

Estadística

aaaaaaaaa-titulo

xxxxxxxxxx-title

xxxxxx-Autor

dirección

e-mail

---

## Resumen

En este artículo se demuestra la existencia y unicidad de la solución débil de un sistema de ecuaciones tipo Stokes que modela un flujo compresible. A diferencia del modelo clásico de Stokes, en este modelo reemplazamos la ecuación de continuidad por la restricción  $\operatorname{div}(\rho u) = 0$ , siendo  $u$  el campo de velocidades del flujo y  $\rho$  la densidad del fluido. Nuestro resultado de existencia y unicidad aplica a una clase de funciones  $\rho$ ,  $\rho$  es una función positiva con  $\|\nabla \rho(x)\|_\infty \leq \alpha$ , para alguna constante  $\alpha$ . Además, proponemos un método de elementos finitos adaptativo para aproximar la solución del modelo, que consiste en resolver localmente un problema auxiliar que se obtiene enriqueciendo el espacio de elementos finitos. Finalmente, presentamos la solución numérica del problema de la cavidad con el método adaptativo.

*Palabras claves:*

aaa,aaaaa,bbbb,dddd

## Abstract

Existence and uniqueness of the weak solution for a Stokes type equation modelling a compressible fluid have been studied in this work. Unlike the classic Stokes equation in this model we replace the mass conservation equation by  $\operatorname{div}(\rho u) = 0$ , where  $u$  is the velocity of fluid and  $\rho$  the mass density and prove existence and uniqueness for a class of function  $\rho > 0$  satisfying the condition  $\|\nabla \rho(x)\|_\infty \leq \alpha$ , for some constant  $\alpha$ . Besides, we propose an adaptive finite element method to approximate the solution based on the solution of a auxiliary problem consisting in locally enriching a finite elements space. Finally, we present numerical results for the cavity problem solved by this adaptive method.

*Keywords:*

aaa,aaaaa,bbbb,dddd

---

## 1. Primera

El propósito de este artículo es determinar la existencia y unicidad de un modelo tipo Stokes con densidad variable, y presentar un estimativo a posteriori del error en la solución con un método de elementos finitos. La técnica adaptativa consiste en resolver localmente un problema auxiliar para construir un estimativo del error cometido en la aproximación. Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  un dominio acotado con frontera Lipschitz  $\Gamma$ . En este trabajo  $n = 2$  o  $3$ . Sea  $L_0^2(\Omega) = \{p \in L^2(\Omega) : \int_\Omega p \, dx = 0\}$ , nuestro problema consiste en encontrar  $(u, p) \in H^1(\Omega)^n \times L_0^2(\Omega)$  tal que

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta u + \nabla p &= f, & \text{en } \Omega, \\ \operatorname{div}(\rho u) &= 0, & \text{en } \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

y  $u = 0$  en  $\Gamma$ . Aquí  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  representa el campo de velocidades del flujo,  $p : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  es la presión en  $\Omega$  y  $\rho : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  es la densidad del fluido. Además, suponemos que  $\rho \in C^\infty(\Omega)$  y que existen constantes  $b_1, b_2 > 0$  tales que

$$b_1 \leq \rho(x) \quad \text{y} \quad \|\nabla \rho(x)\|_\infty \leq b_2 \quad \text{para todo } x \in \Omega. \quad (2)$$

## 2. Existencia y unicidad de la solución débil

En esta sección nuestro objetivo es demostrar la existencia y unicidad de la solución del problema variacional (1). Para ésto citamos de la referencia [3] el siguiente teorema abstracto. Consideremos dos espacios de Hilbert  $V$  y  $\Pi$  y dos formas bilineales continuas  $a(\cdot, \cdot) : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  y  $b(\cdot, \cdot) : V \times \Pi \rightarrow \mathbb{R}$ . Supongamos que la forma bilineal  $a$  es coerciva, es decir, existe  $\alpha > 0$  tal que

y la forma bilineal  $b$  satisface la condición inf-sup, ésta es, existe  $\beta > 0$  tal que

$$\beta \|q\| \leq \sup_{v \in V} \frac{b(v, q)}{\|v\|}, \quad \text{para todo } q \in \Pi,$$

entonces el problema variacional (1) tiene solución única. Para aplicar el teorema anterior a nuestra formulación variacional (1) introducimos algunas definiciones y demostramos algunos resultados intermedios.

Sea  $\zeta \in \mathbb{R}^n$  con  $\|\zeta\| = 1$ ,  $(a, b) \subset \mathbb{R}$  con  $b - a = d > 0$  y  $d \neq \infty$ . Denotaremos con  $B_d(\zeta)$  al conjunto  $B_d(\zeta) = \{x \in \mathbb{R}^n; a < x \cdot \zeta < b\}$ .  $B_d(\zeta)$  se denomina una *banda* en  $\mathbb{R}^n$  de altura  $d$  en la dirección de  $\zeta$ .

## 3. Segunda

Ejemplo de una tabla sin enumerar y en la posición correcta

aaaa	bbbb	bbbb	cccc
qqqqqqqqqq	ssssssssss	ssssssssss	gggggggggg
aaaaaaaaaa	dddddddddd	dddddddddd	vvvvvvvvvv
mmmmmmmmmm	aaaaaaaaaaaa	aaaaaaaaaa	aaaaaaaaaa

Ejemplo de una tabla enumerada con pie de tabla y en la posición correcta, quiera que  $\text{\LaTeX}$  la coloque en el lugar que el considere mejor no coloque [H] después de `\begin{table}`

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Tabla 1. Blabla



Figura 1. Ejemplo de una figura

Lo mismo se puede hacer con las figuras se puede colocar una figura en línea con el entorno **figurehere** así:



**Definition 3.1 (label).** Let  $(X, \mu)$  and  $(Y, \nu)$  be a generalized topological spaces. A function  $f : (X, \mu) \rightarrow (Y, \nu)$  is said to be  $(\kappa, \lambda)$ -continuous if  $x \in X$  and  $N \in \nu$ ,  $f(x) \in N$  imply the existence of  $M \in \mu$  such that  $x \in M$  and  $f(\kappa M) \subset \lambda N$ .

**Theorem 3.2 (Etiqueta).** Let  $(X, \mu)$  and  $(Y, \nu)$  be a generalized topological spaces and  $f : (X, \mu) \rightarrow (Y, \nu)$  a  $(\kappa, \lambda)$ -continuous function. Then the following hold:

1.  $f(c_\kappa(A)) \subset c_\lambda(f(A))$  holds for every subset  $A$  of  $(X, \mu)$ .
2. for every  $\lambda_\nu$ -open set  $B$  of  $(Y, \nu)$ ,  $f^{-1}(B)$  is  $\kappa_\mu$ -open in  $(X, \mu)$ .

#### 4. texto

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

#### Referencias

- [1] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. *Referencias bibliográficas para publicaciones seriadas*. **2 ed**, Bogotá, ICONTEC, 1996, p. 21.
- [2] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. *Referencias bibliográficas para libros, folletos e informes*. **2 ed**, Bogotá, ICONTEC, 1996, p. 12.
- [3] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, *Op. cit.*, p. 12-13.
- [4] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. *Referencias documentales para fuentes de información electrónicas*. Bogotá, ICONTEC, **NTC 4490**, 1998, p. 23.
- [5] José Saramago. *Discurso de aceptación del premio Nobel*, Premio Nobel de Literatura, 1998, Disponible en: <http://saramago.blogspot.com/2004/10/discurso-de-acceptacin-del-premio-nobel.html>, citado el 25 de mayo de 2010.