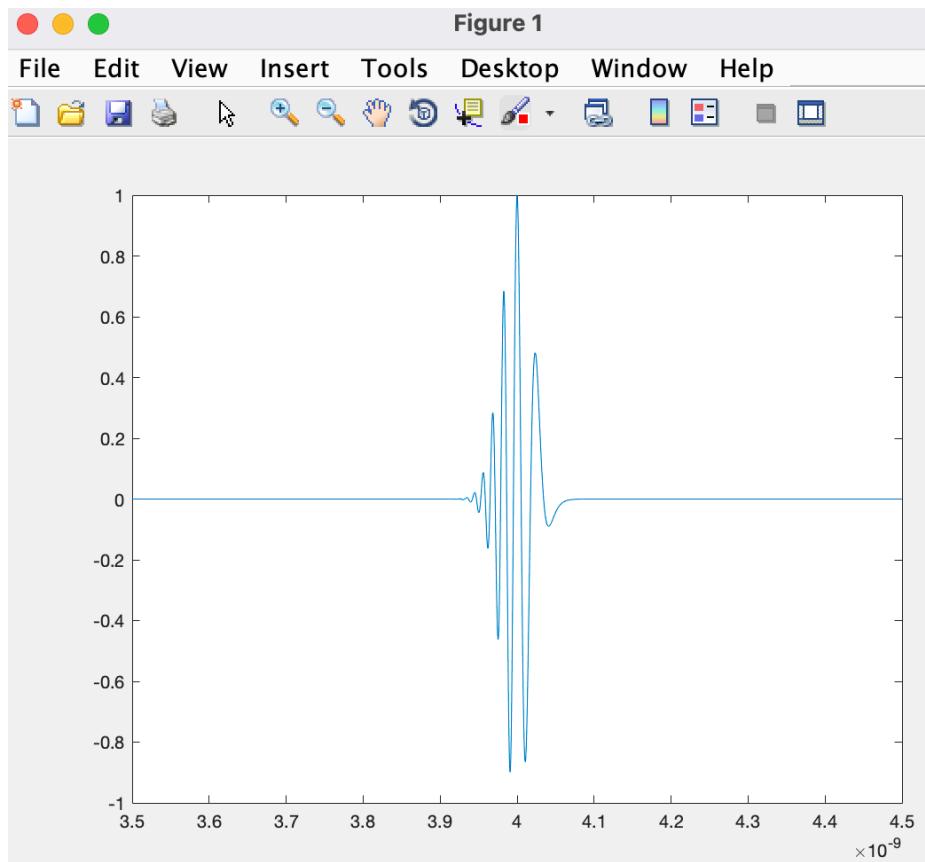


Figura 21.- Frecuencia Intermedia: Pulso de entrada con chirp ($C = 2$).

Como vemos, el pulso inicial ya tiene cierto efecto chirp. Por tanto, el pulso a la entrada ya tiene cierta redistribución de sus componentes frecuenciales.

En este caso, con un parámetro de chirp tomado igual a dos (solo a modo inicial para ver el efecto de este parámetro en el pulso) se ve que las frecuencias más altas se sitúan en los valores temporales más bajos y viceversa. Como veremos más adelante, esto se controla con el signo del parámetro de chirp (así como con β_0'').

Además, podemos comprobar que el valor absoluto del parámetro de chirp controla cómo de acusada es esta redistribución.

Si vemos que ocurre con este pulso al propagarse por el medio dispersivo (cuyos parámetros se especifican al inicio de esta sección) el resultado obtenido es este:

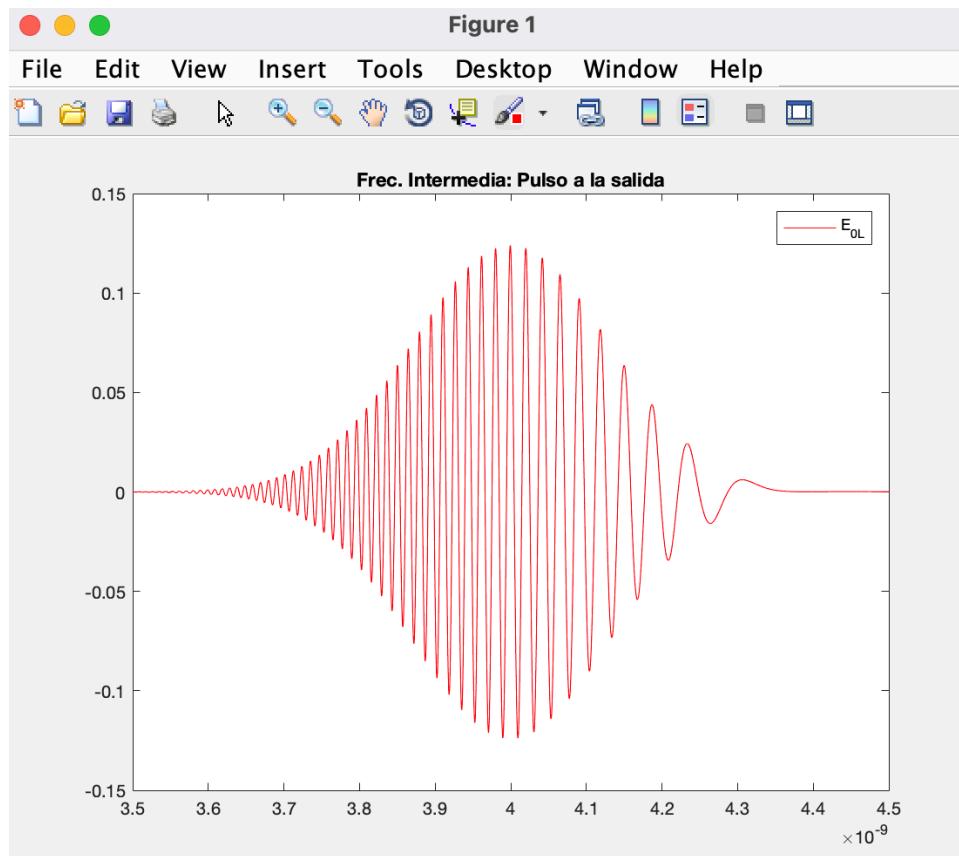


Figura 22.- Frecuencia Intermedia: Pulso de salida con chirp inicial ($C = 2$).

De nuevo vemos que el pulso ha disminuido su amplitud debido a la atenuación y se ha ensanchado por el efecto dispersivo.

Se aprecia también la redistribución de las componentes frecuenciales que ha tenido lugar. Como vemos, la redistribución de frecuencias es como la que tenía el pulso inicial (las frecuencias más altas en tiempos más bajos y viceversa). Veremos a continuación qué ocurre con esta redistribución al variar los parámetros de chirp y β_0'' .

A continuación se presentan unas representaciones en las que vemos cómo es el pulso al inicio al variar el parámetro de chirp, así como el pulso obtenido a la salida del medio dispersivo en de β_0'' :

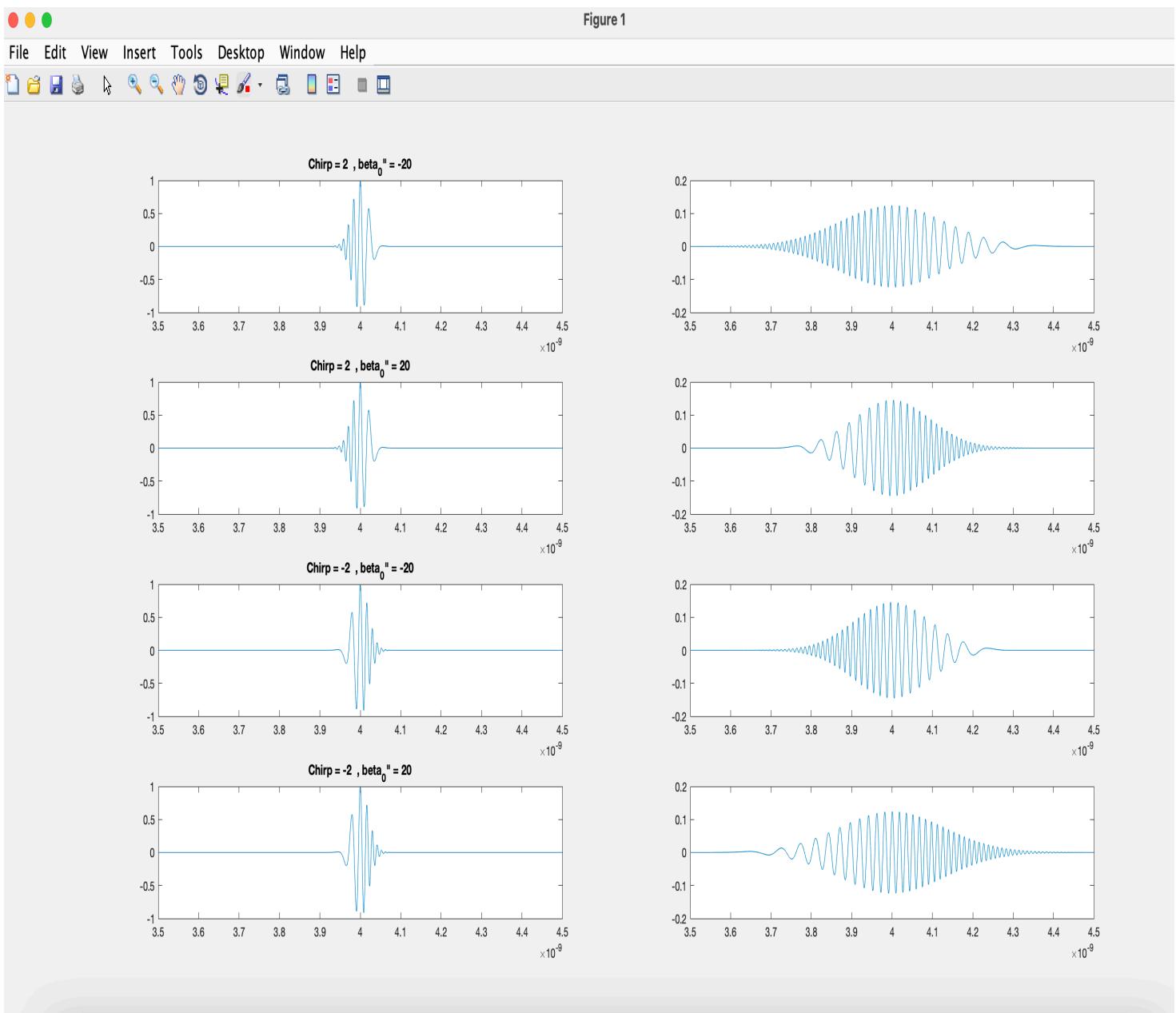


Figura 23.- Frecuencia Intermedia: Pulso chirpeado de entrada (izquierda) y pulso de salida (derecha).

Esta figura es muy interesante porque nos permite extraer varias conclusiones clave:

Vemos que en el primer caso (las dos figuras de la primera fila), la distribución de las componentes frecuenciales es la misma que vimos en el ejemplo anterior, ya que el parámetro de chirp toma un positivo. En cuanto al pulso a la salida, vemos que se ha atenuado y ensanchado manteniendo una redistribución frecuencial como la del origen (frecuencias altas en tiempos bajos y viceversa), ya que β_0'' es negativa.

En el segundo caso ocurre algo diferente, y es que partiendo del mismo pulso pero tomando β_0'' con el mismo valor pero de signo contrario obtenemos un resultado inverso (recordemos que β_0'' ha cambiado de signo). En este caso, las componentes frecuenciales a la salida se han redistribuido de forma inversa a como se estaban redistribuyendo en el pulso chirpeado de entrada. Es decir, en el pulso de entrada vemos como las componentes de frecuencias más altas se sitúan en los tiempos más bajos, mientras que en el pulso a la salida vemos que las componentes de frecuencias más altas se han situado en los tiempos más altos (y viceversa con las frecuencias más bajas). Además, se aprecia que el pulso se ha atenuado y ensanchado como consecuencia de su propagación por el medio, sin embargo llama la atención que el ensanchamiento que sufre el pulso es menor que en el caso anterior.

Este comportamiento se replica en los dos casos posteriores:

En el tercer caso tenemos un chirp negativo inicial que indica que las componentes de frecuencias más altas se sitúan en valores temporales altos (y viceversa). Al propagarse el pulso por un medio dispersivo con β_0'' negativa la redistribución de componentes a la salida es la misma que en el caso 1, situándose las frecuencias más altas en los valores temporales más bajos.

Por último, en el cuarto caso se aprecia que el pulso con chirp inicial negativo se propaga por un medio con β_0'' positiva y las componentes espectrales se distribuyen de la misma forma que en el caso 2, es decir, las componentes de frecuencias más altas en tiempos más altos y viceversa. Se aprecia también que el pulso se ha ensanchado más que en el caso tres.

De aquí podemos extraer varias conclusiones:

En primer lugar vemos que el ensanchamiento que sufre el pulso no es el mismo siempre. Como vimos en la clase de problemas, el ensanchamiento que sufre el pulso a la salida puede conocerse conociendo el valor de τ'_0 :

$$\tau'^2 = \frac{\beta_0''^2 L^2}{\tau_0^2} (1 + C_0^2) - 2C_0 \beta_0'' L + \tau_0^2$$

Apreciamos en esta ecuación que si β_0'' y C_0 (parámetro chirp) son de signo contrario todos los sumandos son positivos, por lo que el pulso se ensanchará siempre.

De igual modo, si β_0'' y C_0 son del mismo signo el pulso se comprimirá para, una vez que haya recorrido cierta distancia, empezar a ensancharse.

Este comportamiento se refleja en las figuras de arriba, ya que en los casos 1 y 4 (donde β_0'' y C_0 son de signo contrario) el pulso se ensancha más que en los casos 2 y 3 (donde β_0'' y C_0 tienen el mismo signo). Esto se debe a que en los casos 1 y 4 el pulso se ensancha en todo momento, mientras que en los casos 2 y 3 se comprime inicialmente para luego ensancharse, por lo que no llega a ensancharse tanto como en los casos en los que se ensancha siempre.

En resumen, el producto de β_0'' y C_0 define si el pulso se ensancha siempre o no, de forma que si ambos parámetros tienen signos diferentes el pulso se ensanchará en todo momento mientras que si los signos son iguales el pulso se comprimirá para ensancharse una vez recorrida cierta longitud.

Por último, analicemos cómo evoluciona el ensanchamiento del pulso en función de la distancia recorrida por el medio dispersivo para diferentes valores del factor chirp y para valores de β_0'' de signo contrario.

En primer lugar se presenta una gráfica con el ensanchamiento del pulso (expresado como la relación entre τ_0 del pulso de salida y del pulso de entrada) para diferentes valores del parámetro chirp en función de la longitud recorrida en el medio dispersivo para una β_0'' negativa:

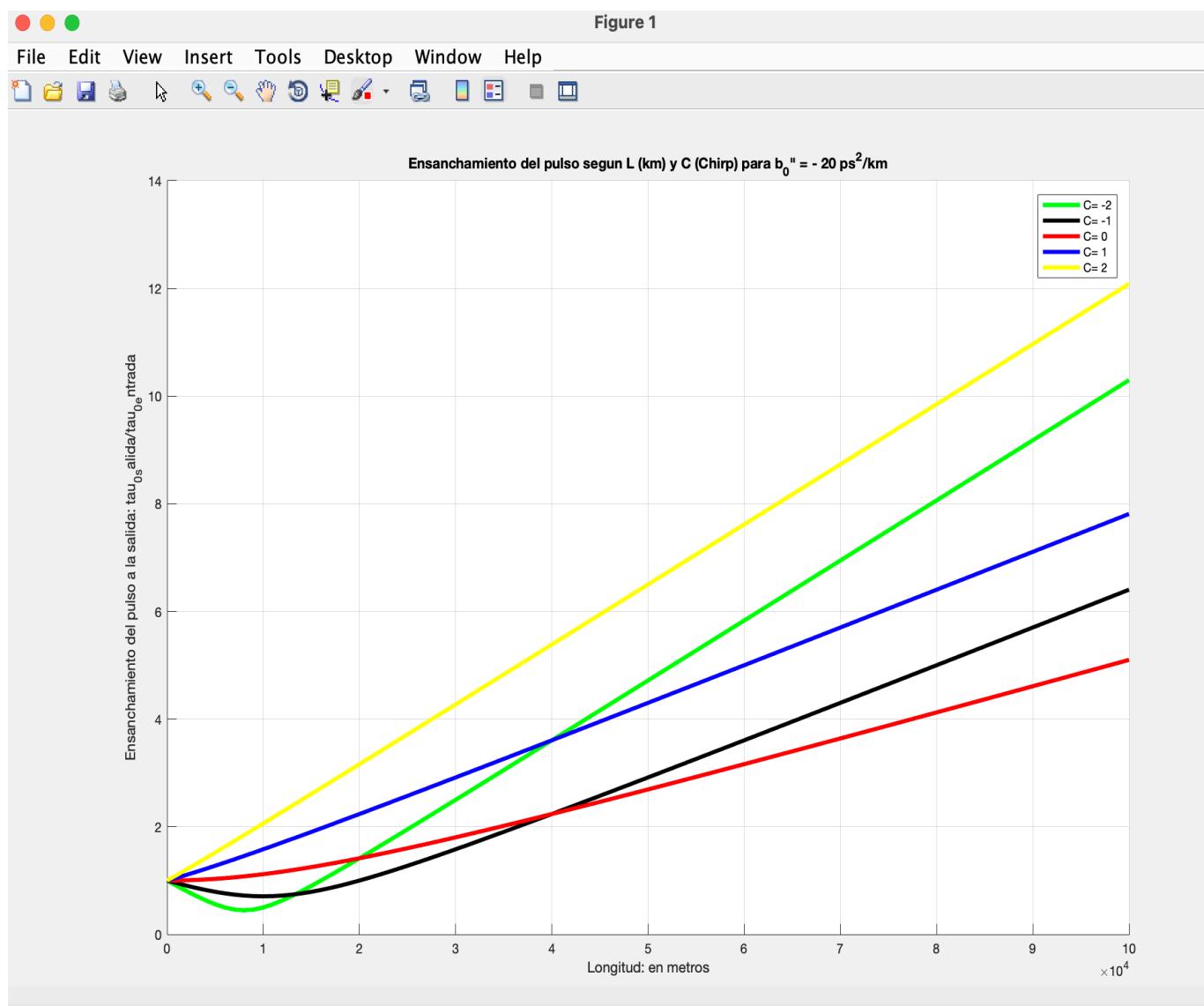


Figura 24.- Ensanchamiento del pulso en función de C y la longitud recorrida ($\beta_0'' = -20$).

En esta figura se aprecian bien las deducciones anteriores, ya que como vemos las curvas verde y negra corresponden a valores de chirp negativo y, al ser β_0'' también negativa, el pulso se contrae primero para luego ensancharse. Por otra parte, las curvas amarilla y azul corresponden a valores de chirp positivos que son de signo contrario a la β_0'' que estoy considerando en este caso, por lo que el pulso se ensancha en todo momento. Esto provoca que la línea amarilla alcance un ensanchamiento mayor que la línea verde (que toma el mismo valor de chirp pero de signo contrario), ya que la línea verde primero decrece (se contrae el pulso) para luego crecer (se ensancha el pulso) mientras que la amarilla siempre es creciente (el pulso siempre se ensancha). Esto evidentemente es análogo a lo que ocurre entre las líneas negra y azul.

Si vemos esto mismo pero cambiando de signo β_0'' obtenemos lo siguiente:

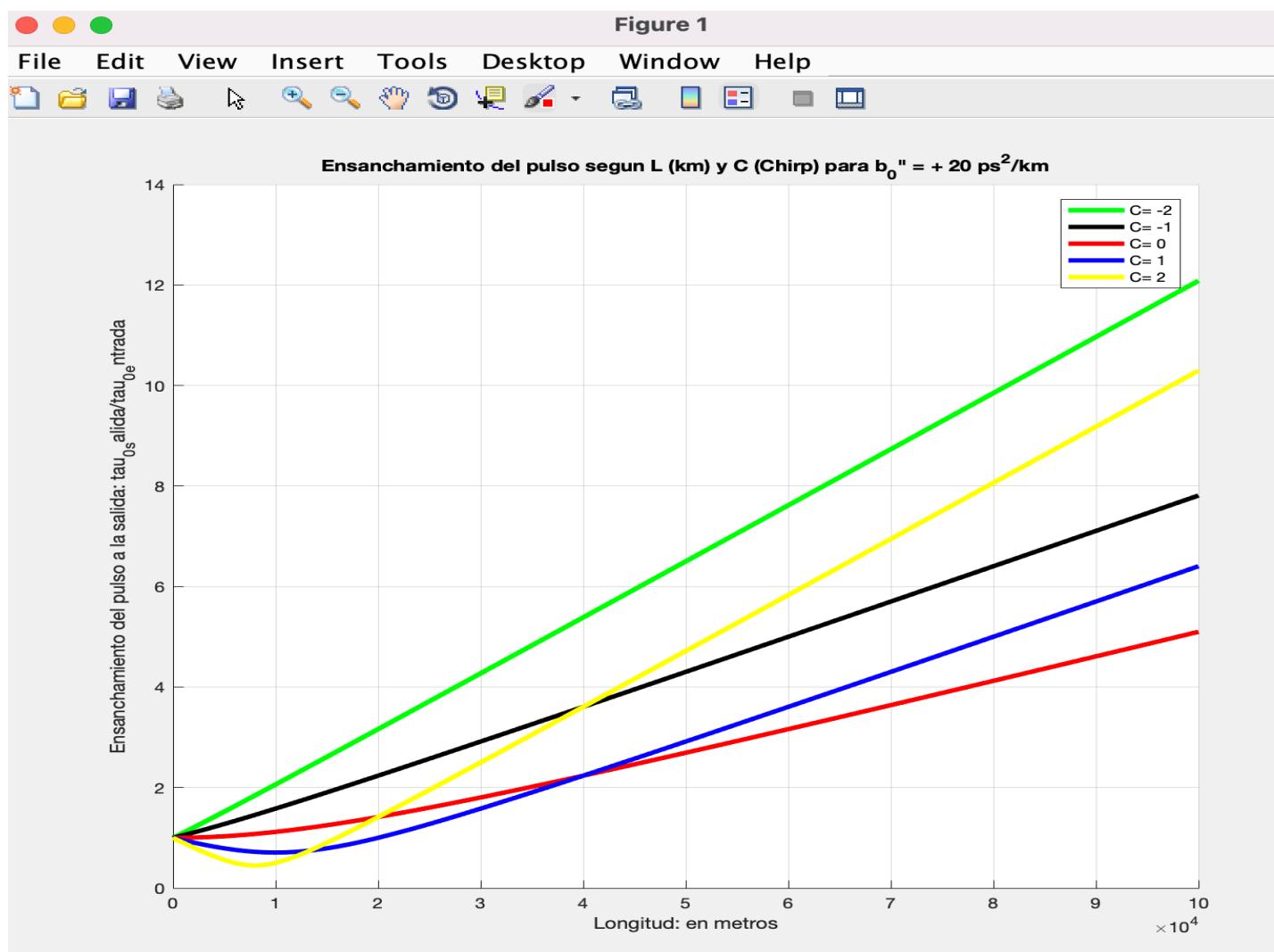


Figura 25.- Ensanchamiento del pulso en función de C y la longitud recorrida ($\beta_0'' = +20$).

En esta figura apreciamos que solo son crecientes en todo momento las líneas verde y negra (justo las que antes no lo eran). Esto se explica considerando que, como β_0'' ahora es positivo, los valores de chirp que provocan que el pulso se ensanche siempre son aquellos que son negativos (las líneas verde y negra que comentamos). Las líneas amarilla y azul (correspondientes a valores de chirp positivos) ahora decrecen al inicio para luego crecer, ya que β_0'' tiene el mismo signo que los valores de chirp que representan estas líneas.

No hemos hablado de la línea roja, que es idéntica en ambas gráficas. Esta línea representa el caso sin chirp, es decir, el que vimos en el primer capítulo de este trabajo. Evidentemente, al no haber chirp el pulso siempre se ensancha por el medio dispersivo, ya que en este caso el signo de β_0'' solo controla cómo se distribuyen las componentes espectrales (como vimos en el apartado correspondiente).

En definitiva, si cambiamos el signo de β_0'' obtenemos dos gráficas inversas donde las líneas que antes decrecían para volver a crecer en una gráfica son las que en la nueva gráfica siempre crecen (y viceversa), ya que todo este comportamiento está controlado por el signo del producto de β_0'' y C. Se aprecia como la línea verde de una gráfica corresponde con la amarilla de la otra (la verde y la amarilla representan mismo chirp pero con signo contrario) y viceversa. Lo mismo ocurre con las líneas negra y azul.

En resumen, siempre que el producto de β_0'' y C sea negativo tendremos ensanchamiento en todo momento, mientras que si el producto es positivo tendremos una compresión inicial en el pulso que, una vez transcurrida cierta distancia, acabará ensanchándose (pero menos que si se ensanchara en todo momento).

Posible aplicación en telecomunicaciones:

Como apartado extra he decidido seguir los consejos del profesor de la asignatura Alejandro Carballar y aprovechar toda la implementación realizada hasta este punto para ver una posible aplicación de todos los conceptos vistos en el campo de las telecomunicaciones.

En este caso vamos a considerar que se transmiten varios pulsos de forma consecutiva. De esta forma podemos emular lo que sería una transmisión de información construyendo alguna palabra en código binario. Un ejemplo puede ser intentar transmitir una serie (la que se nos ocurra) de unos y ceros, donde los unos indican que se transmite un pulso y los ceros indican la ausencia del mismo.

Esta señal formada por varios pulsos y varios huecos sin pulso será propagada a través del medio dispersivo en régimen lineal que venimos usando a lo largo de este assignment. Así podremos estudiar como los fenómenos de atenuación y especialmente el de dispersión afectan a esta señal compuesta de diferentes pulsos. Nos centraremos detalladamente en estudiar qué ocurre cuando los diferentes pulsos se ensanchan y cómo se redistribuyen las componentes espectrales en este nuevo escenario.

Estudiaremos todo esto desde los tres formalismos que venimos utilizando desde el inicio de este assignment.

-
- Sobre la definición de la secuencia de pulsos a la entrada:

En mi caso, definir el conjunto de pulsos a la entrada de forma que pueda reutilizar todo el trabajo hecho anteriormente ha sido el principal escollo. Aunque imagino que habrá formas más sencillas (y sobre todo más eficientes) de hacer esto, he optado por hacer lo siguiente:

En primer lugar definimos la secuencia de unos y ceros que se va a transmitir y a partir de ésta y de los valores de desplazamiento temporal τ_d (que varía para cada pulso que conforma la secuencia) se van creando tantos pulsos como valores haya en dicha secuencia. τ_d juega un papel fundamental, ya que variaremos el valor del desplazamiento de cada pulso de la secuencia para conseguir que sean consecutivos y no se superpongan unos a otros. Realmente es muy difícil ajustar para que no se superpongan en absoluto, ya que los pulsos tienen unos valores residuales mientras más nos alejamos del centro del mismo. Experimentalmente he podido comprobar que para un pulso de estas características ($A_0 = 1$, $\tau_0 = 20 \text{ ps}$) con 200 ps (que corresponde a $10 \cdot \tau_0$) obtenemos una correcta separación entre pulsos (entendiéndose como la separación entre los valores centrales de los mismos).

Algunos de estos pulsos simplemente valdrán cero si la secuencia especifica que en ese momento tocaba transmitir un cero. Todo esto se guarda en una matriz que tiene tantas columnas como unos y ceros a transmitir, de forma que cuando estén definidos todos los pulsos en los diferentes valores temporales se suman todas las columnas de la matriz para obtener en una única columna toda la información.

Gracias a esto podemos seguir trabajando con el mismo programa que hemos codificado para los apartados anteriores.

En principio vamos a probar con una secuencia de solo dos pulsos, lo cual correspondería a transmitir dos unos consecutivos, para comprobar de forma más sencilla que hemos adaptado correctamente el programa a esta nueva casuística de transmisión de varios pulsos.

Desde el punto de vista del formalismo de espectro completo obtenemos los siguientes resultados:

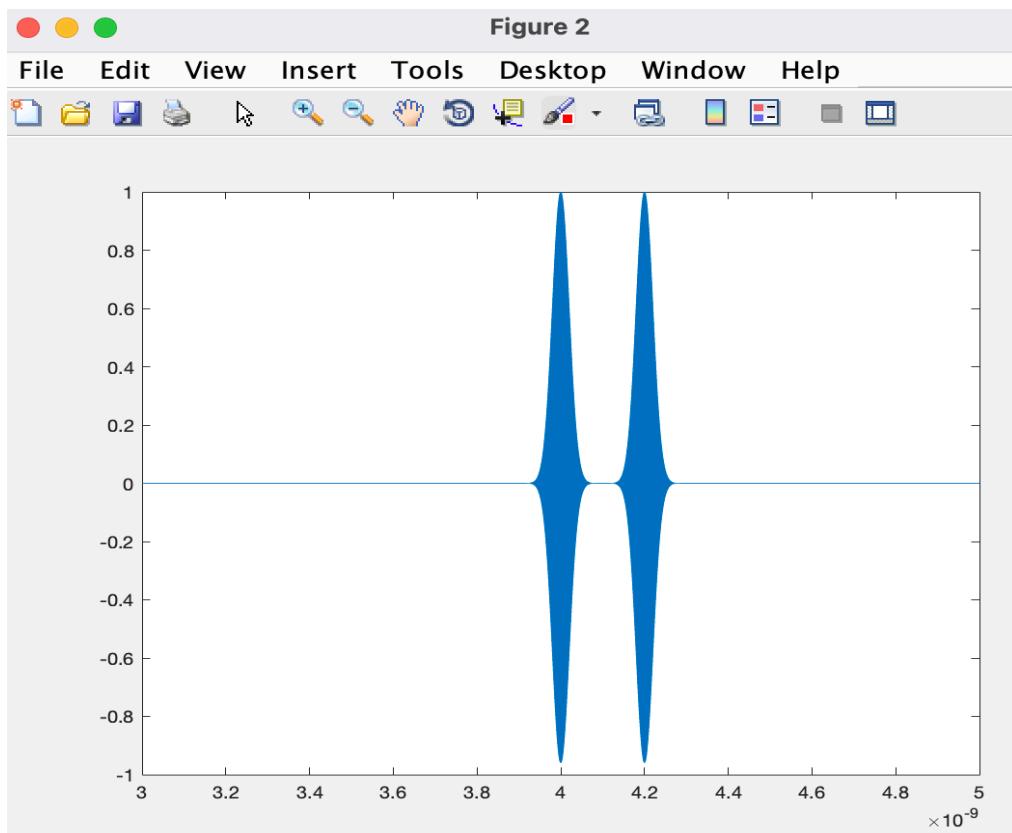


Figura 26.- Espectro Completo: Pulsos consecutivos a la entrada.

Esta secuencia de pulsos de entrada corresponde como decimos a transmitir la secuencia [1 1]. Aunque parezca que los pulsos están demasiado separados, se puede hacer zoom para comprobar que están unidos de forma que en el valor mínimo de la unión se alcance un valor muy cercano a cero (ya que el alcanzar un valor de 0 entre un pulso y otro sería el punto exacto para poder volver a transmitir el siguiente pulso). Con esta separación entre pulsos conseguimos que el valor mínimo alcance valores del orden de 10^{-6} , lo cual pienso que puede ser considerado suficiente como para volver a transmitir otro pulso (al menos a nivel de estas simulaciones académicas).

Si propagamos esta secuencia de pulsos por el medio dispersivo con el que hemos trabajado más frecuentemente en el desarrollo de este trabajo:

$$\alpha_0 = 20 \text{ dB/km}, L = 50 \text{ km}, \beta''_0 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

obtenemos a la salida lo siguiente:

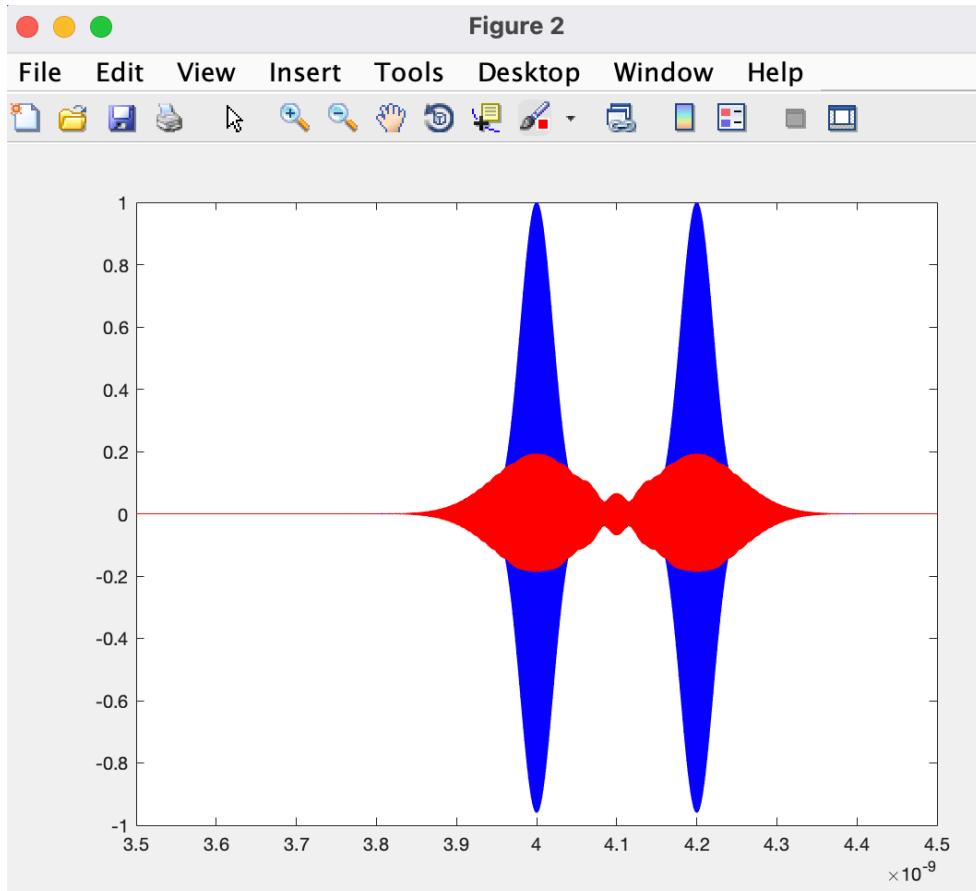


Figura 27.- Espectro Completo: Pulsos consecutivos a la salida en comparación con la entrada.

Como podíamos intuir, los pulsos han sufrido los procesos de atenuación (disminución de amplitud) y de dispersión (ensanchamiento). Resulta de especial interés el lóbulo intermedio que surge, producto de la superposición de los ensanchamientos de ambos pulsos que coinciden en esos puntos.

Si pasamos a ver todo esto desde el formalismo de paso bajo equivalente tenemos lo siguiente:

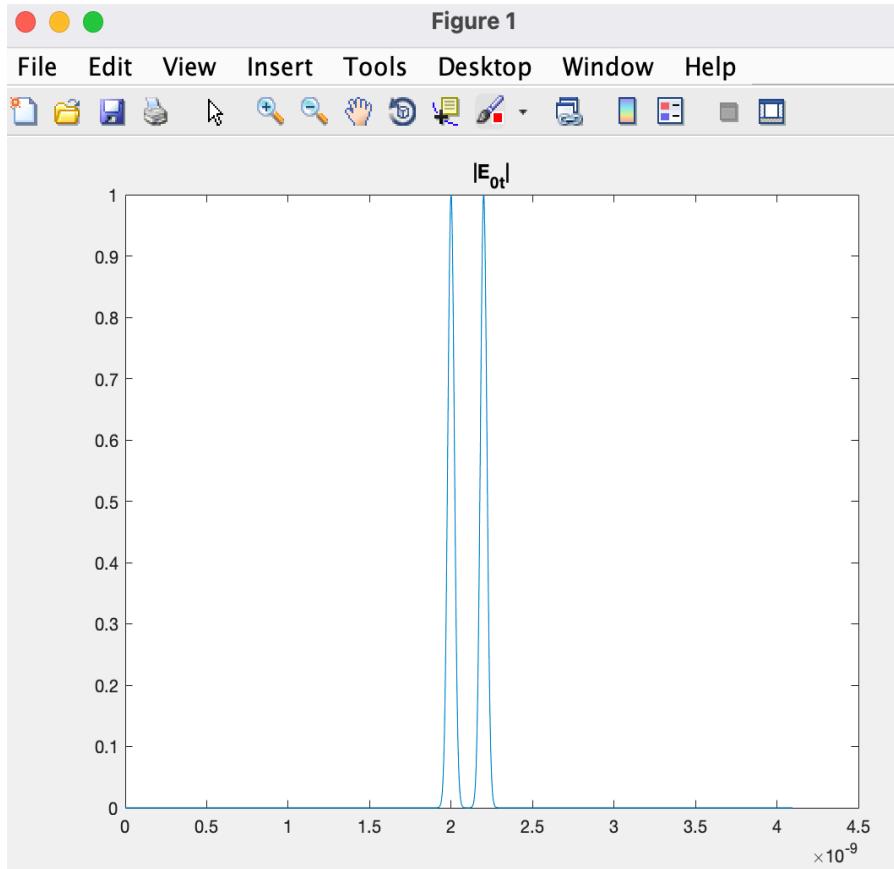


Figura 28.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas consecutivas a la entrada.

En este caso apreciamos los módulos de las dos amplitudes complejas de los dos pulsos de la secuencia de entrada. De nuevo hacemos pasar al pulso por el mismo medio dispersivo. Al trabajar con el formalismo de equivalente paso bajo obtendremos información del módulo de la amplitud compleja del tren de pulsos a la salida y sobre todo de la fase, ya que nos permitirá conocer cómo se redistribuyen las componentes espectrales en esta secuencia formada por dos pulsos consecutivos.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

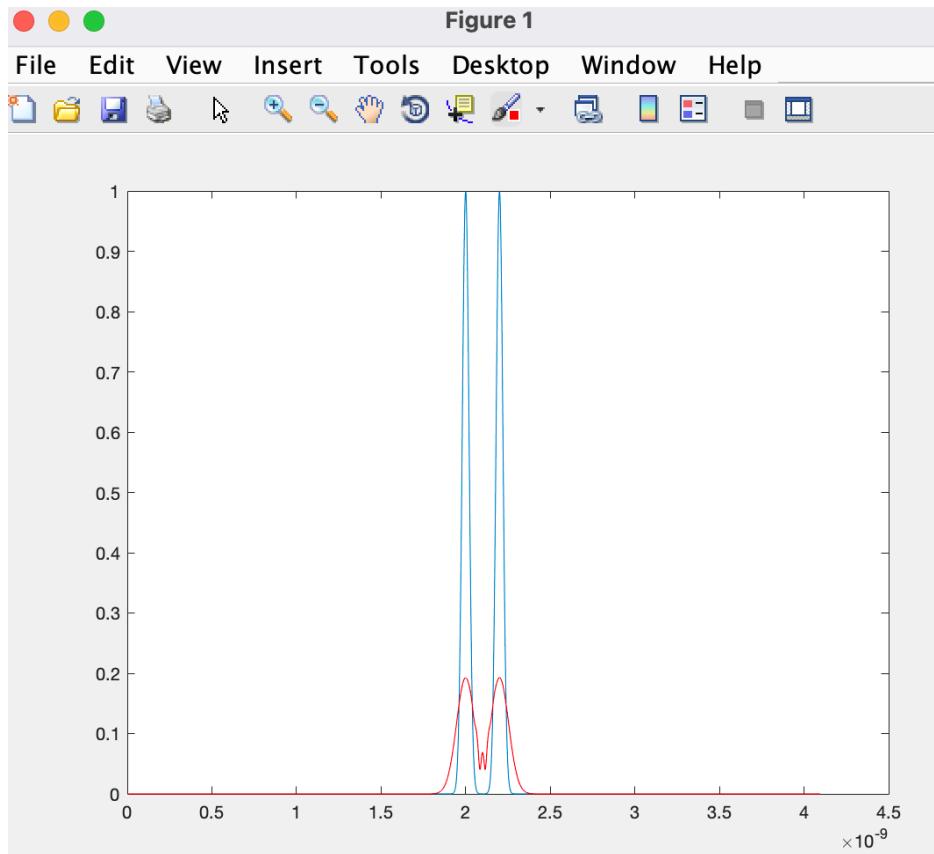


Figura 29.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas consecutivas a la salida respecto a las de la entrada.

De la información del módulo apreciamos que de nuevo la amplitud disminuye producto de la atenuación y también que el pulso se ha ensanchado producto de la dispersión del medio. Vuelve a llamar la atención la zona ubicada entre ambos pulsos, ya que como dijimos anteriormente en esta zona se superponen los ensanchamientos de ambos pulsos, de ahí que en esta zona la amplitud crezca ligeramente respecto a los valores circundantes.

Pasemos a analizar la fase para ver cómo tiene lugar en este caso la redistribución de las componentes frecuenciales. Recordemos que β_0'' es negativa, por tanto las componentes de frecuencias más altas deberían ubicarse en los valores de tiempos más bajos y viceversa.

La gráfica obtenida, en la que se representa dicha redistribución en una ventana inferior debajo de la anterior (para que el estudio sea más visual) es la siguiente:

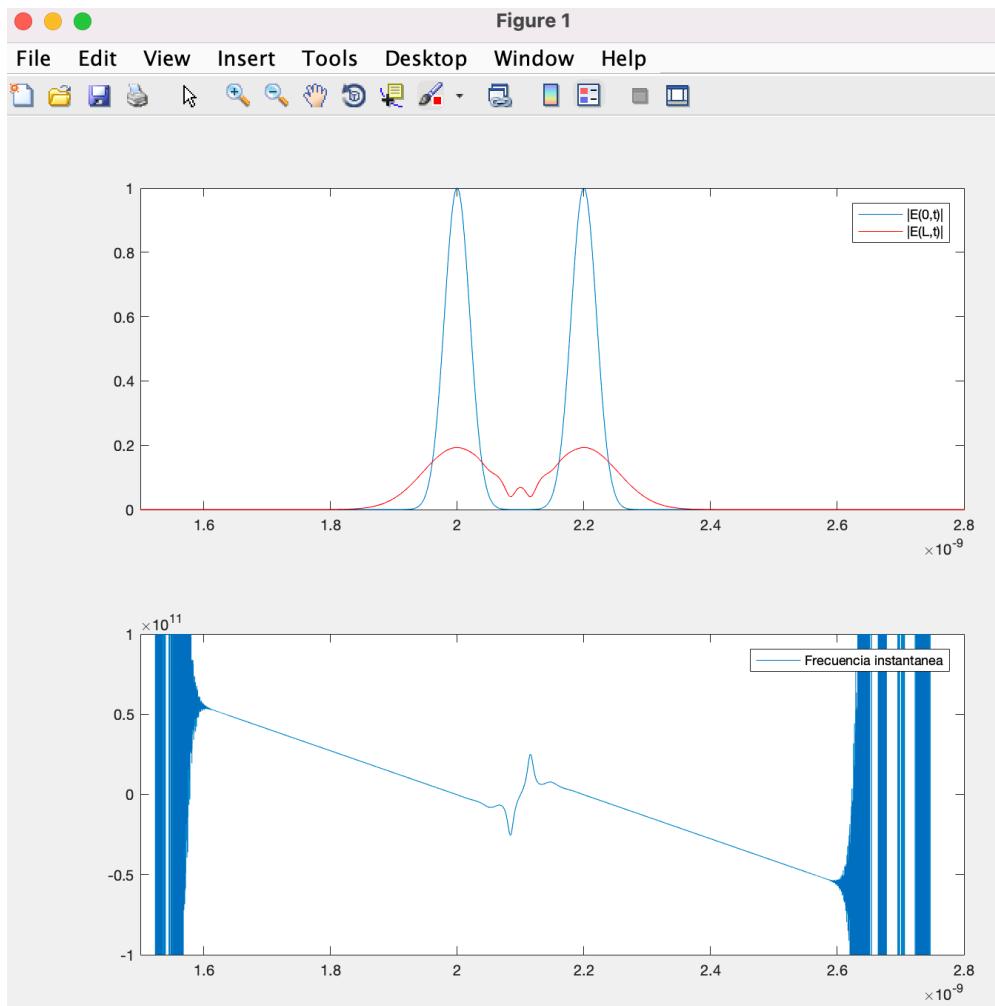


Figura 30.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($\beta_0'' = -20$).

Como se aprecia, la redistribución tiene lugar de la siguiente forma:

Al ser β_0'' sabemos que las componentes de frecuencias más altas se sitúan en los tiempos más bajos (y viceversa). Eso se aprecia en el hecho de que la pendiente de la gráfica inferior sea negativa, como ya vimos. La particularidad en este caso reside en la zona donde ambos pulsos se superponen como consecuencia del ensanchamiento producido por la dispersión del medio material. En esta zona coinciden las componentes espectrales de frecuencia más baja del primero de los pulsos con las componentes espectrales de frecuencias más altas del segundo de los pulsos, por eso vemos ese breve crecimiento que tiene lugar en la zona central de la representación.

La frecuencia instantánea en esa zona central alcanza un valor más bajo que al inicio del primer pulso porque se está compensando parte de las componentes espectrales de más frecuencia del segundo pulso con parte de las componentes espectrales de menor frecuencia del primer pulso. También podemos entenderlo desde el punto de vista de que el chirp sonaría de más agudo a más grave hasta llegar a la zona central donde, durante unos instantes sonaría de grave a agudo para posteriormente volver a sonar de agudo a grave.

Si cambiamos el signo de β_0'' deberíamos apreciar un comportamiento inverso en la fase reflejado en la redistribución de las componentes espectrales:

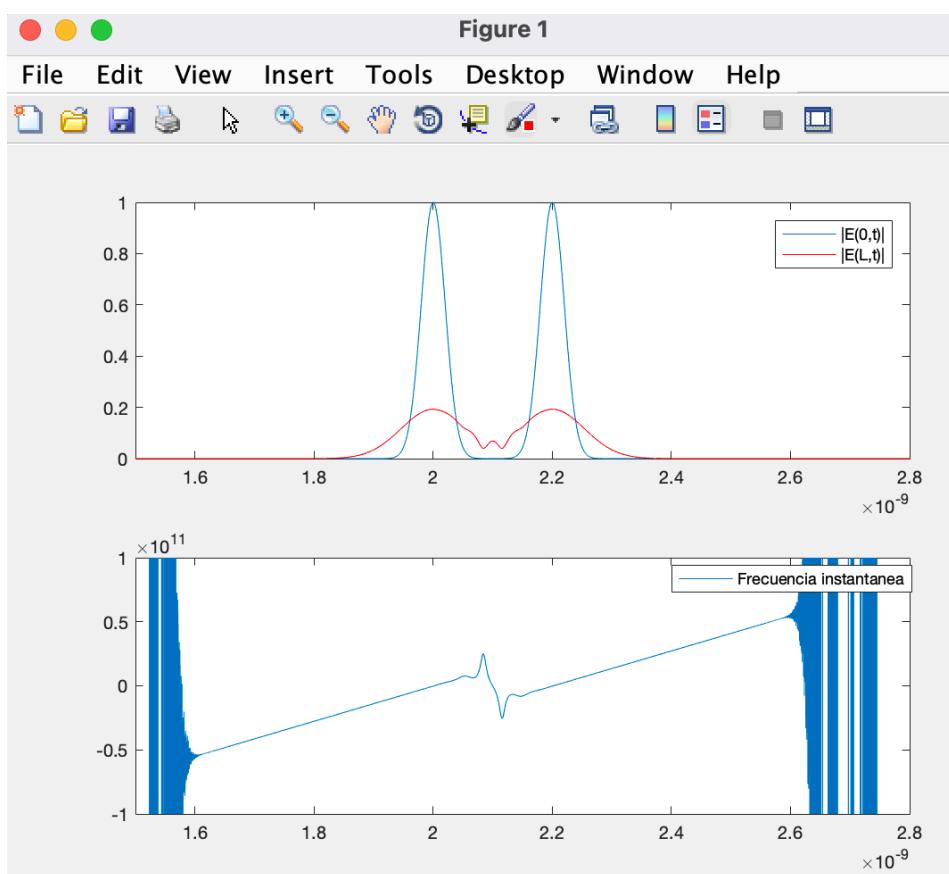


Figura 31.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($\beta_0'' = +20$) .

Efectivamente, vemos cómo la redistribución de dichas componentes es totalmente la inversa. En la zona central ahora se produce un ligero descenso para volver a tener un crecimiento de la frecuencia instantánea linealmente con el tiempo. Podemos verlo también como que el efecto chirp sonaría de más grave a más agudo, con una zona donde pasaría a sonar durante un breve tiempo de forma más grave para volver a sonar cada vez más agudo.

Por último, veamos esto con el espectro de frecuencia intermedia para poder ver claramente la redistribución de las componentes espectrales en el propio tren de pulsos:

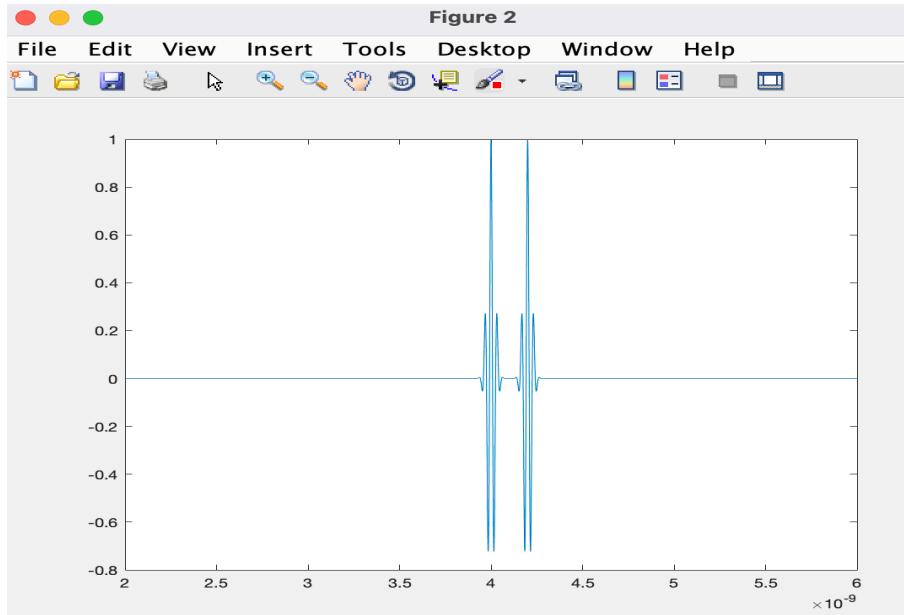


Figura 32.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de entrada.

Aquí vemos los pulsos que conforman la secuencia de entrada. Una vez propagados por el medio dispersivo (con β_0'' negativa de nuevo) obtenemos los siguientes resultados a la salida:

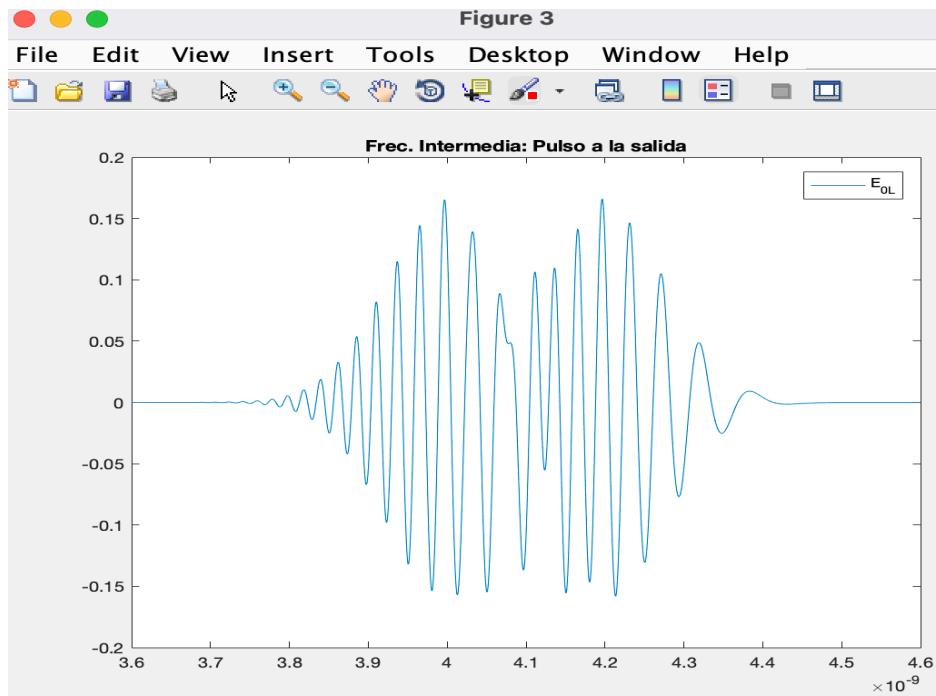


Figura 33.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de salida ($\beta_0'' = -20$).

El comportamiento es el que ya intuimos con el formalismo de paso bajo equivalente. Las componentes espectrales en el primer pulso se redistribuyen de la forma correspondiente a un valor negativo de β_0'' y, al solaparse con el otro pulso por el ensanchamiento que ambos sufren, las componentes espectrales de frecuencias más bajas del primer pulso coinciden con las de frecuencias más altas de las del segundo, teniendo lugar una transición como la que aparece en la figura.

Si de nuevo vemos qué ocurre al cambiar el signo de β_0'' obtendríamos:

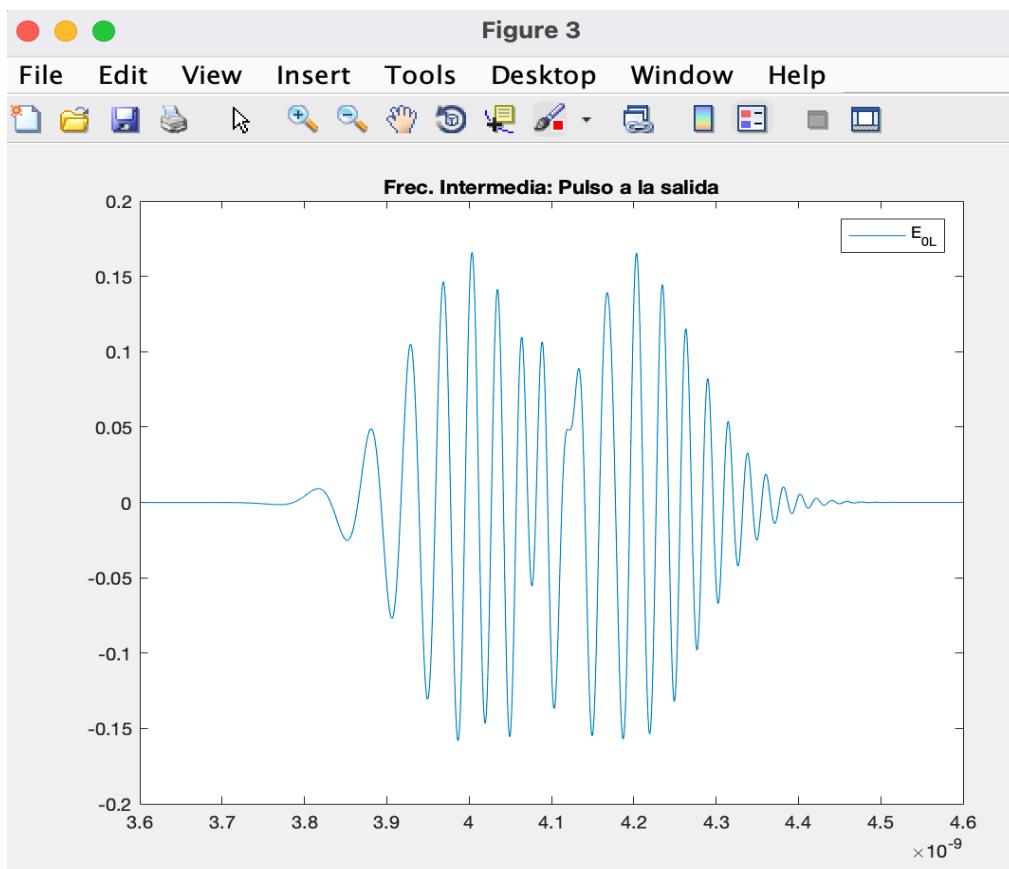


Figura 34.- Frecuencia Intermedia: Pulsos de salida ($\beta_0'' = +20$).

que es justamente lo inverso a lo que obtuvimos antes cuando β_0'' era positivo.

Para finalizar este trabajo, una vez visto qué ocurre cuando se propagan dos pulsos y qué sucede al superponerse los ensanchamientos, vamos a presentar los resultados obtenidos al transmitir una secuencia más larga. Los razonamientos son equivalentes a los obtenidos con sólo dos pulsos pero extrapolados a una situación más realista.

Vamos a transmitir una secuencia de 1 byte, es decir, de 8 bits que tiene la siguiente forma:

$$[1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Como dijimos, los unos indican que se transmite un pulso en ese instante, mientras que los ceros indican que no transmitimos nada en ese momento. Estos son los resultados obtenidos para pulsos de las mismas características a las estudiadas con anterioridad que se propaga por un medio dispersivo caracterizado como venimos haciendo.

Con el formalismo de espectro completo obtenemos:

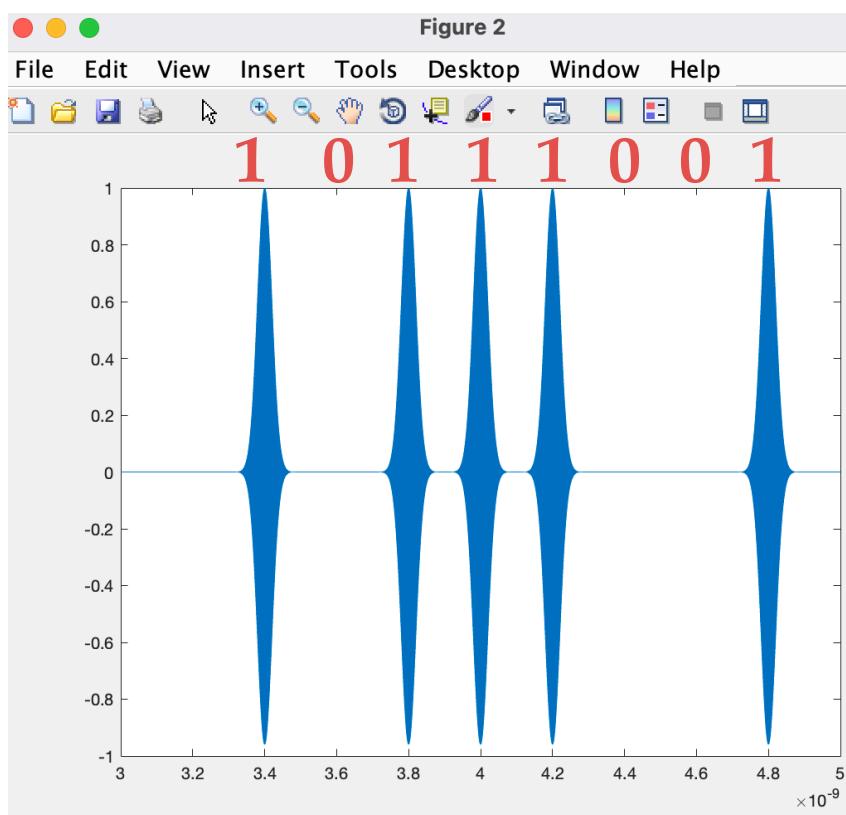


Figura 35.- Espectro Completo: Secuencia de ocho pulsos de entrada.

Se aprecia claramente en la secuencia de entrada la transmisión de la secuencia $[1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$ (marcada con números rojos en la figura).

En la salida obtenemos lo siguiente:

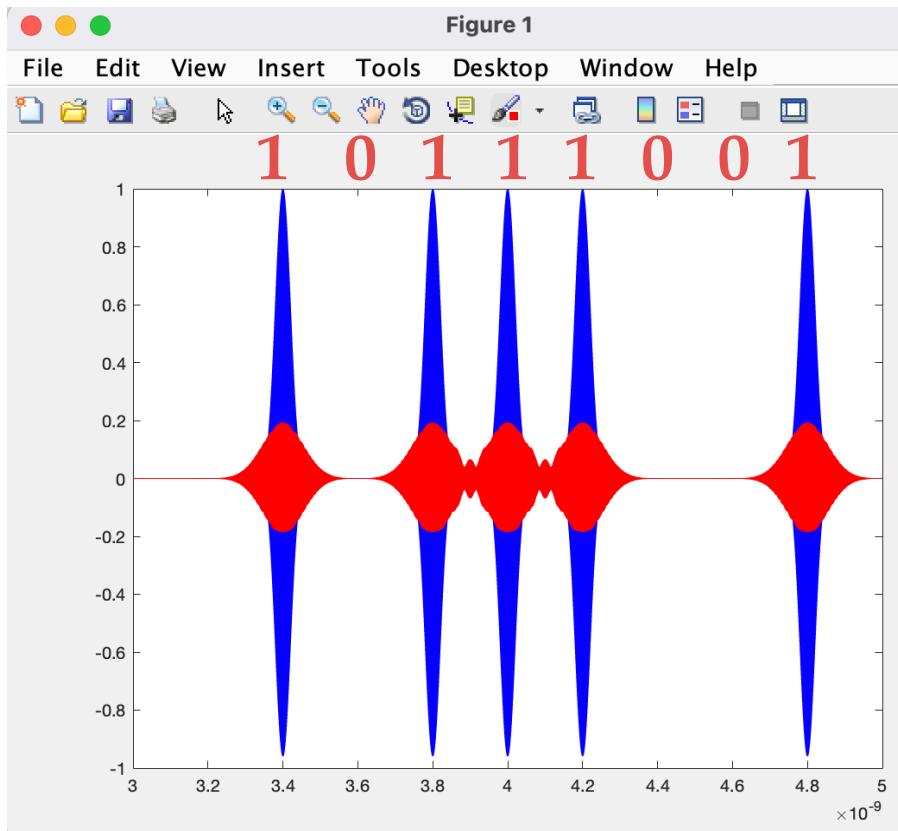


Figura 36.- Espectro Completo: Pulsos a la salida en comparación con los de entrada.

Vemos que el comportamiento es el mismo que el descrito anteriormente pero con más pulsos implicados. Con el formalismo de paso bajo equivalente obtenemos:

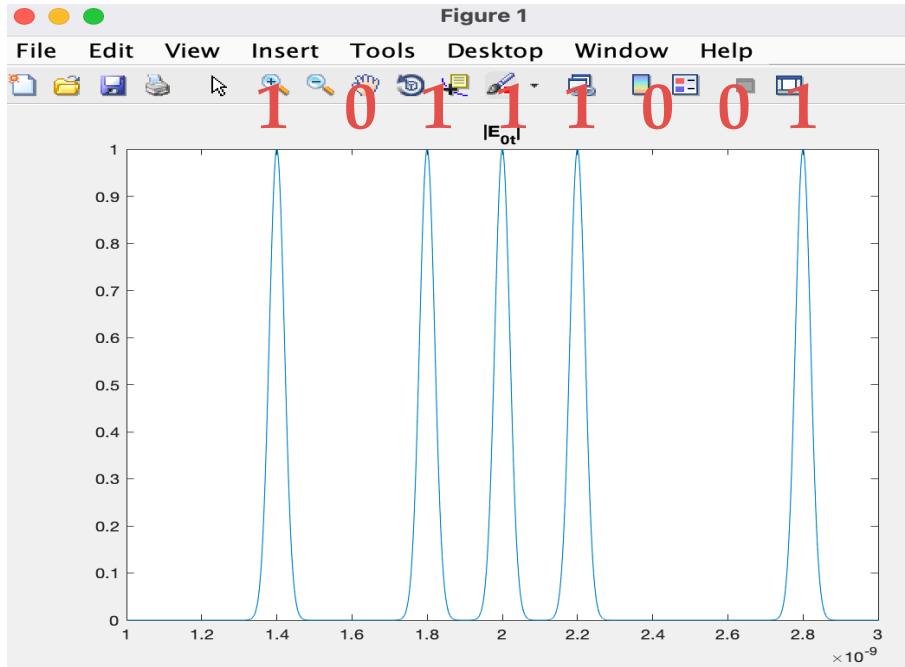


Figura 37.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de la secuencia de 8 pulsos de entrada.

A la salida tenemos lo siguiente:

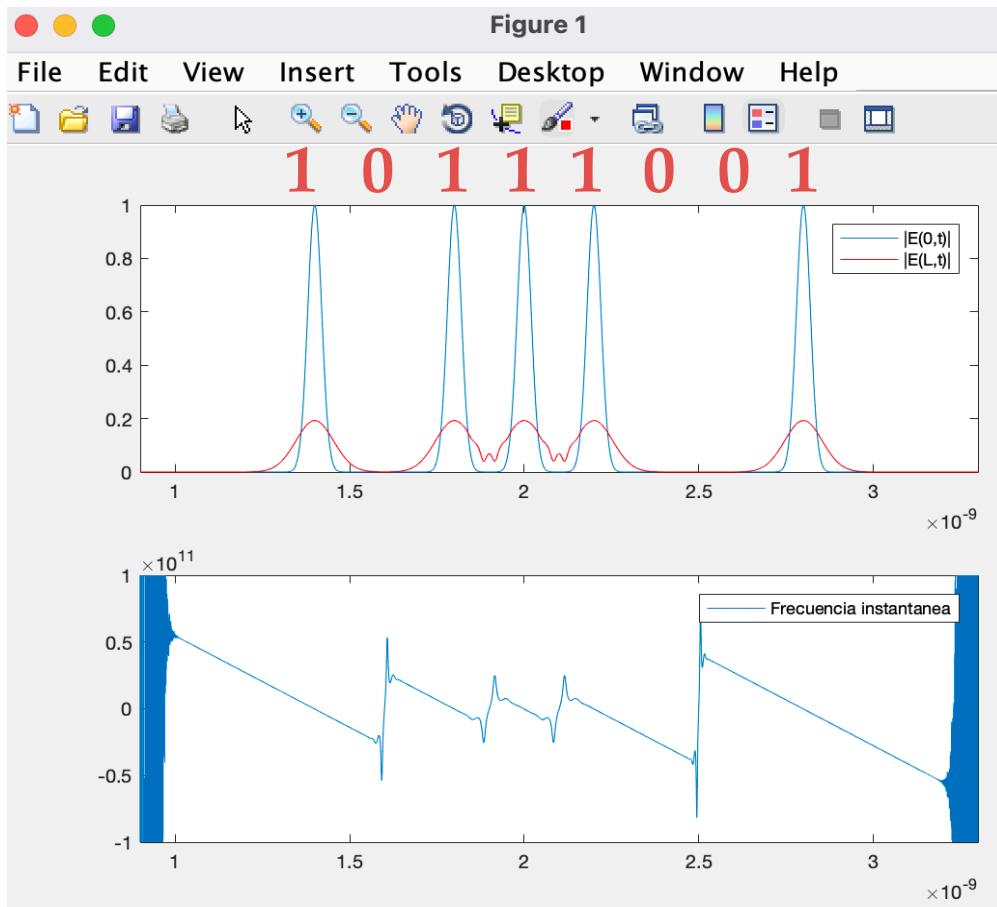


Figura 38.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de entrada y salida y frecuencia instantánea ($\beta_0'' = -20$).

De nuevo vemos que el comportamiento es que le vimos anteriormente. Llama la atención que cuando transmitimos un cero entre dos pulsos no se compensan las componentes espectrales de frecuencias altas de uno con las de frecuencias bajas del otro porque no hay superposición debido al ensanchamiento. En la zona central, puesto que se transmiten tres unos seguidos y hay solapamiento, podemos apreciar esta interacción entre las componentes espectrales de los diferentes pulsos.

Por último, para cerrar este trabajo veamos esto con el formalismo de frecuencia intermedia:

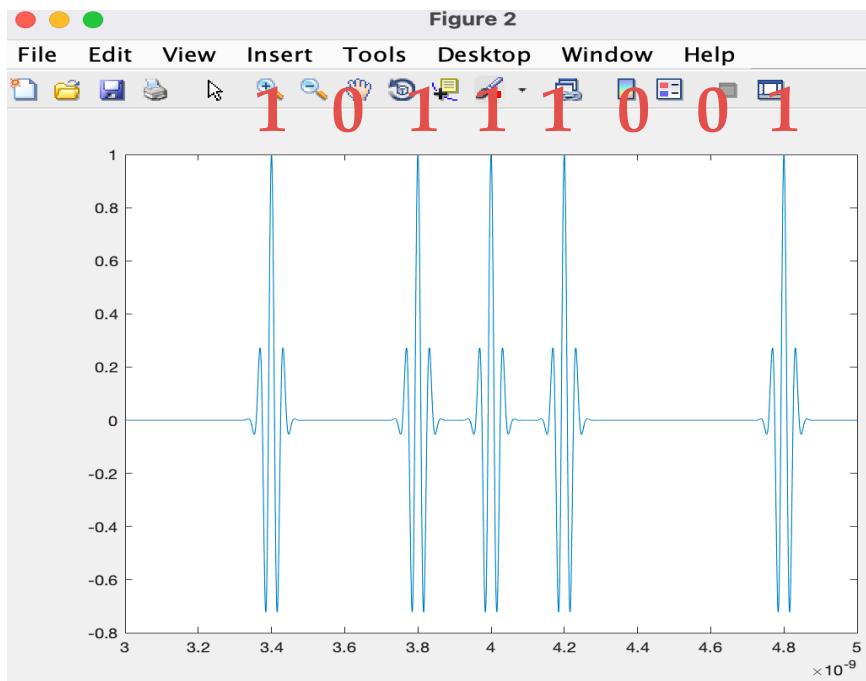


Figura 39.- Frecuencia Intermedia: Secuencia de 8 pulsos a la salida.

Esta es la secuencia de pulsos a la entrada. A la salida observamos lo siguiente:

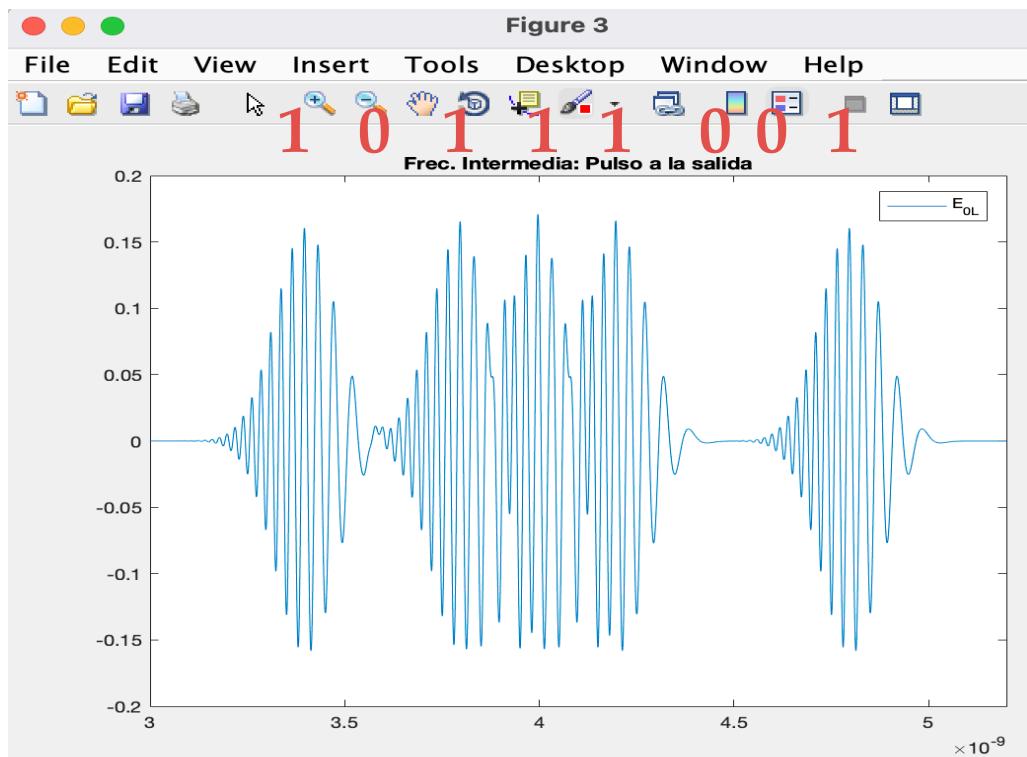


Figura 40.- Frecuencia Intermedia: Secuencia de 8 pulsos de salida ($\beta''_0 = -20$).

De nuevo vemos como se cumple todo lo que hemos comentado con anterioridad, apreciando con más claridad qué ocurre con las componentes espectrales cuando varios pulsos se transmiten consecutivamente y se superponen producto del ensanchamiento. Por último, si tomamos β_0'' de signo contrario observaríamos una redistribución frecuencial inversa:

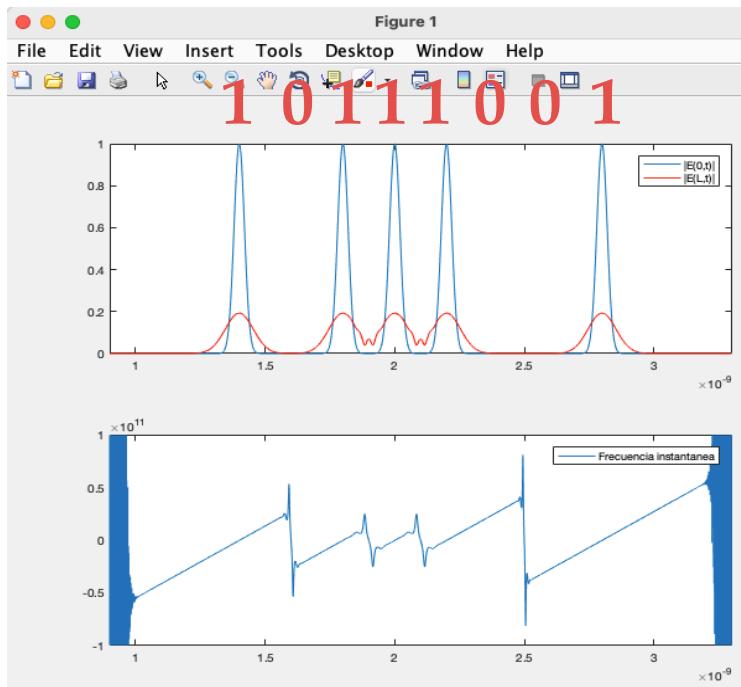


Figura 41.- Paso Bajo Eq: Amplitudes Complejas de la secuencia de 8 pulsos de entrada y salida y frecuencia intermedia ($\beta_0'' = +20$).

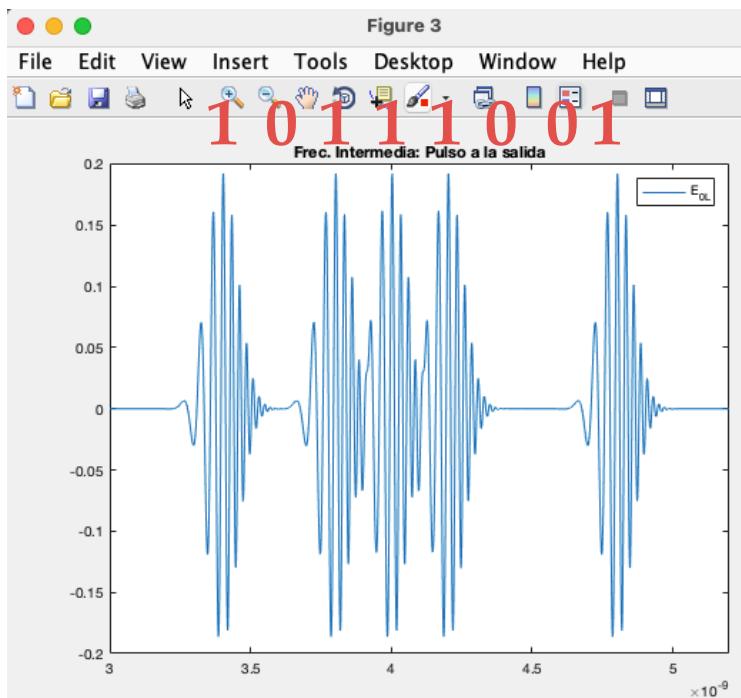


Figura 42.- Frecuencia Intermedia: Secuencia de 8 pulsos a la salida ($\beta_0'' = +20$).

ANEXO

-

CÓDIGO MATLAB

```

%%%% CODIGO CLASE 1/12 – ESPECTRO COMPLETO %%%

%% 0.- Inicializacion variables
clear, clc
% Constates
c = 2.99793e8;
f_0 = 193e12;
C = 2; % Parametro Chirp

% Variables temporales y frecuenciales
t_muestreo = 1/f_0/11; % 11 puntos por cada periodo de la portadora
f_max = 1/(2.*t_muestreo);

% Numero de puntos tomados en la ventana de frecuencias
N_freq = 2^24;
f_muestreo = f_max/N_freq;
f_i = f_muestreo.*((0:1:N_freq).');
t_i = t_muestreo.*((0:1:N_freq).');

%% 1.- Definicion senal entrada dominio tiempo

% Parametros de entrada
A_0 = 1;
tau_0 = 20e-12;
tau_d = 4000e-12; % Factor de desplazamiento si fuera necesario

% Con chirp
e_t_0 = A_0.*exp(-(t_i-tau_d).^2./(2*tau_0.^2)).*cos(2.*pi.*f_0.*((t_i-tau_d).^2)./(2*tau_0.^2));
%e_t_0 = A_0.*exp(-(t_i-tau_d).^2.*inv(2*tau_0.^2)).*cos(2.*pi.*f_0.*((t_i-tau_d).));

% En el dominio frecuencial
E_f_0 = fft(e_t_0,2*N_freq); % Dos veces N_freq para meter las freq. negativas
E_f_0 = E_f_0(1:N_freq+1,1); % Deshago para no tener el doble de puntos

%% Representacion temporal
figure(2), plot(t_i, e_t_0);
set(gca,'Xlim',[3.5e-9 4.5e-9]) % Variar en funcion de la representacion

%% Representacion frecuencial
figure, plot(f_i,abs(E_f_0))

%% 2.- Medio dispersivo: Parametros fibra optica

alfa_0 = 0.2; % dB/km
alfa_0_un = 0.1*log(10)*alfa_0/1000;% m-1, necesito unidades naturales

n = 1.452; % indice de grupo
L = 50e3; % Longitud, en metros
v_grupo = c/n;
t_grupo = L/v_grupo;
beta_0_1 = 0;
beta_0_2 = -20e-24*1e-3; %ps^2/km

% H(L,-w) = H*(L,w) (Conjugado)
% Desprecio beta0 (afecta a todo igual y se quita)
% Desprecio beta0' porque me moveria la ventan de representacion.

H_f_L = exp(-0.5*alfa_0_un*L).*exp(-1i*beta_0_1*L*2*pi*(f_i-f_0)).*exp(-1i*0.5.*beta_0_2*L*(2*pi*(f_i-f_0)).^2);

%% Representacion funcion transferencia

```

```
figure, plot(f_i, abs(H_f_L))% Modulo de la funcion de transferencia
figure, plot(f_i, unwrap(angle(H_f_L)))% Fase de la funcion de transferencia
set(gca,'Xlim',[f_0-1e12 f_0+1e12])
% La dependencia de la fase de la funcion de transferencia con respecto a la
% fase es cuadratica. Como el tiempo de grupo es la derivada de esta fase
% respecto a w, el tiempo de grupo es lineal respecto a omega.

%% Senal a la salida en el dominio frecuencia
E_f_L = E_f_0 .* H_f_L;

%% Calculo senal salida dominio tiempo
e_t_L = real(ifft([ E_f_L; conj(E_f_L(N_freq:-1:2,1)) ] ));
% Tengo que desdoblar mi ventana de la frecuencia para tener las
% frecuencias negativas, por eso anado la parte conjugada

e_t_L = e_t_L(1:N_freq+1,1);% Me quedo con la ventana que me interesa

%% Representacion
figure, plot(t_i,e_t_0), hold on
plot(t_i,e_t_L,'r')
set(gca,'Xlim',[3.5e-9 4.5e-9]) % Varia en funcion de la representacion
set(gca,'Ylim',[-0.2 0.2])      % Varia en funcion de la representacion
```

```
%%%% CODIGO CLASE 1/12 – PASO BAJO EQUIVALENTE %%%%
%% 0.- Inicializacion variables
clear, clc
% Constates
c = 2.99793e8;
f_0 = 193e12;
C = 2; % Parametro Chirp

% Parto ahora del dominio frecuencial para llegar al temporal en todo el
% bloque de tratamiento digital de senal

N_frec = 2.^15; % El paso bajo es mas rapido – Exige menos puntos
f_i = linspace(f_0-4e12, f_0+4e12, N_frec+1).';% 4THz para cada lado desde f0
f_i_PB = f_i-f_0; % Cambio de variable para formalismo paso bajo eq.
f_max = f_i(length(f_i),1)-f_i(1,1);
f_muestreo = f_i(2,1)-f_i(1,1);

t_muestreo = 1/f_max;
t_i = t_muestreo.*(0:1:N_frec).';

%% 1.- Definicion senal entrada dominio tiempo

% Parametros de entrada
A_0 = 1;
tau_0 = 20e-12;
tau_d = 2000e-12; % Factor de desplazamiento si fuera necesario

% Con chirp
e_t_0 = A_0.*exp(-(t_i-tau_d).^2./(2*tau_0.^2)).*cos(-C.*((t_i-tau_d).^2)./(2*tau_0.^2));
%e_t_0 = A_0.*exp(-(1+1j*C).*(t_i-tau_d).^2.*inv(2*tau_0.^2));
%e_t_0 = A_0.*exp(-0.5.*((t_i-tau_d)./tau_0).^2);

% En el dominio frecuencial
E_f_0 = fftshift(fft(e_t_0));

% Representacion temporal
figure, plot(t_i, abs(e_t_0));
title('|E_0_t|')
% Ahora tenemos una amplitud compleja que tiene modulo y fase, sin embargo
% a la entrada solo tengo modulo

% Representacion frecuencial
figure(2), plot(f_i,abs(E_f_0))

%% 2.- Medio dispersivo: Parametros fibra optica

alfa_0 = 0.2; % dB/km
alfa_0_un = 0.1*log(10)*alfa_0/1000;% m-1, necesito unidades naturales

n = 1.452;      % indice de grupo
L = 50e3;       % Longitud en metros
v_grupo = c/n;
t_grupo = L/v_grupo;
beta_0_1 = 0;
beta_0_2 = -20e-24*1e-3;%ps^2/km

% H(L,-w) = H*(L,w) (Conjugado)
% Desprecio beta0 (afecta a todo igual y se quita)
% Desprecio beta0' porque me moveria la ventana.
```

```
H_f_L = exp(-0.5*alfa_0_un*L).*exp(-1i*beta_0_1*L*2*pi*(f_i-f_0)).*exp(-1i*0.5.*beta_0_2*L*(2*pi*(f_i-f_0)).^2);

%% Representacion funcion transferencia
%figure, plot(f_i, abs(H_f_L)) % Modulo de la funcion de transferencia
%figure, plot(f_i, unwrap(angle(H_f_L))) % Modulo de la funcion de transferencia
%set(gca,'Xlim',[f_0-1e12 f_0+1e12])
% La dependencia de la fase de la funcion de transferencia con respecto a la
% fase es cuadratica. Como el tiempo de grupo es la derivada de esta fase
% respecto a w, el tiempo de grupo es lineal respecto a omega.

%% Senal a la salida en el dominio frecuencia
E_f_L = E_f_0 .* H_f_L;

%% Calculo senal salida dominio tiempo
e_t_L = ifft(fftshift(E_f_L));

%% Representacion
figure, plot(t_i,abs(e_t_0)), hold on
plot(t_i,abs(e_t_L),'r')
%set(gca,'Ylim',[0 2.24e-3])

%% Hallamos fase instantanea
fase = unwrap(angle(e_t_L));
f_inst = inv(2*pi).*diff(fase)./diff(t_i);
% Como se distribuyen las componentes espectrales
figure, plot(t_i(1:length(t_i)-1),f_inst)

%%
subplot(211)
plot(t_i,abs(e_t_0)), hold on
plot(t_i,abs(e_t_L),'r')
legend('|E(0,t)|','|E(L,t)|')
%set(gca,'Xlim',[0.2e-9 0.8e-9])      % Varia segun la representacion
%set(gca,'Ylim',[0 0.05])              % Varia segun la representacion
subplot(212)
plot(t_i(1:length(t_i)-1),f_inst)
legend('Frecuencia instantanea')
%set(gca,'Xlim',[0.2e-9 0.8e-9])      % Varia segun la representacion
set(gca,'Ylim',[-2e11 2e11])
```

```
%%%% CODIGO CLASE 1/12 – FRECUENCIA INTERMEDIA %%%

%% 0.- Inicializacion variables
clear, clc
% Constates
c = 2.99793e8;
f_0 = 193e12;
C = 0;

% Tratamiento digital de senal – Estructura de datos
N_freq = 2.^16;
f_i = linspace(f_0-0.055e12, f_0+3.9e12, N_freq+1).';
f_i_FI = f_i-f_i(1,1); % Cambio de variable para formalismo freq. interm.
f_max = f_i(length(f_i),1)-f_i(1,1);
f_muestreo = f_i(2,1)-f_i(1,1);

t_muestreo = 1./(2.*f_max);
t_i = t_muestreo.*([0:N_freq].');

%% 1.- Definicion senal entrada dominio tiempo

% Parametros de entrada
A_0 = 1;
tau_0 = 20e-12;
tau_d = 4000e-12; % Factor de desplazamiento si fuera necesario

% Con chirp
e_t_0 = A_0.*exp(-(t_i-tau_d).^2./(2*tau_0.^2)).*cos(2.*pi.*((f_0-f_i(1,1)).*(t_i-tau_d)-C.*((t_i-tau_d).^2)./(2*tau_0.^2)));
%e_t_0 = A_0.*exp((-1+jC).*((t_i-tau_d).^2).*inv(2*tau_0.^2)).*cos(2.*pi.*((f_0-f_i(1,1)).*(t_i-tau_d)));
%e_t_0 = A_0.*exp(-(t_i-tau_d).^2.*inv(2*tau_0.^2)).*cos(2.*pi.*((f_0-f_i(1,1)).*(t_i-tau_d)));

% En el dominio frecuencial
E_f_0 = fft(e_t_0,2*N_freq); % Dos veces N_freq para meter las freq. negativas
E_f_0 = E_f_0(1:N_freq+1,1); % Deshago lo de tener el doble de puntos

%% Representacion temporal
figure(2), plot(t_i, e_t_0);
set(gca,'Xlim',[3.8e-9 4.2e-9])
% Ahora tenemos una amplitud compleja que tiene modulo y fase, sin embargo
% a la entrada solo tengo modulo

%% Representacion frecuencial
figure(2), plot(f_i,abs(E_f_0))

%% 2.- Medio dispersivo: Parametros fibra optica

alfa_0 = 0.2; % dB/km
alfa_0_un = 0.1*log(10)*alfa_0/1000;% m^-1, necesito unidades naturales

n = 1.452; % indice de grupo
L = 50e3; % Longitud: en metros
v_grupo = c/n;
t_grupo = L/v_grupo;
beta_0_1 = 0;
beta_0_2 = -20e-24*1e-3;%ps^2/km

% H(L,-w) = H*(L,w) (Conjugado)
% Desprecio beta0 (afecta a todo igual y se quita)
```

```
% Desprecio beta0' porque me moveria la ventana. Si lo necesito despues
% puedo tener en cuenta el tg (minuto 06:30) - Por si acaso

H_f_L = exp(-0.5*alfa_0_un*L).*exp(-1i*beta_0_1*L*2*pi*(f_i-f_0)).*exp(-1i*0.5.*beta_0_2*L*(2*pi*(f_i-f_0)).^2);

%% Representacion funcion transferencia
%figure, plot(f_i, abs(H_f_L)) % Modulo de la funcion de transferencia
%figure, plot(f_i, unwrap(angle(H_f_L))) % Modulo de la funcion de transferencia
%set(gca,'Xlim',[f_0-1e12 f_0+1e12])
% La dependencia de la fase de la funcion de transferencia con respecto a la
% fase es cuadratica. Como el tiempo de grupo es la derivada de esta fase
% respecto a w, el tiempo de grupo es lineal respecto a omega.

%% Senal a la salida en el dominio frecuencia
E_f_L = E_f_0 .* H_f_L;

%% Calculo senal salida dominio tiempo
e_t_L = real(ifft([ E_f_L; conj(E_f_L(N_freq:-1:2,1)) ]));
e_t_L = e_t_L(1:N_freq+1,1);

%% Representacion
%figure, plot(t_i,e_t_0), hold on
figure(3)
plot(t_i,e_t_L,'r')
set(gca,'Xlim',[3.5e-9 4.5e-9])
legend('E_0_L')
title('Frec. Intermedia: Pulso a la salida)
```

```

%%%% CODIGO TREN PULSOS – ESPECTRO COMPLETO %%%

%% 0.- Inicializacion variables
clear, clc
% Constates
c = 2.99793e8;
f_0 = 193e12;

% Variables temporales y frecuenciales
t_muestreo = 1/f_0/11; % 11 puntos por cada periodo de la portadora
f_max = 1/(2.*t_muestreo);

N_freq = 2^24;
f_muestreo = f_max/N_freq;
f_i = f_muestreo.*(0:1:N_freq).';
t_i = t_muestreo.*(0:1:N_freq).';

%% 1.- Definicion senal entrada dominio tiempo

% Parametros de entrada
A_0 = 1;
tau_0 = 20e-12;

% Secuencia de pulsos de entrada
secuencia = [1 0 1 1 1 0 0 1];
k = length(secuencia); % Numero de pulsos del tren de pulsos
tau_d = (4000e-12-200e-12*(k/2-1)):200e-12:(4000e-12+200e-12*(k/2));
% Tener cuidado si meto muchos pulsos necesito ventana mayor para que
% quepan, tendria que poner mas puntos en la estructura de datos

% Crea los diferentes pulsos espaciados
pulsos = zeros(size(t_i,1),k);

for ii=1:k

    pulsos(:,ii) = secuencia(ii).*A_0.*exp(-(t_i-tau_d(ii)).^2.*inv(2*tau_0.^2)).*
    *cos(2.*pi.*f_0.*(t_i-tau_d(ii)));

end

% Conforma un unico pulso con todos los pulsos definidos para reaprovechar
% el codigo
e_t_0 = zeros(length(pulsos),1);
for ii = 2:2:k

    e_t_0 = e_t_0 + pulsos(:,ii-1) + pulsos(:,ii);

end

E_f_0 = fft(e_t_0,2*N_freq); % Dos veces N_freq para meter las freq. negativas
E_f_0 = E_f_0(1:N_freq+1,1); % Deshago para no tener el doble de puntos

%% Representacion temporal
figure(2), plot(t_i, e_t_0);
set(gca,'Xlim',[3e-9 5e-9]) % Cambia segun la representacion

%% Representacion frecuencial
figure, plot(f_i,abs(E_f_0))

%% 2.- Medio dispersivo: Parametros fibra optica

alfa_0 = 0.2; % dB/km

```

```

alfa_0_un = 0.1*log(10)*alfa_0/1000;% m^(-1) - necesito unidades naturales

n = 1.452; % Indice de grupo
L = 50e3; % Longitud: en metros
v_grupo = c/n;
t_grupo = L/v_grupo;
beta_0_1 = 0;
beta_0_2 = -20e-24*1e-3;%ps^2/km

% H(L,-w) = H*(L,w) (Conjugado)
% Desprecio beta0 (afecta a todo igual y se quita)
% Desprecio beta0' porque me moveria la ventana. Si lo necesito despues
% puedo tener en cuenta el tg (minuto 06:30) - Por si acaso

H_f_L = exp(-0.5*alfa_0_un*L).*exp(-1i*beta_0_1*L*2*pi*(f_i-f_0)).*exp(-1i*0.5.*beta_0_2*L*(2*pi*(f_i-f_0)).^2);

%% Representacion funcion transferencia
figure, plot(f_i, abs(H_f_L))% Modulo de la funcion de transferencia
figure, plot(f_i, unwrap(angle(H_f_L)))% Modulo de la funcion de transferencia
set(gca,'Xlim',[f_0-1e12 f_0+1e12])
% La dependencia de la fase de la funcion de transferencia con respecto a la
% fase es cuadratica. Como el tiempo de grupo es la derivada de esta fase
% respecto a w, el tiempo de grupo es lineal respecto a omega.

%% Senal a la salida en el dominio frecuencia
E_f_L = E_f_0 .* H_f_L;

%% Calculo senal salida dominio tiempo
e_t_L = real(ifft([ E_f_L; conj(E_f_L(N_freq:-1:2,1)) ]));
e_t_L = e_t_L(1:N_freq+1,1);

%% Representacion
figure, plot(t_i,e_t_0,'b'), hold on
plot(t_i,e_t_L,'r')
set(gca,'Xlim',[3e-9 5e-9]) % Cambia segun la representacion
%set(gca,'Ylim',[-0.2 0.2]) % Cambia segun la representacion

```

```

%%%% CODIGO TREN PULSOS – PASO BAJO EQUIVALENTE %%%

%% 0.- Inicializacion variables
clear, clc
% Constates
c = 2.99793e8;
f_0 = 193e12;

% Parto ahora del dominio frecuencial para llegar al temporal en todo el
% bloque de tratamiento digital de senal

N_freq = 2.^15; % El paso bajo es mas rapido – Exige menos puntos
f_i = linspace(f_0-4e12, f_0+4e12, N_freq+1).';% 4THz para cada lado desde f0
f_i_PB = f_i-f_0; % Cambio de variable para formalismo paso bajo eq.
f_max = f_i(length(f_i),1)-f_i(1,1);
f_muestreo = f_i(2,1)-f_i(1,1);

t_muestreo = 1./f_max;
t_i = t_muestreo.*(0:1:N_freq).';

%% 1.- Definicion senal entrada dominio tiempo

% Parametros de entrada
A_0 = 1;
tau_0 = 20e-12;

% Secuencia de pulsos de entrada:
secuencia = [1 0 1 1 1 0 0 1];
k = length(secuencia); % Numero de pulsos del tren de pulsos
tau_d = (2000e-12 - 200e-12*(k/2-1)) : 200e-12 : (2000e-12+200e-12*(k/2));
% Tener cuidado si meto muchos pulsos necesito ventana mayor para que
% quepan, tendria que poner mas puntos en la estructura de datos

% Crea los diferentes pulsos espaciados
pulsos = zeros(size(t_i,1),k);

for ii=1:k
    pulsos(:,ii) = secuencia(ii).*A_0.*exp(-0.5.*((t_i-tau_d(ii))./tau_0).^2);
end

% Conforma un unico pulso con todos los pulsos definidos para reaprovechar
% el codigo
e_t_0 = zeros(length(pulsos),1);
for ii = 2:2:k
    e_t_0 = e_t_0 + pulsos(:,ii-1) + pulsos(:,ii);
end

E_f_0 = fftshift(fft(e_t_0));

%% Representacion temporal
figure, plot(t_i, abs(e_t_0));
title('|E_0_t|')
set(gca,'Xlim',[1e-9 3e-9])
% Ahora tenemos una amplitud compleja que tiene modulo y fase, sin embargo
% a la entrada solo tengo modulo, la fase es cero

%% Representacion frecuencial
figure(2), plot(f_i,abs(E_f_0))

```

```

%% 2.- Medio dispersivo: Parametros fibra optica

alfa_0 = 0.2; % dB/km
alfa_0_un = 0.1*log(10)*alfa_0/1000;% m^-1, queremos unidades naturales

n = 1.452; % Indice de grupo
L = 50e3; % Longitud: En metros
v_grupo = c/n;
t_grupo = L/v_grupo;
beta_0_1 = 0;
beta_0_2 = -20e-24*1e-3; %ps^2/km

% H(L,-w) = H*(L,w) (Conjugado)
% Desprecio beta0 (afecta a todo igual y se quita)
% Desprecio beta0' porque me moveria la ventana. Si lo necesito despues
% puedo tener en cuenta el tg (minuto 06:30) - Por si acaso

H_f_L = exp(-0.5*alfa_0_un*L).*exp(-1i*beta_0_1*L*2*pi*(f_i-f_0)).*exp(-1i*0.5.*beta_0_2*L*(2*pi*(f_i-f_0)).^2);

%% Representacion funcion transferencia
%figure, plot(f_i, abs(H_f_L)) % Modulo de la funcion de transferencia
%figure, plot(f_i, unwrap(angle(H_f_L))) % Modulo de la funcion de transferencia
%set(gca,'Xlim',[f_0-1e12 f_0+1e12])
% La dependencia de la fase de la funcion de transferencia con respecto a la
% fase es cuadratica. Como el tiempo de grupo es la derivada de esta fase
% respecto a w, el tiempo de grupo es lineal respecto a omega.

%% Senal a la salida en el dominio frecuencia

%E_f_L = zeros(size(E_f_0));
%e_t_L = zeros(size(E_f_0));

%for ii=1:k
%    E_f_L(:,ii) = E_f_0(:,ii).*H_f_L;
%    e_t_L(:,ii) = ifft(fftshift(E_f_L(:,ii)));
%
%end

E_f_L = E_f_0.*H_f_L;
e_t_L = ifft(fftshift(E_f_L));

%% Representacion
figure, plot(t_i,abs(e_t_0)), hold on
plot(t_i,abs(e_t_L),'r')
%set(gca,'Ylim',[0 2.24e-3])

%%
fase = unwrap(angle(e_t_L));
f_inst = inv(2*pi).*diff(fase)./diff(t_i);
% Como se distribuyen las componentes espectrales
figure, plot(t_i(1:length(t_i)-1),f_inst)

%%
subplot(211)
plot(t_i,abs(e_t_0)), hold on
plot(t_i,abs(e_t_L),'r')
legend('|E(0,t)|','|E(L,t)|')
set(gca,'Xlim',[0.9e-9 3.3e-9]) % Cambia segun la representacion

```

```
subplot(212)
plot(t_i(1:length(t_i)-1,1),f_inst)
legend('Frecuencia instantanea')
set(gca,'Xlim',[0.9e-9 3.3e-9])      % Cambia segun la representacion
set(gca,'Ylim',[-1e11 1e11])
```

```

%%%% CODIGO TREN PULSOS – FRECUENCIA INTERMEDIA %%%

%% 0.- Inicializacion variables
clear, clc
% Constates
c = 2.99793e8;
f_0 = 193e12;

% Estructura de datos:
N_freq = 2.^16;
f_i = linspace(f_0-0.03e12, f_0+3.97e12, N_freq+1).';
f_i_FI = f_i-f_i(1,1); % Cambio de variable para formalismo freq. interm.
f_max = f_i(length(f_i),1)-f_i(1,1);
f_muestreo = f_i(2,1)-f_i(1,1);

t_muestreo = 1./(2.*f_max);
t_i = t_muestreo.*([0:N_freq].');

%% 1.- Definicion senal entrada dominio tiempo

% Parametros de entrada
A_0 = 1;
tau_0 = 20e-12;

% Secuencia de entrada
secuencia = [1 0 1 1 1 0 0 1];
k = length(secuencia); % Numero de pulsos del tren de pulsos
tau_d = (4000e-12-200e-12*(k/2-1)):200e-12:(4000e-12+200e-12*(k/2));
% Tener cuidado si meto muchos pulsos necesito ventana mayor para que
% quepan, tendria que poner mas puntos en la estructura de dato

% Crea los diferentes pulsos espaciados
pulsos = zeros(size(t_i,1),k);

for ii=1:k
    pulsos(:,ii) = secuencia(ii).*A_0.*exp(-(t_i-tau_d(ii)).^2.*inv(2*tau_0.^2)*
    *cos(2.*pi.*(f_0-f_i(1,1)).*(t_i-tau_d(ii)));
end

% Conforma un unico pulso con todos los pulsos definidos para reaprovechar
% el codigo
e_t_0 = zeros(length(pulsos),1);
for ii = 2:2:k
    e_t_0 = e_t_0 + pulsos(:,ii-1) + pulsos(:,ii);
end

E_f_0 = fft(e_t_0,2*N_freq); % Dos veces N_freq para meter las freq. negativas
E_f_0 = E_f_0(1:N_freq+1,1); % Deshago lo de tener el doble de puntos

%% Representacion temporal
figure(2), plot(t_i, e_t_0);
set(gca,'Xlim',[3e-9 5e-9])
% Ahora tenemos una amplitud compleja que tiene modulo y fase, sin embargo
% a la entrada solo tengo modulo

%% Representacion frecuencial
figure(2), plot(f_i,abs(E_f_0))

```

```

%% 2.- Medio dispersivo: Parametros fibra optica

alfa_0 = 0.2; % dB/km
alfa_0_un = 0.1*log(10)*alfa_0/1000;% m^-1, necesito unidades naturales

n = 1.452; % indice de grupo
L = 50e3; % Longitud: en metros
v_grupo = c/n;
t_grupo = L/v_grupo;
beta_0_1 = 0;
beta_0_2 = -20e-24*1e-3; %ps^2/km

% H(L,-w) = H*(L,w) (Conjugado)
% Desprecio beta0 (afecta a todo igual y se quita)
% Desprecio beta0' porque me moveria la ventana. Si lo necesito despues
% puedo tener en cuenta el tg (minuto 06:30) - Por si acaso

H_f_L = exp(-0.5*alfa_0_un*L).*exp(-1i*beta_0_1*L*2*pi*(f_i-f_0)).*exp(-1i*0.5.*beta_0_2*L*(2*pi*(f_i-f_0)).^2);

%% Representacion funcion transferencia
%figure, plot(f_i, abs(H_f_L)) % Modulo de la funcion de transferencia
%figure, plot(f_i, unwrap(angle(H_f_L))) % Modulo de la funcion de transferencia
%set(gca,'Xlim',[f_0-1e12 f_0+1e12])
% La dependencia de la fase de la funcion de transferencia con respecto a la
% fase es cuadratica. Como el tiempo de grupo es la derivada de esta fase
% respecto a w, el tiempo de grupo es lineal respecto a omega.

%% Senal a la salida en el dominio frecuencia
E_f_L = E_f_0 .* H_f_L;

%% Calculo senal salida dominio tiempo
e_t_L = real(ifft([ E_f_L; conj(E_f_L(N_freq:-1:2,1)) ]));
e_t_L = e_t_L(1:N_freq+1,1);

%% Representacion
%figure, plot(t_i,e_t_0), hold on
figure(3)
plot(t_i,e_t_L)
set(gca,'Xlim',[3e-9 5.2e-9])
legend('E_0_L')
title('Frec. Intermedia: Pulso a la salida')

```