

$$V_a - i \cdot R + \varepsilon = V_a,$$

que se puede escribir como

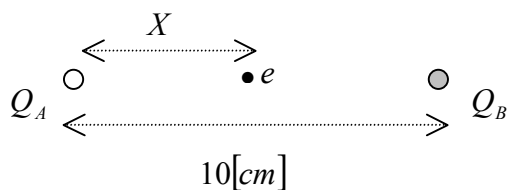
$$-i \cdot R + \varepsilon = 0. \quad (8.16)$$

En otras palabras:

La suma algebraica de los cambios en el potencial eléctrico que se encuentren en un circuito completo debe ser cero. Esta afirmación se conoce como la segunda regla de Kirchhoff.

Ejemplos:

1. En la figura calcular a que distancia de la carga Q_A se debe colocar un electrón para que este quede en reposo. $Q_A = 3 \cdot 10^{-7} [C]$, $Q_B = \frac{4}{3} \cdot 10^{-7} [C]$



Solución:

Si el electrón está en reposo:



La fuerza eléctrica que siente el electrón debido a Q_A (\vec{F}_{eQ_A}) debe ser igual en magnitud a la fuerza eléctrica que siente el electrón debido a Q_B (\vec{F}_{eQ_B}), es decir:

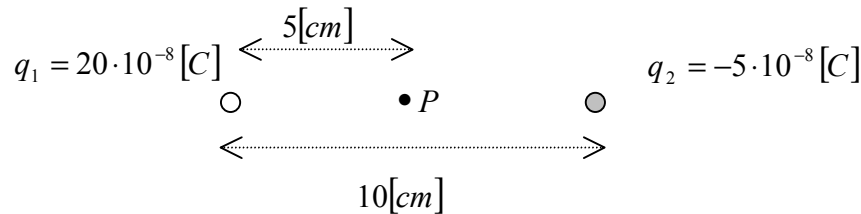
$$K_e \cdot \frac{Q_A \cdot e}{X^2} = K_e \cdot \frac{Q_B \cdot e}{(0,1 - X)^2}.$$

Resolviendo y reemplazando valores encontramos para X , la ecuación de segundo grado:

$$X^2 - 0,36X + 0,018 = 0,$$

cuyas soluciones son: $X_1 = 0,3[m] = 30[cm]$ y $X_2 = 0,06[m] = 6,0[cm]$. Note que para ambas soluciones se encuentra que la magnitud de las fuerzas son iguales. Sin embargo a $30[cm]$ de la carga Q_A , el electrón sentiría dos fuerzas iguales en magnitud, dirección y sentido, en la cual la resultante no es cero. Para $X_2 = 6[cm]$, las fuerzas que siente el electrón son de magnitud iguales y además de sentido contrario donde la resultante si que es nula. Por esta razón, la respuesta es $X = 6[cm]$.

2. Para la situación mostrada en la figura, encuentre:
 - a. intensidad del campo eléctrico en "P",
 - b. la fuerza sobre una carga de $-4 \cdot 10^{-8} [C]$ en P,
 - c. El lugar en donde el campo eléctrico será igual a cero.



Solución:

a.
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} = K_e \cdot \frac{q_1}{(0,05)^2} \hat{i} + K_e \cdot \frac{q_2}{(0,05)^2} \hat{i} = \frac{9 \cdot 10^9}{(0,05)^2} \cdot (20 \cdot 10^{-8} + 5 \cdot 10^{-8}) \hat{i} = 9 \cdot 10^5 \hat{i} \left[\frac{N}{C} \right].$$

b.
$$\vec{F}_Q = Q \cdot \vec{E} = -4 \cdot 10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^5 \hat{i} = -0,036 \hat{i} [N]$$

c. Si $E_1 = E_2$,

$$K_e \cdot \frac{q_1}{(0,1 + X)^2} = K_e \cdot \frac{q_2}{X^2}.$$

Resolviendo y reemplazando valores, encontramos para X la ecuación de segundo grado:

$$3X^2 - 0,2X - 0,01 = 0,$$

cuyas soluciones son: $X_1 = -0,03[m] = -3[cm]$ y $X_2 = 0,1[m] = 10,0[cm]$.

Note que solamente para $X = 10[cm]$ a la derecha de q_2 el campo eléctrico generado por q_1 y q_2 es nulo en magnitud, dirección y sentido.

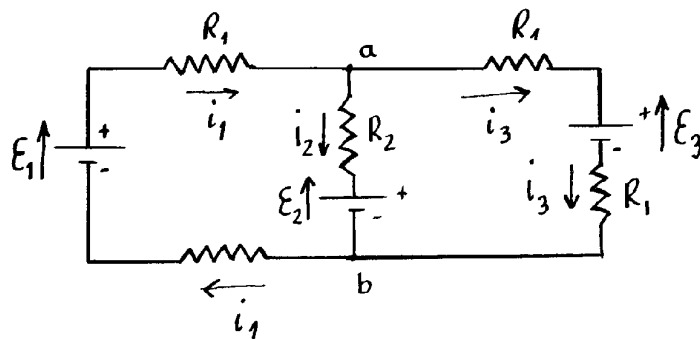
3. Cuatro cargas puntuales están colocadas en las esquinas de un cuadrado que tiene $30[cm]$ de lado. Calcular el potencial eléctrico en el centro del cuadrado si cada una de las cuatro cargas tienen $+2[\mu C]$

Solución:

Puesto que $V = K_e \cdot \frac{q}{r}$, y la distancia desde el centro a cada una de las cargas es $a \cdot \sqrt{2}/2$, siendo a el lado del cuadrado:

$$V = 4 \cdot \left(K_e \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot \sqrt{2}/2} \right) = 339411 [volt]$$

4. a. Calcular las tres corrientes de la figura,
b. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos a y b (V_{ab}). Considere:
 $R_1 = 1[\Omega]$, $R_2 = 2[\Omega]$, $\mathcal{E}_1 = 2[V]$, $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = 4[V]$



Solución:

a. Usando las reglas de Kirchhoff:

- i. Regla de los nodos: $i_1 = i_2 + i_3$,

ii. Regla de las mallas:

Malla de la izquierda: $\varepsilon_1 - i_1 \cdot R_1 - i_2 \cdot R_2 - \varepsilon_2 - i_1 \cdot R_1 = 0,$

$$-2 \cdot i_1 - i_2 \cdot R_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1.$$

Malla de la derecha: $\varepsilon_2 + i_2 \cdot R_2 - i_3 \cdot R_1 - \varepsilon_3 - i_3 \cdot R_1 = 0$

$$0 \cdot i_1 + i_2 \cdot R_2 - 2 \cdot i_3 \cdot R_1 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2.$$

Por lo tanto, del sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0.$$

$$2i_1 + 2i_2 + 0i_3 = -2$$

$$0i_1 + 2i_2 - 2i_3 = 0,$$

encontramos: $i_1 = -0,667[A]$, $i_2 = -0,333[A]$, $i_3 = -0,333[A]$. Los signos negativos indican que las corrientes circulan en los sentidos opuestos representados en la figura.

b. Partiendo en el punto a y llegando al punto b (a través de la vertical) encontramos:

$$V_a - i_2 R_2 - \varepsilon_2 = V_b,$$

es decir:

$$V_a - V_b = V_{ab} = 3,33[volt]$$

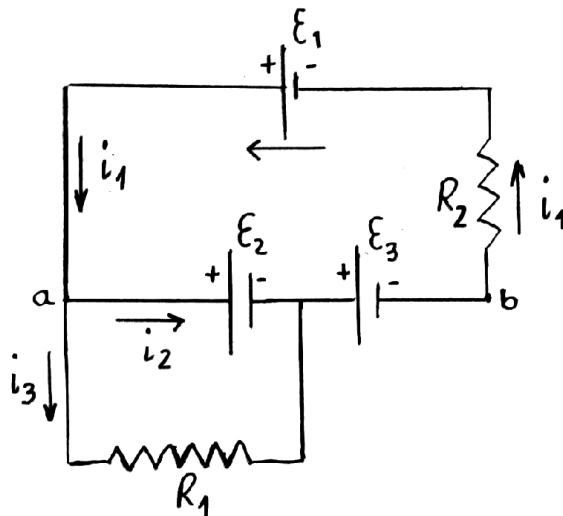
o bien partiendo en a y llegando a b por la rama e la izquierda encontramos:

$$V_a + i_1 R_1 - \varepsilon_1 + i_1 R_1 = V_b,$$

es decir:

$$V_a - V_b = V_{ab} = \varepsilon_1 - 2i_1 R_1 = 3,33[volt].$$

5. Determinar la corriente en cada una de las resistencias y la diferencia de potencial entre los



puntos a y b de la figura. $R_1 = 100[\Omega]$, $R_2 = 50[\Omega]$, $\varepsilon_1 = 6[V]$, $\varepsilon_2 = 5[V]$, $\varepsilon_3 = 4[V]$

Solución:

Nodo en a:
$$i_1 = i_2 + i_3,$$

Malla de arriba:
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - i_1 R_2 = 0,$$

Malla de abajo:
$$-i_3 R_1 + \varepsilon_2 = 0.$$

De la tercera ecuación:
$$i_3 = 5/100 = 0,05 = 0,05 = 50[mA]$$

De la segunda ecuación:
$$i_1 = \frac{6-5-4}{50} = -\frac{3}{50} = 0,06 = -60[mA]$$

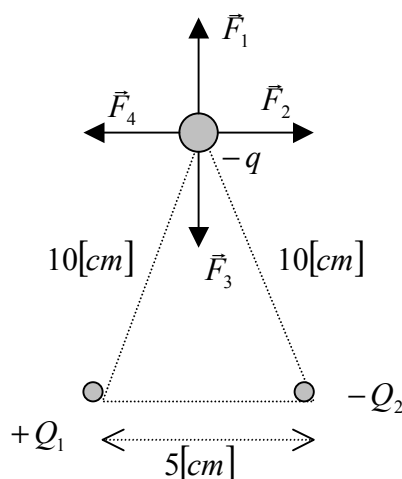
$$V_a - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = V_b,$$

es decir:

$$V_{ab} = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 9[volt]$$

EJERCICIOS

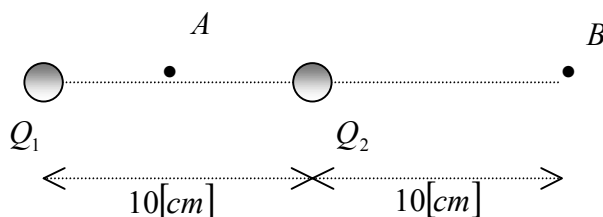
- Dos cargas eléctricas puntuales se encuentran separadas una distancia de $4 \cdot 10^{-2} [m]$, y se repelen con una fuerza de $27 \cdot 10^{-4} [N]$. Suponiendo que la distancia entre ellas se aumenta al triple ($12 \cdot 10^{-2} [m]$):
 - ¿La fuerza entre las cargas aumentó o disminuyó?
 - ¿Cuál es el nuevo valor de la fuerza de repulsión entre las cargas?
- Tres cargas eléctricas, Q_1 , Q_2 y q , están dispuestas en los vértices de un triángulo isósceles. Si se sabe que las magnitudes de las cargas Q_1 y Q_2 son iguales, indique cuál de los vectores que se muestra en la figura es el que representa mejor la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre q .



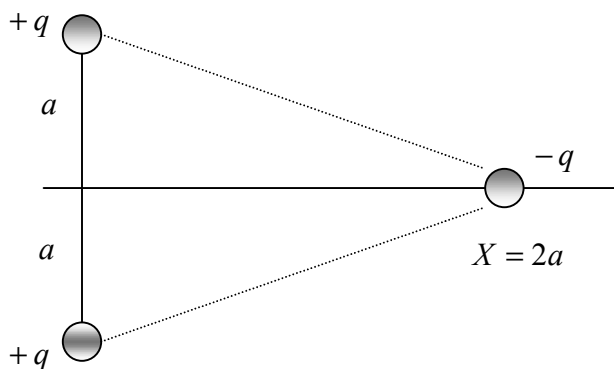
Calcule la fuerza.

- Una esfera metálica, de $20 [cm]$ de radio, se encuentra electrizada negativamente con una carga de $2 [\mu C]$. Determine la intensidad del campo eléctrico creado por la esfera:
 - En el centro de ella,
 - A $10 [cm]$ del centro de ella,
 - En un punto exterior, muy cerca de su superficie,
 - En un punto externo, a $10 [cm]$ de la superficie de la esfera.

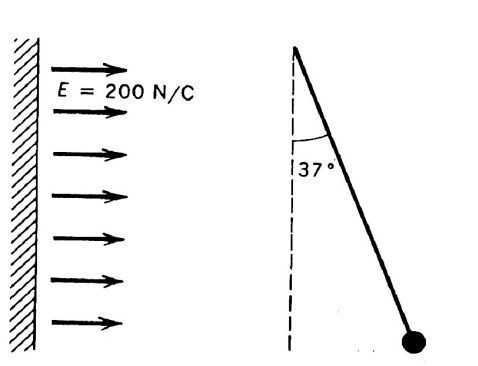
4. Dos cargas puntuales, $Q_1 = 5,0[\mu C]$ y $Q_2 = 2,0[\mu C]$, colocadas en un medio aceitoso ($\epsilon_r = 2,5$), se encuentran separadas $10[cm]$. Si sabemos que el punto A está situado al medio del segmento que une Q_1 y Q_2 , y que el punto B dista $10[cm]$ de Q_1 , calcule:
- V_A ,
 - V_B ,
 - $V_A - V_B = V_{AB}$.



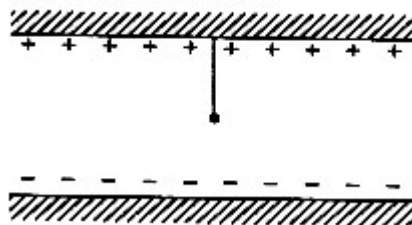
5. Las cargas $+q$ sobre el eje Y de la figura están fijas. La carga $-q$ sobre el eje de las X puede moverse a lo largo de ese eje. Si esta parte del reposo de la posición $X = +2a$, determinar la rapidez con que pasa por el origen.



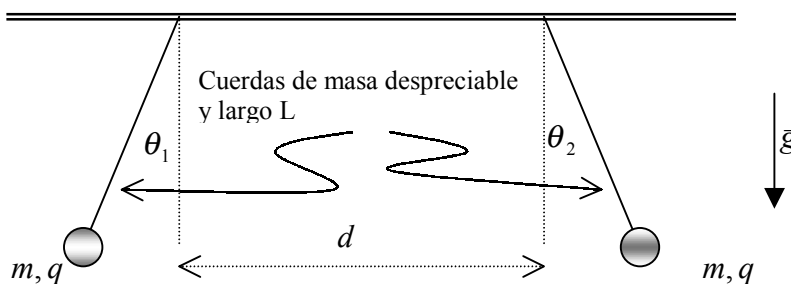
6. Una placa metálica cargada produce un campo eléctrico uniforme igual a $E = 200[N/C]$. ¿De qué magnitud es la carga sobre la bola pequeña si cuelga en equilibrio en la posición mostrada?. El hilo es de $50[cm]$ de longitud, y la masa de la bola es de $2,0[gr]$. ¿Cuántos electrones debe haber perdido la bola para tener esa carga?.



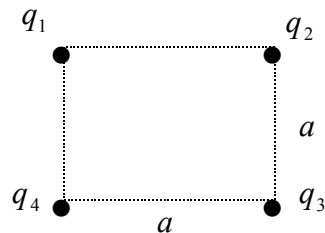
7. Una bola de 2 [gr] está suspendida por un hilo entre dos placas metálicas paralelas como se indica en la figura. Si el campo eléctrico producido por las placas es uniforme e igual a 200 [N/C] , ¿de qué magnitud y de qué signo debe ser la carga sobre la bola para que la tensión en el hilo sea cero?. Si el campo se aumenta repentinamente a 1000 [N/C] , cuánto tiempo tardará la bola en alcanzar la placa superior que está a 30 [cm] de la bola?.



8. Dos partículas de masas y cargas iguales interactúan como se muestra en la figura.
- Determine los ángulos θ_1, θ_2 en la condición de equilibrio.
 - ¿Cómo cambian estos ángulos si $m_1 = 2m_2$?
 - Si nuevamente $m_1 = m_2$, pero $q_2 = 2q_1$, ¿cuáles son los nuevos ángulos de equilibrio?.

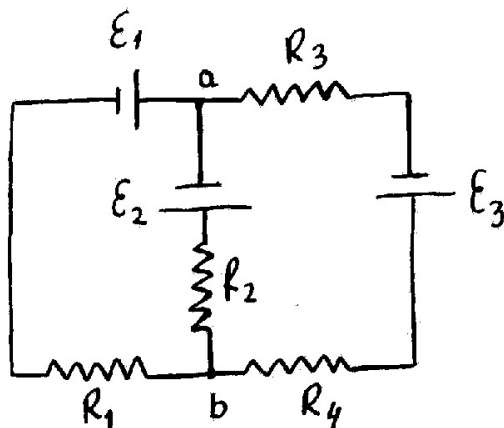


9. Cuál es el trabajo que debe realizar un agente externo para formar la configuración de cargas de la figura (cuadrado de lado a)



Considere: $q_1 = 1,0 \cdot 10^{-8} [C]$, $q_2 = 2,0 \cdot 10^{-8} [C]$
 $q_3 = 3,0 \cdot 10^{-8} [C]$, $q_4 = 4,0 \cdot 10^{-8} [C]$, $a = 1,0 [m]$.

10. En el circuito de la figura representado, calcular la diferencia de potencial V_{ab} y la potencia disipada en la resistencia R_2 .



$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= 12 [V] ; R_1 = 4 [\Omega] \\ \mathcal{E}_2 &= 18 [V] ; R_2 = 5 [\Omega] \\ \mathcal{E}_3 &= 15 [V] ; R_3 = 6 [\Omega] \\ &R_4 = 8 [\Omega] . \end{aligned}$$

11. ¿En qué tanto por ciento varía la intensidad de la corriente indicada por el amperímetro A, cuando se conectan los puntos a y b ? $R_1 = 5[\Omega]$, $R_2 = 10[\Omega]$, $R_3 = 15[\Omega]$, $R_4 = 10[\Omega]$.

