Komplex vektorterek

1. Számítsa ki az alábbi vektorműveletek eredményét, ha adottak:

$$\underline{u}=\begin{pmatrix} i \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2+i \\ 3+i \\ -i \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 4i \\ 6 \\ 3-2i \end{pmatrix}$$

a, $3\underline{u}$

b, $4i\underline{w}$

c, $(1+2i)\underline{v}$

d, $i\underline{v}+3\underline{w}$

e, $\underline{u}-(2-i)\underline{w}$

f, $(2+5i)\underline{u}-(-1+2i)\underline{v}$

g, $3\underline{u}+i\underline{v}-3i\underline{w}$

h, $(1+i)\underline{u}+(-1-2i)\underline{v}+5i\underline{w}$

2. Az alábbi vektorrendszerekről döntse el, hogy:

Lineárisan függetlenek-e? Generátorrendszert alkotnak-e? Bázist alkotnak-e?

a, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} i \\ -1 \end{pmatrix}$

b, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$

c, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1+i \\ i \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2-i \\ -1+2i \end{pmatrix}$

d, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2+i \\ -1 \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 1-i \\ 3i \end{pmatrix}$

e, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1-i \\ 0 \\ 5i \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2-3i \\ i \\ 1+i \end{pmatrix}$

f, $\underline{u}=\begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 0 \\ i \\ i \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

g, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1-i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2 \\ i \\ 1+i \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 1-i \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

h, $\underline{u}=\begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} i \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} i \\ i \\ i \end{pmatrix}$

i, $\underline{u}=\begin{pmatrix} i \\ 4-i \\ -1 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2+i \\ -3+i \\ -i \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 2+2i \\ 1 \\ -1-i \end{pmatrix}$

j, $\underline{u}=\begin{pmatrix} i \\ 1+i \\ -1 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 2+i \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 4i \\ 3 \\ 1-i \end{pmatrix}$

k, $\underline{u}=\begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} -2 \\ -1+i \\ 0 \end{pmatrix}$

l, $\underline{u}=\begin{pmatrix} i \\ i \\ -2i \end{pmatrix}, \underline{v}=\begin{pmatrix} 1+i \\ 3i \\ 2-i \end{pmatrix}, \underline{w}=\begin{pmatrix} 1+2i \\ 4i \\ 2-3i \end{pmatrix}, \underline{x}=\begin{pmatrix} 4i \\ 0 \\ 2+i \end{pmatrix}$

3. Állítsa elő az $\underline{u}$ és $\underline{v}$ vektorokat a megadott bázisvektorok lineáris kombinációjaként, majd adja meg az $\underline{u}$ és $\underline{v}$ vektorok koordinátáit az adott bázisban!

a, $Bázis: \underline{a} = \begin{pmatrix} 4-2i \\ 2 \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} i \\ 1+i \end{pmatrix}$ és $\underline{u} = \begin{pmatrix} i \\ i \end{pmatrix}\ \underline{v} = \begin{pmatrix} 2-i \\ 4 \end{pmatrix}$

b, $Bázis: \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} 1-i \\ 1+i \end{pmatrix}$ és $\underline{u} = \begin{pmatrix} 3-i \\ -1 \end{pmatrix}\ \underline{v} = \begin{pmatrix} 2+2i \\ 4-i \end{pmatrix}$

c, $Bázis: \underline{a} = \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} i \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{c} = \begin{pmatrix} i \\ i \\ i \end{pmatrix}$ és $\underline{u} = \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \\ -3 \end{pmatrix}\ \underline{v} = \begin{pmatrix} -2+2i \\ 3+i \\ 1-i \end{pmatrix}$

d, $Bázis: \underline{a} = \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1+i \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{u} = \begin{pmatrix} 2i \\ 3-i \\ 3 \end{pmatrix}\ \underline{v} = \begin{pmatrix} 2-i \\ 1+2i \\ -i \end{pmatrix}$

e, $Bázis: \underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2+i \\ 3i \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} 2-i \\ 0 \\ 1+i \end{pmatrix}, \underline{c} = \begin{pmatrix} -3i \\ 1-i \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ i \\ -3i \end{pmatrix}\ \underline{v} = \begin{pmatrix} -1-i \\ 2+2i \\ 1 \end{pmatrix}$