Altér gyakorló feladatok

1. $\mathbf{R}^4$ -ben az alábbi feltételek által kijelölt részhalmazok közül melyek alkotnak alteret?
   A műveletek a szokásosak.
   Ha valamelyik alteret alkot, add meg egy bázisát és az altér dimenzióját.
   a) $4x_1 - 3x_2 + x_4 = 0$
   b) $x_1 x_2 = x_4 x_3$
   c) $x_1 \geq x_2$
   d) $x_1 + 4x_4 = 2$

2. $\mathbf{R}^3$ -ben az alábbi feltételek által kijelölt részhalmazok közül melyek alkotnak alteret?
   A műveletek a szokásosak.
   Ha valamelyik alteret alkot, add meg egy bázisát és az altér dimenzióját.

   a) $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$
   b) $x_1 = 0$ vagy $x_2 = 0$
   c) $x_1 = 0$ és $x_2 = 0$
   d) $x_1^2 + x_3^2 = 0$

3. V=$\mathbf{R}^{2\times 2}$, **W**= $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} : \ a, b, d \in R \right\}$ A műveletek a szokásosak.
4. V=$\mathbf{R}^{2\times 2}$, **W**= $\left\{ A \in R^{2\times 2} : A = A^T \right\}$ A műveletek a szokásosak.
5. . V = P_2 (legfeljebb másodfokú polinomok) $W = \{ p(x) \in P_2 : p''(x) = 0 \}$
   A műveletek a szokásosak.
6. V=$\mathbf{R}^{2\times 2}$, **W**= $\left\{ \begin{bmatrix} 3a & b \\ 0 & a+b \end{bmatrix} : a, b \in R \right\}$ A műveletek a szokásosak.
7. V=$\mathbf{R}^{2\times 2}$, **W**= $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & -4b \end{bmatrix} : b \in R \right\}$ A műveletek a szokásosak.

A műveletek a továbbiakban is a szokásosak ☺

8. V = R^3 $\quad A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ y^2 \\ 0 \end{pmatrix} : y \in R \right\}$
9. V = R^4 $\quad A = \left\{ \begin{pmatrix} 2x \\ 3y - x \\ 0 \\ x + y \end{pmatrix} : x, y \in R \right\}$
10. V = $R^{2\times 2}$ $\quad$ A= $\left\{ \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} : a, b, d \in R \right\}$
11. V = $R^{2\times 2}$ $\quad A = \left\{ A \in R^{2\times 2} : \det A = 0 \right\}$
12. V = P_3 $\quad A = \{ a + ax : a \in R \}$
13. V = P_6 $\quad A = \{ ax^2 + bx^4 + cx^6 : a, b, c \in R \}$

Megoldások

Altér egy részhalmaz, ha zárt az összeadásra és számmal való szorzásra:

- Ha $\underline{a}_1 \in A$ és $\underline{a}_2 \in A$, akkor ebből következik, hogy $\underline{a}_1 + \underline{a}_2 \in A$
- Ha $\underline{a} \in A$ és $\lambda \in R$ tetszőleges, akkor ebből következik, hogy $\lambda \cdot \underline{a} \in A$

1. a) igen, b) nem, c) nem , d) nem
3. Igen, 3D
4. Igen, 3D
5. Igen, 2D
6. Igen, 2D
7. Igen, 1D
8. Nem
9. Igen, 2D
10. Igen, 1D
11. Nem
12. Igen, 1D
13. Igen, 3D