

6.2 Dinámica de los fluidos:

El movimiento de un fluido puede ser descrito en términos de un flujo. El flujo de los fluidos puede ser de régimen estable o de régimen variable.

Cuándo la velocidad de un fluido en cualquier punto dado permanece constante en el transcurso del tiempo, se dice que el movimiento del fluido es uniforme. Esto es, en un punto dado cualquiera, en un flujo de régimen estable la velocidad de cada partícula de fluido que pasa es siempre la misma. En cualquier otro punto puede pasar una partícula con una velocidad diferente, pero toda partícula que pase por este segundo punto se comporta allí de la misma manera que se comportaba la primera partícula cuando pasó por este punto. Estas condiciones se pueden conseguir cuando la velocidad del flujo es reducida. Por otro lado, en un flujo de régimen variable, las velocidades son función del tiempo. En el caso de un flujo turbulento, las velocidades varían desordenadamente tanto de un punto a otro como de un momento a otro.

El flujo de los fluidos puede ser viscoso o no viscoso. La viscosidad en el movimiento de los fluidos es el fenómeno análogo a la fricción en el movimiento de los sólidos. Cuando existe viscosidad, se introducen fuerzas tangenciales sobre las distintas capas de un fluido en movimiento y esto da lugar a la disipación de la energía mecánica, es decir, el fluido se calienta.

El flujo de los fluidos puede ser compresible o incompresible. Usualmente los líquidos pueden considerarse como incompresibles.

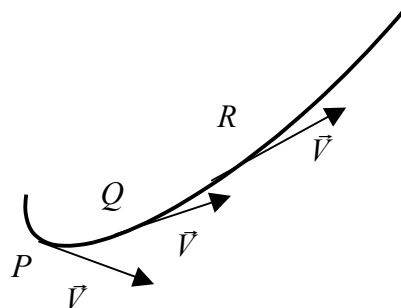
El flujo de los fluidos puede ser rotacional o irrotacional. Si un elemento de fluido en cada punto no posee una velocidad angular neta o efectiva relativa a ese punto, el flujo de fluido es considerado irrotacional.

El estudio del movimiento de un fluido que se hará acá se limita a la dinámica de fluidos para flujos de régimen estable, incompresibles, no viscosos e irrotacionales.

Definiciones:

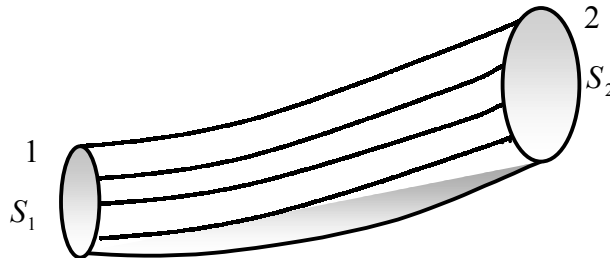
Líneas de corriente en un flujo de régimen estable:

Considere un punto P dentro de un fluido. Como la velocidad en dicho punto no cambia en el transcurso del tiempo, toda partícula que llega a P pasa con la misma rapidez y en la misma dirección y sentido. Lo mismo sucede con otros puntos en el fluido, digamos Q y R . Por consiguiente, al trazar la trayectoria de la partícula, está curva será la trayectoria de toda partícula que llegue a P . Esta curva se llama "línea de corriente". Una línea de corriente es paralela a la velocidad de las partículas de fluido en cualquier punto. Las líneas no se pueden cruzar porque si lo hicieran, una partícula de fluido que llegara allí podría seguir por una u otra línea, y el flujo no sería de régimen estable.



Tubo de flujo:

En principio podemos dibujar una línea de corriente en cada punto del fluido. Seleccionando un número finito de líneas de corriente, llamado un haz, constituyen una región tubular llamada “tubo de flujo”.



Este tubo está formado por líneas de corriente, las cuales siempre son paralelas a la velocidad de las partículas de fluido. De esta forma, nada de fluido puede cruzar la frontera de un tubo de flujo y el tubo se comporta como si fuera una tubería de la misma forma que el tubo de flujo. El fluido que entra por un extremo debe salir por el otro. Si el flujo es de régimen estable, el patrón de líneas que forman el tubo de flujo no cambia en el tiempo.

La ecuación de continuidad: Gasto, flujo de volumen o caudal

En la figura anterior se ha considerado un tubo de flujo con dos regiones (1 y 2), en las cuales las áreas transversales de este, perpendiculares a las líneas de corriente son S_1 y S_2 . Sean v_1 y v_2 las rapidez de las partículas de fluido de densidad ρ constante que pasan por las regiones 1 y 2, respectivamente. En un intervalo de tiempo Δt , lo suficientemente pequeño para que ni v ni S cambie, un elemento de fluido avanza una distancia $v\Delta t$. Entonces la masa de fluido que cruzan las regiones 1 y 2 será:

$$\Delta m_1 = \rho \cdot (S_1 \cdot v_1) \cdot \Delta t,$$

$$\Delta m_2 = \rho \cdot (S_2 \cdot v_2) \cdot \Delta t.$$

De este modo, las cantidades: $\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \rho \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$, y $\frac{\Delta m_2}{\Delta t} = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$, representan el flujo de fluido en las regiones 1 y 2, respectivamente. Ya que no puede salir fluido por las paredes del tubo y ya que no hay “fuentes” o salidas adicionales en el tubo, la masa de cada sección del tubo por unidad de tiempo debe ser la misma.

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t},$$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

$$y \quad S \cdot v = \text{constante.} \quad (6.8)$$

El resultado (6.8) se llama la ecuación de continuidad, la cual expresa la ley de la conservación de la masa. La cantidad $S \cdot v$ es denominada caudal, gasto o flujo de volumen y se representa por la letra Q , es decir

$$Q = Sv. \quad (6.9)$$

En una pared estrecha de una tubería, las líneas de corriente deben estar más próximas entre si y su rapidez debe ser mayor que en una región mas ancha donde la rapidez del fluido es menor y las líneas de corriente están mas separadas.

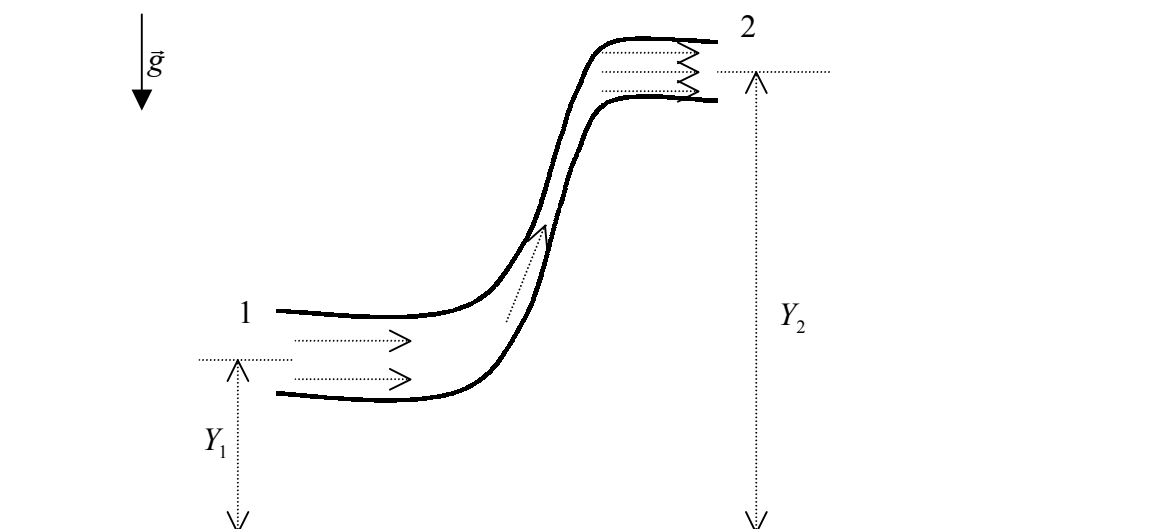
Ecuación de Bernoulli:

La dinámica de los líquidos, está regida por el mismo principio de la conservación de la energía, el cual fue aplicado a ellos por el físico suizo Daniel Bernoulli (1700-1782), obteniendo como resultado una ecuación muy útil en este estudio, que se conoce con su nombre.

Para ello se puede considerar los puntos 1 y 2, de un fluido en movimiento, determinando la energía mecánica de una porción de éste, a lo largo del filete de fluido en movimiento que los une.

Si m es la porción de masa considerada, v su rapidez, Y la altura sobre el nivel tomado como base, p la presión y ρ la densidad en cada uno de los puntos, se puede escribir utilizando el teorema trabajo-energía cinética:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgY_1 + \frac{p_1m}{\rho_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgY_2 + \frac{p_2m}{\rho_2}.$$



Si ahora se divide a todos los términos de los dos miembros, entre la masa considerada, se obtendrá la ecuación de Bernoulli, que corresponde a la ley de la conservación de la energía por unidad de masa. Si el fluido es incompresible, como supondremos en lo sucesivo, donde $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, la ecuación de Bernoulli adopta la forma:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g Y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g Y_2. \quad (6.10)$$

Así como la estática de una partícula es un caso particular de la dinámica de la partícula, igualmente la estática de los fluidos es un caso especial de la dinámica de fluidos. Por lo tanto, la ecuación (6.10) debe contener a la ecuación (6.5) para la ley de la variación de presión con la altura para un fluido en reposo. En efecto, considerando un fluido en reposo, y reemplazando $v_1 = v_2 = 0$ en la ecuación de Bernoulli, se obtiene:

$$p_1 - p_2 = \rho g (Y_2 - Y_1),$$

que es precisamente la ecuación fundamental de la estática de fluidos.

Ejemplos:

1. La presión del agua que entra a un edificio es 3 atmósfera, siendo el diámetro de la tubería 2[cm] y su rapidez de $20[m/s]$. Si el baño de un departamento del 4º piso está a 6[m] de la entrada y la tubería tiene un diámetro de 4 [cm], calcule:
 - a. La presión y rapidez del agua en el baño,
 - b. La presión en el baño si se corta el agua a la entrada.

Solución.

- a. Usando la ecuación de Bernoulli a la entrada (región 1) y en el baño del 4º piso (región):

$$p_1 + \rho g Y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g Y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2,$$

y la ecuación de continuidad,

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

donde $p_1 = 3[atm] = 3,03 \cdot 10^5 [Pa]$, $v_1 = 20[m/s]$, $Y_1 = 0$ y $Y_2 = 6[m]$ encontramos:

$$v_2 = \left(\frac{S_1}{S_2} \right) v_1 = 10 \left[\frac{m}{s} \right],$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right) - \rho g Y_2,$$

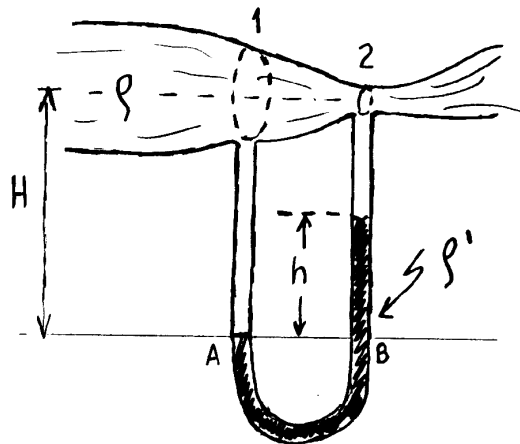
$$p_2 = 3,04 \cdot 10^5 + 0,5 \cdot 10^3 \cdot 400(1 - 0,25) - 10^3 \cdot 10 \cdot 6 = 3,94 \cdot 10^5 [Pa] = 3,89 [Pa]$$

b. Si el agua se corta en la entrada, donde $v_1 = 0$,

$$p_2 = p_1 - \rho g(Y_2 - Y_1) = 3,04 \cdot 10^5 - 10^3 \cdot 10 \cdot 6 = 2,44 \cdot 10^5 [Pa] = 2,41 [Pa]$$

2. El medidor de Venturi:

Este es un manómetro colocado en un tubo o tubería, como lo muestra la figura, utilizado para medir la velocidad del flujo de un fluido. El manómetro es comúnmente llenado con mercurio para la diferencia de altura h entre las ramas del manómetro no sea muy grande.



Aplicando la ecuación de Bernoulli y continuidad en los puntos 1 y 2, los cuales están a una misma altura:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2, \quad (1)$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2. \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1), encontramos:

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right).$$

Despejando, por ejemplo, v_1 , se tiene:

$$v_1 = S_2 \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho(S_2^2 - S_1^2)}}. \quad (3)$$

Por otro lado, usando el manómetro para determinar la diferencia de presiones $p_2 - p_1$, encontramos que como los niveles A y B están a una misma altura:

$$p_A = p_B, \text{ es decir:}$$

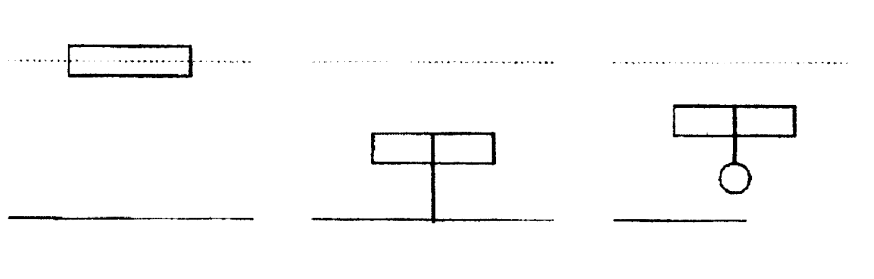
$$p_1 + \rho \cdot g \cdot H = p_2 + \rho \cdot g(H - h) + \rho' \cdot g \cdot h.$$

Por lo tanto, $p_2 - p_1 = (\rho - \rho') \cdot g \cdot h$, que al reemplazar en ecuación (3) resulta:

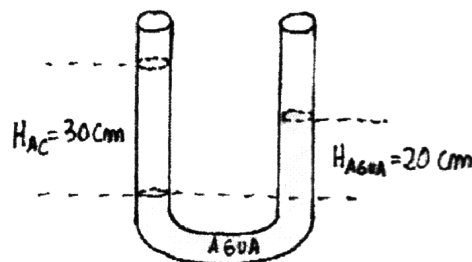
$$v_1 = S_2 \sqrt{\frac{2 \cdot (\rho - \rho') \cdot g \cdot h}{\rho \cdot (S_2^2 - S_1^2)}}.$$

EJERCICIOS

1. ¿qué volumen de mercurio (densidad $13,6[gr/cm^3]$) habrá que verter en un vaso cilíndrico de base $40[cm^2]$ para que la presión en el fondo de esta sea $2[atm]$?
2. Un corcho flota en agua, de tal manera que el 60% de su volumen está bajo el nivel del agua.
 - a. Determine la densidad del corcho.
 - b. Si se lo mantiene sumergido mediante una cuerda atada en el fondo, ¿cuál es la tensión en la cuerda?
 - c. Si se lo mantiene sumergido, atándole una piedra, de modo que el conjunto está a “medias aguas”, ¿cuál debe ser la masa de la piedra?. Densidad de la piedra = $5[gr/cm^3]$.
Observación: La piedra también siente empuje.

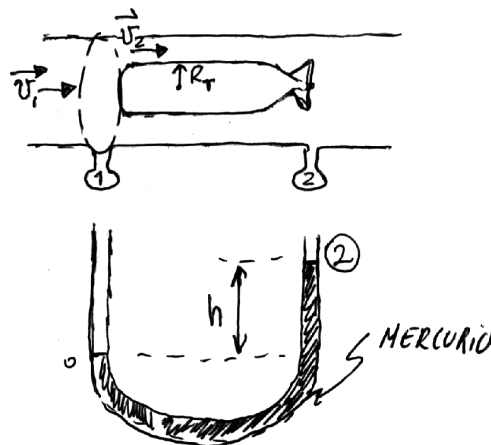


3. Un bote en agua dulce ($\rho = 1[gr/cm^3]$) desplaza una cantidad de agua igual a $3500[N]$.
Para el mismo bote, pero en agua de mar ($\rho = 1,03[gr/cm^3]$):
 - a. ¿Cuál es el peso de agua e mar que desplaza?
 - b. ¿Cuál es el volumen de agua que desplaza en ambos casos (agua dulce y de mar)?.
4. En un tubo en U de laboratorio, se mezcla aceite con agua pura obteniéndose que la altura del aceite es $H_{AC} = 30[cm]$ y la del agua $H_{AGUA} = 20[cm]$. Calcular la densidad del aceite.

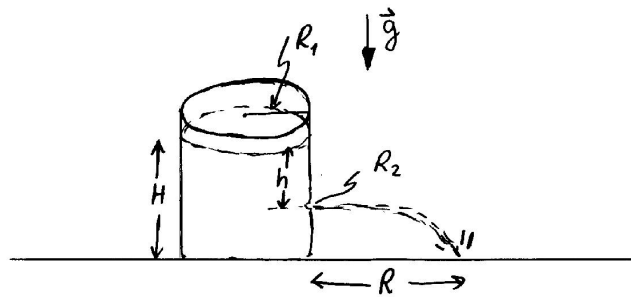


5. Un bloque de madera flota en el agua con las dos terceras partes de su volumen sumergido. En glicerina tiene sumergido los 0,9 de su volumen. Encontrar la densidad de la madera y de la glicerina.

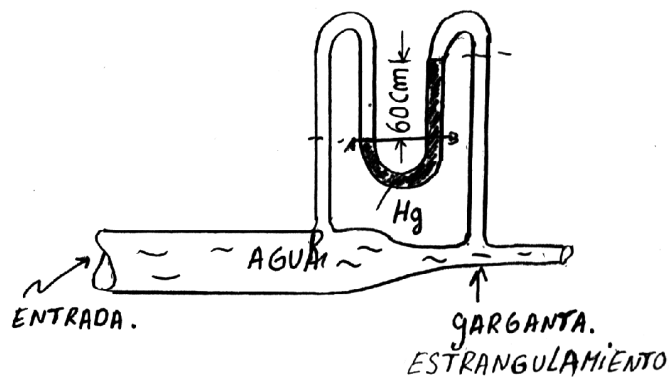
6. Para determinar la densidad de un objeto, se sumerge éste al fondo de un estanque con agua de 3[m] de profundidad y se suelta. Si éste demora 4[s] en llegar a la superficie, despreciando las fuerzas de fricción, ¿cuál es la densidad del objeto?
7. Un tubo en U sencillo contiene mercurio. Cuando se echan 13,6 [cm] de agua en la rama de la derecha, ¿cuánto se eleva el mercurio en la rama de la izquierda a partir de su nivel original?
8. El departamento de diseño de una industria de armamentos desea investigar el comportamiento hidrodinámico de su nuevo torpedo. Para esto se coloca en el canal de pruebas (canal cilíndrico de agua con radio 0,5[m]). Para $v_1 = 20[m/s]$, $p_1 = 1,5 \cdot 10^7 [Pa]$, $R_T = 0,25[m]$:
 - a. Calcule la velocidad del fluido y la presión del agua medida por el manómetro N° 2.
 - b. La lectura de los manómetros no resulta confiable al no coincidir con los cálculos. Se desea instalar un manómetro diferencial de mercurio, como en la figura. Si $\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3 [kg/m^3]$, calcular la altura h que debe entregar el manómetro.



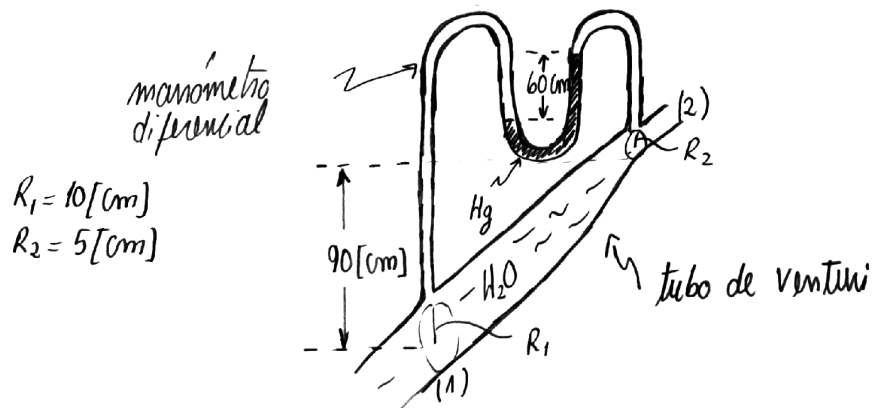
9. El agua alcanza una altura H en un depósito de radio R_1 , abierto, cuyas paredes son verticales. Se practica un agujero de radio R_2 a una profundidad h por debajo de la superficie del agua. ¿A que distancia R del pie de la pared alcanzará el suelo el chorro de agua que sale por el orificio?



10. La figura muestra una tubería de sección transversal circular, la cual sufre un estrangulamiento en la región 2. Si la diferencia de alturas en el manómetro diferencial es de 60 [cm], determine la velocidad del agua al atravesar el estrangulamiento.



11. La figura representa un medidor de Venturi para la medida de la velocidad del flujo de un líquido y su caudal. El diámetro de entrada es de 40[cm] y el de la garganta de 20 [cm]. Sabiendo que la diferencia entre las alturas alcanzadas por el mercurio entre las dos ramas es de 60 [cm]:
- Determine la velocidad del flujo en el estrangulamiento,
 - Evalúe el caudal en la entrada y en la garganta.



12. Un submarino cuya área superficial es de $300[m^2]$ y un volumen de $250[m^3]$ está sumergido en agua de mar ($\rho = 1,03[kg/m^3]$) a una profundidad de 20[m].
- ¿Cuál es la presión manométrica que se ejerce sobre las paredes del submarino?
 - Si el submarino suelta una boya la que demora 6 [s] en llegar a la superficie, ¿qué densidad tiene la boya y que fracción de su volumen queda sumergida al quedar en reposo?
 - ¿Qué fuerza y empuje soporta el submarino a los 16 [m] de profundidad?
- Repita la letra anterior cuando el submarino se encuentra sólo a 5[m] de profundidad.