

# Problemas de Física 4<sup>1</sup>

## 1. Diferenciales Exactas

### 1. Diferenciales Exactas

Verificar si las siguientes son ecuaciones diferenciales exactas. De ser posible, encontrar la ecuación primitiva:

- (a)  $3x^2y^2dx + 2x^3ydy$
- (b)  $3ydx + 2xdy$
- (c)  $(6x^5y^3 + 4x^3y^5)dx + (3x^6y^2 + 5x^4y^4)dy = 0$
- (d)  $2x(ye^{x^2} - 1)dx + e^{x^2}dy = 0$
- (e)  $(\cos y + y \cos x)dx + (\sin x - x \sin y)dy = 0$

### 2. Factor de Integración

Encontrar el factor de integración y resolver las siguientes ecuaciones:

- (a)  $x^2(y + 1)dx + y^2(x - 1)dy = 0$
- (b)  $-ydx + 4xdy = x^2dy$
- (c)  $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x(y-3)}$

### 3. Propiedades de Estado

Si el diferencial de una función es exacto, se dice que la función es una *propiedad*. Determinar si las siguientes son propiedades:

- (a) La presión  $p$  dada por

$$p(v - b) = RT,$$

donde  $b$  y  $R$  son constantes.

- (b) El calor emitido por un sistema cuyo diferencial esta dado por

$$dq = f(T)dT + \frac{RT}{v}dv$$

- (c) La suma de dos propiedades.
- (d) El producto de dos propiedades.
- (e) El producto de una propiedad y un diferencial inexacto.

### 4. Derivadas Parciales en Termodinámica

- (a) Para la ecuación de estado de gases de Van der Waals

$$p = \frac{RT}{(v - b)} - \frac{a}{v^2}$$

determinar  $\frac{\partial p}{\partial v}|_T$ ,  $\frac{\partial v}{\partial T}|_p$  y  $\frac{\partial T}{\partial p}|_v$ .

- (b) Repetir el problema para un gas ideal
- (c) El **coeficiente de expansión volumétrico**  $\beta$  se define por:

$$\beta = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p,$$

---

<sup>1</sup><http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4>

la **compresibilidad**  $\kappa$  se define:

$$\kappa = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T,$$

y el **coeficiente de expansión lineal**  $\alpha$  es:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left( \frac{\partial L}{\partial T} \right)_F.$$

Demostrar:

- i.  $\beta_{g.i.} = \frac{1}{T}$
  - ii.  $\kappa_{g.i.} = \frac{1}{P}$
  - iii.  $\beta = 3\alpha$
  - iv.  $\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{\beta}{\kappa}$
  - v.  $\left( \frac{\partial \beta}{\partial p} \right)_T = - \left( \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right)_p$
- (d) Una esfera de bronce ( $\alpha = 1.9 \times 10^{-5} \frac{1}{C}$ ) tiene un diámetro de 5.0 cm a 25 C. Un anillo de acero ( $\alpha = 1.1 \times 10^{-5} \frac{1}{C}$ ) tiene un diámetro de 4.995 cm a 25 C. A qué temperatura puede empezar a pasar la esfera a través del anillo si:
- se calienta el anillo, pero no la esfera
  - se calientan ambos a la misma temperatura