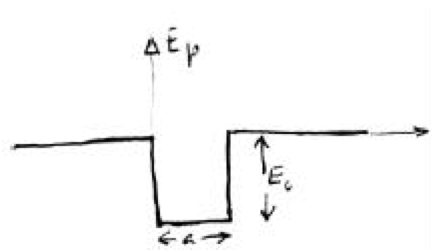
<u>Mecánica Cuántica</u>

1. Un electrón está confinado en una caja unidimensional de ancho a = 1,00 nm. ¿Cuál es la probabilidad que el electrón esté entre x=0 y x=0,25 nm?

2. La función de onda para el primer estado excitado del oscilador armónico unidimensional es:
   $\Phi_1 = Axe^{-\alpha x^2}$. a) Calcule A. b) ¿Cuál es la probabilidad que el oscilador armónico esté entre 0 y $\alpha^{-1/2}$ del origen?

3. Un electrón se mueve a velocidad 0,001c dentro de una caja unidimensional de 9.7 nm. ¿Qué número cuántico tiene dicho electrón?

4. Un haz de electrones incide sobre el pozo invertido de la figura.
   a) Escriba la Ec de Schrödinger para $x<0$, $0<x<a$; $x>a$.
   b) Resuelva las ecuaciones que obtuvo en a).
   c) Use las condiciones de contorno para relacionar las constantes que aparecen en b). (No es necesario resolver esas relaciones).



5. Enumere todos los estados que corresponden a la situación con n=4, en hidrógeno atómico, incluyendo el espín. ¿Cuál es la degeneración que corresponde a este nivel de energía?

6. ¿Cuál es la diferencia en energía entre los estados con m_l= 0 y m_l=+1 para un átomo de H descrito por la sigla 2p (n=2; l=1), si está en un campo magnético de 2,0 T?

7. Demuestre que el radio medio de la órbita del electrón en el estado 1s es αa (a= radio de Bohr y α es un número que Ud. debe determinar). Use $\Phi_{100} = \frac{2}{\sqrt{4pa^3}} e^{-r/a}$.

8. La fuerza que actúa sobre un dipolo magnético está dada por $\mu_z = dB_z/dz$. Considere un experimento, tipo Stern-Gerlach, en que un haz de átomos salen de un horno a 1000K para enfrentar un gradiente de campo magnético de 10 T/m. El largo de la región en que hay campo magnético es 1,00 m y que luego el átomo recorre 1,00 m hasta llegar a la pantalla. Calcule la separación entre las manchas en la pantalla, si los átomos están en el estado 1s. (Use $v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$).

9. Un electrón está confinado en un pozo infinito unidimensional de 1,0 nm. Calcule las energías del estado fundamental y de los primeros dos estados excitados.

10. Un láser de rubí puede modelarse como una “partícula en una caja” (en 1D). Si emite luz de 694.3 nm debido a una transición desde n=2 a n=1, encuentre el ancho de la caja.

11. Un átomo hidrogenoide está descrito en su estado fundamental por la función de onda: $\Phi = \frac{2}{\sqrt{4pa^3}} e^{-r/a}$ (a= radio de Bohr). ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el electrón a una distancia mayor que a del centro?

12. ¿Cuál es la energía que corresponde al estado descrito por la función de onda para el oscilador armónico unidimensional:

$\Phi_n = A(2axx^2 - 1)e^{-ax^2/2}$, donde A=cte. y $\alpha = \sqrt{\frac{mk}{\hbar^2}}$. ?

13. En el H una cierta transición da origen a un fotón de longitud de onda λ_0. Si lo colocamos en un campo magnético B (sin considerar en espín) aparecen nuevas líneas separadas de la primera por: $\Delta l = a \frac{l_0{}^2 m_B B}{hc}$, aproximadamente. Demuestre esta ecuación y encuentre el valor numérico de α.

14. Considere un objeto de 1,0 mg, confinado a moverse entre dos paredes rígidas separadas 1,0 cm. Calcule la mínima energía cinética de este objeto y su mínima velocidad.

15. La parte radial de la ecuación de Schrödinger para el átomo de H es: $\frac{-\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Phi}{dr}\right) - \frac{ke^2}{r}\Phi = E\Phi$. Demuestre que una solución es $Ce^{-\frac{r}{a}}$. Encuentre a.

16. Suponga que un cierto instante, la función de onda de una partícula está descrita por: $\Phi = \sqrt{b}e^{-b|x|}$.
a) Verifique que esta función está normalizada. b) Estime la incerteza en la posición (Δx) para una partícula descrita por esta función.

17. Un protón o un neutrón en el núcleo puede considerarse como una partícula en una caja. ¿Cuál sería la energía entregada por el núcleo cuando el protón hace una transición desde el primer estado excitado al estado fundamental en una caja de tamaño nuclear L= $1,0 \times 10^{-14}$ m.

18. Las vibraciones de una molécula de H_2, son matemáticamente equivalentes a las vibraciones de un oscilador armónico simple con k= $1,13\times10^3$ N/m y m=$1,67\times10^{-27}$ Kg.¿Cuál es la longitud de onda y la energía de los fotones emitidos cuando la molécula hace una transición entre un estado y aquel que está inmediatamente inferior al inicial?

19. Calcule el valor medio del radio de la “órbita” para en átomo de H, descrito por la función de onda del problema 11

20. a)Demuestre que la función de onda del problema 11 es una solución de la ecuación de Schrödinger. b) Calcule la probabilidad que el electrón esté a una distancia menor que el radio de Bohr.

21. Un muestra con átomos de H se coloca en un campo magnético de 3.0 T . Si tener en cuenta el espín, encuentre las longitudes de onda asociadas a las transiciones $3s \rightarrow 2p$.

22. En un experimento de Stern y Gerlach, átomos no relativistas de energía cinética E_k se lanzan a través de un campo magnético no uniforme con un gradiente dB/dz en dirección perpendicular a la trayectoria inicial de los átomos de Ag. Si los átomos recorren una distancia L a través del campo magnético, demuestre que el haz se abre una distancia: $X = \frac{m_B L^2}{4E_k}\frac{dB}{dz}$, donde μ_B es el magnetón de Bohr.

23. La energía de un electrón en el átomo de H es -0.850 eV, la magnitud de su momentum angular es 3.64×10^{-34}Js y la componente Z del momentum angular es 2.10×10^{-34} Js. ¿Cuáles son los números cuánticos “n”, “l” y “m_l”?

24. Suponga que en un cierto instante la función de onda de una partícula es:
$\Phi(x) = C \exp(- b|x|)$, $-\infty < x < \infty$. (b es una constante conocida). a) Calcule C. b)Estime la incerteza en la posición de esta partícula.

25. Usando la función de onda del problema 11, calcule la probabilidad de localizar el electrón entre $a_0/2$ y $3a_0/2$ (a_0 es el radio de Bohr).

26. Demuestre que la función $\Phi(x)=B \exp\{ -(m\omega/2\hbar)x^2\}$ es solución de la ecuación de Schrödinger correspondiente al oscilador armónico unidimensional con n=?

27. Considere un haz de partículas incidiendo (desde la izquierda) sobre un potencial escalón: $E_p(x)= 0$, $x<0$; $E_p(x)=E_0$, $x>0$. La energía de las partículas incidentes es $E>E_0$. Clásicamente todas las partículas se transmiten. Demuestre que, cuánticamente, hay partículas reflejadas.

28. Un átomo de H está en el estado n=6. El átomo emite un fotón de 1090 nm. Determine la máxima magnitud del momentum angular (orbital) del electrón después de la emisión (no considere el efecto del espin).

29. Un electrón está confinado en una caja unidimensional. El sistema está en su estado fundamental y pasa al primer estado excitado al absorber un fotón de 1.0 eV, ¿cuál es el largo de la caja?

30. a) Encuentre la función de onda de una partícula en una caja unidimensional (de paredes infinitas) de largo "a".
b) A partir del resultado anterior calcule la probabilidad que una partícula en dicho pozo esté entre $x=a/3$ y $x=a/2$ si el sistema está en su estado fundamental.

31. En el experimento original de Stern y Gerlach, el imán tiene in gradiente de 1,40 x 10^3 T/m en la dirección Z. El largo del haz en el imán es 3,5 cm y la placa detectora se coloca inmediatamente detrás del imán. El horno de donde salen los átomos de Ag (en el estado 1s) está a 3600K. la distancia entre las dos rayas observadas en la placa es 0,16mm. Con estos datos calcule el momento magnético del átomo de plata (use $v=\sqrt{\frac{2kT}{m}}$, k= 1,38 x 10^{-23} J/K).

32. Radiotelescopios apuntando al cielo detectan omnidireccionalmente un ruido de fondo de λ=21cm. Para explicar este fonómeno se plantea el siguiente modelo: En el universo hay H atómico que está en su estado fundamental. Este estado fundamental tiene degeneración que proviene de lo siguiente: el campo magnético creado por el momento magnético del protón, actúa sobre el electrón. Las transiciones entre estos estados serían las responsables del fotón de 21cm. Con este modelo, calcule la distancia entre el protón y el electrón. El campo magnético de un dipolo magnético m**,** a una distancia "r" del eje del dipolo es $\boldsymbol{B}= -(m_o/4p)(m/r^3);$ el momento magnético del electrón es $m_B= 9{,}27 \times 10^{-24}\ J/T$ y el del protón es $1.52 \times 10^{-3} m_{B.}$

33. La función de onda del estado fundamental de H está dada en el problema 11. Calcule el valor medio de la energía potencial y el valor medio de la energía cinética para dicho estado.

34. Clásicamente la ecuación del movimiento de un oscilador armónico en un campo gravitatorio está dada por: $m(d^2z/dt^2)=-kz+mg$. Escriba la ecuación de Scrödinger correspondiente a este sistema.

35. La función de onda normalizada para el estado fundamental del oscilador armónico unidimensional es:
$f_o(x)=\left(\frac{mw}{p\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{mwx^2}{2\hbar}}$; con ω^2=k/m.
Usando $(\Delta x)^2=\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2$, calcule $\Delta x \Delta p_x$=? (debe ser algo cercano a "h").

36. Clásicamente una partícula confinada en un pozo de paredes infinitas rebota indefinidamente entre dichas paredes. Por lo tanto la probabilidad (clásica) de encontrar la partícula en un intervalo "a", es a/L (a<L; L: largo de la caja). Demuestre que la solución cuántica conduce al mismo resultado en el límite n$\rightarrow$ 8.

37. Explique porqué el H (1 electrón) y el He (2 electrones) tienen tan diferentes propiedades químicas.

38. Demuestre que mediante institución directa en la ecuación de Schrödinger que la función:

$f = C\left(a x^2 - 1/4\right) e^{-a x^2}$, con $a = \dfrac{mw}{2\hbar}$, y C=cte

es una solución del oscilador armónico ¿cuál es su energía?

39. Un átomo de H está en un estado excitado n=5

a) ¿cuáles son los posibles valores de los números cuánticos ℓ y m_e

b) ¿qué valores puede tomar el momentum angular orbital?

40. Calcule el coeficiente de transmisión para una barrera angular si la energía excede la altura V de la barrera. Grafique este coeficiente como función de E/V (hasta E/V=3) ajustando la escala de tal modo que $\sqrt{2mV}$ a = 0,75 h

41. Un átomo de H tiene <u>clásicamente</u> una energía de –13,6eV. use el valor de esta energía para determinar <u>clásicamente</u> el radio de la órbita. Calcule la probabilidad que el átomo de H cuántico tenga un radio mayor que ese radio clásico. Suponga que el átomo está en su estado fundamental.

42. Calcule $(\Delta x)_n$ y $\Delta p)_n$ para la partícula en un pozo de paredes infinitas.

43. El experimento original de Stern y Gerlach usaba átomos de Ag. Cada uno tiene un momento magnético cuya componente en la dirección de B es $1 m_B (= 58 m\text{eV/T})$. La energía cinética del haz es 1/5eV y atraviesan una distancia de 3cm en el campo magnético cuyo gradiente es 200 kgauss/cm. Calcule la deflexión del haz 30 cm más allá del imán.

44. Escriba le ecuación de Schrödinger para una partícula <u>considerando</u> el peso de ella. (en 1D; use "Z" como la coordenada).

45. Un electrón está confirmado en una caja cúbica. Calcule el largo de la arista de tal modo que una transición desde el primer estado excitado al estado fundamental produzca la emisión de un fotón de 950nm (infrarroja)

46. Un átomo de H está en un estado con $\ell = 2$. ¿Qué ángulos posibles puede formar el vector momentum angular con un eje arbitrario (Z)?

47. H atómico está en el estado n=3; $\ell = 2$. ¿cuántas longitudes de onda diferentes aparecerán al decaer al estado n=2; $\ell = 1$ cuando la muestra se coloca en el campo magnético uniforme B?

48. Una partícula en una caja unidimensional está confinada a moverse en el intervalo [-a/2, a/2]. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar la partícula en el subintervalo (a/8, 3a/8)?

49. Considere un pozo de potencial finito:

$$E_p(x) = \begin{cases} E_0 & x < -a/2 \\ 0 & -\frac{a}{2} < x < a/2 \\ E_0 & x > a/2 \end{cases}$$

a) escriba Ec. de Schrödinger para las tres regiones
b) escriba las soluciones
c) escriba las condiciones de contorno

50. La energía potencial de un oscilador armónico unidimensional es $\frac{1}{2}mw^2x^2$. Demuestre que la función $j(x) = A\exp\left(-\frac{mw}{2\hbar}x^2\right)$ es una solución de la ec. de Schrödinger para este sistema siempre que $E = \frac{\hbar w}{a}$, con α una constante numérica a determinar.

51. Estime la masa de la molécula de O_2. (PA del O = 16g/mol). Esta molécula vibra como un oscilador armónico (en 1D) una constante (del "resorte") k= 10^3 J/m ^{2}. Calcule qué frecuencia tiene el fotón emitido al pasar del primer estado excitado al fundamental.

52. La energía de un electrón en el átomo de H es –0,850eV, la magnitud de su momentum angular es $3{,}64\text{x}10^{-34}$J.s y la componente Z del momentum angular es $2{,}10 \times 10^{-34}$ J.s ¿Cuáles son los números cuánticos n, ℓ y m_ℓ ?.