## MATEMATIKAI ANALÍZIS I.

#### hibajegyzék

2016. augusztus 25.

#### 1. Valós számok

- 12. oldal
  - A9. A szorzás disztributív az összeadásra.....
- 19. oldal 12. sor alá beszúrásként:

Hasonló meggondolásból:

$$|b| - |a| \le |a - b|,$$

így a két egyenlőtlenségből az állítás következik.

• 22. oldal 2. sor:

$$x_1 = 1 + t, \qquad x_2 = 1 - t, \qquad t > 0,$$

## 2. Sorozatok, végtelen sorok

- 41. oldal A 2.7. Állítás. 3. pontja helyesen:
  - 3. Tegyük fel, hogy  $(a_n)$  divergens és és  $\lim_{n\to\infty} |a_n| = \infty$ ....
- 42. oldal **2.8. Állítás** 1. pontja helyesen:
  - ...  $(a_n)$  nullsorozat,  $(b_n)$  olyan sorozat, melyre  $|b_n| \leq |a_n|$  minden n-re...
- 46. oldal **2.11. Definíció** második fele: Ha a torlódási pontok halmaza alulról korlátos, akkor ennek a legnagyobb alsó korlátját limes inferiornak nevezzük, ...

• 48. oldal 5. sor pontosabban: Ekkor teljes indukcióval belátható, hogy

$$s_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}.$$

• 52. oldal alulról 4. és 5. sor helyesen:

$$T_{\infty} = T + 3\frac{T}{9} + 3\frac{T}{9^{2}}4 + 3\frac{T}{9^{3}}16 + \dots =$$

$$= T + 3 \cdot \lim_{n \to \infty} \frac{T}{9} \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{4}{9}\right)^{k} = T + \frac{T}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{9}} = T + \frac{3T}{5} = \frac{8T}{5}$$

54. oldal 12. sor pontosabban:
 Elegendő a fenti tételben, hogy van olyan N melyre a feltételek teljesülnek ∀n ≥ N esetén.

## 3. Valós függvények

- 70. oldal **3.11. Definíció**-ban helyesebb ezt írni: ... létezik olyan  $U=(x_0-r,x_0+r)$  környezet, melyre  $U\setminus\{x_0\}\subset D_f$ .
- 72. oldal 10. sor:

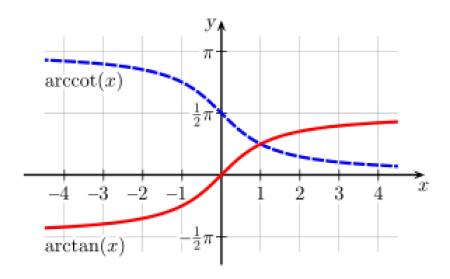
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty,$$

- 77. oldal **3.6. Állítás**-ban plusz feltétel:
  - **3.6. Állítás.** Legyenek  $f: D_f \to \mathbb{R}$  és  $g: D_g \to \mathbb{R}$  adott függvények, melyeknek létezik határérték az  $x_0$  pontban. . . .
- 90. oldal alulról 3. sor helyesen:

$$\lim_{x \to 0} (1+x)^{1/x} = e.$$

- 82. oldal 13. sor, Bolzano tételben
  - ... legyen  $c\epsilon(f(a), f(b))$  ...
- 85. oldal alján a 3.11. ábra nem látszik:
- 102. oldal alulról 11. sor helyesen:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{Ah + \varepsilon(h)h}{h} = A.$$



1. ábra. 3.11. ábra. A tg(x) és ctg(x) függvény inverze.

• 107. oldal lap alján a 3.13. Tétel-ben egy feltétel hiányzik, helyesen:

... Tegyük fel, hogy  $g(b) \neq g(a)$ . Tegyük fel, hogy  $g'(x) \neq 0$ ,  $x\epsilon(a,b)$ . Ekkor létezik  $\xi\epsilon(a,b)$ , melyre ...

• 110. oldal 4. sor:

... Ha  $f'(x) > 0 \ \forall \mathbf{x} \epsilon(a, b)$ , akkor ...

• 110. oldal alulról 5. sor:

... A függvény konvex, ha  $x \ge 0$ , és konkáv,...

• 111. oldal alulról 2. sor:

**3.18. Tétel.** Ha az f függvény  $x_0$ -ban kétszer folytonosan differenciálható, és  $f'(x_0) = 0$  (stacionárius pont), akkor: ...

• 114. oldal alulról a 6. sor helyesen:

Megjegyzés.  $\frac{f(x) - T_1(x)}{x - x_0} = \frac{f''(\xi)}{2} (x - x_0)^2 \to 0$ , ha  $x \to x_0$ .

• 115. oldal 6. sor helyesen:

$$T_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

• 115. oldal alulról a 7. sor helyesen:

$$T_n(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)(x_0 - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x_0 - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x_0 - x_0)^n = f(x_0).$$

• 115. oldal alulról a 4. sor helyesen:

$$T_n^{(k)}(x_0) = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}k! + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{(n-k)!}(x_0 - x_0)^{n-k} = f^{(k)}(x_0).$$

### 4. Integrálszámítás

- 122. oldal a 6. sor helyesen:

$$s(\mathcal{F}') - s(\mathcal{F}) = m_{k1}(x_k^* - x_{k-1}) + m_{k2}(x_k - x_k^*) - m_k(x_k - x_{k-1}) =$$

- 127. oldal a 4.7. Tétel pontosabban:
  - **4.7. Tétel.** (Newton-Leibniz formula). Legyen  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  integrálható függvény. Tegyük fel, hogy létezik  $F:[a,b] \to \mathbb{R}$  folytonos primitív függvénye f-nek, azaz olyan ...
- 127. oldal alulról az 5. sor pontosabban:

$$\mathcal{F}_n = \{a = x_{0n} < \ldots < x_{nn} = b\}, \qquad n = 1, 2...$$

• 130. oldal 2. sor helyesen:

$$-|f(x)| \le f(x) \le |f(x)|$$

• 135. oldal alulról a 7. sor helyesen:

$$\int f(\phi(x)) \phi'(x) dx = \int f(t) dt \bigg|_{t=\phi(x)}.$$

### 5. Differenciálegyenletek

- 156. oldal a 8. sor helyesen:
   Ha b(x) ≡ 0, akkor a DE homogén lineáris, ha b(x)≠0, akkor a DE inhomogén lineáris.
- 157. oldal a 10. sor helyesen:

$$y(x_0) = ce^{A(x_0)} = y_0 \implies c = y_0 e^{-A(x_0)}$$

# 6. Függvénysorozatok és függvénysorok

• 171. oldal legalsó sor helyesen:

$$|f_n(x)| \le a_n, \quad x \in D.$$

#### 7. Fourier sorok

• 192. oldal a 4. sor helyesen:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(0x) \, \frac{\phi_n(x)}{\phi_n(x)} \, dx = 0, \qquad \int_{-\pi}^{\pi} \sin(0x) \, \frac{\phi_n(x)}{\phi_n(x)} \, dx = 0.$$

- 192. oldal alulról a 4. sorban helyesen:
  - ...  $n \ge 1$  esetén...
- 193. oldal alulról a 5. sorban kiegészítés:
   Legyen most f tetszőleges, 2π szerint periodikus függvény, mely integrálható [-π, π]-ben.
- 200. oldal 9. és 10. sor egyenlőségjelei közé be kell szúrni:

A fenti egyenlőségben már nem szerepelnek azok a tagok, melyek értéke 0, azaz a  $k \neq j$  mellett a  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(kx) \cos(jx) dx$ ,  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(kx) \sin(jx) dx$  tagok, illetve a  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(kx) \sin(jx) dx$  tagok.

- 201. oldal A 7.6. Tétel csak folytonos függvényekre igaz.
  - **7.6.** Tétel (Fejér tétele) Tegyük fel, hogy az  $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  függvény folytonos. Jelölje  $s_n$  az f függvény n-edik Fourier polinomját....