

4. Trabajo y energía

La energía es una propiedad que está relacionada con los cambios o procesos de transformación en la naturaleza. Sin energía ningún proceso físico, químico o biológico sería posible. La forma de energía asociada a las transformaciones de tipo mecánico se denomina energía mecánica y su transferencia de un cuerpo a otro recibe el nombre de trabajo. Ambos conceptos permiten estudiar el movimiento de los cuerpos de forma más sencilla que usando términos de fuerza, a partir de las leyes de Newton, y constituyen, por ello, elementos clave en la descripción de los sistemas físicos.

El estudio del movimiento atendiendo a las causas que lo originan lo efectúa la dinámica como teoría física relacionando las fuerzas con las características del movimiento, tales como posición y velocidad. Es posible, no obstante, describir la condición de un cuerpo en movimiento introduciendo una nueva magnitud, la energía mecánica, e interpretar sus variaciones mediante el concepto de trabajo físico. Ambos conceptos surgieron históricamente en una etapa avanzada del desarrollo de la dinámica y permiten enfocar su estudio de una forma por lo general más simple.

En el lenguaje ordinario energía es sinónima de fuerza; en el lenguaje científico, aunque están relacionados entre sí, ambos términos hacen referencia a conceptos diferentes. Algo semejante sucede con el concepto de trabajo, que en el lenguaje científico tiene un significado mucho más preciso que en el lenguaje corriente.

El movimiento, el equilibrio y sus relaciones con las fuerzas y con la energía, definen un amplio campo de estudio que se conoce con el nombre de mecánica. La *mecánica* engloba la cinemática o descripción del movimiento, la estática o estudio del equilibrio y la dinámica o explicación del movimiento. El enfoque en términos de trabajo y energía viene a cerrar, pues, una visión de conjunto de la mecánica como parte fundamental de la física.

La Energía

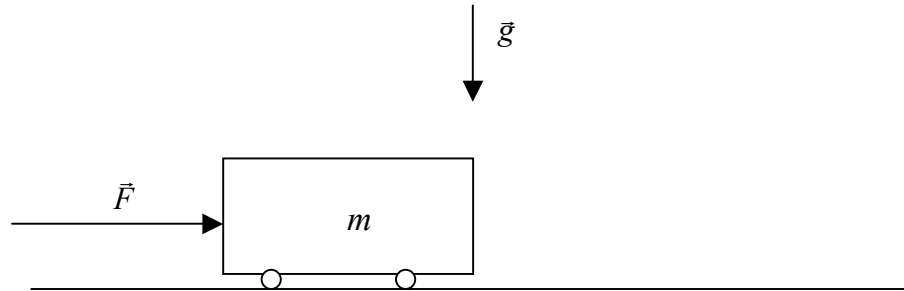
El término *energía* es probablemente una de las palabras propias de la física que más se nombra en las sociedades industrializadas. La crisis de la energía, el costo de la energía, el aprovechamiento de la energía, son expresiones presentes habitualmente en los diferentes medios de comunicación social. ¿Pero qué es la energía?. La noción de energía se introduce en la física para facilitar el estudio de los sistemas materiales. La naturaleza es esencialmente dinámica, es decir, está sujeta a cambios: cambios de posición, cambios de velocidad, cambios de composición o cambios de estado físico, por ejemplo. Pues bien, existe algo que subyace a los cambios materiales y que indefectiblemente los acompaña; ese algo constituye lo que se entiende por energía.

La energía es una propiedad o atributo de todo cuerpo o sistema material en virtud de la cual éstos pueden transformarse modificando su situación o estado, así como actuar sobre otros originando en ellos procesos de transformación. Sin energía, ningún proceso físico, químico o biológico sería posible. De esta manera, todos los cambios materiales están asociados con una cierta cantidad de energía que se pone en juego, recibéndola o entregándola.

Las sociedades industrializadas que se caracterizan precisamente por su intensa actividad transformadora de los productos naturales, de las materias primas y de sus derivados, requieren para ello grandes cantidades de energía, por lo que su costo y su disponibilidad constituyen cuestiones esenciales.

Trabajo, energía y momentum lineal:

Considere un bloque de masa m en un movimiento rectilíneo causado por la aplicación de una fuerza \vec{F} constante. Cuando se aplica la fuerza durante un intervalo de tiempo fijo Δt , la variación de la cantidad de movimiento o momentum lineal del bloque es siempre la misma, independiente de la masa, m debido que de ecuación (3.2), tal variación es $\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t$.



Por otro lado, considérese que dicho bloque se va a mover debido a la misma fuerza, pero ahora se va a trasladar una distancia dada, por ejemplo desde $X=0$ hasta un punto de coordenada X , partiendo desde el reposo. Para recorrer la distancia X , un bloque con menor masa empleará un tiempo menor que otro con mayor masa. De esta forma la fuerza \vec{F} suministra un momentum lineal mayor al cuerpo con mayor masa, a diferencia del primer caso, es decir, cuando el intervalo de tiempo era fijado a un valor dado.

Como el movimiento de m es uniformemente acelerado: $X = \frac{1}{2}at^2$ donde, $a = F/m$, es decir,

$$X = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2. \text{ La rapidez del bloque es } V = at \text{ o sea } V = \frac{F}{m} t.$$

Despejando t de X y reemplazándola en la ecuación para V , obtenemos para el momentum lineal $p = mV = \sqrt{2FmX}$. Es decir, el momentum lineal suministrado al bloque debido a la fuerza \vec{F} depende de la masa. Sin embargo, hay otra cantidad que es la misma para todos los cuerpos, independiente de su masa (pues F y X son constantes), a ser:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{mV^2}{2} = FX.$$

De esta forma, cuando se ejerce una fuerza \vec{F} constante a lo largo de una distancia especificada sobre cuerpos inicialmente en reposo, todos adquieren el mismo valor de la cantidad $\frac{p^2}{2m} = \frac{mV^2}{2}$.

Esta cantidad es llamada energía cinética, representada por K , es decir:

$$K = \frac{1}{2} mV^2. \quad (4.1)$$

Volviendo al bloque de masa m , este podría haber sido desplazado una distancia desde X_1 hasta otra X_2 con las respectivas variaciones de rapidez V_1 y V_2 y un desplazamiento dado por $\Delta X = X_2 - X_1$. Tendríamos entonces, $K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2$ y $K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2$, donde la variación de la energía cinética entre X_1 y X_2 sería:

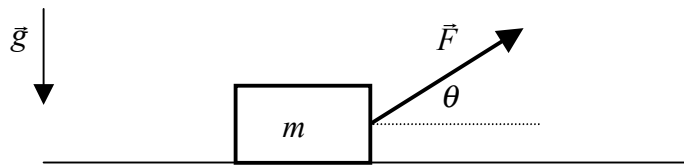
$$\Delta K = F(X_2 - X_1) = F\Delta X. \quad (4.2)$$

La ecuación anterior dice que la variación de energía cinética en el intervalo ΔX depende solamente de dicho intervalo y de la fuerza F aplicada al bloque. Tal producto, que en general es dado por el producto punto entre los vectores \vec{X} y \vec{F} , se denomina trabajo mecánico W , es decir:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{X} = F\Delta X \cos(\theta), \quad (4.3)$$

donde θ es el ángulo que forma \vec{F} con $\Delta \vec{X}$. De esta última ecuación vemos que el trabajo mecánico no es mas que una forma de energía, tal que si el trabajo realizado por una fuerza no es nulo, sobre un cuerpo o sistema habrá una variación de energía cinética dada por ΔK . Por tal motivo, la expresión (4.2) se conoce como el teorema trabajo-energía cinética.

En el lenguaje cotidiano, la palabra «trabajo» se asocia a todo aquello que suponga un esfuerzo físico o mental, y que por tanto produce cansancio. En física se produce trabajo sólo si existe una fuerza que al actuar sobre un cuerpo da lugar a su desplazamiento.



La presencia del ángulo θ en la ecuación (4.3), hace referencia al caso de que la dirección de la fuerza no coincida con la dirección del desplazamiento. En tal caso la fuerza puede descomponerse en dos componentes, una paralela a la dirección del movimiento, ($F_{\parallel} = F \cos(\theta)$) y otra perpendicular, ($F_{\perp} = F \sin(\theta)$). Si el cuerpo describe una línea determinada es porque estará obligado a ello, o dicho de otra forma, porque una fuerza de reacción neutraliza la componente perpendicular que tendería a sacarlo de la trayectoria. Tal es el caso, por ejemplo, de un vagón de tren que es arrastrado mediante una fuerza oblicua a la dirección de la vía; la componente perpendicular es neutralizada por la presencia de la vía que evita los desplazamientos laterales y la única componente que contribuye al movimiento del vagón es, por tanto, aquella que está dirigida en la dirección de la vía.

Note que (4.3) puede escribirse como:

$$W = F_{\parallel} \Delta X,$$

que indica que es únicamente la componente F_{\parallel} la que realiza el trabajo. Por tal motivo se la denomina, con frecuencia, la componente útil.

Cuando la fuerza actuante es paralela a la dirección del desplazamiento, entonces $\theta = 0^\circ$, el coseno en (4.3) vale 1 y la expresión del trabajo se reduce a: $W = F\Delta X$, donde en este caso toda la fuerza F es útil a efectos de realización de trabajo.

Unidades de trabajo:

Las unidades de trabajo o energía cinética son tales que $[K] = [W] = [FX]$, es decir, fuerza por distancia. En el SI se tiene:

$[W] = [Nm] = [Joule] = [J]$. Por lo tanto $1[J]$ es el trabajo realizado por una fuerza de $1[N]$ al desplazar al cuerpo una distancia de $1[m]$ en la dirección y sentido de la fuerza. De la misma forma, usando ecuación (4.2), $1[J]$ podría ser definido como el trabajo realizado por una fuerza de $1[N]$ en la cual el cuerpo experimenta una variación de energía cinética de $1[J]$. Por ejemplo, si el cuerpo parte del reposo y tiene una masa de $0,5[kg]$, su velocidad, en la dirección y sentido de la fuerza, sería de $2[m/s]$. En el sistema C.G.S., la unidad de trabajo es el *erg*, tal que $1[erg] = 10^{-7}[J]$.

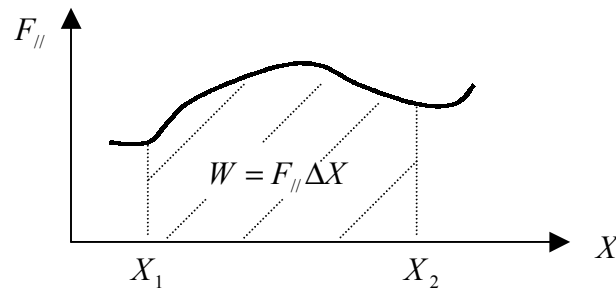
Casos en los cuales no se realiza trabajo:

El trabajo W será nulo en tres casos posibles, a saber:

- i. Cuando la fuerza es nula, por ejemplo cuando un cuerpo desliza por una superficie perfectamente lisa.
- ii. Cuando el desplazamiento $\Delta\vec{X}$ es nulo, por ejemplo cuando usted sostiene un peso con su mano. Le cuesta trabajo mantenerlo en el sentido ordinario, pero no realiza trabajo mecánico, pues si se aplica una fuerza para equilibrar el peso, no hay camino recorrido por ella.
- iii. Cuando $\vec{F} \perp \Delta\vec{X}$. Por ejemplo en el caso i. el peso del cuerpo es vertical y su desplazamiento es horizontal.

Trabajo de una fuerza variable:

Una situación más general, y por lo tanto más compleja, es aquella en que la fuerza no es constante, sino que varía con el tiempo, ya sea en intensidad, ya sea en dirección y sentido. La ecuación (4.2) sugiere que si se construye una gráfica que represente la variación del valor de la componente útil representada en ordenadas, con el desplazamiento representado en abscisas, el área comprendida entre la gráfica y el eje de abscisas coincidirá con el trabajo W realizado por la fuerza a lo largo del desplazamiento ΔX , es decir,



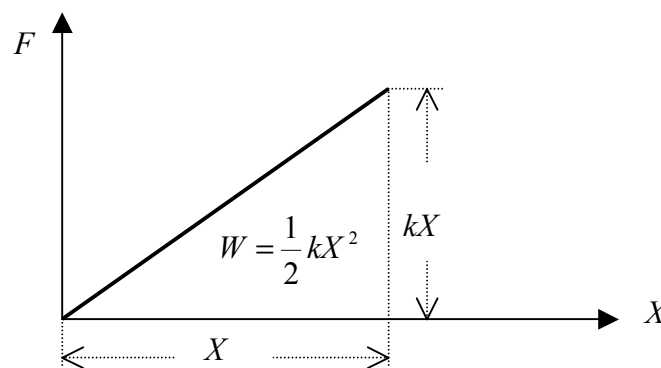
Ejemplo de fuerza variable, la ley de Hooke:

Fue Robert Hooke (1635-1703) quien primero demostró el comportamiento sencillo de las sustancias elásticas. Esta ley se puede enunciar como sigue: “Cuando se trata de deformar un sólido, este se opone a la deformación con una fuerza proporcional al tamaño de la deformación, siempre que esta no sea demasiado grande”. Para una deformación en una dirección, la ley puede escribirse como $F = -kX$. Aquí X es lo que se ha estirado o comprimido a partir del estado que no tiene deformación; F es la fuerza resistente del sólido, y k la constante de proporcionalidad. El signo $-$ pone de manifiesto que la fuerza se opone, o sea, se resiste a la deformación. Si el sólido se deforma mas allá de un cierto punto, llamado su límite elástico, se quedará permanentemente deformado; esto es, su estructura se altera permanentemente, de modo que cambia su nueva forma de condición no deformada. Se encuentra que la ley de Hooke es válida casi hasta el límite elástico.

Precisamente la fuerza que aplica un resorte, dentro de su límite elástico, satisface la ley de Hooke, es decir:

$$F = kX, \quad (4.4)$$

donde k es la constante de proporcionalidad, denominada constante de elasticidad del resorte, con unidades en el SI, $[k] = \left[\frac{N}{m} \right]$. Si el resorte es “duro”, k será mayor que para el caso de un resorte “blando”.



De esta forma, el gasto de energía o trabajo mecánico realizado por un agente externo para estirar o comprimir un resorte una distancia X es $W = \frac{1}{2} kX^2$.

Trabajo mecánico y potencia:

El trabajo, tal y como ha sido definido, no hace referencia al tiempo que dura el correspondiente proceso de transferencia de energía de un cuerpo a otro. Para dar idea de la rapidez con la que se realiza el trabajo, se introduce la magnitud potencia mecánica; esta se representa por la letra P y se define como la cantidad de trabajo que puede efectuarse en la unidad de tiempo.

Su expresión matemática viene dada por la ecuación:

$$P = \frac{W}{t}. \quad (4.5)$$

La potencia es, sin duda, la magnitud más importante a la hora de describir el comportamiento mecánico de una máquina. Esta podría efectuar un trabajo considerablemente grande si se le da el tiempo preciso, pero para saber el ritmo al que se efectuaría dicho trabajo es preciso disponer del dato de la potencia.

De acuerdo con su definición, expresada en la ecuación (4.5), la unidad de medida de la potencia en el Sistema Internacional será igual a $\left[\frac{J}{s}\right]$, unidad que se denomina watt $[W]$. Así $1[W]$ es la potencia de un agente externo capaz de realizar un trabajo de $1 [J]$ en $1 [s]$. Algunos de los múltiplos del watt son utilizados con frecuencia, en especial el kilowatt ($1[kW] = 10^3 [W]$) y el Megawatt ($1[MW] = 10^6 [W]$). El caballo de vapor $[cv]$ es una unidad técnica de potencia que, aun cuando no pertenece al SI, es utilizada frecuentemente en la caracterización de los motores de explosión, en la cual $1[cv] = 735 [W]$. Otra unidad es el "caballo de fuerza" ($H.P.$), tal que aproximadamente $1[H.P.] = 746 [W]$.

Trabajo y energía mecánica:

Desde un punto de vista matemático u operacional, el trabajo es el producto de la fuerza por el desplazamiento. Físicamente, el trabajo representa una medida de la energía mecánica transferida de un cuerpo o sistema a otro por la acción de una fuerza. El cambio del estado mecánico de un cuerpo supone, en principio, la aportación de una cierta cantidad de energía procedente del exterior. Pues bien, el trabajo puede considerarse como esa cuota de energía mecánica cedida al cuerpo o tomada de él para modificar su estado. Considerando el proceso como un balance de energía, puede escribirse la siguiente relación:

$$W = \Delta E = E_f - E_i, \quad (4.6)$$

donde E_i representa la energía mecánica inicial del sistema y E_f la energía mecánica final tras la realización del trabajo. Esta relación entre trabajo y energía indica que ambas magnitudes se expresarán en la misma unidad de medida, que es el $[J]$ en el SI.

Si un cuerpo o sistema realiza un trabajo, cederá una cantidad ΔE de energía mecánica y desde su punto de vista el trabajo será negativo, puesto que pierde energía en el proceso. Si el trabajo es

realizado por un agente exterior sobre el cuerpo, éste recibirá una cantidad de energía mecánica ΔE y para él el trabajo será positivo, pues lleva asociado un aumento en su energía mecánica:

Por tanto, si un cuerpo posee energía mecánica puede cederla a otros y realizar un trabajo. Por este motivo, la energía en general y la energía mecánica en particular supone una capacidad real para producir trabajo.

La ecuación (4.6) equivale, de hecho, a una ecuación de conservación de la energía mecánica, pues indica que el trabajo o cuota de energía mecánica que cede o recibe el cuerpo es igual a lo que varían sus reservas de energía mecánica. No hay, pues, ni creación ni destrucción de energía mecánica en el proceso y si el trabajo es nulo la energía mecánica se mantendrá constante.

Sucede, sin embargo, que al actuar las fuerzas de rozamiento la energía mecánica se transforma en energía térmica, y la ecuación (4.6) no puede interpretarse de esta forma tan sencilla. En una primera aproximación cabe, no obstante, ignorar la influencia del rozamiento; en tal caso, todo el trabajo puede considerarse transformado en energía mecánica o viceversa.

Energía potencial:

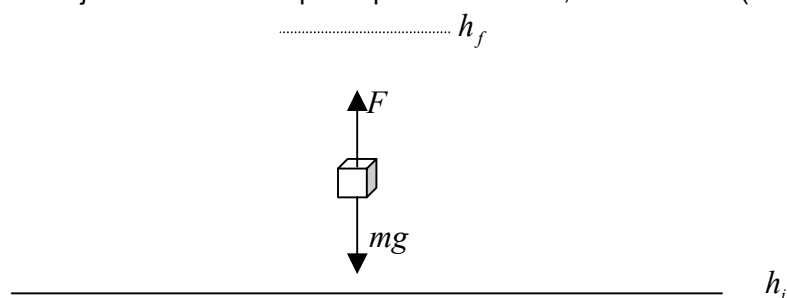
De acuerdo con su definición, la energía mecánica puede presentarse bajo dos formas diferentes según esté asociada a los cambios de posición o a los cambios de velocidad. La forma de energía asociada a los cambios de posición recibe el nombre de energía potencial.

La energía potencial es, por tanto, la energía que posee un cuerpo o sistema en virtud de su posición o de su configuración (conjunto de posiciones). Así, el estado mecánico de una piedra que se eleva a una altura dada no es el mismo que el que tenía a nivel del suelo: ha cambiado su posición. En un resorte que es estirado o comprimido, las distancias relativas entre sus espiras se altera. Su configuración ha cambiado por efecto del estiramiento o compresión. En uno y otro caso el cuerpo adquiere en el estado final una nueva condición que antes no poseía: si se les deja en libertad, la piedra es capaz de romper un vidrio al chocar contra el suelo y el resorte puede poner en movimiento una bola inicialmente en reposo.

En su nuevo estado ambos cuerpos disponen de una capacidad para producir cambios en otros. Han adquirido en el proceso correspondiente una cierta cantidad de energía que puede ser liberada tan pronto como se den las condiciones adecuadas.

Energía potencial gravitatoria:

Para elevar verticalmente un cuerpo de masa m desde una altura h_i hasta una mayor h_f es preciso realizar un trabajo contra la fuerza peso que vendrá dado, de acuerdo a (4.3) y (4.6) por:



$$W = F(h_f - h_i) = mg(h_f - h_i),$$

donde F representa la fuerza, igual y contraria al peso del cuerpo para trasladar la masa m desde la posición inicial h_i hasta la final h_f , con un desplazamiento vertical dado por $h = (h_f - h_i)$.

Si el cuerpo parte del reposo y llega al reposo, la variación entre los estados inicial y final afectará únicamente a la posición y no a la velocidad, por lo que la ecuación (4.5) se podrá escribir referida sólo a energías potenciales gravitatorias (U_g):

$$W = \Delta U_g = U_{g,f} - U_{g,i}.$$

Igualando las dos últimas ecuaciones, se tiene:

$$U_{g,f} - U_{g,i} = mgh_f - mgh_i.$$

Si se toma como origen de alturas la posición $h_i = 0$, y se considera en tal posición la energía potencial de la masa m cero, la ecuación anterior toma la forma:

$$U_g = mgh, \quad (4.7)$$

donde h representa la altura final alcanzada por la masa m . La energía potencial gravitatoria depende, por tanto de la altura medida desde un punto o nivel tomado como referencia.

Energía potencial elástica:

En un resorte que es estirado o comprimido, las distancias entre sus espiras cambia y por tal motivo cambia su configuración. El trabajo realizado por un agente externo para cambiar la configuración de un resorte puede ser escrita en términos de una energía potenciales elástica (U_e).

Considere que se desea estirar o comprimir un resorte de constante elástica k una distancia X , partiendo desde su posición natural, es decir sin estirar o comprimir $X = 0$. El trabajo realizado por el agente externo, de acuerdo al gráfico dado en la ley de Hooke será:

$$W = \frac{1}{2}kX^2 - 0 = U_{e,f} - U_{e,i}.$$

Tomando la energía potencial elástica del resorte como cero en la posición $X = 0$, resulta para la energía potencial elástica la ecuación:

$$U_e = \frac{1}{2}kX^2. \quad (4.8)$$

Conservación de la energía mecánica

Cuando se consideran únicamente transformaciones de tipo mecánico, es decir, cambios de posición y cambios de velocidad, las relaciones entre trabajo y energía se convierten de hecho en ecuaciones de conservación, de modo que si un cuerpo no cede ni toma energía mecánica mediante la realización de trabajo, la suma de la energía cinética y de la energía potencial habrá de mantenerse constante. De esta forma si todas las fuerzas que actúan sobre un sistema son

como las gravitatorias o como las fuerzas elásticas de resortes, ellas producen siempre transferencias de energía, entre energías cinética y potenciales; en montos que son iguales y opuestos. En estas condiciones la energía mecánica del sistema (E), es decir, la suma de todas las energías potenciales y cinética del sistema, es constante en todo instante. Podemos escribir para ese sistema, la ecuación:

$$E = K + U = \text{constante} , \quad (4.9)$$

conocida como la conservación de la energía mecánica.

Las cosas cambian cuando además de las fuerzas mencionadas existen otras como las fuerzas de roce que siempre se oponen a todo desplazamiento y nunca producen un movimiento. Entonces en cada desplazamiento una parte de las energías potenciales y cinética es transformada a forma de calor con lo cual la suma en (4.9) no puede seguir siendo constante. En tal caso se cumple que:

$$E_i = E_f + |Q| ,$$

donde E_i representa la energía mecánica inicial, E_f la final y Q parte de la energía mecánica inicial transformada en calor. Esta última ecuación puede ser escrita como:

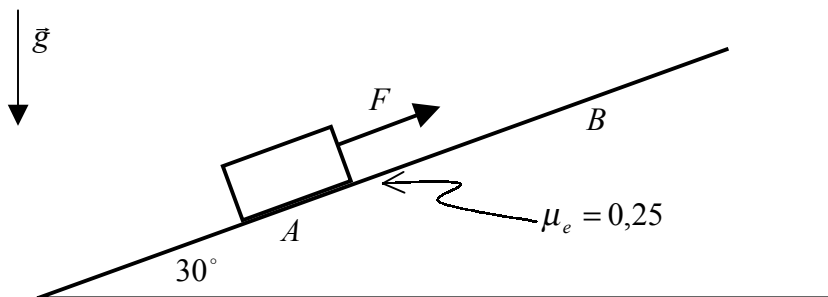
$$Q = W_{\text{roce}} = \Delta E , \quad (4.10)$$

donde, por lo tanto, el trabajo realizado por el roce (que siempre es negativo) es igual a la variación de energía mecánica.

7

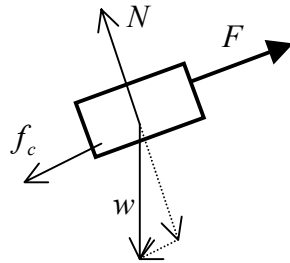
Ejemplos:

1. Se ejerce una fuerza $F = 30[N]$ sobre un bloque de peso $w = 5[N]$ paralelamente al plano inclinado de la figura. El coeficiente de fricción entre el plano y el bloque es 0,25. Considerando el tramo $AB = 4[m]$ $g = 10[m/s^2]$, para tal tramo calcule:
 - a. El trabajo realizado por la reacción normal,
 - b. El trabajo realizado por la fuerza de 30 [N],
 - c. El trabajo realizado por el peso,
 - d. El trabajo realizado por la fuerza de fricción,
 - e. El trabajo neto o total realizado sobre el cuerpo.
 - f. Si el cuerpo parte del reposo en A, determine su rapidez al pasar por el punto B.



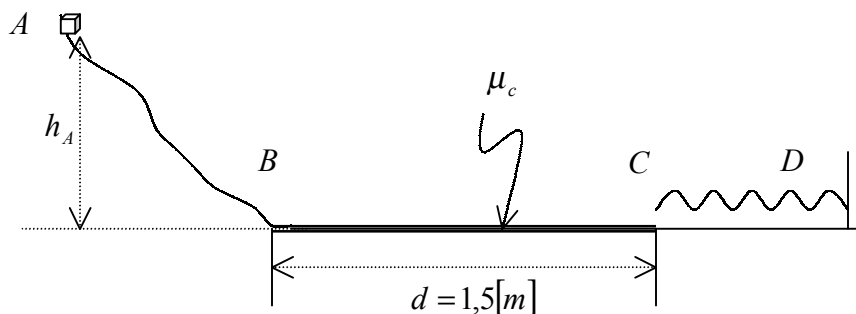
Solución:

D.C.L. Bloque:



- La fuerza normal es \perp al desplazamiento. Por lo tanto $W_N = 0$.
- El trabajo realizado por la fuerza F es: $W_F = F(AB) \cos(0^\circ) = 120[J]$
- Note que solo la componente $w \sin(30^\circ)$ del peso w realiza trabajo, es decir:
 $W_w = w \sin(30^\circ)(AB) \cos(180^\circ) = -10[J]$.
- Como la $f_c = \mu_c N = \mu_c w \cos(30^\circ)$, el trabajo realizado por el roce es: $W_{f_c} = f_c(AB) \cos(180^\circ) = -4,33[J]$.
- Como el trabajo total es el trabajo realizado por todas las fuerzas, $W_{total} = W_N + W_F + W_w + W_{f_c} = 105,67[J]$
- Usando la relación trabajo-energía cinética: $W_{total} = \Delta K = K_B - K_A = K_B = \frac{1}{2} m V_B^2$,
resulta: $V_B = 20,6 \left[\frac{m}{s} \right]$.

- Un cuerpo de $2[kg]$ de masa pasa por el punto A a $20[m/s]$ y sigue la trayectoria curva sin roce que se muestra en la figura. Al llegar a B entra en una superficie horizontal rugosa donde existe un coeficiente de rozamiento cinético igual a 0,2 y finalmente en C impacta a un resorte comprimiéndolo $50[cm]$. Determinar:
 - la rapidez con que pasa el bloque por el punto B,
 - la constante de elasticidad del resorte. Considere $g = 10[m/s^2]$



Solución:

- i. Tramo AB: Puesto que en dicho tramo no hay roce, la energía mecánica se conserva, es decir,

$$K_A + U_A = K_B + U_B.$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mV_B^2 + mgh_B.$$

Escogiendo $h_B = 0$ y reemplazando valores, resulta $V_B = 20,5[m/s]$

- ii. Tramo BC: En este tramo la energía mecánica no se conserva debido a la fuerza de roce que se aplica sobre el bloque. Usando la ecuación (4.2):

$$W_{BC} = K_C - K_B:$$

$$-\mu_c mgd = K_C - K_B.$$

Como el valor de K_B es conocido, la expresión anterior permite encontrar K_C .

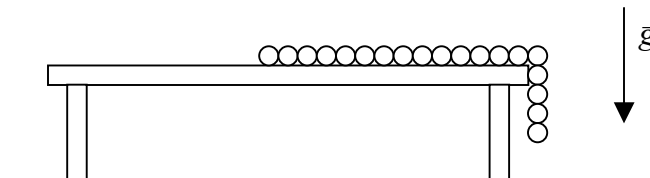
- iii. tramo CD: En dicho tramo también existe rozamiento y la conservación de la energía mecánica no puede ser ocupada. Usando ecuación (4.3), donde el trabajo total es el realizado por la fuerza debida al resorte y la fuerza de fricción:

$$W_{CD} = W_{roce} + W_{resorte} = K_D - K_C = -K_C, \text{ es decir:}$$

$$-\mu_c mgX - \frac{1}{2}kX^2 = -K_C.$$

Note que en esta ultima ecuación el trabajo que realiza el resorte sobre la masa es negativo debido a que la fuerza apunta hacia la izquierda y el desplazamiento X hacia la derecha. Resolviendo y reemplazando valores resulta: $k = 3296 \left[\frac{N}{m} \right]$. Note que este mismo resultado puede ser obtenido usando la ecuación (4.9).

3. Una cadena de largo L y peso w descansa sobre un mesa sin roce con un quinto de su longitud colgando. Determine el trabajo mínimo que se debe realizar para dejarla completamente horizontal sobre la mesa.



Solución:

Note que la fuerza mínima que se debe aplicar a la cadena es tal que su magnitud es igual al peso de la porción de cadena que va quedando colgando cuando esta se sube a la mesa. Usando la ecuación $W_F = \Delta U = U_f - U_i$ y escogiendo energía potencial gravitatoria cero en la superficie de la mesa, resulta:

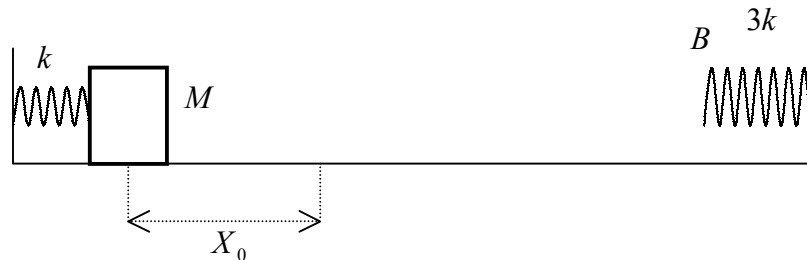
$$W_F = -mgh_i = -\left(\frac{w}{5}\right)\left(\frac{L}{10}\right) = \frac{wL}{50}.$$

4. Del problema anterior, ¿de “cuántos” [H.P.] debe ser el motor para que la cadena suba en t segundos?.

Puesto que $P = W/t$, $P = \frac{wL/50}{t}$. Para w en [N], L en [m] y t en [s], el motor debe tener una potencia de: $P = \frac{wL/50}{746t}$ [H.P.].

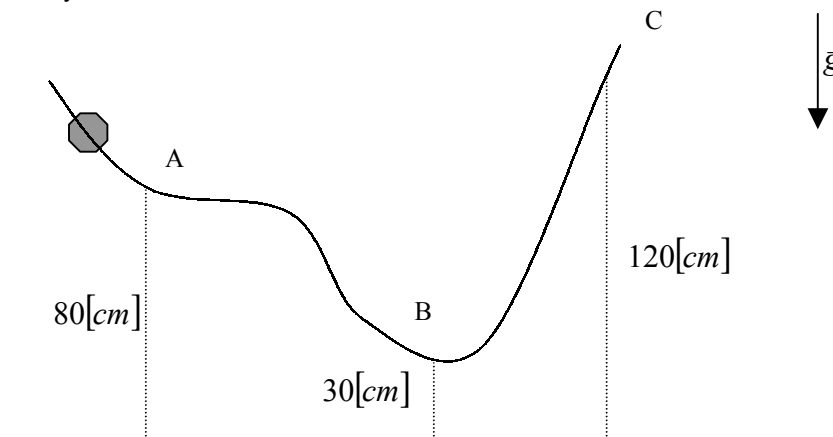
EJERCICIOS

1. Un bloque de masa M comprime un resorte de constante elástica k una distancia X_0 . Si desde esta posición el bloque se suelta y se despegas del resorte, ¿Cuánto se comprimirá el resorte B de constante elástica $3k$.

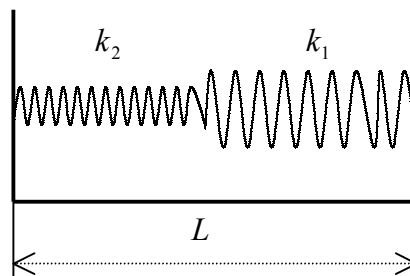


2. Para llenar un tanque hay que levantar el agua hasta una altura de $10[m]$. El tanque es cilíndrico y tiene $2[m]$ de altura y $1[m]$ de radio. La bomba utilizada tiene una potencia de $1[H.P.]$. Calcular el tiempo en que tardará en llenar el tanque.
3. Hallar el trabajo que hay que realizar para aumentar la rapidez de un cuerpo de $2[m/s]$ hasta $10[m/s]$ en un recorrido de $6[m]$. Durante todo el recorrido actúa una fuerza de fricción igual a $2[N]$. La masa del cuerpo es de $0,5[kg]$.
4. Un hombre que va corriendo tiene la mitad de la energía cinética que lleva un niño que tiene la mitad de su masa. El hombre aumenta su rapidez en $1[m/s]$ y entonces tiene la misma energía cinética que el niño. ¿Cuáles las rapidezces iniciales del hombre y del niño?
5. Una bala de $30[gr]$ que lleva inicialmente una velocidad de $500[m/s]$ penetra $12[cm]$ en un bloque de madera. ¿Cuál es la fuerza media que ejerce la madera sobre la bala?, ¿Cuál es la fuerza media que ejerce la bala sobre la madera?
6. La aceleración de gravedad en la superficie de la Luna es aproximadamente igual a $1/6$ de la que existe en la superficie de la Tierra. Se tiene un cuerpo con una masa de $50[kg]$. ¿A cuantos metros sobre la superficie Lunar habría que llevar a este cuerpo para que adquiera una energía potencial gravitatoria equivalente a la que tendría al levantarlo $20[m]$ sobre la superficie terrestre?. Cuando los cuerpos se sueltan y llegan a las respectivas superficies, ¿Llegan estos con las mismas rapidezces?. Justifique.

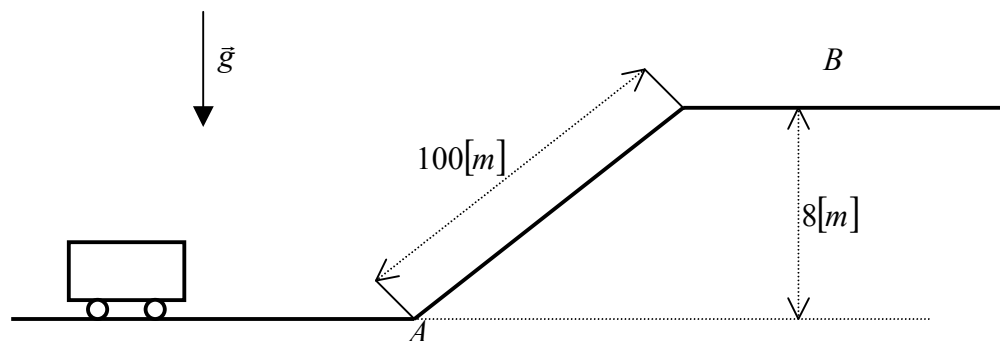
7. Una esfera sólida de masa m se desliza sobre la pista de la figura, con una rapidez de $2[m/s]$ cuando pasa por A. Si el alambre carece de roce, hallar las rapidezces de la esfera cuando pasa por los puntos B y C.



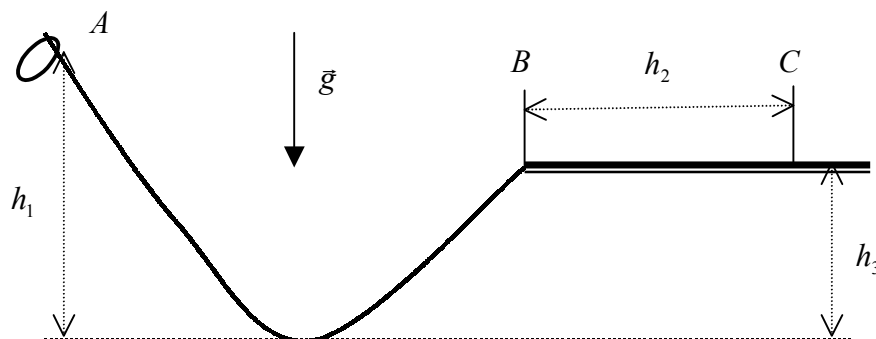
8. Aplicando el teorema trabajo-energía cinética resolver el siguiente problema:
Un cajón cuya masa es de $100[kg]$, se desliza desde una altura de $10[m]$ por una rampa inclinada 30° respecto a un plano horizontal. El cajón parte con una velocidad inicial de magnitud $3[m/s]$. El coeficiente de roce cinético entre el cajón y la rampa y entre el cajón y el piso es $0,25$. Hallar:
- La magnitud de la velocidad que el cajón adquiere en la base de la rampa.
 - La magnitud de la aceleración del cajón mientras desciende por la rampa.
 - La distancia que desliza a lo largo del suelo hasta detenerse.
 - La magnitud de la aceleración del cajón a lo largo de la superficie horizontal.
9. El sistema mostrado en la figura se encuentra en reposo, y está conformado por dos resortes de constante elástica k_1 y k_2 , de modo que $k_1 = 3k_2$. Si cada resorte tiene un largo natural L , calcule la energía almacenada en el sistema.



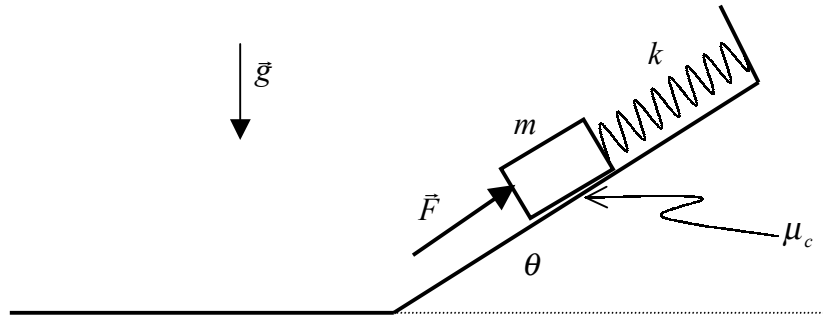
10. Un camión se mueve sobre una carretera horizontal con una rapidez de $40[km/hr]$. En el extremo posterior de su plataforma, la cual es rugosa y de longitud $8[m]$, se encuentra un bulto de masa $300[kg]$. Si el camión frena "en seco", determine a que distancia queda el bulto del extremo anterior de la plataforma. El coeficiente de roce cinético entre el bulto y la plataforma es $0,8$.
11. El carro de $2[kg]$ de la figura pasa por A con una rapidez de $10[m/s]$, cuando empieza a subir la pendiente. Cuando pasa por B su rapidez es de $2,5[m/s]$.
- ¿De qué magnitud es la fuerza de roce que retarda su movimiento?
 - Considerando la misma fuerza de roce, ¿a qué distancia más allá de B llegará el carro, antes de detenerse?



12. Una pequeña argolla, de masa $m = 1[kg]$ está obligada a moverse por un alambre cuya forma se muestra en la figura. El tramo BC es horizontal y con roce. Si en A es dejada caer libremente, determine el coeficiente de fricción μ_c entre la argolla y el alambre en el tramo BC, tal que en C la argolla se detenga. $h_1 = 10[m]$, $h_2 = 8[m]$, $h_3 = 5[m]$



13. En el sistema mostrado, el cuerpo de masa m está inicialmente en reposo junto al resorte de masa despreciable y constante elástica k , que se encuentra en su longitud natural. ¿Qué trabajo debe realizar la fuerza \vec{F} (paralela al plano inclinado) para que el resorte se comprima una distancia d y m quede en reposo?.



14. Una partícula de masa $2[kg]$ posee una rapidez de $12[m/s]$ al pasar por la posición A mostrada en la figura. Si en el tramo BC se disipa un 20% de la energía cinética inicial por efecto del roce, determine la rapidez de la partícula al pasar por la posición D. En los tramos Ab y CD no hay roce.

