

6 MECANICA DE FLUIDOS

6.1 Estática de fluidos:

La materia fundamentalmente se divide en sólidos y fluidos, y esta última en gases y líquidos.

Un fluido es parte de un estado de la materia la cual no tiene un volumen definido, sino que adapta la forma del recipiente que lo contiene a diferencia de los sólidos, los cuales tienen forma y volumen definido. Los fluidos tienen la capacidad de fluir, es decir, puede ser trasvasada de un recipiente a otro. Dentro de la clasificación de fluidos, los líquidos y gases presentan propiedades diferentes. Ambos tipos de fluidos, tienen la propiedad de no tener forma propia y que estos fluyen al aplicarles fuerzas externas. La diferencia está en la llamada compresibilidad. Para el caso de los gases estos pueden ser comprimidos reduciendo su volumen. Por lo tanto:

- Los gases son compresibles,
- Los líquidos son prácticamente incompresibles.

Otra característica entre los sólidos y los fluidos es que los primeros se resisten a los agentes externos a cambiar su forma, en cambio los fluidos prácticamente no se resisten a dichos agentes. Las fuerzas sobre los fluidos se dividen en internas y externas. Las primeras son fuerzas relacionadas con la presión, que son una consecuencia natural de la fluidez, o sea de la propiedad que tienen los fluidos a ponerse en movimiento bajo la acción de cualquier fuerza. Dentro de las fuerzas internas también están las debidas a la viscosidad, o sea la resistencia que presentan los fluidos a ponerse en movimiento provocado por la fricción que hay entre las diferentes capas de fluido. Los llamados fluidos ideales presentan una viscosidad despreciable a diferencia de los viscosos, los cuales presentan una viscosidad no nula. En la segunda categoría de las fuerzas, las llamadas externas, son fuerzas que al igual que en los sólidos actúan sobre el volumen. De ellas, la más común e importante es el peso del fluido.

LA ESTATICA DE FLUIDOS

La estática de fluidos estudia el equilibrio de gases y líquidos, es decir, fluidos en reposo. A partir de los conceptos físicos tales como densidad, presión y altura, se obtiene una ecuación fundamental de la hidrostática, de la cual el principio de Pascal y el de Arquímedes pueden considerarse como consecuencias. El hecho de que los gases, a diferencia de los líquidos, puedan comprimirse hace que el estudio de ambos tipos de fluidos tengan algunas características diferentes. En la atmósfera se dan los fenómenos de presión y de empuje que pueden ser estudiados por separado usando los principios de los gases en reposo.

El estudio de los fluidos en equilibrio constituye el objeto de la estática de fluidos, una parte de la física que comprende la hidrostática o estudio de los líquidos en equilibrio, y la aerostática o estudio de los gases en equilibrio y en particular del aire.

Cantidades Físicas:

Densidad:

La materia, en general, difiere en su masa y volumen. Estas dos cantidades varían de un cuerpo a otro, de modo que si consideramos cuerpos de la misma naturaleza, cuanto mayor es el volumen, mayor es la masa del cuerpo considerado. No obstante, existe algo característico del tipo de materia que compone al cuerpo en cuestión y que explica el porqué dos cuerpos de sustancias diferentes que ocupan el mismo volumen no tienen la misma masa o viceversa.

Aun cuando para cualquier sustancia la masa y el volumen son directamente proporcional, la relación de proporcionalidad es diferente para cada sustancia. Esta constante de proporcionalidad

se representa por la letra griega ρ y se define como el cociente entre su masa m y volumen V , es decir:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (6.1)$$

La densidad ρ de una sustancia dada representa la masa que le corresponde a un volumen unidad de dicha sustancia. Su unidad en el SI es el $[kg/m^3]$. A diferencia de la masa o el volumen, que dependen de cada objeto, su cociente depende solamente del tipo de material de que está constituido y no de la forma ni del tamaño de aquél. Se dice por ello que la densidad es una propiedad o atributo característico de cada sustancia. En los sólidos la densidad es aproximadamente constante, pero en los líquidos, y particularmente en los gases, varía con las condiciones de medida. Así en el caso de los líquidos se suele especificar la temperatura a la que se refiere el valor dado para la densidad y en el caso de los gases se ha de indicar, junto con dicho valor, la presión.

Por ejemplo, la densidad del agua a $4^\circ[C]$ es $\rho_{agua} = 1[gr/cm^3] = 1000[kg/m^3]$. La densidad del mercurio a temperatura ambiente es $\rho_{mercurio} = 13,6[gr/cm^3]$. Decimos que el mercurio es 13,6 veces más denso que el agua.

Densidad y peso específico:

Para referirse al peso de un cuerpo o sustancia por unidad de volumen, es decir, la fuerza con que la Tierra atrae a un volumen unidad, se introduce el concepto de peso específico γ el cual se define como el cociente entre el peso w y su volumen V , es decir:

$$\gamma = \frac{w}{V}.$$

La relación entre peso específico y densidad es la misma que la existente entre peso y masa. Reemplazando $w = m \cdot g$:

$$\gamma = \frac{w}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \left(\frac{m}{V} \right) \cdot g = \rho \cdot g, \quad (6.2)$$

siendo la unidad en el SI el $[N/m^3]$.

Densidad relativa:

La densidad relativa ρ_r de una sustancia es el cociente entre su densidad ρ y la densidad de otra sustancia ρ' , tomada como referencia y denominada patrón, es decir:

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho'}, \quad (6.3)$$

siendo esta una cantidad adimensional. Para sustancias líquidas se suele tomar como sustancia patrón el agua a $4^\circ[C]$. Para los gases, la sustancia de referencia la constituye con frecuencia el aire que a la temperatura de $0^\circ[C]$ y presión de 1 atmósfera, tiene una densidad de $1,293[kg/m^3]$.

Presión:

Al aplicar una fuerza sobre un cuerpo deformable, los efectos que provoca dependen no sólo de su intensidad, sino también de cómo esté repartida sobre la superficie del cuerpo. Así, un golpe de martillo sobre un clavo bien afilado hace que penetre más en la pared de lo que lo haría otro clavo sin punta que recibiera el mismo impacto. Un individuo situado de puntillas sobre una capa de nieve blanda se hunde, en tanto que otro de igual peso que calce raquetas, al repartir la fuerza sobre una mayor superficie, puede caminar sin dificultad.

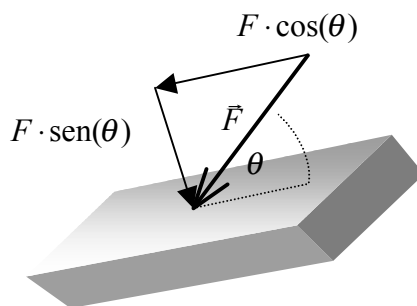
El cociente entre la intensidad F de la fuerza aplicada perpendicularmente sobre una superficie dada y el área S de dicha superficie se denomina el escalar presión:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (6.4)$$

La presión representa la intensidad de la fuerza que se ejerce sobre cada unidad de área de la superficie considerada. Cuanto mayor sea la fuerza que actúa sobre una superficie dada, mayor será la presión, y cuanto menor sea la superficie para una fuerza dada, mayor será entonces la presión resultante.

Si la fuerza no es normal a la superficie sobre la cual actúa, es decir, forma un ángulo θ con aquella, entonces se considera la componente \perp es decir, $F \cdot \sin(\theta)$ y la presión es entonces:

$$p = \frac{F \cdot \sin(\theta)}{S}.$$



Note que la componente $F \cdot \cos(\theta)$ tiende a producir una traslación o movimiento entre las distintas capas de fluido.

Unidades de presión:

En el SI la unidad de presión es el Pascal, se representa por $[Pa]$ y se define como la presión correspondiente a una fuerza de 1 $[N]$ actuando perpendicularmente sobre una superficie plana de un metro cuadrado. Por lo tanto, $1[Pa] = 1[N/m^2]$.

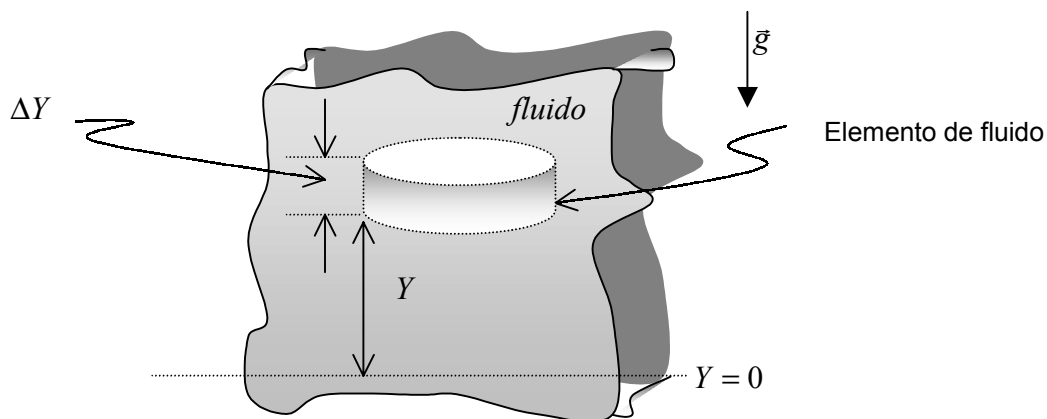
Existen otras unidades de presión que sin corresponder a ningún sistema de unidades en particular han sido consagradas por el uso y se siguen usando en la actualidad junto con el Pascal. Entre ellas se encuentran la atmósfera y el bar.

La atmósfera $[atm]$, por lo que se verá a continuación, se define como la presión que a $0^\circ [C]$ ejercería el peso de una columna de mercurio de $0,76[m]$ de altura y $1[cm^2]$ de sección transversal sobre su base.

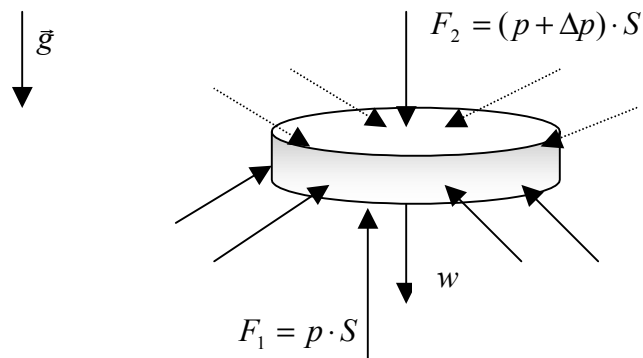
El bar corresponde a un múltiplo del Pascal y equivale a $10^5 [Pa]$. Por otro lado, por ejemplo en meteorología se emplea con frecuencia el milibar ($[mbar]$) donde $1[mbar] = 100[Pa]$.

Variación de la presión con la altura en un fluido en reposo:

Si un fluido está en equilibrio, todas las partes del fluido están en equilibrio. Considere un pequeño elemento de fluido sumergido dentro de la masa del fluido. Suponga, por comodidad, que dicho elemento tiene la forma de un disco delgado de volumen V , altura ΔY , área basal S y que se encuentra a una altura Y sobre algún nivel de referencia.



Considere que la presión a la altura de la tapa inferior del elemento es $p_1 = p$ y en la superior $p_2 = p + \Delta p$. Dibujando el diagrama de cuerpo libre del elemento, las fuerzas aplicadas a este son las originada por la presión del fluido circundante sobre el elemento (perpendicular a este), aplicadas en el manto de este y en tapa superior e inferior, y su respectivo peso.



La fuerza resultante horizontal es cero, porque el elemento no tiene aceleración horizontal. Las fuerzas horizontales se deben solamente a la presión del fluido, y por simetría la presión debe ser la misma en todos los puntos en un plano horizontal a una altura dada.

El elemento de fluido tampoco tiene aceleración vertical, de modo que la fuerza vertical resultante sobre él debe ser cero, es decir:

$$\sum F_{\text{verticales}} : p \cdot S - (p + \Delta p) \cdot S - w = 0.$$

Como el peso del elemento es $w = m \cdot g = (\rho \cdot V) \cdot g = (\rho \cdot S \cdot \Delta Y) \cdot g$, reemplazando en la ecuación anterior, encontramos:

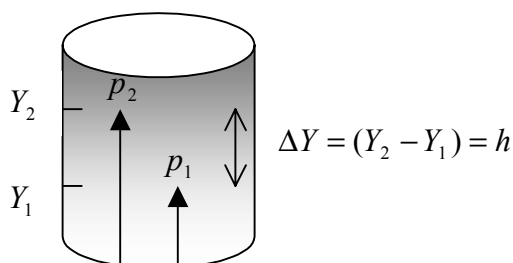
$$\Delta p = -\rho \cdot g \cdot \Delta Y.$$

Considerando que $\Delta p = p_2 - p_1$, $\Delta Y = Y_2 - Y_1$, la expresión anterior puede ser escrita como:

$$p_2 - p_1 = -\rho \cdot g \cdot (Y_2 - Y_1), \text{ es decir:}$$

$$p_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot (Y_2 - Y_1) = p_2 + \gamma \cdot h, \quad (6.5)$$

donde leemos esta ecuación como “la presión abajo es igual a la presión arriba mas el peso específico del fluido por la altura”.



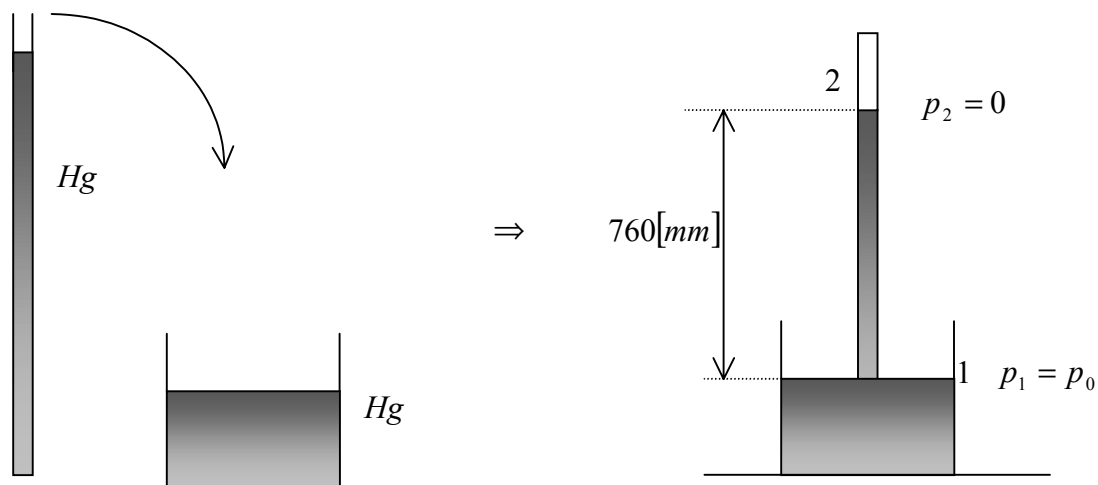
La ecuación (6.5) indica que para un fluido de densidad ρ , en reposo y para una presión exterior constante la presión en el interior depende únicamente de la altura. Por tanto, todos los puntos del fluido que se encuentren al mismo nivel soportan igual presión. Ello implica que ni la forma de un recipiente ni la cantidad de líquido que contiene influyen en la presión que se ejerce sobre su fondo, tan sólo la altura de líquido. Esto es lo que se conoce como paradoja hidrostática, cuya explicación se deduce a modo de consecuencia de la ecuación (6.5).

Para los gases, la densidad es relativamente pequeña y la diferencia de presión entre dos puntos es insignificante. Así pues, si un recipiente contiene gas, la presión se puede tomar prácticamente igual en todos sus puntos. Sin embargo, no puede considerarse así si h es muy grande. De hecho, la presión del aire varía considerablemente conforme subimos a grandes alturas o descendemos a grandes profundidades.

La presión atmosférica:

Evangelista Torricelli (1608-1647) ideó un método para medir la presión atmosférica al inventar el barómetro de mercurio en 1643. El barómetro de mercurio es un tubo largo de vidrio que se ha llenado con mercurio y después se ha invertido en un recipiente con mercurio, como muestra la figura. El espacio sobre la columna de mercurio contiene vapor de mercurio cuya presión es tan

pequeña a las temperaturas ordinarias que puede despreciarse. En el experimento se encuentra que al nivel del mar y a $0^\circ [C]$, la diferencia de alturas entre los puntos 1 y 2 es de $76[cm]$.



De este modo, usando la ecuación (6.5) entre los niveles dichos niveles, donde la presión en 1 corresponde a la atmosférica, designada como p_0 con el valor de 1 atmósfera equivalente a la presión que ejerce toda la columna de aire encima de dicho nivel, y en 2 la presión del vapor de mercurio, prácticamente nula, encontramos:

$$p_0 = 0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h.$$

Reemplazando los valores numéricos para la densidad del mercurio, aceleración de gravedad y altura resulta:

$$p_0 = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,76 = 1,013 \cdot 10^5 [Pa]$$

De esta forma se llega a la equivalencia de presiones:

$$1[atm] = 1,013 \cdot 10^5 [Pa] = 760[mmdeHg] = 1013[mbar] = 14,7 \left[\frac{lb}{pul^2} \right]. \quad (6.6)$$

Observación:

Note el porqué se usó mercurio en vez de, por ejemplo, agua. Como la densidad del mercurio es 13,6 veces la del agua, al usar agua la altura de $0,76 [m]$ se incrementará en el factor 13,6, es decir, la altura de la columna sería de aproximadamente $10[m]$. De esta forma anotaríamos para la presión atmosférica: ¡ $1[atm] \approx 10[mdeH_2O]$!

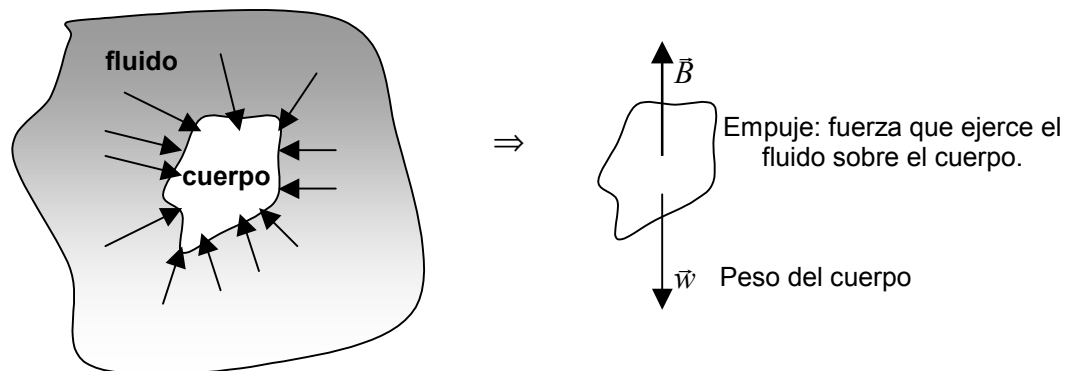
El principio de Pascal y Arquímedes:

A partir de la observación y experimentación, el físico francés Blaise Pascal (1623-1662) enunció un principio, denominado principio de Pascal el cual se expresa ordinariamente como:

“la presión aplicada a un fluido confinado se transmite con el mismo valor a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene”

Este resultado es una consecuencia necesaria de las leyes de la mecánica de fluidos, más bien que un principio independiente. El principio de Pascal puede ser interpretado como una consecuencia de la ecuación (6.5) y del carácter incompresible de los líquidos. En esta clase de fluidos la densidad ρ o peso específico γ es constante, de modo que de acuerdo con la ecuación $p_1 = p_2 + \gamma \cdot h$ si se aumenta la presión en el nivel (2), la presión al nivel (1) ha de aumentar en la misma proporción.

El principio de Arquímedes es también una consecuencia necesaria de las leyes de la estática de fluidos. Cuando un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido en reposo, el fluido ejerce una presión sobre todas las partes de la superficie del cuerpo que está en el fluido. Como de ecuación (6.5) la presión es mayor en las partes sumergidas más profundamente, la resultante de las fuerzas de presión ejercidas por el fluido sobre el cuerpo es una fuerza vertical hacia arriba denominada empuje \vec{B} . Arquímedes, por medio de la denominada balanza hidrostática determinó que *la magnitud del empuje es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo*.



Aplicaciones del principio de Pascal:

La prensa hidráulica:

Constituye la aplicación fundamental del principio de Pascal y también un dispositivo que permite entender mejor su significado. Consiste, en esencia, en dos cilindros de diferente sección transversal s y S , comunicados entre sí y cuyo interior está completamente lleno de un líquido que puede ser agua o aceite. Dos émbolos de secciones diferentes se ajustan, respectivamente, en cada uno de los dos cilindros, de modo que estén en contacto con el líquido. Cuando sobre el émbolo de menor sección s se ejerce una fuerza \vec{f} la presión p_A que se origina en el líquido en contacto con él se transmite íntegramente y de forma instantánea a todo el resto del líquido; por tanto, será igual a la presión p_B que ejerce el líquido sobre el émbolo de mayor sección S , es decir:

$$p_A = p_B,$$

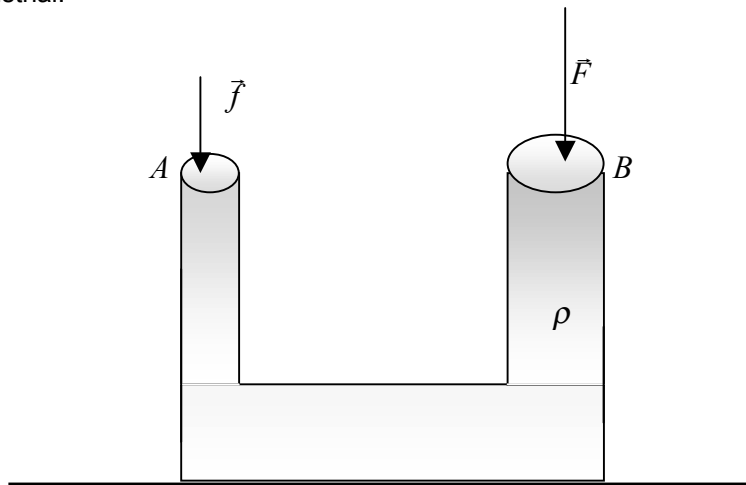
y por tanto:

$$\frac{f}{s} = \frac{F}{S}. \quad (6.7)$$

De esta forma: $F = \left(\frac{S}{s}\right) \cdot f$. Así si el cociente (S/s) es mayor que la unidad, digamos igual a n ,

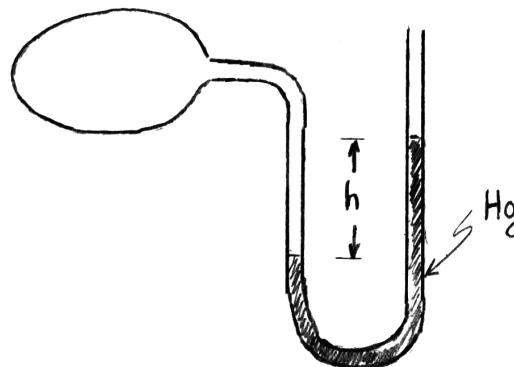
la fuerza f aplicada en el émbolo pequeño se ve incrementada en n veces en el émbolo mayor.

La prensa hidráulica es una máquina simple, que permite amplificar la intensidad de las fuerzas y constituye el fundamento de elevadores, prensas, frenos y muchos otros dispositivos hidráulicos de maquinaria industrial.



El manómetro:

El manómetro de aire libre es un aparato que sirve para medir presión. Consiste en un tubo en forma de U que contiene un líquido, comúnmente mercurio, con un extremo abierto a la atmósfera y el otro conectado al sistema o bulbo cuya presión p se desea medir.



Usando la ecuación (6.5), donde la diferencia de alturas entre las ramas izquierda y derecha del manómetro es h , encontramos:

$$p - p_0 = \rho \cdot g \cdot h.$$

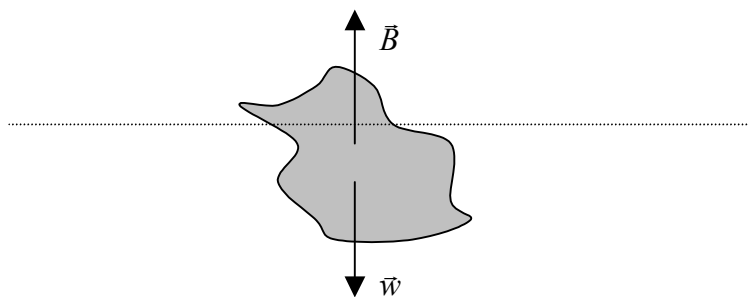
La cantidad P que es la presión contenida dentro del recipiente se denomina absoluta, y $P - P_0$, es decir, la diferencia entre la presión absoluta y la atmosférica, se denomina la presión manométrica.

Ejemplos:

1. ¿Qué fracción del volumen total de un iceberg queda fuera del agua?. La densidad del hielo es $\rho_h = 0,92 [gr/cm^3]$ y la del agua de mar $\rho_{agua,mar} = 1,03 [gr/cm^3]$

Solución:

Como el iceberg está en equilibrio, el peso de este será igual al empuje. Sea V el volumen del iceberg, V_S la porción del volumen V sumergido y V_A la porción que queda sobre la superficie del agua.



Como $w = m \cdot g = \rho_h \cdot V \cdot g$ y $B = m_S \cdot g = \rho_{agua,mar} \cdot V_S \cdot g$, se tiene:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 : w - B = 0, \\ \rho_h \cdot V \cdot g - \rho_{agua,mar} \cdot V_S \cdot g &= 0. \end{aligned}$$

Resolviendo:

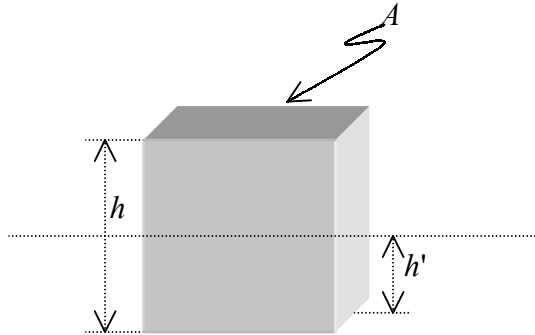
$$\frac{V_S}{V} = \frac{\rho_h}{\rho_{agua,mar}} = \frac{0,92}{1,03} = 0,893.$$

Por lo tanto el volumen sumergido corresponde al 89,3% del volumen total V y sólo el 10,7% del volumen total está bajo sobre el agua.

2. La línea de separación entre la parte hundida y la emergente recibe el nombre de línea de flotación. Calado es la profundidad a la que se sumerge un buque. Determine las condiciones para que exista flotación.

Solución:

Considerando un cuerpo de densidad ρ con forma de paralelepípedo, de área basal A y altura h , sumergido parcialmente en un líquido de densidad ρ' cuyo calado es h' , por estar este en equilibrio también la sumatoria de fuerzas verticales es cero.



$$\sum F_y : B - w = 0,$$

$$\rho \cdot A \cdot h \cdot g = \rho' \cdot A \cdot h' \cdot g = 0, \text{ es decir:}$$

$$h' = \left(\frac{\rho}{\rho'} \right) \cdot h.$$

Por lo tanto para que h' sea menor que h , debe cumplirse que $\rho < \rho'$, es decir, la densidad del cuerpo debe ser menor que la densidad del líquido. A pesar que este resultado ha sido deducido para un caso particular de un cuerpo en forma de paralelepípedo, tal resultado es general independiente de la geometría del cuerpo. Para que exista flotación, la densidad del objeto debe ser menor que la del líquido. Para el caso particular en que estas densidades son iguales, se dice que el cuerpo está a "medias aguas". Si la densidad del cuerpo es mayor que la del líquido, el cuerpo se hunde.

3. Dos émbolos cuyas áreas de la sección transversal son circulares de diámetros $d = 2[cm]$ y $D = 8[cm]$ se usan en la prensa hidráulica para aplicar una fuerza f y F . ¿Qué peso sobre el émbolo pequeño sostendrá un automóvil de $800[kg]$?

Solución:

Usando la ecuación (6.7), $f = \left(\frac{s}{S} \right) \cdot F$;

$$f = \left(\frac{\pi \cdot d^2 / 4}{\pi \cdot D^2 / 4} \right) \cdot F = \left(\frac{d}{D} \right)^2 \cdot F = \left(\frac{1}{4} \right)^2 \cdot m \cdot g = \frac{1}{16} \cdot 800 \cdot 9,8 = 490[N]$$