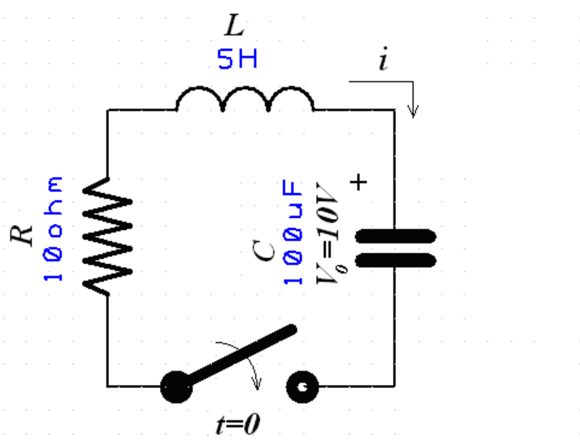
Határozza meg az ábrán látható kapcsolás válaszfüggvényét $t>0$ időszakaszra.



Megoldás:

Hurokáram alapján

$$\sum v = 0 = -v_L - v_R - v_C + V_0 = -L\frac{di}{dt} - Ri - \frac{1}{C}\int_0^t i\,d\tau + V_0$$

Homogén differenciál egyenlet

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0 \qquad \text{próbafüggvény} \qquad i = Ae^{st}$$

$$Ae^{st}\left(s^2L + sR + \frac{1}{C}\right) = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - \frac{20}{1\cdot 10^{-4}}}}{10} = -1 \pm j44{,}7$$

$$i = A_1 e^{(-1+j44{,}7)t} + A_2 e^{(-1-j44{,}7)t}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{10}{1} = 1 \qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 0{,}0001} - \frac{100}{4\cdot 25}} = \sqrt{2000-1} = 44{,}7$$

A komplex megoldás

$$i = e^{-\alpha t}\left(B_1\cos(\omega t) + B_2\sin(\omega t)\right) = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega t + \Phi)$$

Behelyettesítve: $\quad i = Ae^{-t}\sin(44{,}7t + \Phi)$

A és *Φ* meghatározás:

Kezdeti feltételek $t=0+$, $i_L=0$, $v_L = V_0 = L\frac{di}{dt}$

$$\frac{di}{dt} = -A\cdot e^{-t}\sin(44{,}7t + \Phi) + 44{,}7\cdot A\cdot e^{-t}\cos(44{,}7t + \Phi)$$

$i = 0 = Ae^0\sin(44{,}7t + \Phi) = A\sin(\Phi)$ ha A véges akkor $\Phi=0$

$$V_0 = L\frac{di}{dt} = L(-A\cdot e^0\sin(0) + 44{,}7\cdot A\cdot e^0\cos(0)) = 10$$

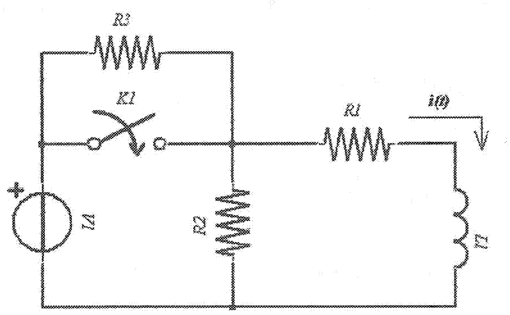
$$A = \frac{10}{5 \cdot 44{,}7} = 44{,}7 \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{i = 44{,}7 \cdot 10^{-3} e^{-t} \sin(44{,}7t)}$$

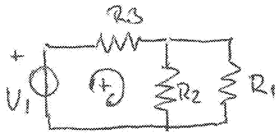
Hallgató neve:

Határozza meg az induktivitás áramának *i(t)* időfüggvényét *K1* kapcsoló *t=0* –ban történő zárása után.

L1 = 220 mH
R1 = 10 Ω
R2 = 50 Ω
R3 = 100 Ω
V1 = 10 V



EGYENÁRAMÚ ANALÍZIS $t<0$ SZAKASZON

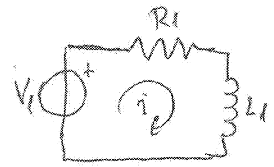


$$J_1 = \frac{V_1}{R_3+(R_2\|R_1)} = \frac{10}{100+(50\|10)} = 92{,}3\,mA$$

$$J_{R_1} = J_1 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} = 92{,}3\,\frac{50}{50+10} = 76{,}91\,mA$$ (ÁRAM OSZTÓ)

KEZDETI FELTÉTEL $i(t)\big|_{t=0} = 76{,}91\,mA$

TRANZIENS ANALÍZIS



$$\sum v = 0 = R_1 i + L_1\frac{di}{dt} - V_1 = 0 \Rightarrow R_1 i + L_1\frac{di}{dt} = V_1$$

$$R_1 i + L_1\frac{di}{dt} = 0$$ HOMOGÉN DIFF EGYENLET

PRÓBAFÜGGVÉNY $i = Ae^{st}$ $\quad \frac{di}{dt} = sAe^{st}$

BEHELYETTESÍTVE $Ae^{st}(R_1+sL_1) = 0 \Rightarrow s = -\frac{R_1}{L_1}$ $\quad \left(\tau = \frac{L_1}{R_1}\right)$

INHOMOGÉN MEGOLDÁS

$$L\frac{di}{dt} + R_1 i = 10 = V_1$$

PRÓBAFÜGGVÉNY $i = D \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

BEHELYETTESÍTVE $0 + R_1 D = 10 = V_1 \rightarrow i = \frac{10^{\leftarrow V_1}}{R_1} = \frac{10}{10} = 1$

TEHÁT A MEGOLDÁS

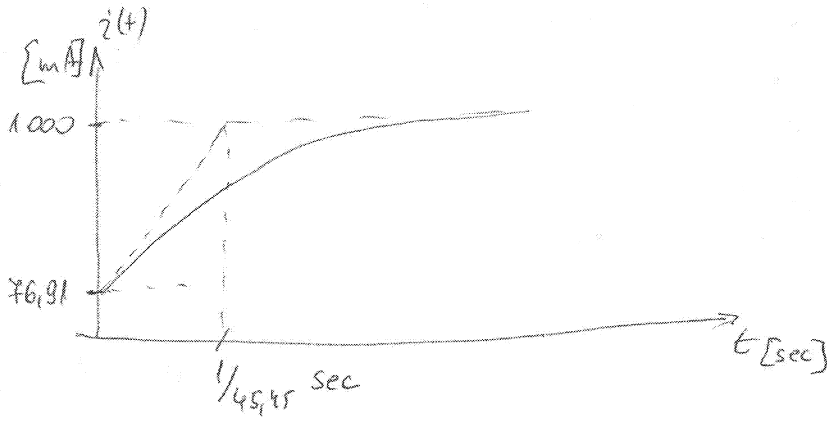
$$i(t) = Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + 1$$

KEZDETI FELTÉTELBŐL

$$i(t)\big|_{t=0} = 76{,}91\,mA = Ae^{0} + 1 \Rightarrow A = -\cancel{93}923{,}09\,mA$$

TEHÁT A FELADAT MEGOLDÁSA $t \geq 0$ SZAKASZRA

$$i(t) = -923{,}09 \cdot e^{-45{,}45t} + 1000 \; [mA]$$



Hallgató neve:

Határozza meg az induktivitás áramának $i(t)$ időfüggvényét $K1$ kapcsoló $t=0$ –ban történő átkapcsolása után.

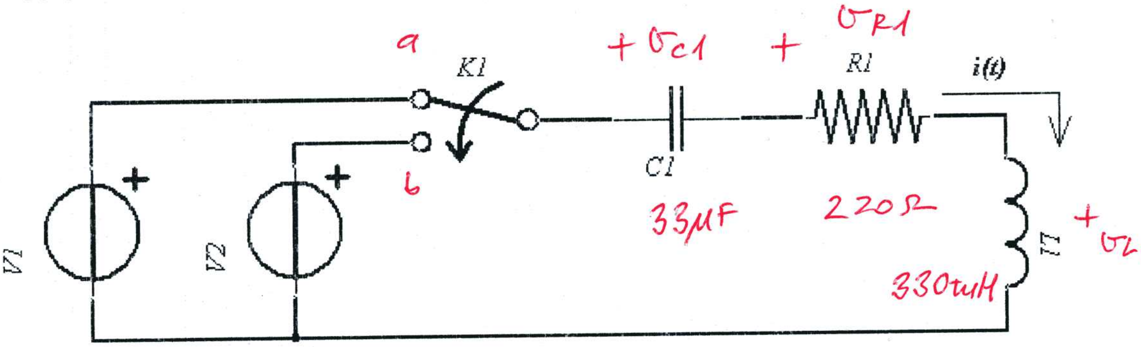
$V1 = 10$ V

$V2 = 5\sqrt{2}\sin(2\pi 300 t)$ V

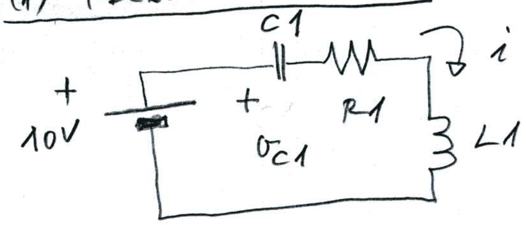
$R1 = 220\ \Omega$

$L1 = 330$ mH

$C1 = 33$ uF



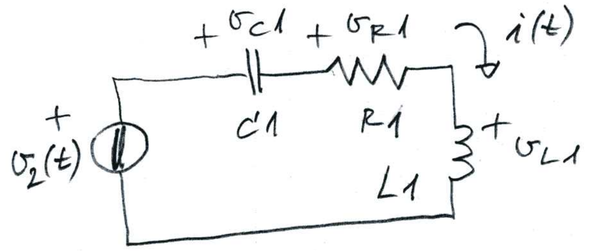
(1) KEZDETI FELTÉTELEK   K1 "a" ÁLLÁSBAN, ÁLLANDÓSULT ÁLL. DC



$C_1 \Rightarrow$ $L_1 \Rightarrow$

$i(0-) = 0$ A $v_{C1}(0-) = 10$ V

(2) $t \geq 0$ s



$$\Sigma v = 0 = v_c(0) + \frac{1}{C1}\int_0^t i(\tau)\,d\tau + R_1 i + L_1\frac{di}{dt} - v_2(t)$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R1}{L1}\frac{di}{dt} + \frac{1}{C1L1} = \frac{1}{L1}\frac{dv_2}{dt}$$

(2) TRANZIENS MEGOLDÁS

$v_2(t) = 0 \Rightarrow$ $$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1}\frac{di}{dt} + \frac{1}{C_1L_1} = 0$$

KARAKTERISZTIKUS EGYENLET: $$s^2 + \frac{R1}{L1}s + \frac{1}{L_1C_1} = s^2 + 667s + 91.827 = 0$$

$$s_{1,2} = \begin{cases} -194\ s \\ -473\ s \end{cases}$$

TRANZIENS MEGOLDÁS $i_t(t) = A_1 e^{-194t} + A_2 e^{-473t}$ A

(3) ADOTT GERJESZTÉSHEZ TARTOZÓ, ÁLL. ÁLLAPOTBELI MEGOLDÁS

$\omega_g = 2\pi\, 300 = 1{,}88\ \frac{krad}{s}$ GERJ. KOMPL. AMPLITÚDÓJA $V_2 = 5\angle{-90°}$ V

IMPEDANCIA: $Z(\omega) = \frac{1}{j\omega C_1} + R_1 + j\omega L_1 = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}$

$$Z(\omega_g) = Z(\omega)\Big|_{\omega=\omega_g} = 644{,}7\angle{70°} = 220{,}5 + j605{,}8\ \Omega$$

VÁLASZ KOMPL. AMPLITÚDÓJA: $I_g = \frac{V_2}{Z(\omega_g)} = 7{,}76\angle{-160°}$ mA

$$i_g(t) = \sqrt{2}\ 7{,}76 \cos(2\pi\cdot 300t - 160°) \text{ mA}$$

(4) TELJES VÁLASZ

$$i(t) = i_t(t) + i_g(t) = A_1 e^{-194t} + A_2 e^{-473t} + 0{,}011 \sin(2\pi\, 300t - 70°) \text{ A}$$

$A_1 - A_2$ KEZDETI FELTÉTELEKBŐL VALÓ MEGHATÁROZÁSA

$$i(0-) = i(0+) = A_1 + A_2 + 0{,}011 \sin(-70°) = A_1 + A_2 - 0{,}010 = 0$$

$$v_L(0+) = L\frac{di}{dt}\Big|_{0+} = -10 = (-194A_1 - 473A_2 + 0{,}011\cdot 0{,}342\cdot 1880)L$$

$$194A_1 + 473A_2 = 30{,}3 + 7{,}07 = 37{,}4$$

$$A_1 = 0{,}01 - A_2$$

$$1{,}94 - 194A_2 + 473A_2 = 37{,}4$$

$$A_2 = \frac{37{,}4 - 1{,}94}{473 - 194} = 0{,}127 \qquad A_1 = -116$$

$$i(t) = -116 e^{-194t} + 127 e^{-473t} + 11 \sin(2\pi\cdot 300t - 70°) \text{ mA}$$