

ASIGNACION N°4 DE FISICA MATEMATICA Y  
COMPUTACIONAL.

1. Halle la aproximación en diferencias hacia delante y hacia atrás de orden  $(\Delta x)$  para  $\frac{\partial^6 f}{(\partial x)^6}$ . (sugerencia: utilice las ecuaciones 19,20 y 21 de las notas)  
SOLUCION

a. Hacia adelante

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^6 f}{(\partial x)^6} &= \frac{(\Delta^6 x f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^5 (\Delta x f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^5 (f_{i+1} - f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^4 (\Delta x (f_{i+1} - f_i))}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^4 (f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^3 (\Delta x (f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i))}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^3 (f_{i+3} - 3f_{i+2} + 3f_{i+1} - f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^2 (\Delta x (f_{i+3} - 3f_{i+2} + 3f_{i+1} - f_i))}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x^2 (f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x (\Delta x (f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i))}{(\Delta x)^6} \\
 &= \frac{\Delta x (f_{i+5} - 5f_{i+4} + 10f_{i+3} - 10f_{i+2} + 5f_{i+1} - f_i)}{(\Delta x)^6} \\
 \frac{\partial^6 f}{\partial x^6} &= \frac{(f_{i+6} - 6f_{i+5} + 15f_{i+4} - 20f_{i+3} + 15f_{i+2} - 6f_{i+1} + f_i)}{(\Delta x)^6}
 \end{aligned}$$

b. Hacia atrás:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^6 f}{(\partial x)^6} &= \frac{(\nabla^6 x f_i)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^5 x (\Delta x f_i)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^5 x (f_i - f_{i-1})}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^4 x (\nabla x (f_i - f_{i-1}))}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^4 (f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2})}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^3 x (\nabla x (f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}))}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^3 x (f_i - 3f_{i-1} + 3f_{i-2} - f_{i-3})}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^2 x (\nabla x (f_i - 3f_{i-1} + 3f_{i-2} - f_{i-3}))}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^2 x (f_i - 4f_{i-1} + 6f_{i-2} - 4f_{i-3} + f_{i-4})}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla x (\nabla x (f_i - 4f_{i-1} + 6f_{i-2} - 4f_{i-3} + f_{i-4}))}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla x (f_i - 5f_{i-1} + 10f_{i-2} - 10f_{i-3} + 5f_{i-4} - f_{i-5})}{(\Delta x)^6} \\
\frac{\partial^6 f}{\partial x^6} &= \frac{(f_i - 6f_{i-1} + 15f_{i-2} - 20f_{i-3} + 15f_{i-4} - 6f_{i-5} + f_{i-6})}{(\Delta x)^6}
\end{aligned}$$

2. Dada la función escriba un programa donde calcule las primeras dos derivadas en  $x = 1.5$  en diferencias centradas de orden para los siguientes  $\square$  step sizes  $\square$  0.0005, 0.001, 0.01, 0.1, 0.2. Determine el error numérico para cada cómputo

SOLUCION:

A continuación mostraremos el código del programa C Especializacion En Fisica General

```

C      Especializacion En Fisica General
C NOMBRE: Derivada
C AUTOR: Antalcides Olivo
C DESCRIPCION: Este programa calcula las derivadas parciales usando
C              diferncias finitas .

```

```
C FECHA: 07/11/03 17.50
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
```

```

    program derivadas
    integer i,j ,k

    real difc(5), dif2(5),dx(5),x,A ,b
    real errorc(5),error2(5)
    Write(*, '(T5,A/)' )
&  '*****'
C    Introducion:
    Write(6, '(T5,A/)' )
&  '\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****'
    write(6, '(T5,A/)' )
&  ' calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de f(x) = sin((pi/2)*x) ,
&  ' para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2
    Write(6, '(T5,A/)' )
&  '\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****'
    Write(*, '(T5,A/)' )
&  '*****'
    Write(*,*) ' '
    Write(*,*) ' '

C*****
    !definicion de las variables
    ! dift indica que realizaremos la derivada hacia adelante
    ! dift indica que realizaremos la derivada hacia atras
    ! difc indica que realizaremos la derivada centrada
    ! dx es el paso
    ! errorr,error2,errorc representan los errores de las derivadas
    ! definidas anteriormente
    ! X representa el valor numerico de la derivada
    ! A representa el valor analitico de la derivada
C*****

C    valor a evaluar:
    Write(6, '(T5,A/)' ) 'Ingrese el valor x a evaluar'
    read (5,*) x
C    tama\UNICODE{0xa4}o del paso
    dx(1)=0.0005
    dx(2)=0.001
    dx(3)=0.01
    dx(4)=0.1
    dx(5)=0.2
C    ** Valores analiticos de las derivadas
```

```

A=fun1(x)
b=fun2(x)
Write(*,*) □ □
Write(*,*) □ □
Write(*,*) □ □

WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6)))/))□
&□ 1\UNICODE{0xa7} Derivada \UNICODE{0xb3} Valor \UNICODE{0xb3} 2\UNICODE{
&□ diferencia \UNICODE{0xb3} del \UNICODE{0xb3} diferencia \UNICODE{
&□ centrada \UNICODE{0xb3} paso \UNICODE{0xb3} centrada \UNICODE{
&□ \UNICODE{0xb3} \UNICODE{0xb3} \UNICODE{0xb3} \UNICODE{
&□\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}
C calculamos la derivada:
do 10 i=1,5

difc(i)=(fun(x+dx(i))-fun(x-dx(i)))/(2*dx(i))
dif2(i)=(fun(x+dx(i))-2*fun(x)+fun(x-dx(i)))/(dx(i)**2)
write(6,100) difc(i),dif2(i),dx(i),i
100 format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,f8.5,i4)
open(20,file=□derivadatex.dat□,status=□unknown□)
write(20,105)□La primera derivada es : □, difc(i),i
write(20,205)□La segunda derivada es : □,dif2(i),i
105 format(a25,2x,f8.5,2x,i2)
205 format(a25,2x,f8.5,2x,i2)
Write(*,*) □ □
Write(*,*) □ □
10 continue
WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6)))/))□
&□ Error \UNICODE{0xb3} Valor del \UNICODE{0xb3} Error \UNICODE{
&□ En % \UNICODE{0xb3} paso \UNICODE{0xb3} En % \UNICODE{

do 30 j=1,5

errorc(j)=abs(((A-difc(j))/A)*100)
error2(j)=abs(((B-dif2(j))/B)*100)
Write(*,*) □ □
Write(*,*) □ □

write(6,355) errorc(j),dx(j),error2(j),j
355 format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,i4)

405 format(a35,2x,f8.5,2x,i2)
30 continue

```

```

close(20)
do 50 k=1,5

    open(40,file='derivada1.dat',status='unknown')
    open(60,file='derivada2.dat',status='unknown')
    write(40,*) dx(k),errorc(k)
    write(60,*) dx(k),error2(k)
50  continue
    close(40)
    close(60)
end

C*****
C          Definimos la funcion a evaluar:
C*****
      function fun(X)
      real X ,t
      parameter (pi=3.1416)
      t=pi/2.0
      fun = sin(t*x)
      end

C*****
C          Primera derivada
      function fun1(X)
      real X ,t
      parameter (pi=3.1416)
      t=pi/2.0
      fun1 = t*cos(t*x)
      end

C*****
C          Segunda derivada
      function fun2(X)
      real X ,t
      parameter (pi=3.1416)
      t=pi/2.0
      fun2 = -(t**2)*sin(t*x)
      end

```

De este código se obtiene la siguiente salida

	derivada	paso
La primera derivada es :	-1.11067	0.00050
La segunda derivada es :	-1.90735	0.00050
La primera derivada es :	-1.11079	0.00100
La segunda derivada es :	-1.78814	0.00100
La primera derivada es :	-1.11068	0.01000
La segunda derivada es :	-1.74463	0.01000

	Error	Pasos
El error de la primera derivada es	0.00508	0.00050
El error de la segunda derivada es	9.32151	0.00050
El error de la primera derivada es	0.00566	0.00100
El error de la segunda derivada es	2.48892	0.00100
El error de la primera derivada es	0.00427	0.01000
El error de la segunda derivada es	0.00496	0.01000
El error de la primera derivada es	0.41071	0.10000
El error de la segunda derivada es	0.20516	0.10000
El error de la primera derivada es	1.63682	0.20000
El error de la segunda derivada es	0.81971	0.20000

3. Dada la función escriba un programa para calcular en  $x = 0.5$  y  $x = 1.5$  por diferencias hacia delante y hacia atrás de orden y diferencias centradas de orden . Use `step sizes` de 0.00001, 0.0001, 0.001, 0.1 y 0.5. Haga una gráfica del error para cada una de los cálculos.

Solución:

A continuación presentmos el código del programa.

[illegible]

```

program derivadas
integer i,j ,k

real dift(5),difd(5), dif2(5),dx(5),x,A ,b
real error2(5),errord(5),errort(5)
Write(*, '(T5,A/)' )
& *****
C   Introduction:
   Write(6, '(T5,A/)' )
& \UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}

```

```

        write(6,□(T5,A/))□
& □ calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de  $f(x) = (x**3)-5*x$ □
& □ para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2□
        Write(6,□(T5,A/))□
& □\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****
        Write(*,□(T5,A/))□
& □*****□
        Write(*,*) □ □
        Write(*,*) □ □

C*****
        !definicion de las variables
        ! dift indica que realizaremos la derivada hacia adelante
        ! dift indica que realizaremos la derivada hacia atras
        ! difc indica que realizaremos la derivada centrada
        ! dx es el paso
        ! errorord,errorrt,errorrc representan los errores de las derivadas
        ! definidas anteriormente
        ! X representa el valor numerico de la derivada
        ! A representa el valor analitico de la derivada
C*****

C        valor a evaluar:
        Write(6,□(T5,A/))□ □Ingrese el valor x a evaluar□
        read (5,*) x
C        tama\UNICODE{0xa4}o del paso
        dx(1)=0.00001
        dx(2)=0.0001
        dx(3)=0.001
        dx(4)=0.1
        dx(5)=0.5
C        ** Valores analiticos de las derivadas
        A=fun1(x)
        b=fun2(x)
        open(15,file=□derivadatxt.dat□,status=□unknown□)
        Write(15,□(T5,A/))□
& □\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****
        write(15,□(T5,A/))□
& □ calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de  $f(x) = (x**3)-5*x$ □
& □ para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2□
        Write(15,□(T5,A/))□
& □\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****\UNICODE{0xc5}*****
        Write(15,□(T5,A/))□
& □*****□
        Write(15,*) □ □
        Write(15,*) □ □

```

```

Write(15,*) □ □

WRITE(15,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6)))))□
&□ 1\UNICODE{0xa7} Derivada \UNICODE{0xb3} 1\UNICODE{0xa7} Derivada \UNICODE{0xb3}
&□ diferencia \UNICODE{0xb3} diferencia \UNICODE{0xb3} diferencia \UNICODE{0xb3}
&□ hacia \UNICODE{0xb3} hacia \UNICODE{0xb3} centrada \UNICODE{0xb3}
&□ adelante \UNICODE{0xb3} atras \UNICODE{0xb3} \UNICODE{0xb3}
&□\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}
Write(*,*) □ □

WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6)))))□
&□ 1\UNICODE{0xa7} Derivada \UNICODE{0xb3} 1\UNICODE{0xa7} Derivada \UNICODE{0xb3}
&□ diferencia \UNICODE{0xb3} diferencia \UNICODE{0xb3} diferencia \UNICODE{0xb3}
&□ hacia \UNICODE{0xb3} hacia \UNICODE{0xb3} centrada \UNICODE{0xb3}
&□ adelante \UNICODE{0xb3} atras \UNICODE{0xb3} \UNICODE{0xb3}
&□\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}

C calculamos la derivada:
do 10 i=1,5
dofd(i)=(fun(x+dx(i))-fun(x))/dx(i)
difd(i)=(fun(x)-fun(x-dx(i)))/dx(i)

dif2(i)=(fun(x+dx(i)) -2*fun(x)+fun(x-dx(i)))/(dx(i)**2)
write(6,100) difd(i), dift(i),dif2(i),dx(i)

100 format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)
write(15,105) difd(i), dift(i),dif2(i),dx(i)

105 format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)

10 continue
write(6,□(T5,A/))□Resultado analitico□
write(6,□(T5,A/))□ □
write(6,200) a, a,b □
write(6,□(T5,A/))□ □
WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6)))))□
&□ Error \UNICODE{0xb3} Error \UNICODE{0xb3} Error \UNICODE{0xb3}
&□ En % \UNICODE{0xb3} En % \UNICODE{0xb3} En % \UNICODE{0xb3}
200 format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)
write(15,□(T5,A/))□Resultado analitico□
write(15,□(T5,A/))□ □
write(15,205) a, a,b □
write(15,□(T5,A/))□ □
WRITE(15,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6)))))□
&□ Error \UNICODE{0xb3} Error \UNICODE{0xb3} Error \UNICODE{0xb3}
&□ En % \UNICODE{0xb3} En % \UNICODE{0xb3} En % \UNICODE{0xb3}

```



```

205   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)

      do 30 j=1,5
      error1(j)=abs(((A-difd(j))/A)*100)
      error2(j)=abs(((A-dift(j))/A)*100)

      error2(j)=abs(((B-dif2(j))/B)*100)
      write(6,300) error1(j),error2(j),error2(j),dx(j)
300   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)
      write(15,305) error1(j),error2(j),error2(j),dx(j)
305   format(t5,f8.7,10x,f8.7,10x,f8.7,10x,f8.5)

30     continue

      close(15)
      do 50 k=1,5

      open(20,file='derivada2.dat',status='unknown')
      open(40,file='derivada2c2.dat',status='unknown')
      open(60,file='derivadat2.dat',status='unknown')
      write(20,*) dx(k),error1(k)
      write(40,*) dx(k),error2(k)
      write(60,*) dx(k),error2(k)
50    continue
      close(20)
      close(40)
      close(60)
      end

C*****
C      Definimos la funcion a evaluar:
C*****
      function fun(X)
      real X
      fun = (x**3)-5*x
      end

C*****
C      Primera derivada
      function fun1(X)
      real X
      fun1 = 3*(x**2)-5
      end

C*****
C      Segunda derivada
      function fun2(X)

```

```

real X
fun2 = 6*x
end

```

El cual tiene la siguiente salida  
 Para el valor de  $x = 0.5$

\UNICODE{0xc5}\*\*\*\*\*\UNICODE{0xc5}\*\*\*\*\*\UNICODE{0xc5}\*\*\*\*\*

calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de  $f(x) = (x**3)-5*x$

para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2

\UNICODE{0xc5}\*\*\*\*\*\UNICODE{0xc5}\*\*\*\*\*\UNICODE{0xc5}\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

1\UNICODE{0xa7} Derivada	\UNICODE{0xb3}	1\UNICODE{0xa7} Derivada	\UNICODE{0xb3}
diferencia	\UNICODE{0xb3}	diferencia	\UNICODE{0xb3}
hacia	\UNICODE{0xb3}	hacia	\UNICODE{0xb3}
adelante	\UNICODE{0xb3}	atras	\UNICODE{0xb3}

\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}

-4.24385	-4.26769	*****	0.00001
-4.25100	-4.24862	*****	0.00010
-4.24838	-4.25148	3.09944	0.00100
-4.09000	-4.39000	2.99999	0.10000
-3.25000	-4.75000	3.00000	0.50000

Resultado analitico

-4.25000	-4.25000	3.00000
----------	----------	---------

Error	\UNICODE{0xb3}	Error	\UNICODE{0xb3}	Error	\UNICODE{0xb3}
En %	\UNICODE{0xb3}	En %	\UNICODE{0xb3}	En %	\UNICODE{0xb3}

.1446892	.4162957	*****	0.00001
.0236062	.0324922	*****	0.00010
.0381021	.0348259	*****	0.00100
*****	*****	.0004927	0.10000
*****	*****	.0000000	0.50000

Para el valor de  $x = 1.5$

\Unicode{0xc5}\*\*\*\*\*\Unicode{0xc5}\*\*\*\*\*\Unicode{0xc5}\*\*\*\*\*

calcule la 1\Unicode{0xa7} y 2\Unicode{0xa6} derivada de  $f(x) = (x**3)-5*x$

para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2

\Unicode{0xc5}\*\*\*\*\*\Unicode{0xc5}\*\*\*\*\*\Unicode{0xc5}\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

1\Unicode{0xa7} Derivada	\Unicode{0xb3} 1\Unicode{0xa7} Derivada	\Unicode{0xb3}	1\Unicode{0xa7} Derivada	\Unicode{0xb3} 1\Unicode{0xa7} Derivada	\Unicode{0xb3}
diferencia	\Unicode{0xb3} diferencia	\Unicode{0xb3}	diferencia	\Unicode{0xb3} diferencia	\Unicode{0xb3}
hacia	\Unicode{0xb3} hacia	\Unicode{0xb3}	hacia	\Unicode{0xb3} hacia	\Unicode{0xb3}
adelante	\Unicode{0xb3} adelante	\Unicode{0xb3}	atras	\Unicode{0xb3} atras	\Unicode{0xb3}
1.76430	1.76430	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001
1.74999	1.74999	0.00000	0.00010	0.00010	0.00010
1.75476	1.74570	9.05991	0.00100	0.00100	0.00100
2.21000	1.31000	8.99999	0.10000	0.10000	0.10000
4.25000	-0.25000	9.00000	0.50000	0.50000	0.50000

Resultado analitico

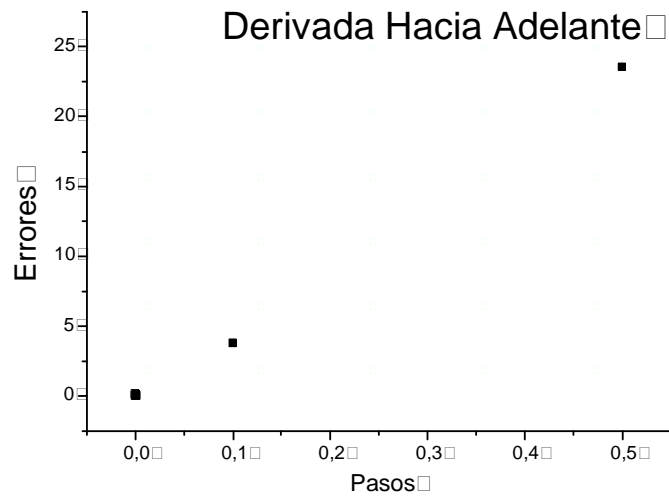
1.75000	1.75000	9.00000
---------	---------	---------

Error	\Unicode{0xb3} Error	\Unicode{0xb3} Error	\Unicode{0xb3} Error
En %	\Unicode{0xb3} En %	\Unicode{0xb3} En %	\Unicode{0xb3} En %
.8169991	.8169991	*****	0.00001
.0004360	.0004360	*****	0.00010
.2720356	.2456733	.6656117	0.00100
*****	*****	.0000954	0.10000
*****	*****	.0000000	0.50000

Las gráficas obtenidas con los datos obtenidos son:

Para  $X = 0.5$

Diferencia hacia adelante



Derivada hacia atrás

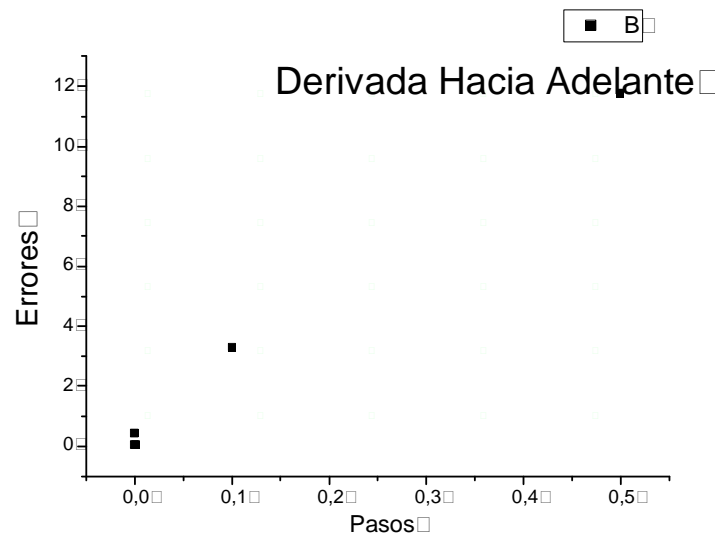
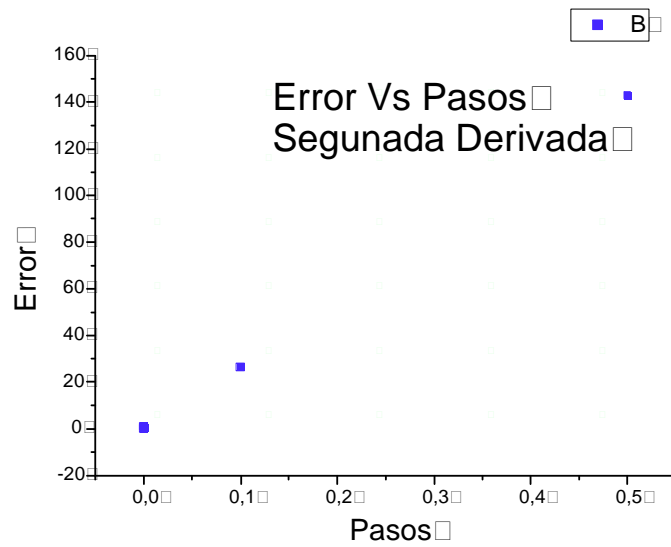
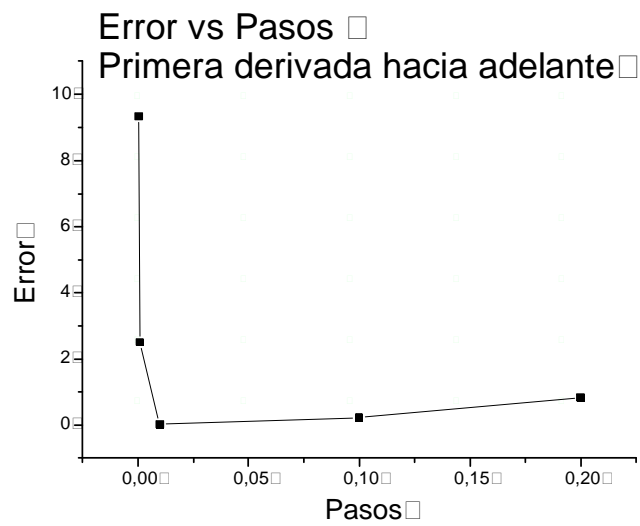


Figure 1:

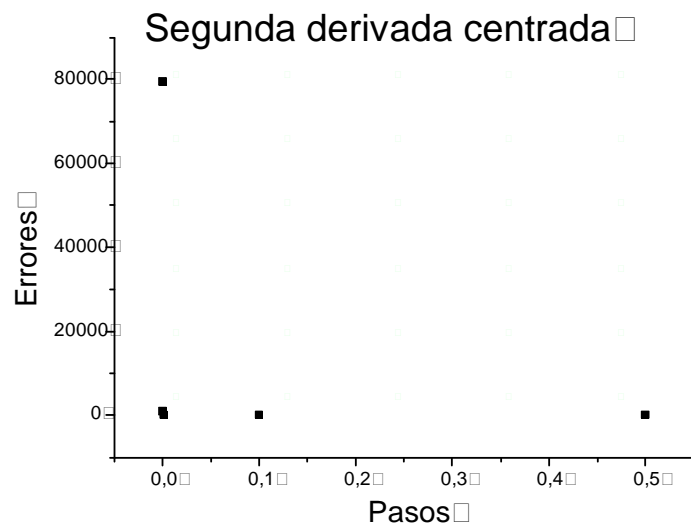
Derivada centrada



Para  $x = 1.5$



Segunda derivada hacia adelante



derivada hacia atrás

