

# 3

## BASES DE CALCULO

<b>3</b>	<b>Bases de Cálculo .....</b>	<b>3.1</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelización y Análisis .....</b>	<b>3.1</b>
<b>3.2</b>	<b>Métodos de Cálculo.....</b>	<b>3.2</b>
3.2.1	Cálculo Estático .....	3.3
3.2.2	Análisis Dinámico.....	3.5
3.2.3	Criterios de Discretización.....	3.9
<b>3.3</b>	<b>Tipos de estructuras.....</b>	<b>3.11</b>
3.3.1	Estructuras Espaciales.....	3.11
3.3.2	Estructuras Planas .....	3.12
<b>3.4</b>	<b>Tipos de elementos estructurales .....</b>	<b>3.14</b>
3.4.1	Elementos Lineales .....	3.14
3.4.2	Elementos Superficiales.....	3.17
3.4.3	Elementos Volumétricos .....	3.19
<b>3.5</b>	<b>Criterios de Comprobación y Dimensionado de elementos estructurales....</b>	<b>3.20</b>
3.5.1	Dimensionado de elementos de Hormigón Armado .....	3.20
3.5.2	Comprobación de elementos de Acero .....	3.26
3.5.3	Dimensionado de elementos de Cimentación .....	3.29
<b>3.6</b>	<b>Bibliografía.....</b>	<b>3.32</b>





## 3 Introducción

### 3.1 Modelización y Análisis

Diseñar una estructura consiste en elaborar un modelo físico-matemático que represente, con la mayor fidelidad posible, el comportamiento de un objeto real: el esqueleto que se construirá para dar soporte a un edificio, un puente, una torre del tendido eléctrico, etc...

Dicho objeto tiene una serie de características topológicas, geométricas, materiales y de conexión con el contorno, así como un conjunto de acciones que soportar. Todas ellas deben ser recogidas, en mayor o menor medida, por el mencionado modelo. Una vez elaborado, es posible proceder al análisis de su comportamiento matemático para, posteriormente, hacerlo extensivo a la estructura real que representa.

Para que el diseño propuesto sea adecuado a los requerimientos establecidos es necesario que todas las dos fases del proceso: modelización y análisis, se resuelvan correctamente.

La modelización consiste en la traducción de la estructura real al modelo físico-matemático.

Esta labor, por el momento, corresponde exclusivamente al proyectista de la estructura y requiere conocer suficientemente los principios de la Mecánica Estructural y tener una cierta experiencia que permita plantear modelos de comportamiento verosímiles.

El análisis permite obtener los valores que alcanzan determinados parámetros numéricos que representan el comportamiento matemático de la estructura.

Por ello, para hacer numéricamente viables los cálculos, suelen establecerse una serie de hipótesis simplificadoras: linealidad frente a no-linealidad, comportamiento elástico frente a comportamiento plástico, régimen estático frente a régimen dinámico, pequeñas deformaciones frente a grandes deformaciones, etc...



Cada vez es mas frecuente el uso de programas informáticos que permiten utilizar eficazmente los ordenadores en la fase de análisis. Por ello, es imprescindible que el proyectista conozca las características del programa que utiliza. Es tan importante saber como funciona como conocer los métodos de cálculo que aplica, las simplificaciones que establece y las características de los elementos que pueden formar parte del modelo.

Corresponde, inexcusablemente, al proyectista controlar, valorar y aceptar los resultados obtenidos. No hay que olvidar que quien se responsabiliza del proyecto de la estructura es el Arquitecto y no el ordenador o el programa que este utiliza.

### 3.2 Métodos de Cálculo

Cualquier estructura de edificación está sometida a la acción de una serie de cargas y se encuentra sujeta al suelo de tal modo que puede decirse de ella que es el esqueleto de un inmueble (objeto inmóvil). La estructura, para soportar dichas cargas, se deforma hasta alcanzar una configuración estable. En ese estado de equilibrio, cada uno de los infinitos puntos analizables de la estructura ha experimentado un determinado movimiento.

Para hacer viable numéricamente el análisis del problema hay que simplificarlo reduciendo, hasta un límite razonable, el número de puntos en los que se analiza el movimiento de la estructura. Estos puntos se denominan **nodos** o **nudos**.

Los **elementos** estructurales son las porciones de material existentes entre nudos. Cada elemento soporta una parte de las cargas y la conduce hasta los apoyos a costa de deformarse, en mayor o menor medida, dependiendo de sus características mecánicas y de rigidez.

El programa EFCiD permite calcular y analizar los esfuerzos a los que están sometidos los elementos de una estructura de edificación y obtener los movimientos de sus nudos.



En general, el cálculo consiste en determinar estos movimientos  $\vec{U}$  conociendo la rigidez  $|K|$  de la estructura y las acciones  $\vec{F}$  aplicadas. Esto da como resultado un sistema de ecuaciones lineales simultáneas.

El cálculo de los movimientos (desplazamientos y giros) y de las deformaciones de la estructura debidos a un sistema de acciones externas se lleva a cabo siguiendo el denominado Método Matricial de las **Rigideces** para el caso de cálculo estático y la **Superposición Modal** para el cálculo dinámico.

### 3.2.1 Cálculo Estático

El sistema de ecuaciones formado por la matriz de rigidez global de la estructura y por el vector de cargas,

$$\vec{F} = |K| \cdot \vec{U}$$

se resuelve factorizando la matriz de rigidez por el método compacto de Crout.

La matriz de rigidez local de los elementos tipo barra se forma mediante una formulación explícita, teniendo en cuenta el grado de empotramiento de cada extremo de la barra al nudo correspondiente.

Para obtener la matriz de rigidez local de los elementos finitos superficiales y volumétricos se utiliza la formulación isoparamétrica. El proceso que sigue el programa para la obtención de esta matriz, de modo resumido, es el siguiente:

- Obtención de las funciones de forma  $\vec{N}$  del elemento isoparamétrico que relacionan el movimiento  $\vec{u}$  de un punto cualquiera del interior del elemento con los movimientos  $\vec{a}$  de los nodos extremos de dicho elemento.

$$\vec{u} = \vec{N} \vec{a} = \sum N_i a_i$$



- Cálculo de las deformaciones unitarias del material en función de los movimientos de cualquier punto del elemento.

$$\vec{\varepsilon} = \vec{L} \vec{u} = \sum B_i a_i = \vec{B} \vec{a}$$

siendo  $\vec{B}_i = \vec{L} \vec{N}_i$

- Expresión de la relación entre tensiones y deformaciones a través de la matriz de elasticidad o de flexión D.

$$\vec{\sigma} = \vec{D} \vec{\varepsilon} = \vec{D} \vec{B} \vec{a}$$

- Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales a un desplazamiento virtual de los nodos. Integrando se obtiene la matriz de rigidez local del elemento.

$$k = \int_V B_i^T D B_j dV$$

Esta expresión se resuelve por integración numérica utilizando la cuadratura de Gauss-Legendre. Para ello, en los elementos triangulares se toman los tres puntos localizados en el punto medio de los lados; cuatro puntos para los tetraedros se toman los cuatro puntos ubicados en el punto medio de las aristas; finalmente, para los hexaedros se toma una cuadratura de 2x2x2.

Obtenida la matriz de rigidez en ejes locales

$$\vec{f} = |k| \vec{a}$$

se hace la transformación

$$K = R^T |k| R$$

para referirla a ejes globales de la estructura

$$\vec{F} = |K| \vec{U}$$



y se procede, a continuación, a ensamblar cada elemento en la matriz global.

De la resolución de este sistema de ecuaciones se obtienen los movimientos (desplazamientos y giros) de los nudos de la estructura, y conocidos éstos se calculan, a través de la matriz de rigidez de cada barra, los esfuerzos que solicitan sus extremos, siendo  $\vec{a}$  el vector de los movimientos de los nudos extremos.

$$\vec{f} = [k] \cdot \vec{a} - \vec{f}_{emp}$$

En el caso de los elementos finitos superficiales y volumétricos se calculan las tensiones en los puntos de Gauss utilizados para la cuadratura de cada elemento y se pasan a los nudos, dichas sollicitaciones se promedian entre los correspondientes a cada elemento que incide en dicho nudo.

Las tensiones en los puntos  $p$  de Gauss de los elementos con  $n$  nodos se resuelven con la expresión:

$$(\sigma)_p = \sum_{i=1}^n (DB_i)_p \vec{a}_i$$

### 3.2.2 Análisis Dinámico

Cuando se efectúa un análisis dinámico, las acciones sobre la estructura son función del tiempo, lo que hace movilizar unas fuerzas de inercia unidas a las masas y a la aceleración, interviniendo también los fenómenos de amortiguación unidos a la velocidad de las masas involucradas en el movimiento. La ecuación diferencial de equilibrio dinámico que hay que resolver es la siguiente

$$F(t) = [K]U + [C]\dot{U} + [M]\ddot{U}$$

El programa EFCiD utiliza el método de superposición modal, hay que calcular los modos de vibración lo que equivale a resolver el problema característico representado por

$$[\mathbf{K}] - [\mathbf{M}]\omega^2 \{a\} = \{0\}$$

Se calculan los autovalores  $\omega^2$  (donde  $\omega$  es igual a la frecuencia angular), que definen las frecuencias y periodos naturales de la estructura y la forma modal correspondiente a cada autovalor, representada por el autovector  $\{a\}$  de las amplitudes de la deformada de cada modo de vibración. Véase la Fig. 3-1. Hay tantos modos de vibración como grados de libertad de la estructura considerada y para cada uno de los autovalores hay un autovector.

En general no es necesario calcular todos los modos de vibración, sino que para el análisis modal aplicado al cálculo sísmico es suficiente con superponer sólo los modos de frecuencia más baja.

El programa calcula el número de autovalores o modos de vibración que desee el usuario, utilizando el método de iteración inversa o el de vectores de Ritz.

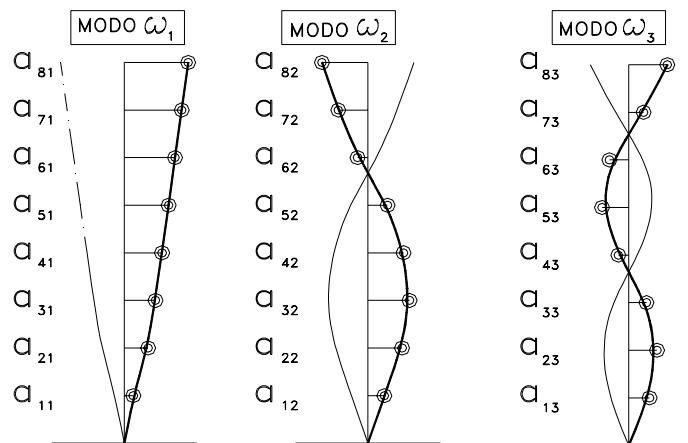


Fig. 3-1 Primeros modos de vibración de un oscilador múltiple

Las amplitudes de vibración se normalizan de la siguiente manera:





$$\phi_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n m_k a_{kj}^2}}$$

i grado de libertad de 1 a n.

j modo de vibración

$m_k$  masa en el grado de libertad k.

EFCID realiza el cálculo sísmico por el procedimiento de Análisis Modal Espectral para ello calcula la aceleración máxima ( $a_{ij,max}$ ) al que está sometido cada grado de libertad de la estructura, según la expresión siguiente :

$$a_{ij,max} = a_{sp,max} \eta_{ij}$$

$a_{sp,max}$  Aceleración máxima espectral, teniendo en cuenta el amortiguamiento y la ductilidad de la estructura.

$\eta_{ij}$  Factor de distribución del modo de vibración j correspondiente al grado de libertad i. Su valor viene dado por

$$\eta_{ij} = -\phi_{ij} \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji}$$

La aceleración máxima espectral se calcula según el espectro de respuesta que indica la norma NCSE.-94, en función de los parámetros: aceleración básica, coeficiente K, tipo de suelo, vida útil. El programa da la opción de calcular según un espectro definido por el usuario.

Calculada la aceleración máxima en cada grado de libertad para un modo de vibración determinado, el desplazamiento máximo correspondiente lo define la expresión:

$$u_{ij,max} = \frac{a_{ij,max}}{\omega_j^2}$$

Conocidos los movimientos máximos de los nudos para cada forma modal se calculan los esfuerzos máximos modales en barras y en los elementos finitos correspondientes de la misma manera que en el caso estático.

Para estimar la respuesta total en función de los valores modales máximos el programa EFCID utiliza la formulación conocida como Combinación Cuadrática Completa (CCC):

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_i \rho_{ij} R_j}$$

Respuesta (movimiento, esfuerzo, tensión) máxima estimada

$R_i$  Respuesta máxima del modo i

$R_j$  Respuesta máxima del modo j

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{3/2}}{(1+r^2)^2 + 4\xi^2 r(1+r)^2}$$

$$r = \omega_j / \omega_i$$

$\xi$  Coeficiente de amortiguación

El programa EFCID efectúa el cálculo dinámico con todos los grados de libertad correspondientes al tipo estructural considerado. Por lo que, si se trabaja con un modelo tridimensional, ya quedan incluidos los efectos torsionales en las diferentes plantas de la estructura debidos a una distribución no uniforme de las masas respecto al centro de rotación de la estructura.

Como puede observarse en la Fig. 3-2, en el modelo tridimensional se define el ángulo  $\phi$  de incidencia del frente de ondas sísmicas respecto a la posición de la estructura. Se consideran tres aceleraciones espectrales:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$ . Una en la dirección del sismo, otra en dirección perpendicular y la tercera vertical.

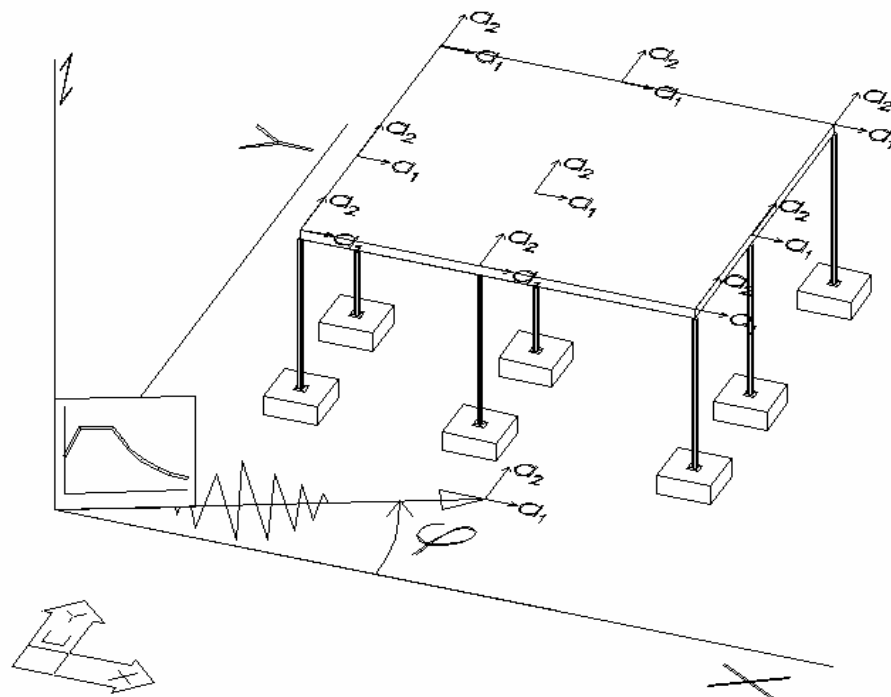


Fig. 3-2 Influencia del ángulo de incidencia del frente de ondas sísmicas en las componentes de la aceleración que experimenta la estructura

Estas aceleraciones espectrales se descomponen en según las direcciones OX, OY, OZ, para aplicarlas en cada nudo de la estructura. Su expresión es la siguiente

$$a_1 = \alpha_1 \cos \varphi - \alpha_2 \sin \varphi$$

$$a_2 = \alpha_1 \sin \varphi + \alpha_2 \cos \varphi$$

$$a_3 = \alpha_3$$

### 3.2.3 Criterios de Discretización

En principio, no se establecen limitaciones respecto de la geometría, tipos de cargas, vinculaciones externas o tipos de elementos

estructurales: barras, elementos finitos bidimensionales o elementos finitos tridimensionales.

En la Fig. 3-3 se muestra el alzado de una estructura real junto con una posible discretización.

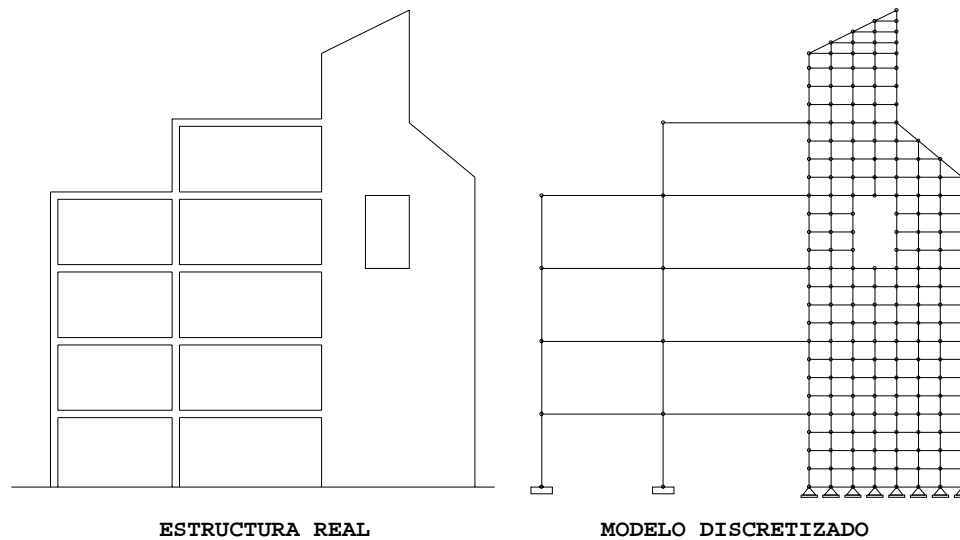


Fig. 3-3 Discretización de una estructura en elementos estructurales finitos

El número máximo de nudos y/o elementos a procesar depende del tamaño de la memoria RAM y del disco duro del ordenador. Con los equipos actuales y las estructuras usuales en edificación, puede decirse que no existen limitaciones.

La matriz de rigidez se almacena de forma compacta por el método del Sky-line. En la versión actual del programa el tamaño del problema a resolver viene determinado por la memoria RAM disponible y por un número de nudos menor a 32000.

El programa realiza, de forma interna y automática, la numeración de los nudos y de las barras de la estructura. A estos índices vendrán referidos los listados de desplazamientos de nudos, solicitaciones de barras y reacciones en apoyos.



Sin embargo, para conseguir una mayor velocidad, durante el cálculo matricial el programa puede efectuar una reenumeración de nudos. Esta reenumeración es opcional y tiene como objeto reducir al mínimo el ancho de banda en la matriz de rigidez.

### **3.3 Tipos de estructuras**

El programa EFCiD efectúa un cálculo tridimensional de la estructura, es decir, con seis grados de libertad por nudo. No obstante, en muchos casos, se puede simplificar el modelo y reducir el número de grados de libertad considerados en cada nudo.

En base a este criterio se definen cinco tipos de sistemas que se agrupan según se dispongan los elementos estructurales en el espacio o en un plano. El usuario puede utilizar cualquiera de ellos según sea la estructura que pretende modelizar.

#### **3.3.1 Estructuras Espaciales**

Son aquellas en las que tanto los elementos estructurales como las cargas aplicadas pueden ubicarse y orientarse libremente en el espacio. Se consideran los siguientes tipos: Emparrillados, Celosías Espaciales y Rígidamente Espaciales.

##### **3.3.1.1 Rígidamente Espaciales**

Se trata de estructuras cuyos elementos y cargas están ubicados espacialmente con toda libertad. Para cada nudo se consideran SEIS grados de libertad (tres traslaciones y tres giros). Se trata del tipo estructural más genérico.

Los elementos utilizables para configurar estos sistemas son: barras y elementos superficiales tipo lámina y sólidos.

Son ejemplos constructivos de este sistema los Pórticos Espaciales, las Cubiertas Laminadas y las Pantallas o Núcleos de Rigidización.



### 3.3.1.2 Celosías Espaciales

Son aquellas estructuras que tienen elementos y cargas dispuestos espacialmente pero que, dadas las características constructivas de las uniones y la rigidez de las mismas, se consideran solamente TRES grados de libertad (tres traslaciones) en cada nudo.

Los elementos utilizables para configurar estos sistemas son: barras y elementos sólidos.

El programa EFCiD considera que en este sistema estructural todos los nudos son rótulas. Por ello, todas las barras tienen sus extremos articulados y están sometidas, básicamente, a esfuerzos axiales. Si la estructura está formada solo por barras éstas deben formar las triangulaciones necesarias para que el sistema no sea un mecanismo.

Son ejemplos constructivos de este sistema las Mallas espaciales.

### 3.3.1.3 Emparrillados

El programa EFCiD entiende como Emparrillado aquellas estructuras cuyos elementos están contenidos completamente en un solo plano horizontal y las cargas que actúan sobre ella son verticales, es decir, actúan perpendicularmente a la estructura. En cada nudo se consideran TRES grados de libertad (dos giros y una traslación).

Los elementos utilizables para configurar estos sistemas son: barras y elementos superficiales tipo placa trabajando a flexión.

Son ejemplos constructivos de este sistema los Forjados Reticulares, las Losas Nervadas y las Losas de Cimentación.

## 3.3.2 Estructuras Planas

Son aquellas que tanto los elementos estructurales como las cargas aplicadas se encuentran ubicadas en un único plano. Se consideran los siguientes tipos: Celosías Planas y Rígidas Planas.



### 3.3.2.1 Rígidas Planas

Son aquellas estructuras elementos y cargas están ubicados en un mismo plano. En este caso, las uniones entre barras se suponen rígidas. Por esta razón para cada nudo se consideran TRES grados de libertad (dos traslaciones y un giro).

Los elementos utilizables para configurar estos sistemas son: barras con unión rígida al nudo y elementos superficiales tipo membrana con rotación en los nodos.

El programa EFCiD considera que en este sistema estructural todos los nudos son rígidos. No obstante, el usuario puede convertir algunos nudos en articulados. También es posible, manteniendo rígido un nudo, relajar el vínculo que mantiene una determinada barra con dicho nudo. Estas relajaciones pueden ser absolutas o parciales. En el primer caso se obtienen nudos parcialmente articulados y en el segundo uniones semirrígidas.

Son ejemplos constructivos de este sistema las Vigas continuas, las Vigas Vierendel y los Pórticos de nudos rígidos.

### 3.3.2.2 Celosías Planas

Se trata de estructuras que tienen elementos y cargas dispuestos en un mismo plano pero que, dadas las características constructivas de las uniones y la rigidez de las mismas, se consideran solamente DOS grados de libertad por nudo (dos traslaciones).

Los elementos utilizables para configurar estos sistemas son: barras articuladas en sus extremos y elementos superficiales tipo membrana.

El programa EFCiD considera que en este sistema estructural todos los nudos son rótulas. Por ello, todas las barras tienen sus extremos articulados y están sometidas, básicamente, a esfuerzos axiales. Si la estructura está formada solo por barras éstas deben formar las triangulaciones necesarias para que el sistema no sea un mecanismo.

Son ejemplos constructivos de este sistema las Cerchas y las Estructuras Trianguladas en general.



### 3.4 Tipos de elementos estructurales

El programa EFCiD permite elaborar el modelo del sistema estructural utilizando tres tipos de elementos que pueden combinarse en un mismo modelo según convenga.

#### 3.4.1 Elementos Lineales

El Elemento Lineal, también conocido como **barra**, se desarrolla a lo largo de una recta directriz con una sección transversal constante. Puede adoptar cualquier orientación en el espacio y sus extremos, o nodos, lo ligan al resto de la estructura a través de conexiones rígidas, semirrígidas o articuladas. Se analiza su comportamiento considerando para cada nodo seis grados de libertad. Esto es, se admite la posibilidad de que cada nodo experimente un cierto desplazamiento en la dirección de cada uno de los tres ejes de referencia globales y también un cierto giro alrededor de cualquiera de dichos tres ejes. En consecuencia, la barra se verá sometida a lo largo de su directriz a esfuerzos axiales, cortantes, torsores y flectores. Normalmente, estos esfuerzos se expresarán en base a un sistema de referencia local asociado a cada uno de los elementos lineales.

Los ejes locales que permiten ubicar y orientar cada una de las secciones de la barra se definen según se aprecia en la Fig. 3-4.

Como puede observarse, el eje local  $x$  coincide con la directriz de la barra.

El eje local  $y$  es ortogonal al eje  $x$  y está orientado de tal modo que entre ambos definen, respecto del sistema de referencia global, un plano vertical (el plano es paralelo al eje global  $Z$ ). La parte positiva del eje local  $y$  queda del mismo lado que la parte positiva del eje global  $Z$ .



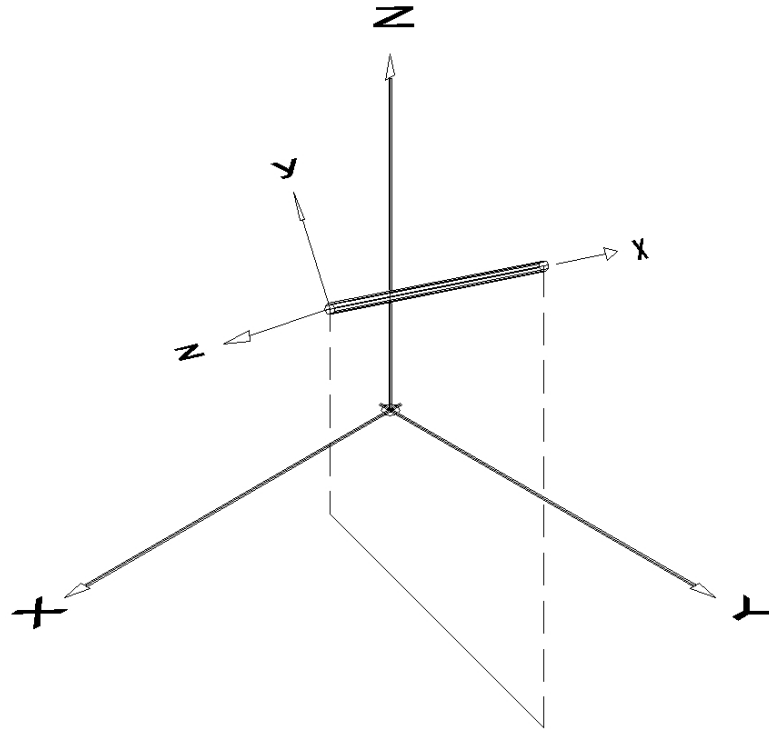


Fig. 3-4 Sistema de Referencia Local en Elementos Lineales

El eje local  $z$  es ortogonal al plano que definen los ejes locales  $x$  e  $y$ . Su sentido positivo lo define el avance de un tornillo, orientado a lo largo de dicho eje  $z$ , cuando gira del eje  $x$  al eje  $y$  por el camino mas corto.

Si la barra es vertical no es posible orientar el eje local  $y$  con el criterio expuesto anteriormente. En tal caso, se opta por orientar primero el eje local  $z$  de tal modo que quede paralelo al eje global  $X$ . Una vez definidos los ejes locales  $x$  y  $z$  la orientación del eje local  $y$  queda unívocamente establecida siguiendo el criterio anteriormente expuesto. La Fig. 3-5 muestra el caso planteado.

Una vez definidos el sistema de referencia local hay que establecer cual es la orientación de los ejes principales de la sección transversal de la barra respecto de los ejes locales  $z$  e  $y$ . Este parámetro, conocido como ángulo  $\alpha$ , mide el ángulo que forman unos ejes respecto de los

otros. Por defecto, se supone que en todas la barras el ángulo  $\alpha$  es igual a cero. En caso contrario hay que definir explícitamente el ángulo para cada una de las barras cuya sección está girada respecto de los ejes locales. Véase la Fig. 3-5.

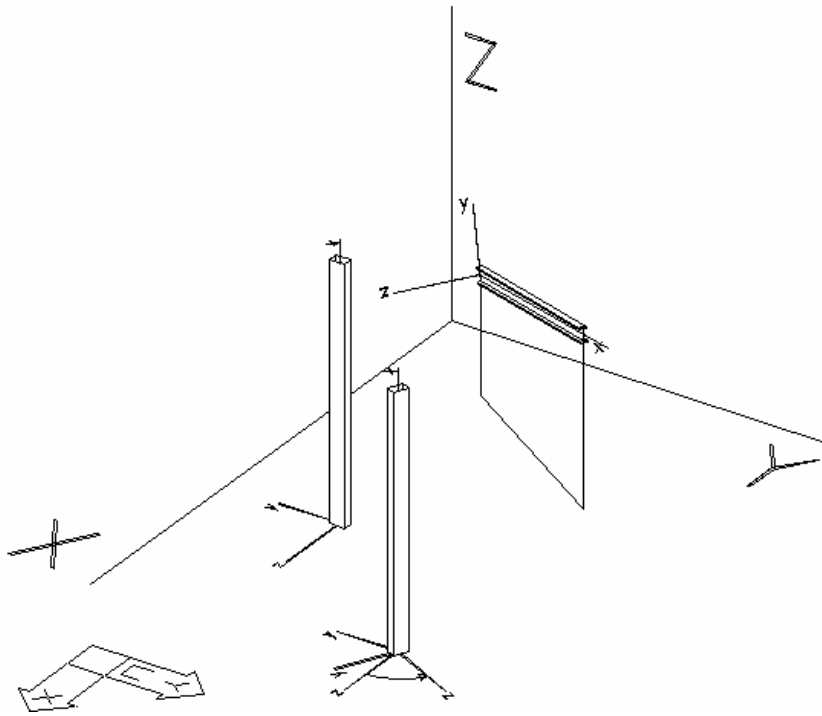
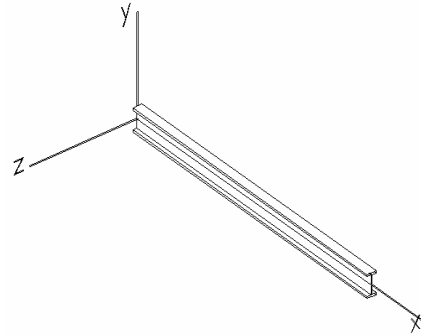


Fig. 3-5 Sistema de Referencia Local en Elementos Lineales verticales (respecto del Sistema de Referencia Global)

Si el ángulo  $\alpha$  es igual a cero, se supone que el **ancho** de la sección se desarrolla según el eje local **z** mientras que la altura o **canto** se desarrolla en la dirección del eje local **y**.



Si el ángulo  $\alpha$  es distinto de cero hay que comprobar gráficamente que la orientación de la sección es la adecuada.

### 3.4.2 Elementos Superficiales

El elemento estructural superficial, conocido como **elemento finito** bidimensional, es un elemento plano con forma de triángulo o de cuadrilátero.

En ambos casos se analiza su comportamiento mecánico en base a los nodos (tres o cuatro) situados en los vértices del elemento. En general, para cada nodo se consideran seis grados de libertad. Esto es, se admite la posibilidad de que experimente un cierto desplazamiento en la dirección de cada uno de los tres ejes del sistema de referencia global y también un cierto giro alrededor de cualquiera de dichos tres ejes.

El sistema de referencia local asociado a cada elemento se define como puede verse en la Fig. 3-6. El plano **xy** es coplanario a la superficie. El eje **x** coincide con la dirección del lado del triángulo que va del nodo 1 al nodo 2. El eje **y** es ortogonal al eje **x** y está contenido en el plano del elemento finito. Finalmente, el eje **z** es perpendicular al plano del elemento.

Los elementos superficiales, en función de su espesor, muestran un comportamiento mecánico diferenciado. Si el espesor es pequeño tan solo se pone de manifiesto lo que se conoce como efecto membrana. En este caso, tan solo son significativas las variaciones de las distancias que separan los nodos y las sollicitaciones que tal deformación produce en el plano del elemento. Conforme aumenta el espesor también se

incrementa la rigidez a la flexión de los elementos y aparece el denominado efecto placa.

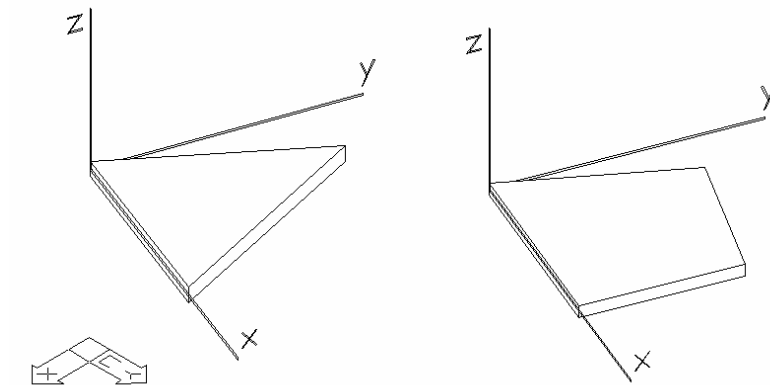


Fig. 3-6 Sistema de Referencia Local en Elementos Finitos Planos

### 3.4.2.1 Elementos Triangulares

La forma mas inmediata y sencilla de discretizar una superficie es utilizar elementos finitos triangulares. A continuación se detallan los tres tipos de elementos finitos triangulares con los que es posible trabajar con el programa EFCiD.

#### 3.4.2.1.1 Elementos membrana

Con dos grados de libertad por nodo (dos traslaciones), es el denominado *Elemento Finito triangular en Tensión Plana* de deformación constante. Está caracterizado porque los esfuerzos y deformaciones actúan en su plano: las tensiones  $\sigma_x, \sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  y las traslaciones  $d_x$  y  $d_y$  (referidas al sistema de referencia local del elemento).

En los tipos estructurales con grados de libertad de giro se utiliza el *Elemento Finito triangular de Deformación Constante* con rotaciones en los nudos, por lo tanto con tres grados de libertad por nudo, es el triángulo de Allman.



#### 3.4.2.1.2 Elementos placa

Elemento superficial triangular a flexión compuesto por tres nodos cada uno de ellos con tres grados de libertad: dos giros, respecto de los ejes  $x$  e  $y$  del sistema de referencia local, y una traslación respecto del eje local  $z$ . Se le conoce como *Triángulo Discreto de Kirchhoff* o *DKT* y está basado en la teoría de placas de Reissner-Mindlin. Sus esfuerzos característicos son los momentos flectores  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  y los cortantes  $T_x$  y  $T_y$  referidos al sistema de referencia local.

#### 3.4.2.1.3 Elementos lámina

Se trata de un Elemento Finito triangular de tres nodos con seis grados de libertad por nodo. Está formado por la unión de los elementos tipo membrana y placa según se indica en la Ref. 1.

#### 3.4.2.2 Elementos Cuadriláteros

El program EFCiD también admite la descripción de la superficie utilizando elementos superficiales cuadriláteros tanto de tipo membrana como placa o lámina.

A partir de los cuatro nodos situados en los vértices, el programa divide automáticamente el cuadrilátero según una de las diagonales y lo descompone en dos triángulos. Con esta configuración se obtiene la rigidez del conjunto. A continuación se repite la operación pero descomponiendo el cuadrilátero según la otra diagonal. Una vez obtenida la rigidez del conjunto para esta configuración se promedia como la anterior y se considera dicho promedio como la rigidez del elemento cuadrilátero original.

#### 3.4.3 Elementos Volumétricos

Los elementos finitos sólidos están formados por tetraedros con cuatro nodos (uno en cada vértice) o bien hexaedros de ocho nodos ubicados también en los vértices. El sistema de referencia local se muestra en la Fig. 3-7. Para cada nodo se consideran tres grados de libertad: las posibles

traslaciones que experimentan los nodos según los tres ejes del sistema de referencia global.

Sus solicitaciones también se expresan en el sistema de referencia global mediante las componentes el tensor de tensiones  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz})$ .

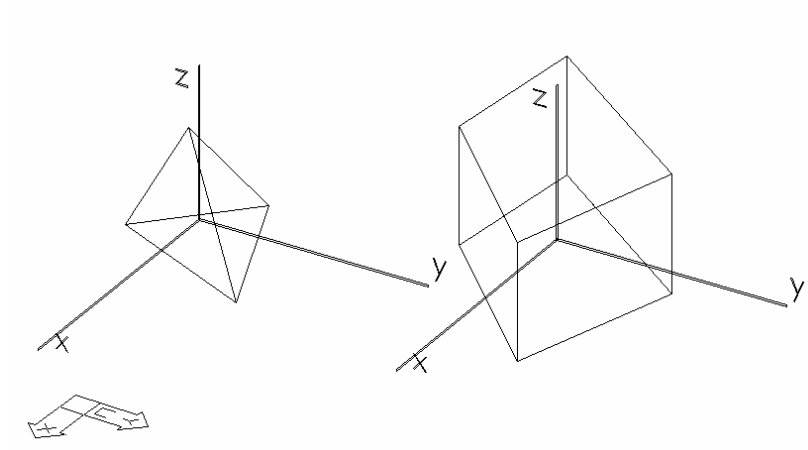


Fig. 3-7 Sistema de Referencia Local en Elementos Finitos Volumétricos

### 3.5 Criterios de Comprobación y Dimensionado de elementos estructurales

#### 3.5.1 Dimensionado de elementos de Hormigón Armado

Como criterio de cálculo, se siguen las especificaciones de la norma española al efecto, la EHE. Opcionalmente y de forma alternativa se pueden utilizar los criterios de la instrucción EH-91 y el Eurocódigo EC-2.

##### 3.5.1.1 Ponderación de acciones

Las acciones se han considerado con su valor característico.



Para el cálculo de los elementos estructurales, se han considerado las siguientes Hipótesis de carga:

- H1 Acciones permanentes.
- H2 Acciones variables en vanos pares.
- H3 Acciones variables en vanos impares.
- H4 Acción variable de viento en una dirección de referencia.
- H5 Acción variable de viento en otra dirección.
- H6 Acción sísmica, de carácter accidental.

A partir de ellas y de las especificaciones de la EHE (Art.13.2), se elaboran las siguientes Combinaciones de Hipótesis de carga correspondientes a Estados Límites Últimos:

Situaciones permanentes

$$\sum \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_{k1} + \sum \gamma_Q \psi_{0i} Q_{ki}$$

Siendo

- $G_k$  Valor característico de las acciones permanentes.
- $Q_{k,1}$  Valor característico de la acción variable determinante.
- $Q_{k,i}$  Valor característico de las acciones variables concomitantes.
- $\psi_{0,i}$  Coeficiente de combinación de la variable concomitante en situación permanente = 0.7
- $\gamma_G$  Coeficiente parcial de seguridad para acciones permanentes.  
Situación permanente = 1.50  
Situación accidental = 1.00
- $\gamma_Q$  Coeficiente parcial de seguridad para acciones variables  
Situación permanente = 1.60  
Situación accidental = 1.00

resultando las siguientes combinaciones en Estados Límites Últimos

$$\begin{aligned} C1 &= 1.50 \cdot H1 + 1.6 H2 + 0,7 \cdot 1.6 H3 \\ C2 &= 1.50 \cdot H1 + 0,7 \cdot 1.6 H2 + 1.6 H3 \\ C3 &= 1.50 \cdot H1 + 1.6 H2 \\ C4 &= 1.50 \cdot H1 + \quad \quad \quad + 1.6 H3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}C5 &= 1.50 \cdot H1 + 1.6 H2 + 1.6 H3 \\C6 &= 1.50 \cdot H1 + 0.7 \cdot 1.6 H2 + 0.7 \cdot 1.6 H3 + 1.6 H4 \\C7 &= 1.50 \cdot H1 + 0.7 \cdot 1.6 H2 + 0.7 \cdot 1.6 H3 + 1.6 H5 \\C8 &= 1.50 \cdot H1 + 0.7 \cdot 1.6 H2 + 1.6 H4 \\C9 &= 1.50 \cdot H1 + 0.7 \cdot 1.6 H3 + 1.6 H4 \\C10 &= 1.50 \cdot H1 + 0.7 \cdot 1.6 H2 + 1.6 H5 \\C11 &= 1.50 \cdot H1 + 0.7 \cdot 1.6 H3 + 1.6 H5 \\C12 &= H1 + 0.3 \cdot H2 + 0.3 \cdot H3 + H6 \\C13 &= H1 + 0.3 \cdot H2 + 0.3 \cdot H3 - H6\end{aligned}$$

Las combinaciones adoptadas para Estados Límites de Servicio son:

$$\begin{aligned}C1 &= H1 + H2 + 0.7 \cdot H3 \\C2 &= H1 + 0.7 \cdot H2 + H3 \\C3 &= H1 + H2 \\C4 &= H1 + H3 \\C5 &= H1 + 0.7 \cdot H2 + 0.7 \cdot H3 + H4 \\C6 &= H1 + 0.7 \cdot H2 + 0.7 \cdot H3 + H5 \\C7 &= H1 + 0.7 \cdot H2 + H4 \\C8 &= H1 + 0.7 \cdot H3 + H4 \\C9 &= H1 + 0.7 \cdot H2 + H5\end{aligned}$$

### 3.5.1.2 Criterios generales de armado

Para determinar la cuantía de acero necesaria para armar debidamente las barras de hormigón armado se siguen los criterios de la EHE. En consecuencia, se toma como diagrama tensión-deformación para el hormigón el conocido como diagrama parábola-rectángulo mientras que para el acero se toma el diagrama birrectilíneo.

El cálculo se realiza siguiendo un método iterativo que trata de equilibrar los esfuerzos internos con las solicitaciones externas cambiando la posición de la fibra neutra hasta que se consigue el equilibrio. Este método permite obtener resultados de una gran exactitud y considerar la colaboración de todas las armaduras de la sección.

### 3.5.1.3 Dimensionado de las armaduras de los pilares

El programa es capaz de armar soportes de sección **rectangular** o **circular**. Los criterios utilizados para ello son los siguientes:





- Las longitudes de pandeo de los soportes se obtienen, para cada plano, a partir del grado de empotramientos de sus nudos extremos. Estos se calculan mediante una hipótesis de carga adicional, gestionada internamente, que consiste en introducir un momento flector de valor unidad en todos los nudos y comprobar la forma de reparto entre todos los extremos de las barras que concurren a cada nudo.
- Los efectos de segundo orden provocados por el pandeo se calculan según el método aproximado (según EHE) de considerar una excentricidad adicional al axil correspondiente.
- Para cada pilar y cada Combinación de Hipótesis de carga correspondiente a un Estado Limite Ultimo, se calcula la capacidad mecánica de tres secciones, a saber: esfuerzos de primer orden en pie y cabeza del soporte y esfuerzos de segundo orden (pandeo) en una sección intermedia. A esta armadura se le añade la correspondiente a los esfuerzos de torsión, si existen, y se escoge como armadura final la mayor de todas las obtenidas, teniendo en cuenta que cubran los esfuerzos del pie del soporte superior, si existe.
- La flexo-compresión esviada se resuelve con un algoritmo de cálculo que va equilibrando de forma iterativa la zona comprimida del hormigón y la acción de las armaduras según la posición de la fibra neutra con los esfuerzos de cálculo.
- El criterio para peritar las secciones a flexo-compresión esviada consiste en tomar la excentricidad constante.

#### 3.5.1.4 Dimensionado de las armaduras de las vigas

El programa es capaz de armar vigas de sección **rectangular** o en **forma de T**. Los criterios utilizados para ello son los siguientes:

- Si el axil reducido actuante sobre la viga:

$$V = N_d / (f_{cd} * A_c)$$

es menor que 0.1 la viga se arma a flexión simple, en caso contrario se tiene en cuenta también el axil.

- El armado se realiza para la envolvente de todas las Combinaciones de Hipótesis de carga correspondientes a un Estado Límite Último.
- Opcionalmente se efectúa el cálculo con redistribución<sup>1</sup> de momentos flectores en las vigas. Para ello, se utiliza el método del EUROCODIGO EC-2, más preciso que el de la norma EHE, al limitar la profundidad de bloque comprimido ( $x/d$ ) del hormigón en función del grado de redistribución que se desee, y no a un valor constante ( $x/d \leq 0,45$ ) como hace la EHE. Esto es así para asegurar la ductilidad de las secciones en apoyos de las vigas y permitir las rotaciones plásticas.
- Se calcula la capacidad mecánica necesaria de acero en tres secciones de la viga: centro de vano y los dos extremos. Estas secciones de acero necesarias se distribuyen en paquetes de redondos según las opciones de armado que haya elegido el usuario. La longitud de estos redondos está en función de las leyes de momentos debidamente decaladas en función del canto útil para considerar adecuadamente el efecto del cortante. Dicha longitud se vera, lógicamente, incrementada con la correspondiente longitud de anclaje. Para ello se estudian los valores de la envolvente de momentos en quince puntos intermedios de la viga.

#### 3.5.1.5 Dimensionado de los forjados

El cálculo de los forjados se realiza tal y como se establece en el Art. 6.2 de la EF-96. Los esfuerzos (momento y cortante) se obtienen aplicando el método de Cross a una viga continua. Dado que, normalmente, se trata de forjados industrializados bastará comprobar, en la ficha técnica de uso de la empresa suministradora, que los esfuerzos mayorados obtenidos no superan los útiles referentes al tipo elegido. En el caso de que las condiciones resistentes así lo exigiesen, se modificarían las características dimensionales del forjado (canto, intereje), llegando incluso a colocar doble vigueta si fuese necesario.

---

<sup>1</sup> Hay que recordar que para estructuras traslacionales, o con acciones horizontales importantes que puedan provocar en la estructura deformaciones horizontales de consideración, no se debe proceder a redistribuir los momentos para el armado de vigas.

Así pues, el análisis de solicitaciones en estados límites últimos se realiza de acuerdo con los métodos de cálculo lineal en la hipótesis de viga continua con inercia constante apoyada en las vigas o los muros sobre los que descansa. Una vez consideradas las correspondientes alternancias de carga se obtiene una envolvente de solicitaciones sobre la que se basa el cálculo. Se considera una redistribución plástica de momentos igual al menor de los siguientes valores: el 15% de los momentos negativos o el porcentaje que resulte de igualar los momentos en vano con los momentos en apoyo.

Los momentos positivos se mayoran multiplicándolos por 1.6 en función del nivel de control de ejecución del forjado. Así pues, se indica en los planos cual es el momento mayorado  $M_d$  por metro de ancho de forjado, correspondiente a cada tramada. Dado que se trata de un forjado industrializado, bastará comprobar en la ficha técnica de uso de la casa suministradora, que los esfuerzos mayorados obtenidos no superan los útiles referentes del tipo elegido.

Los momentos negativos, una vez mayorados, permiten obtener la armadura a colocar en obra en la zona de los apoyos. El análisis del estado último bajo solicitaciones normales se realiza comprobando una sección rectangular correspondiente a un nervio de ancho igual a la distancia mínima entre bovedillas y canto del forjado. Para ello se siguen las indicaciones establecidas en la Instrucción EHE. En los planos de forjado se indica, para cada nervio o grupo de nervios, el número de barras de acero, su longitud y diámetro.

El análisis del estado último bajo solicitaciones tangenciales se realiza comprobando dicha sección rectangular. Si no es capaz de soportar el cortante se procede a macizar una bovedilla y a comprobar la resistencia a cortante en el encuentro entre el nervio y el macizado (a 20 cm de la sección anterior). Dichos macizados, caso de ser necesarios, quedan debidamente indicados en los planos de forjado.

El estudio de los estados límites de utilización (fisuración y deformación) se realiza de acuerdo con los métodos de cálculo lineal.

#### **3.5.1.6 Evaluación de flechas**

El método utilizado para la evaluación de flechas es el prescrito en la EHE, considerando la inercia efectiva según la fórmula de Branson y descomponiendo la flecha en instantánea y diferida para cada escalón



de carga. Estos escalones de carga quedan establecidos en las diferentes historias de carga que el programa tiene preestablecidas y en las historias de carga que el usuario puede crear. Las acciones consideradas son las definidas en las diferentes Combinaciones de Hipótesis de carga correspondientes a los Estados Límites de Servicio que se han establecido.

### 3.5.2 Comprobación de elementos de Acero

Para poder realizar la comprobación de las tensiones en estructuras metálicas es necesario que las características mecánicas y geométricas de dichas secciones se encuentren definidas en la correspondiente base de datos. El programa dispone de las bases de datos de los perfiles IPN, IPE, HEB, HEA, HEM, 2UPN (formando cajón) y perfiles conformados en frío tales como secciones tubulares (cuadrados, rectangulares y circulares) o secciones tipo U, Omega, C, L, LD o Z.

El programa permite al usuario definir sus propios parámetros de diseño: coeficientes de seguridad y resistencia característica del acero.

La comprobación se realiza barra a barra y para cada una de las Combinaciones de Hipótesis de carga correspondientes a un Estado Límite Último. Para ello, se controla cada barra estudiando una serie de secciones distantes entre sí menos de 30 cm. En cada una de estas secciones se calculan las tensiones en seis puntos.

Puesto que la tensión admisible es distinta según sea el tipo de sollicitación (normal, tangencial o superposición de ambas), se realiza el cálculo de la tensión de comparación por superposición de tensiones normales y tangenciales según el criterio de Von Mises.

Las barras comprimidas se comprueban a pandeo siguiendo los criterios de la norma EA-95. En las barras sometidas a flexión se calcula la flecha máxima y se compara con la flecha admisible establecida por el usuario en función del tipo de estructura.

Las bases de datos de los perfiles utilizados están definidos en los ficheros de texto tipo ASCII, con extensión CMP, que se encuentran en el directorio C:\CID.



El nombre del fichero determina la denominación de los perfiles correspondientes. Por ejemplo el fichero IPE.CMP corresponde a la base de datos de características mecánicas de la serie de perfiles IPE.

La estructura de esta base tiene formato standard DBASE y es la siguiente:

La primera línea del fichero es indicativa de los diferentes campos.

Cada línea del fichero contiene todos los datos de un perfil, separados entre signos de punto y coma y con el orden correspondiente al indicado en la primera línea.

Conocida la estructura de estos ficheros el usuario puede modificar, añadir o crear nuevas bases de perfiles, con cualquier editor de ficheros ASCII, o cualquier programa de base de datos u hoja de cálculo.

Como ejemplo se lista a continuación el fichero IPE.CMP y se define el significado de los diversos parámetros :

N.Serie	Denominación del perfil correspondiente, alfanumérico.
$h, b, y, z_i$	Valor en mm. de la cota que se indica en el esquema de la Fig. 3-8. Los valores $z$ tienen el signo correspondiente al eje local OZ de la sección. Hay seis puntos de la sección, definidos por sus coordenadas $z_i$ , en los que el programa calculará las tensiones; los primeros cuatro puntos corresponden a los vértices de la sección ( valores máximos de $y$ ) y los otros dos ( $z_5$ y $z_6$ ) corresponden al valor $y=0$ .
$A_x, A_y, A_z$	Areas en $\text{cm}^2$ de las secciones para : axil, cortante OY y cortante OZ respectivamente .
$I_x, I_y, I_z$	Momentos de inercia en $\text{cm}^4$ de las secciones con respecto a los ejes OX, OY, OZ, locales de las barras.
$W_x$	Momento resistente en $\text{cm}^3$ de la sección a momento Torsor. Sobre eje OX local de barra.
$P_{zy}$	Producto de inercia en $\text{cm}^4$ . Si los ejes OZ y OY son principales de inercia o algún eje es de simetría de la sección el producto de inercia es nulo.



$L_{nz}, L_{ny}$  Coeficientes para determinar la esbeltez mecánica de las barras para cada plano de pandeo ( $L_{nz}$  : Plano de pandeo OXY;  $L_{ny}$  : Plano de pandeo OXZ) . Según se especifica en la Norma EA-95. Para un perfil simple son nulos.

$$\lambda_i = \sqrt{\left(\frac{l_k}{i}\right)^2 + \frac{m}{2} \lambda_1^2}; \quad L_{nz} = \frac{m}{2} \lambda_1^2$$

N.Serie;h(mm);b(mm);y(mm);z1(mm);z2(mm);z3(mm);z4(mm);z5(mm);z6(mm);Ax(cm2);Ay(cm2);Az(cm2);Ix(cm4);Iy(cm4);Iz(cm4);Wx(cm3);Pzy(cm4);Lnz;Lny

80;80;46;40;23;-23;23;-23;0;0;7.64;3.04;3.19;.72;8.49;80.1;20;0;0;0  
100;100;55;50;27.5;-27.5;27.5;-27.5;0;0;10.3;4.1;4.18;1.14;15.9;171;34.2;0;0;0  
120;120;64;60;32;-32;32;-32;0;0;13.2;5.28;5.37;4.77;27.7;318;53;0;0;0  
140;140;73;70;36.5;-36.5;36.5;-36.5;0;0;16.4;6.58;6.71;2.63;44.9;541;77.3;0;0;0  
160;160;82;80;41;-41;41;-41;0;0;20.1;8.09;3.64;68.3;869;109;0;0;0  
180;180;91;90;45.5;-45.5;45.5;-45.5;0;0;23.9;9.54;9.7;5.06;101;1320;146;0;0;0  
200;200;100;100;50;-50;50;-50;0;0;28.5;11.2;11.33;6.67;142;1940;194;0;0;0  
220;220;110;110;55;-55;55;-55;0;0;33.4;12.98;13.49;9.15;205;2770;252;0;0;0  
240;240;120;120;60;-60;60;-60;0;0;39.1;14.88;15.68;12.284;3890;324;0;0;0  
270;270;135;135;67.5;-67.5;67.5;-67.5;0;0;45.9;17.82;18.36;15.4;420;5790;429;0;0;0  
300;300;150;150;75;-75;75;-75;0;0;53.8;21.3;21.4;20.1;604;8360;557;0;0;0  
330;330;160;165;80;-80;80;-80;0;0;62.6;24.75;24.53;26.5;788;11770;713;0;0;0  
360;360;170;180;85;-85;85;-85;0;0;72.7;28.8;28.78;37.3;1040;16270;904;0;0;0  
400;400;180;200;90;-90;90;-90;0;0;84.5;34.4;32.4;48.3;1320;23130;1160;0;0;0  
450;450;190;225;95;-95;95;-95;0;0;98.8;42.3;36.98;65.9;1680;33740;1500;0;0;0  
500;500;200;250;100;-100;100;-100;0;0;116;51;42.66;91.8;2140;48200;1930;0;0;0  
550;550;210;275;105;-105;105;-105;0;0;134;61.05;48.16;122;2670;67120;2440;0;0;0  
600;600;220;300;110;-110;110;-110;0;0;156;72;55.73;172;3390;92080;3070;0;0;0

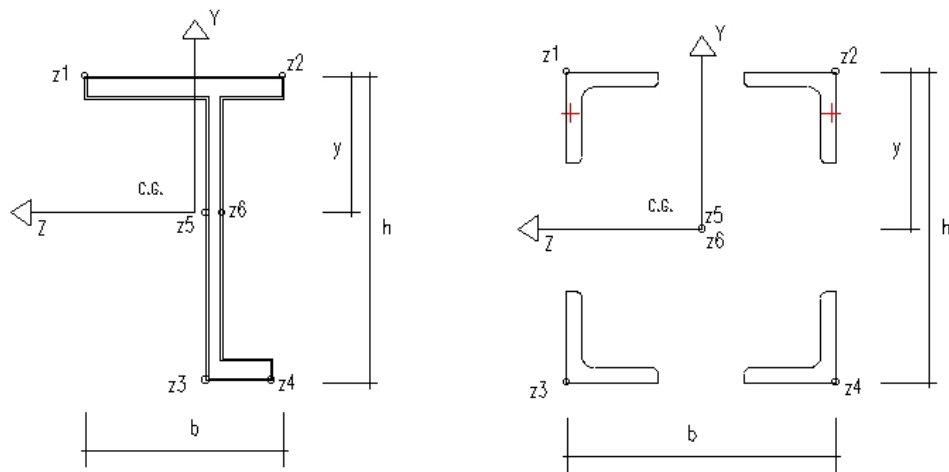


Fig. 3-8 Puntos de control de tensiones en secciones metálicas

### 3.5.3 Dimensionado de elementos de Cimentación

El programa EFCiD calcula las cimentaciones superficiales (zapatas, riostras, vigas centradoras, losas de cimentación) considerando el comportamiento del suelo como lineal e isótropo.

El dimensionado de las zapatas se efectúa comprobando la tensión admisible del suelo. No se realiza ninguna comprobación de asientos.

En las zapatas de medianera o de esquina el eje del pilar no está situado en el centro de gravedad de la superficie de apoyo de la zapata. Esta excentricidad del axil del pilar provoca giros en la zapata y concentraciones de tensiones en el suelo normalmente inadmisibles. Para resolver estos casos suelen utilizarse vigas centradoras cuya función es la de vincular la zapata excéntrica con otra u otras zapatas y aprovechar el axil de estas últimas para limitar el giro de la zapata excéntrica.

Por ello, el programa EFCiD solo dimensionará las zapatas excéntricas si se han definido convenientemente las correspondientes vigas centradas.

Tanto las vigas centradoras como las simples riostras de atado de zapatas se dimensionan y arman de tal modo que puedan resistir a tracción al menos un 10% del axil soportado por las zapatas que atan.

Cuando se modeliza una estructura de losa de cimentación, de viga flotante o de emparrillado de cimentación, el programa calcula las solicitaciones resultantes, así como los asientos teóricos, según el modelo de suelo utilizado.

A estos efectos y a título orientativo se especifican en las siguientes tablas algunos parámetros de suelo.

Clase de Suelo	Angulo de rozamiento $\phi$ (°)	Resistencia al corte sin drenaje c (kp/cm <sup>2</sup> )
Arena suelta redondeada	30	-
Arena suelta angulosa	32,5	-
Arena semidensa redondeada	32,5	-
Arena semidensa angulosa	35	-
Grava sin arena	37,5	-
Grava gruesa angulosa	40	-
Arcilla semidura	25	0,5-1
Arcilla dura	20	0,25-0,5
Arcilla blanda	17,5	0,1-0,25
Marga	30	2-7
Arcilla arenolimososa media	27,5	0,5-1
Arcilla arenolimososa blanda	27,5	0,1-0,25
Limo	27,5	0,1-0,5
Sedimento ligeramente arcilloso, orgánico, blando	20	0,1-0,25
Sedimento arcilloso, muy orgánico, blando	14	0,1-0,2
Turba	15	-

Tipo de suelo	Coef. Balasto $K_{30}$ (kp/cm <sup>3</sup> )
Arena fina de playa	1,0 - 1,5
Arena floja,	1,0 - 3,0
Arena media, seca o húmeda	3,0 - 9,0
Arena compacta, seca o húmeda	9,0 - 20,0
Gravilla arenosa floja	4,0 - 8,0
Gravilla arenosa compacta	9,0 - 25,0
Marga arcillosa	20,0 - 40,0
Rocas blandas o algo alteradas	30,0 - 500,0
Rocas sanas	800,0 - 30000,0





Descripción del suelo		Símbolo	Coef. Balasto $K_{30}$ (kp/cm <sup>3</sup> )
Gravas y suelos con gravas	Gravas con buena granulometría. Pocos finos.	GW	2,8-4,0
	Mezclas de arcilla-grava-arena, buena granulometría. Muy buena trabazón.	GC	2,4-4,0
	Gravas con pobre granulometría y mezclas de arenas y gravas. Pocos finos.	GP	1,8-2,8
	Gravas con finos, gravas limosas, gravas arcillosas. Mezclas arcilla, arena y grava con mala granulometría.	GF	1,5-2,8
Arenas y suelos arenosos	Arenas con buena granulometría y arenas con gravas. Pocos finos.	SW	1,5-3,5
	Mezclas de arenas y arcillas con buena granulometría. Excelente trabazón.	SC	1,5-3,5
	Arenas con mala granulometría. Pocos finos	SP	1,3-2,0
	Arenas con finos, arenas limosas, arenas arcillosas. Mezclas arena-arcilla con mala granulometría.	SF	1,1-2,0
Suelos de grano fino con baja o media plasticidad	Limos inorgánicos y arenas finas. Polvo rocoso, arenas finas limosas o arcillosas con ligera plasticidad.	ML	0,9-2,0
	Arcillas inorgánicas de plasticidad baja o media, arcillas arenosas, arcillas limosas, arcillas pobres.	CL	0,9-1,3
	Limos orgánicos y limo-arcillas de baja plasticidad.	OL	0,7-1,1
Suelos con grano fino con plasticidad alta	Suelos arenosos finos, con mica o tierra de diatomeas, limos elásticos.	MH	0,4-1,1
	Arcillas inorgánicas de plasticidad alta, arcillas gruesas.	CH	0,4-0,9
	Arcillas inorgánicas de plasticidad media o alta.	OH	0,4-0,9



### 3.6 Bibliografía

- Ref. 1 *El Método de los Elementos Finitos.*  
O.C. Zienkiewicz  
Ed. Reverté, 1982
- Ref. 2 *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos.*  
E. Oñate  
CIMNE, 1995
- Ref. 3 *Cálculo de Estructuras.*  
Ramón Argüelles  
ETSIM, 1981
- Ref. 4 *Fundamentos de elasticidad y su programación por Elementos Finitos.*  
Ramón Argüelles  
Ed. Bellisco, 1992
- Ref. 5 *Dinámica estructural. Teoría y cálculo.*  
M. Paz  
Ed. Reverté, 1992
- Ref. 6 *Diseño de estructuras sismorresistentes.*  
Minoru Wakabayashi  
Ed. McGRAW-HILL, 1988
- Ref. 7 *Estructuras sometidas a acciones sísmicas. Cálculo por ordenador.*  
J.M. Canet, A.H. Barbat  
CIMNE, 1995
- Ref. 8 *Elementos finitos. Introducción para ingenieros.*  
R.K. Livesley  
Ed. Limusa, 1988
- Ref. 9 *Introduction to finite elements in engineering.*  
T.R. Chandrupatla, A.D. Belegundu  
Prentice-Hall Int. Ed., 1991



- Ref. 10 *A compatible triangular element including vertex rotations for plane elasticity analysis.*  
D.J. Allman.  
Computers & Structures. Vol. 19, N° 1-2, pp 1-8, 1984
- Ref. 11 *Evaluation of the constant strain triangle with drilling rotations.*  
D.J. Allman.  
International journal for numerical methods in engineering  
Vol.26,1 pp 2645-2655, 1988
- Ref. 12 *A study of three-node triangular plate bending elements.*  
J.L.Batoz, K-J. Bathe  
Int. Journal for Numerical Methods in Engineering  
Vol.15, pp 1771-1812, 1980
- Ref. 13 *A simple and effective element for analysis of general shell structures.*  
K-J. Bathe, L-W. Ho  
Computers & Structures. Vol. 13, pp 673-681, 1981
- Ref. 14 *Three-dimensional dynamic analysis for multicomponent earthquake spectra.*  
E.L. Wilson, M.R. Button  
Earthquake Engineering and Structural Dynamics.  
Vol.10, pp 471-476, 1982
- Ref. 15 *Norma de Construcción sismorresistente NCS-94.*  
M.O.P.T y M.A. 1995
- Ref. 16 *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios.*  
J. Calavera  
INTEMAC 2ª Edición, 1984
- Ref. 17 *Cálculo de Estructuras de Cimentación.*  
J. Calavera  
INTEMAC 4ª Edición, 2000
- Ref. 18 *Cálculo de Flechas en Estructuras de Hormigón Armado.*  
J. Calavera Ruiz, L. García Dutari  
INTEMAC 1992



- Ref. 19 *Cálculo matricial de estructuras.*  
E. Alarcón Álvarez  
Ed. Reverté, 1990
- Ref. 20 *Estructuras sometidas a acciones dinámicas.*  
E. Car, F. López, S. Oller  
CIMNE, 2000
- Ref. 21 *El método de los elementos finitos aplicado al análisis estructural.*  
Manuel Vázquez- Eloísa López  
Ed. NOELA, 2001
- Ref. 22 *Instrucción para el proyecto y la ejecución de forjados unidireccionales de hormigón estructural realizados con elementos prefabricados. EFHE.*  
Ministerio de Fomento, 2002
- Ref. 23 *Norma Básica de la Edificación. EA-95. Estructuras de Acero en Edificación.*  
M.O.P.T y M.A., 1995
- Ref. 24 *Instrucción de Hormigón Estructural. EHE.*  
Ministerio de Fomento, 1998