UNIVERSIDAD DEL NORTE
ESPECIALIZACION EN FISICA GENERAL
MECANICA ANALITICA

ASIGNACION # 1. AGOSTO 19-03.
FECHA DE ENTREGA: AGOSTO 23-03. GRUPOS DE DOS (2) ALUMNOS.

Ejercicio 1

Una partícula inicialmente en reposo está sometida, a partir de $t = 0s$ a la acción de la fuerza

$$F = F_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \theta), \text{ donde } F_0, \ \gamma, \ \theta \text{ y } \omega \text{ son constantes}$$

a) Halle la función analítica $x(t)$ que describe su movimiento.
b) Halle la forma explícita de la velocidad v en términos de θ y ω. Explique su respuesta.
Indicación: El cálculo se simplifica expresando $\cos(\omega t + \theta)$ en términos de exponenciales complejas.

Ejercicio 2

Una canoa con velocidad inicial v_0 es frenada por la acción de una fuerza de rozamiento del tipo

$$F = -be^{\alpha v}, \text{ donde } b \ y \ \alpha \text{ son constantes}$$

a) Halle la función analítica $x(t)$ que describe su movimiento.
b) Determine el tiempo y la distancia que necesita para detenerse.

Ejercicio 3

Considere un péndulo constituido por una pequeña masa m que cuelga mediante una cuerda ideal de longitud l, como se muestra en la figura 1
Este es un sistema con un *grado de libertad* (investigar que significa), a saber la posición angular θ. La energía mecánica de este sistema, en coordenadas polares planas está dada por

$$E = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta} + mgl(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + 2mgl\sin^2\frac{\theta}{2}$$

a) Tome $t_0 = 0$, $\theta(0) = \theta_0$ y $\dot{\theta}_0 = 0$, y demuestre que la ecuación de movimiento está dada por

$$\omega t = 2k\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\frac{\theta}{2}}}, \text{ con } w^2 = \frac{g}{l} \text{ y } k = \frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}} \tag{1}$$

Observaciones: La integral que aparece en la ecuación (1) que normalmente se denota por $E(k, \phi)$ se conoce como *integral elíptica de primer orden.*

La integración se puede llevar a cabo usando el siguiente desarrrollo en serie:

$$\frac{1}{\sqrt{1-k^2\sin^2\phi}} = 1 + \frac{1}{2}k^2\sin^2\phi + \frac{3}{8}k^4\sin^4\phi + ... = \sum_n \frac{[(2n-1)!]!}{[(2n)!]!}k^{2n}\sin^{2n}\phi$$

Usted puede intentarla!!!
b) Para el caso particular en el que $\theta \ll 1rad$, (oscilaciones de pequeña amplitud, péndulo simple), se tiene que $k\sin\phi \sim k\phi$. Demuestre que para este caso $\theta(t) = \theta_0 \sin\omega t$.
c) Investigue en que consiste *un espacio de fase.* Reproduzca y estudie cuidadosamente Las curvas del espacio de fase del péndulo simple. sistema estudiado en el inciso b) de este ejercicio. Ello puede hacerlo en el capitulo 7 del texto: *Mecanica-Berkey Physics Course-Vol1. Editorial Reverté.*

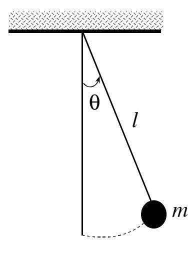

Figura 1

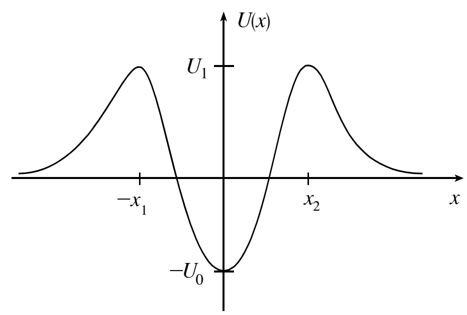

Figura 2

Ejercicio 4

Una partícula está sometida a la fuerza

$$F = -kx + \frac{a}{x^3}, \text{ donde } k \text{ y } a \text{ son constantes}$$

a) Determine la forma analítica del potencial $U(x)$. Describa la naturaleza de de las soluciones y halle la forma anlítica de la posición de la particula $x(t)$ en cualquier instante.
b) De una interpretación sencilla del movimiento cuando $E^2 \gg ka$.

Ejercicio 5

Una *partícula alfa* (investigar en que consiste), en un núcleo está sometida a un potencial de la forma representada en la figura 2.
a) Describa los tipos movimientos posibles que puede exhibir la partícula.
b) Proponga una función $U(x)$ que tenga esta general y tome los valores -U_0 y U_1 para $x = 0$ y $x = \pm x_1$. Halle la fuerza correspondiente.

ALFREDO ENRIQUE LORA
Prpfesor