

XXX-XXXX

aaaaaaaaa-titulo

xxxxxxxxxx-title

xxxxx-Autor

*dirección**e-mail*

---

**Resumen**

En este artículo se demuestra la existencia y unicidad de la solución débil de un sistema de ecuaciones tipo Stokes que modela un flujo compresible. A diferencia del modelo clásico de Stokes, en este modelo reemplazamos la ecuación de continuidad por la restricción  $\operatorname{div}(\rho u) = 0$ , siendo  $u$  el campo de velocidades del flujo y  $\rho$  la densidad del fluido. Nuestro resultado de existencia y unicidad aplica a una clase de funciones  $\rho$ ,  $\rho$  es una función positiva con  $\|\nabla \rho(x)\|_\infty \leq \alpha$ , para alguna constante  $\alpha$ . Además, proponemos un método de elementos finitos adaptativo para aproximar la solución del modelo, que consiste en resolver localmente un problema auxiliar que se obtiene enriqueciendo el espacio de elementos finitos. Finalmente, presentamos la solución numérica del problema de la cavidad con el método adaptativo.

*Palabras claves:*

aaa,aaaaa,bbbb,dddd

**Abstract**

Existence and uniqueness of the weak solution for a Stokes type equation modelling a compressible fluid have been studied in this work. Unlike the classic Stokes equation in this model we replace the mass conservation equation by  $\operatorname{div}(\rho u) = 0$ , where  $u$  is the velocity of fluid and  $\rho$  the mass density and prove existence and uniqueness for a class of function  $\rho > 0$  satisfying the condition  $\|\nabla \rho(x)\|_\infty \leq \alpha$ , for some constant  $\alpha$ . Besides, we propose an adaptive finite element method to approximate the solution based on the solution of a auxiliary problem consisting in locally enriching a finite elements space. Finally, we present numerical results for the cavity problem solved by this adaptive method.

*Keywords:*aaa,aaaaa,bbbb,dddd

---

## 1. Primera

El propósito de este artículo es determinar la existencia y unicidad de un modelo tipo Stokes con densidad variable, y presentar un estimativo a posteriori del error en la solución con un método de elementos finitos. La técnica adaptativa consiste en resolver localmente un problema auxiliar para construir un estimativo del error cometido en la aproximación. Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  un dominio acotado con frontera Lipschitz  $\Gamma$ . En este trabajo  $n = 2$  o  $3$ . Sea  $L_0^2(\Omega) = \{p \in L^2(\Omega) : \int_{\Omega} p \, dx = 0\}$ , nuestro problema consiste en encontrar  $(u, p) \in H^1(\Omega)^n \times L_0^2(\Omega)$  tal que

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\text{Re}} \Delta u + \nabla p &= f, & \text{en } \Omega, \\ \text{div}(\rho u) &= 0, & \text{en } \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

y  $u = 0$  en  $\Gamma$ . Aquí  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  representa el campo de velocidades del flujo,  $p : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  es la presión en  $\Omega$  y  $\rho : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  es la densidad del fluido. Además, suponemos que  $\rho \in C^\infty(\Omega)$  y que existen constantes  $b_1, b_2 > 0$  tales que

$$b_1 \leq \rho(x) \quad \text{y} \quad \|\nabla \rho(x)\|_\infty \leq b_2 \quad \text{para todo } x \in \Omega. \quad (2)$$

## 2. Existencia y unicidad de la solución débil

En esta sección nuestro objetivo es demostrar la existencia y unicidad de la solución del problema variacional (1). Para ésto citamos de la referencia [3] el siguiente teorema abstracto. Consideremos dos espacios de Hilbert  $V$  y  $\Pi$  y dos formas bilineales continuas  $a(\cdot, \cdot) : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  y  $b(\cdot, \cdot) : V \times \Pi \rightarrow \mathbb{R}$ . Supongamos que la forma bilineal  $a$  es coerciva, es decir, existe  $\alpha > 0$  tal que

y la forma bilineal  $b$  satisface la condición inf-sup, ésta es, existe  $\beta > 0$  tal que

$$\beta \|q\| \leq \sup_{v \in V} \frac{b(v, q)}{\|v\|}, \quad \text{para todo } q \in \Pi,$$

entonces el problema variacional (1) tiene solución única. Para aplicar el teorema anterior a nuestra formulación variacional (1) introducimos algunas definiciones y demostramos algunos resultados intermedios.

Sea  $\zeta \in \mathbb{R}^n$  con  $\|\zeta\| = 1$ ,  $(a, b) \subset \mathbb{R}$  con  $b - a = d > 0$  y  $d \neq \infty$ . Denotaremos con  $B_d(\zeta)$  al conjunto  $B_d(\zeta) = \{x \in \mathbb{R}^n; a < x \cdot \zeta < b\}$ .  $B_d(\zeta)$  se denomina una *banda* en  $\mathbb{R}^n$  de altura  $d$  en la dirección de  $\zeta$ .

## 3. Segunda

Ejemplo de una tabla sin enumerar y en la posición correcta

aaaa	bbbb	bbbb	cccc
qqqqqqqqqq	ssssssssss	ssssssssss	gggggggggg
aaaaaaaaaa	dddddddddd	dddddddddd	vvvvvvvvvv
mmmmmmmmmm	aaaaaaaaaaaa	aaaaaaaaaaaa	aaaaaaaaaaaa

Ejemplo de una tabla enumerada con pie de tabla y en la posición correcta, quiera que  $\text{\LaTeX}$  la coloque en el lugar que el considere mejor no coloquemos `\begin{table}` después de

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Tabla 1. Blabla



Figura 1. Ejemplo de una figura

Lo mismo se puede hacer con las figuras se puede colocar una figura en línea con el entorno **figurehere** así:



**Definition 3.1 (label).** Let  $(X, \mu)$  and  $(Y, \nu)$  be a generalized topological spaces. A function  $f : (X, \mu) \rightarrow (Y, \nu)$  is said to be  $(\kappa, \lambda)$ -continuous if  $x \in X$  and  $N \in \nu$ ,  $f(x) \in N$  imply the existence of  $M \in \mu$  such that  $x \in M$  and  $f(\kappa M) \subset \lambda N$ .

**Theorem 3.2 (Etiqueta).** Let  $(X, \mu)$  and  $(Y, \nu)$  be a generalized topological spaces and  $f : (X, \mu) \rightarrow (Y, \nu)$  a  $(\kappa, \lambda)$ -continuous function. Then the following hold:

1.  $f(c_\kappa(A)) \subset c_\lambda(f(A))$  holds for every subset  $A$  of  $(X, \mu)$ .
2. for every  $\lambda_\nu$ -open set  $B$  of  $(Y, \nu)$ ,  $f^{-1}(B)$  is  $\kappa_\mu$ -open in  $(X, \mu)$ .

## Referencias

- [1] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. *Referencias bibliográficas para publicaciones seriadas*. 2 ed, Bogotá, ICONTEC, 1996, p. 21.
- [2] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. *Referencias bibliográficas para libros, folletos e informes*. 2 ed, Bogotá, ICONTEC, 1996, p. 12.
- [3] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, *Op. cit.*, p. 12-13.
- [4] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. *Referencias documentales para fuentes de información electrónicas*. Bogotá, ICONTEC, NTC 4490, 1998, p. 23.
- [5] José Saramago. *Discurso de aceptación del premio Nobel*, Premio Nobel de Literatura, 1998, Disponible en: <http://saramago.blogspot.com/2004/10/discurso-de-acceptacin-del-premio-nobel.html>, citado el 25 de mayo de 2010.