

Kirchhoff törvények mérési jegyzőkönyv

Mátyás Antal

(Supervisor: Attila Tihanyi)

Pázmány Péter Catholic University, Faculty of Information Technology and Bionics

50/a Práter street, 1083 Budapest, Hungary

antal.matyas.gergely@hallgato.ppke.hu

Abstract—A mérés célja volt a Kirchhoff törvények megismerése és gyakorlati alkalmazása, valamint ezzel a törvények működésének bizonyítása. A mérésre való felkészülés során átismételtük középiskolában a Kirchhoff törvényekről tanultakat, valamint terveztünk olyan egyszerű mérési elrendezéseket, melyek vizsgálatával mérni tudtuk a Kirchhoff hurok és csomóponti törvényeket.

I. MÉRENDŐ OBJEKTUMOK

A mérés során 3 darab ismeretlen értékű ellenállást kaptunk, első feladatunk ezeknek a beazonosítása volt. Mindhárom ellenállás 5csíkos jelöléssel volt ellátva, az erre vonatkozó táblázat alapján leolvastuk az elméleti értéküket, majd az ELVIS digitális multiméter használatával, a V és COM kimenetek közé kapcsolva méréssel ellenőriztük azt. Az R_1 ellenállás, a jelölés alapján 3300Ω , %-os tűréssel, a mérés eredménye pedig $R_1 = 3.28k\Omega$, ami belül esik a tűréshatáron. A második (R_2) ellenállás leolvasott értéke 1100Ω szintén %-os tűréssel, a mért értéke pedig $R_2 = 1.09k\Omega$, mely szintén megfelelő érték. A harmadik (R_3) ellenállás a színkód alapján 2200Ω , 1%-os tűréssel, mért értéke pedig $R_3 = 2.18k\Omega$. A mérési elrendezésekben használt ellenállások értéke tehát

$$R_1 = 3.28k\Omega, R_2 = 1.09k\Omega, R_3 = 2.18k\Omega$$

A mérések során minden esetben megmértük a mérőeszközben a nulla ellenállást, illetve feszültséget, és a Null Offset funkció használatával ezt automatikusan kivontuk a később mért értékekből, ezzel kiküszöbölve az offset hibát.

II. ELSŐ MÉRÉSI ÖSSZEÁLLÍTÁS

A. Mérések

Az első mérési elrendezésünkben az R_1 , R_2 és az R_3 ellenállásokat sorosan kötöttük be, és ELVIS digitális multiméter segítségével egyenként megmértük az ellenállásokon eső feszültség nagyságát, valamint az áramkör különböző helyein az áramerősség értékét. Az áramerősség nagysága természetesen minden esetben azonos volt, hiszen soros kapcsolással dolgoztunk. Az értéke $I_e = 0.00055A$. Az egyes ellenállásokon mért feszültségek mért értékét az alábbi táblázat szemlélteti.

TABLE I
ELSŐ MÉRÉSI ÖSSZEÁLLÍTÁS

Ellenállás	Feszültség
$R_1 = 3.28k\Omega$	$U_1 = 2.41V$
$R_2 = 1.09k\Omega$	$U_2 = 0.804V$
$R_3 = 2.18k\Omega$	$U_3 = 1.609V$

B. Magyarázat

Az fenti mérési elrendezés vizsgálatával szemléltethető Kirchhoff huroktörvénye, mely szerint bármely zárt hurokban a feszültségek előjeles összege 0. Pozitív előjelet kap tehát a feszültségforrás, negatívát pedig azok az áramköri elemek, melyeken feszültség esik, jelen esetben a három ellenállás.

$$+U_e - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$

mely egyenlet átrendezve:

$$U_e = U_1 + U_2 + U_3$$

Mivel az feszültségforrás mért értéke $4.89V$ volt, a mért értékek kielégítik az egyenletet, tehát szemléltettük huroktörvényt.

$$4.89 \approx 2.41 + 0.804 + 1.609$$

Az egyenletet tovább alakíthatjuk, az Ohm törvény ($U = R \cdot I$) behelyettesítésével az egyenlet:

$$R_e \cdot I_e = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3$$

mivel az áramerősségek soros kapcsolás miatt az áramkör bármely pontján megegyeznek ($I_e = I_1 = I_2 = I_3$), ezzel leoszthatunk, így az

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

egyenletet kapjuk. A mérés során ezt ellenőrizni tudjuk, ha a három ellenállás helyett, ezeknek eredőjével számolunk és az Ohm törvényt használjuk: $U_e = R_e \cdot I_e$, mely egyenlet a mérések segítségével szintén bizonyítható.

III. MÁSODIK MÉRÉSI ÖSSZEÁLLÍTÁS

A. Mérések

A második mérési összeállításban annyit módosítottunk, hogy az R_2 és R_3 ellenállásokat párhuzamosan kötöttük be, ezzel csomópontokat létrehozva az áramkörben. Célunk itt a Kirchhoff csomóponti törvény szemléltetése volt. A mérés során szintén megmértük az egyes ellenállásokra eső feszültségeket, majd az áramkör különböző pontjain (az árammérőt sorosan bekötve) az áramerősség értékét. A mért értékeket az alábbi táblázat szemlélteti:

TABLE II
MÁSODIK MÉRÉSI ÖSSZEÁLLÍTÁS

Ellenállás	Feszültség	Áramerősség
$R_2 = 3.28k\Omega$	$U_2 = 4.8V$	$I_2 = 0.00426A$
$R_3 = 1.09k\Omega$	$U_3 = 4.8V$	$I_3 = 0.00205A$
$R_e = 0.73k\Omega$	$U_e = 4.8V$	$I_e = 0.00647A$

B. Magyarázat

A fenti mérési elrendezés vizsgálatával szemléltethető Kirchhoff csomóponti törvénye, mely szerint bármely csomópontba befolyó áramok összege megegyezik az onnan elfolyó áramok összegével. Jelen esetben az I_e áramerősséget a főágban mértük, azaz a két, párhuzamosan kötött ellenállást követő csomópont után. A csomóponti törvény szerint tehát, a két mellékágban mért I_2 és I_3 áramok összegének egyelőnek kell lennie a főágban mért I_e árammal, ami teljesül: $0.00426 + 0.00205 \approx 0.00647$.

A mérések eredményeiből látszik továbbá, hogy az áramerősség párhuzamos kapcsolás esetén az áramkör bármely pontján állandó, tehát $U_e = U_2 = U_3$. Kiindulva a csomóponti törvényből:

$$I_e - (I_2 + I_3) = 0$$

ezt átrendezve, és az Ohm törvényt ($I = U/R$) felhasználva az egyenlet:

$$\frac{U_e}{R_e} = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}$$

mivel fent említettük, hogy párhuzamos kapcsolás esetén az áramerősségek egyenlőek, az egyenletben ezzel leoszthatunk, ezzel az alábbi azonosságot kapva:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

mellyel bizonyítottuk a párhuzamosan kötött ellenállások eredőjének számítását. A fenti táblázatból látszik, hogy a mérések megerősítették ezt a számítást, hiszen

$$\frac{1}{0.730} \approx \frac{1}{1.09} + \frac{1}{2.18}$$