ASIGNACION N°4 DE FISICA MATEMATICA Y COMPUTACIONAL.

1. Halle la aproximación en diferencias hacia delante y hacia atrás de orden (Δx)para $\frac{\partial^6 f}{(\partial x)^6}$.(sugerencia: utilice las ecuaciones 19,20 y 21 de las notas) SOLUCION

a. Hacia adelante

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^6 f}{(\partial x)^6} &= \frac{\left(\Delta^6 x f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^5 \left(\Delta x f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^5 \left(f_{i+1} - f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^4 \left(\Delta x \left(f_{i+1} - f_i\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^4 \left(f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^3 \left(\Delta x \left(f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^3 \left(f_{i+3} - 3f_{i+2} + 3f_{i+1} - f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^2 \left(\Delta x \left(f_{i+3} - 3f_{i+2} + 3f_{i+1} - f_i\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^2 \left(f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x \left(\Delta x \left(f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x \left(f_{i+5} - 5f_{i+4} + 10f_{i+3} - 10f_{i+2} + 5f_{i+1} - f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
\frac{\partial^6 f}{\partial x^6} &= \frac{\left(f_{i+6-} 6f_{i+5} + 15f_{i+4} - 20f_{i+3} + 15f_{i+2} - 6f_{i+1} + f_i\right)}{(\Delta x)^6}
\end{aligned}$$

b. Hacia atrás:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^6 f}{(\partial x)^6} &= \frac{\left(\nabla^6 x f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^5 x \left(\Delta x f_i\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^5 x \left(f_i - f_{i-1}\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^4 x \left(\nabla x \left(f_i - f_{i-1}\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\Delta x^4 \left(f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^3 x \left(\nabla x \left(f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^3 x \left(f_i - 3f_{i-1} + 3f_{i-2} - f_{i-3}\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^2 x \left(\nabla x \left(f_i - 3f_{i-1} + 3f_{i-2} - f_{i-3}\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla^2 x \left(f_i - 4f_{i-1} + 6f_{i-2} - 4f_{i-3} + f_{i-4}\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla x \left(\nabla x \left(f_i - 4f_{i-1} + 6f_{i-2} - 4f_{i-3} + f_{i-4}\right)\right)}{(\Delta x)^6} \\
&= \frac{\nabla x \left(f_i - 5f_{i-1} + 10f_{i-2} - 10f_{i-3} + 5f_{i-4} - f_{i-5}\right)}{(\Delta x)^6} \\
\frac{\partial^6 f}{\partial x^6} &= \frac{\left(f_i - 6f_{i-1} + 15f_{i-2} - 20f_{i-3} + 15f_{i-4} - 6f_{i-5} + f_{i-6}\right)}{(\Delta x)^6}
\end{aligned}$$

2. Dada la función escriba un programa donde calcule las primeras dos derivadas en x = 1.5 en diferencias centradas de orden para los siguientes step sizes 0.0005, 0.001, 0.01, 0.1, 0.2. Determine el error numérico para cada cómputo
   SOLUCION:
   A continuación mostraremos el código del programa C Especializacion En Fisica General

```
C     Especializacion En Fisica General
C NOMBRE: Derivada
C AUTOR: Antalcides Olivo
C DESCRIPCION: Este programa calcula las derivadas parciales usando
C              diferncias finitas .
```

```
C FECHA: 07/11/03 17.50
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C

      program derivadas
      integer i,j ,k

      real difc(5), dif2(5),dx(5),x,A ,b
      real errorc(5),error2(5)
      Write(*,□(T5,A/)□)
     & □************************************************************□
C     Introducion:
      Write(6,□(T5,A/)□)
     & □\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}
      write(6,□(T5,A/)□)
     & □ calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de f(x) = sin((pi/2)*x)□,
     & □para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2□
      Write(6,□(T5,A/)□)
     & □\UNICODE{0xc5}****************\UNICODE{0xc5}****************\UNICODE{0xc5}*****
      Write(*,□(T5,A/)□)
     & □************************************************************□
      Write(*,*) □                                                    □
      Write(*,*) □                                                    □

C**********************************************************************
      !definicion de las variables
      ! dift indica que realizaremos la derivada hacia adelante
      ! dift indica que realizaremos la derivada hacia atras
      ! difc indica que realizaremos la derivada centrada
      ! dx es el paso
      ! errord,errort,errorc representan los errores de las derivadas
      ! definidas anteriormente
      ! X representa el valor numerico de la derivada
      ! A representa el valor analitico de la derivada
C**********************************************************************

C     valor a evaluar:
      Write(6,□(T5,A/)□) □Ingrese el valor x a evaluar□
      read (5,*)  x
C     tama\UNICODE{0xa4}o del paso
      dx(1)=0.0005
      dx(2)=0.001
      dx(3)=0.01
      dx(4)=0.1
      dx(5)=0.2
C      ** Valores analiticos de las derivadas
```

```
      A=fun1(x)
      b=fun2(x)
      Write(*,*) □                                                    □
      Write(*,*) □                                                    □
      Write(*,*) □                                                    □

       WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6))/))□)
     &□ 1\UNICODE{0xa7} Derivada  \UNICODE{0xb3} Valor         \UNICODE{0xb3}  2\UNICODE
     &□  diferencia  \UNICODE{0xb3}  del          \UNICODE{0xb3}   diferencia  \UNICODE{
     &□    centrada  \UNICODE{0xb3}   paso        \UNICODE{0xb3}    centrada   \UNICODE{
     &□              \UNICODE{0xb3}               \UNICODE{0xb3}               \UNICODE{
     &□\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0x
C     calculamos la derivada:
      do 10 i=1,5

      difc(i)=(fun(x+dx(i))-fun(x-dx(i)))/(2*dx(i))
      dif2(i)=(fun(x+dx(i)) -2*fun(x)+fun(x-dx(i)))/(dx(i)**2)
      write(6,100) difc(i),dif2(i),dx(i),i
100   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,f8.5,i4)
      open(20,file=□derivadatex.dat□,status=□unknown□)
      write(20,105)□La primera derivada es : □, difc(i),i
      write(20,205)□La segunda derivada es :□,dif2(i),i
105   format(a25,2x,f8.5,2x,i2)
205   format(a25,2x,f8.5,2x,i2)
      Write(*,*) □                                                    □
      Write(*,*) □                                                    □
10    continue
       WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6))/))□)
     &□     Error    \UNICODE{0xb3}    Valor  del   \UNICODE{0xb3}  Error        \UNICOD
     &□     En %     \UNICODE{0xb3}     paso        \UNICODE{0xb3}  En %         \UNICOD

      do 30 j=1,5

      errorc(j)=abs(((A-difc(j))/A)*100)
      error2(j)=abs(((B-dif2(j))/B)*100)
      Write(*,*) □                                                    □
      Write(*,*) □                                                    □

        write(6,355) errorc(j),dx(j),error2(j),j
355   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,i4)

405   format(a35,2x,f8.5,2x,i2)
30      continue
```

```
      close(20)
      do 50 k=1,5

      open(40,file=□derivadac.dat□,status=□unknown□)
      open(60,file=□derivada2.dat□,status=□unknown□)
      write(40,*) dx(k),errorc(k)
      write(60,*) dx(k),error2(k)
50    continue
      close(40)
      close(60)
      end
C**********************************************************************
C           Definimos la funcion a evaluar:
C**********************************************************************
      function fun(X)
      real X ,t
      parameter (pi=3.1416)
      t=pi/2.0
      fun = sin(t*x)
      end
C**********************************************************************
C     Primera derivada
      function fun1(X)
      real X ,t
      parameter (pi=3.1416)
      t=pi/2.0
      fun1 = t*cos(t*x)
      end
C**********************************************************************
C     Segunda derivada
      function fun2(X)
      real X ,t
      parameter (pi=3.1416)
      t=pi/2.0
      fun2 = -(t**2)*sin(t*x)
      end
```

De este código se obtiene la siguiente salida

```
                                    derivada      paso
La primera derivada es :   -1.11067   0.00050
 La segunda derivada es :  -1.90735   0.00050
La primera derivada es :   -1.11079   0.00100
 La segunda derivada es :  -1.78814   0.00100
La primera derivada es :   -1.11068   0.01000
 La segunda derivada es :  -1.74463   0.01000
```

```
La primera derivada es :   -1.10617   0.10000
 La segunda derivada es :  -1.74114   0.10000
La primera derivada es :   -1.09255   0.20000
 La segunda derivada es :  -1.73041   0.20000
```

	Error	Pasos
El error de la primera derivada es	0.00508	0.00050
El error de la segunda derivada es	9.32151	0.00050
El error de la primera derivada es	0.00566	0.00100
El error de la segunda derivada es	2.48892	0.00100
El error de la primera derivada es	0.00427	0.01000
El error de la segunda derivada es	0.00496	0.01000
El error de la primera derivada es	0.41071	0.10000
El error de la segunda derivada es	0.20516	0.10000
El error de la primera derivada es	1.63682	0.20000
El error de la segunda derivada es	0.81971	0.20000

3. Dada la función escriba un programa para calcular en x = 0.5 y x = 1.5 por diferencias hacia delante y hacia atrás de orden y diferencias centradas de orden . Use □step sizes□de 0.00001, 0.0001, 0.001, 0.1 y 0.5. Haga una grá&ca del error para cada una de los cómputos.

Solución:
A continuación presentmos el código del programa.

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C     Curso de Fisica Matematica  Y Computacional
C     Especializacion En Fisica General
C NOMBRE: Derivada
C AUTOR: Antalcides Olivo
C DESCRIPCION: Este programa calcula las derivadas parciales usando
C              diferncias finitas .
C FECHA: 07/11/03 17.50
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C

      program derivadas
      integer i,j ,k

      real dift(5),difd(5), dif2(5),dx(5),x,A ,b
      real error2(5),errord(5),errort(5)
      Write(*,□(T5,A/)□)
     & □*************************************************************□
C     Introducion:
      Write(6,□(T5,A/)□)
     & □\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}
```

```
      write(6,□(T5,A/)□)
     & □ calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de f(x) = (x**3)-5*x□,
     & □para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2□
      Write(6,□(T5,A/)□)
     & □\UNICODE{0xc5}***************\UNICODE{0xc5}***************\UNICODE{0xc5}*****
      Write(*,□(T5,A/)□)
     & □*************************************************************□
      Write(*,*) □                                                    □
      Write(*,*) □                                                    □

C*********************************************************************
      !definicion de las variables
      ! dift indica que realizaremos la derivada hacia adelante
      ! difb indica que realizaremos la derivada hacia atras
      ! difc indica que realizaremos la derivada centrada
      ! dx es el paso
      ! errord,errort,errorc representan los errores de las derivadas
      ! definidas anteriormente
      ! X representa el valor numerico de la derivada
      ! A representa el valor analitico de la derivada
C*********************************************************************

C     valor a evaluar:
      Write(6,□(T5,A/)□) □Ingrese el valor x a evaluar□
      read (5,*)  x
C     tama\UNICODE{0xa4}o del paso
      dx(1)=0.00001
      dx(2)=0.0001
      dx(3)=0.001
      dx(4)=0.1
      dx(5)=0.5
C      ** Valores analiticos de las derivadas
      A=fun1(x)
      b=fun2(x)
      open(15,file=□derivadatxt.dat□,status=□unknown□)
       Write(15,□(T5,A/)□)
     & □\UNICODE{0xc5}*****************\UNICODE{0xc5}*****************\UNICODE{0xc5}
      write(15,□(T5,A/)□)
     & □ calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de f(x) = (x**3)-5*x□,
     & □para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2□
      Write(15,□(T5,A/)□)
     & □\UNICODE{0xc5}***************\UNICODE{0xc5}***************\UNICODE{0xc5}*****
      Write(15,□(T5,A/)□)
     & □*************************************************************□
      Write(15,*) □                                                   □
      Write(15,*) □                                                   □
```

```
      Write(15,*) □                                                    □

       WRITE(15,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6))/))□)
     &□ 1\UNICODE{0xa7} Derivada  \UNICODE{0xb3} 1\UNICODE{0xa7} Derivada   \UNICODE{0xb
     &□  diferencia  \UNICODE{0xb3}  diferencia   \UNICODE{0xb3}   diferencia  \UNICODE{
     &□    hacia     \UNICODE{0xb3}    hacia      \UNICODE{0xb3}    centrada   \UNICODE{
     &□  adelante    \UNICODE{0xb3}    atras      \UNICODE{0xb3}               \UNICODE{
     &□\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0x
      Write(*,*) □                                                     □

       WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6))/))□)
     &□ 1\UNICODE{0xa7} Derivada  \UNICODE{0xb3} 1\UNICODE{0xa7} Derivada   \UNICODE{0xb
     &□  diferencia  \UNICODE{0xb3}  diferencia   \UNICODE{0xb3}   diferencia  \UNICODE{
     &□    hacia     \UNICODE{0xb3}    hacia      \UNICODE{0xb3}    centrada   \UNICODE{
     &□  adelante    \UNICODE{0xb3}    atras      \UNICODE{0xb3}               \UNICODE{
     &□\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0x
C     calculamos la derivada:
      do 10 i=1,5
      difd(i)=(fun(x+dx(i))-fun(x))/dx(i)
      dift(i)=(fun(x)-fun(x-dx(i)))/dx(i)

      dif2(i)=(fun(x+dx(i)) -2*fun(x)+fun(x-dx(i)))/(dx(i)**2)
      write(6,100) difd(i), dift(i),dif2(i),dx(i)

100   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)
      write(15,105) difd(i), dift(i),dif2(i),dx(i)

105   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)


10    continue
      write(6,□(T5,A/)□)□Resultado analitico□
      write(6,□(T5,A/)□)□                                              □
      write(6,200) a, a,b
      write(6,□(T5,A/)□)□                                              □
       WRITE(*,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6))/))□)
     &□     Error    \UNICODE{0xb3}    Error      \UNICODE{0xb3}  Error        \UNICODE{
     &□     En %     \UNICODE{0xb3}    En %       \UNICODE{0xb3}  En %         \UNICODE{
200   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)
       write(15,□(T5,A/)□)□Resultado analitico□
      write(15,□(T5,A/)□)□                                             □
      write(15,205) a, a,b
      write(15,□(T5,A/)□)□                                             □
       WRITE(15,□(3(T5,A/),3(T5,A/T5,(3(A,1PE13.6))/))□)
     &□     Error    \UNICODE{0xb3}    Error      \UNICODE{0xb3}  Error        \UNICODE{
     &□     En %     \UNICODE{0xb3}    En %       \UNICODE{0xb3}  En %         \UNICODE{
```

```
205   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)

      do 30 j=1,5
      errord(j)=abs(((A-difd(j))/A)*100)
      errort(j)=abs(((A-dift(j))/A)*100)

      error2(j)=abs(((B-dif2(j))/B)*100)
       write(6,300) errord(j),errort(j),error2(j),dx(j)
300   format(t5,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5,10x,f8.5)
      write(15,305) errord(j),errort(j),error2(j),dx(j)
305   format(t5,f8.7,10x,f8.7,10x,f8.7,10x,f8.5)

30      continue



      close(15)
      do 50 k=1,5

      open(20,file='derivadad2.dat',status='unknown')
      open(40,file='derivada2c2.dat',status='unknown')
      open(60,file='derivadat2.dat',status='unknown')
      write(20,*) dx(k),errord(k)
      write(40,*) dx(k),error2(k)
      write(60,*) dx(k),errort(k)
50    continue
      close(20)
      close(40)
      close(60)
      end
C*********************************************************************
C           Definimos la funcion a evaluar:
C*********************************************************************
      function fun(X)
      real X
      fun = (x**3)-5*x
      end
C*********************************************************************
C     Primera derivada
      function fun1(X)
      real X
      fun1 = 3*(x**2)-5
      end
C*********************************************************************
C     Segunda derivada
      function fun2(X)
```

```
  real X
  fun2 = 6*x
  end
```

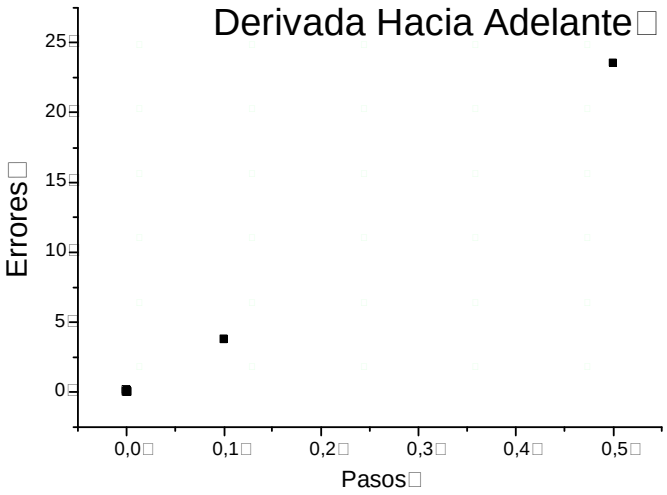
El cual tiene la siguiente salida
Para el valor de $x = 0.5$

```
\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}******

 calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de f(x) = (x**3)-5*x

para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2

\UNICODE{0xc5}****************\UNICODE{0xc5}****************\UNICODE{0xc5}*********

************************************************************



 1\UNICODE{0xa7} Derivada  \UNICODE{0xb3} 1\UNICODE{0xa7} Derivada   \UNICODE{0xb3}
  diferencia  \UNICODE{0xb3}  diferencia   \UNICODE{0xb3}   diferencia  \UNICODE{0xb
    hacia     \UNICODE{0xb3}    hacia      \UNICODE{0xb3}    centrada   \UNICODE{0xb
  adelante    \UNICODE{0xb3}    atras      \UNICODE{0xb3}               \UNICODE{0xb
\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}
-4.24385          -4.26769          ********           0.00001
-4.25100          -4.24862          ********           0.00010
-4.24838          -4.25148           3.09944           0.00100
-4.09000          -4.39000           2.99999           0.10000
-3.25000          -4.75000           3.00000           0.50000
Resultado analitico



-4.25000          -4.25000           3.00000


     Error    \UNICODE{0xb3}    Error      \UNICODE{0xb3}  Error        \UNICODE{0xb
     En %     \UNICODE{0xb3}    En %       \UNICODE{0xb3}  En %         \UNICODE{0xb

.1446892          .4162957          ********           0.00001
.0236062          .0324922          ********           0.00010
.0381021          .0348259          ********           0.00100
********          ********           .0004927          0.10000
********          ********           .0000000          0.50000
```

Para el valor de $x = 1.5$

```
\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}******************\UNICODE{0xc5}******

 calcule la 1\UNICODE{0xa7} y 2\UNICODE{0xa6} derivada de f(x) = (x**3)-5*x

para los valores de dx 0.0005,0.001,0.01,0.1 y 0.2

\UNICODE{0xc5}****************\UNICODE{0xc5}****************\UNICODE{0xc5}*********

**************************************************************



 1\UNICODE{0xa7} Derivada  \UNICODE{0xb3} 1\UNICODE{0xa7} Derivada   \UNICODE{0xb3}
  diferencia  \UNICODE{0xb3}  diferencia   \UNICODE{0xb3}   diferencia  \UNICODE{0xb
    hacia     \UNICODE{0xb3}    hacia      \UNICODE{0xb3}    centrada   \UNICODE{0xb
  adelante    \UNICODE{0xb3}    atras      \UNICODE{0xb3}               \UNICODE{0xb
\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\UNICODE{0xc4}\
 1.76430           1.76430           0.00000           0.00001
 1.74999           1.74999           0.00000           0.00010
 1.75476           1.74570           9.05991           0.00100
 2.21000           1.31000           8.99999           0.10000
 4.25000          -0.25000           9.00000           0.50000
Resultado analitico



 1.75000           1.75000           9.00000


     Error    \UNICODE{0xb3}    Error      \UNICODE{0xb3}  Error        \UNICODE{0xb
     En %     \UNICODE{0xb3}    En %       \UNICODE{0xb3}  En %         \UNICODE{0xb

.8169991          .8169991          ********          0.00001
.0004360          .0004360          ********          0.00010
.2720356          .2456733          .6656117          0.00100
********          ********          .0000954          0.10000
********          ********          .0000000          0.50000
```

Las grá&cas obtenidas con los datos obtenidos son:
Para $X = 0.5$
Diferencia hacia adelante



Derivada hacia atrás

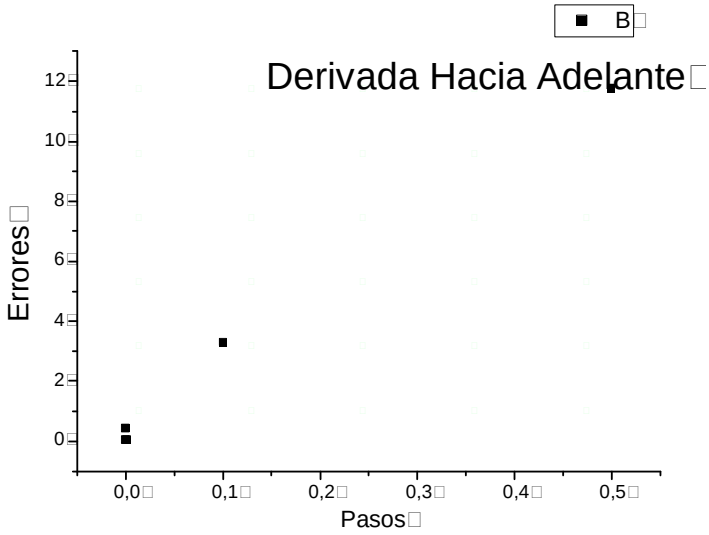
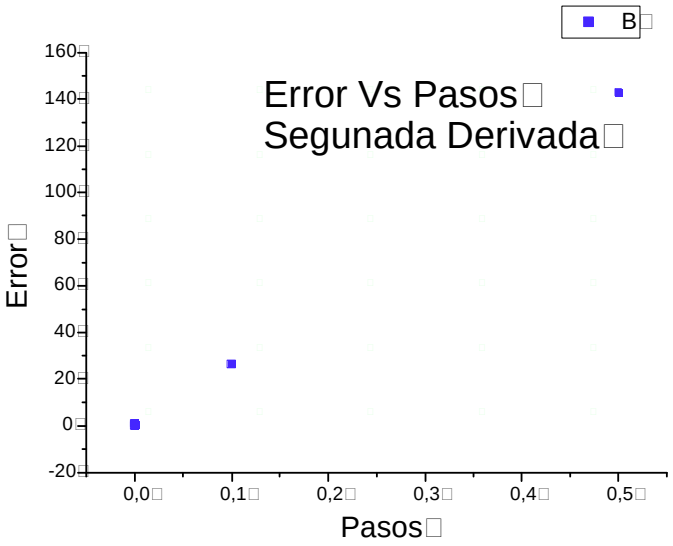
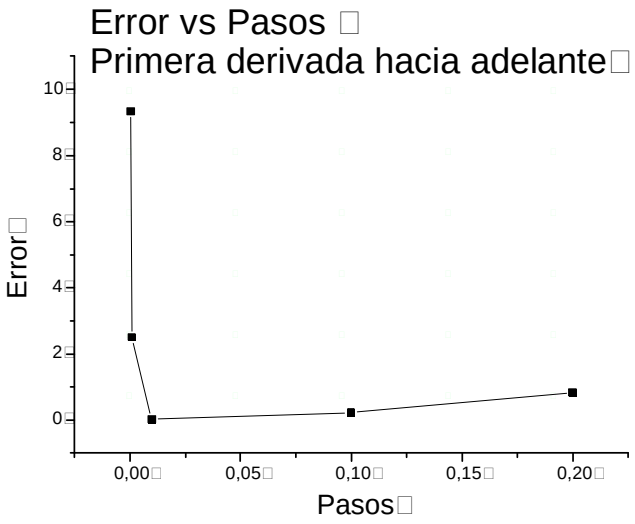


Figure 1:

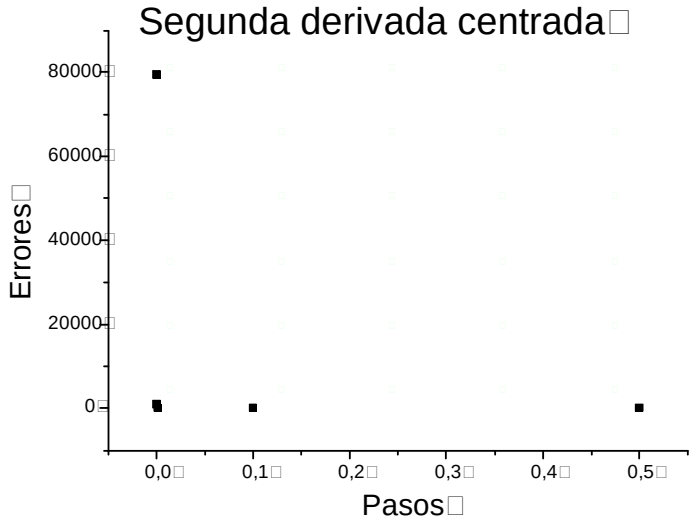
Derivada centrada



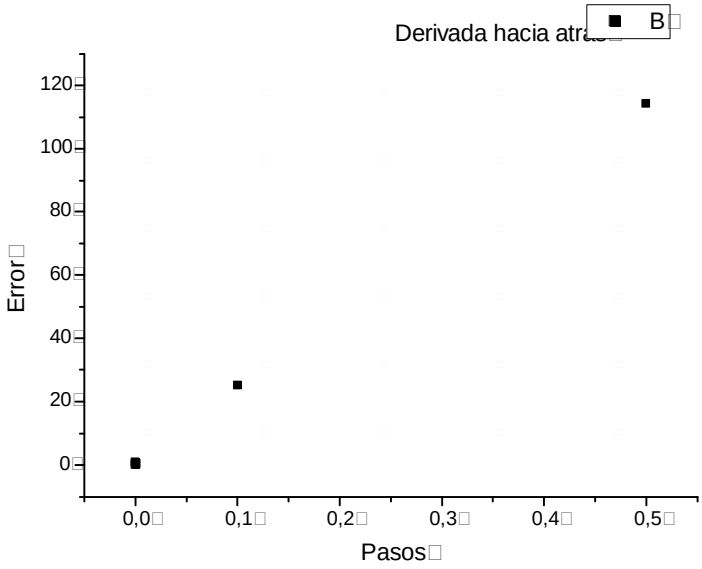
Para $x = 1.5$

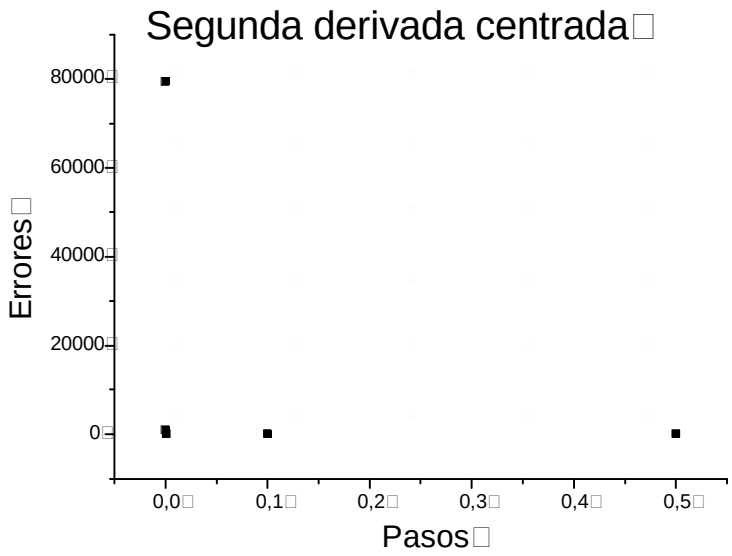


Segunda derivada hacia adelante



derivada hacia atrás




Segunda derivada centrada
Errores
80000
60000
40000
20000
0
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
Pasos