

Mátrixalgebra feladatok

1. Számítsd ki a következő kifejezések értékét.

a) $2 \cdot A = ?$, ha $A = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 2 & 7 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

Megoldás:

A minden elemét szorozzuk 2-vel. Így az eredmény mátrix: $A = \begin{bmatrix} 2 & -20 \\ 4 & 14 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$

b) $A+B=?$, ha $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 5 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$

Megoldás:

Mivel a két mátrix azonos méretű (3x2), ezért elvégezhető a művelet. Az eredmény mátrix egyes elemeit úgy kapjuk meg, hogy az A és B mátrix megfelelő elemeit összeadjuk.

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 + (-3) & 0 + (-1) \\ -2 + 0 & 4 + 5 \\ 7 + 8 & 1 + 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 9 \\ 15 & 12 \end{bmatrix}$$

c) $A+B=?$, ha $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Megoldás:

Az összeadás nem végezhető el, mert a két mátrix nem azonos méretű.

d)

$A \cdot B = ?$, ha $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

Megoldás:

A szorzat kiszámolható, mert A mérete 2x2, B pedig 2x3, így A oszlopainak száma megegyezik B sorainak a számával. Emiatt az eredmény mátrix elemeinek kiszámítására alkalmazott skaláris szorzások elvégezhetők.

$$A \cdot B \quad \left| \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \right.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \left| \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \delta & \omega & \lambda \end{bmatrix} \right.$$

α kiszámítása az A mátrix 1. sorának és a B mátrix 1. oszlopának skaláris szorzataként:

$$\alpha = 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 = 1$$

β kiszámítása az A mátrix 1. sorának és a B mátrix 2. oszlopának skaláris szorzataként:

$$\beta = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 = 4$$

γ kiszámítása az A mátrix 1. sorának és a B mátrix 3. oszlopának skaláris szorzataként:

$$\gamma = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 4$$

δ kiszámítása az A mátrix 2. sorának és a B mátrix 1. oszlopának skaláris szorzataként:

$$\delta = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 4$$

ω kiszámítása az A mátrix 2. sorának és a B mátrix 2. oszlopának skaláris szorzataként:

$$\omega = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 4 = 12$$

λ kiszámítása az A mátrix 2. sorának és a B mátrix 2. oszlopának skaláris szorzataként:

$$\lambda = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 9$$

Tehát a 2x3-as eredmény mátrix: $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 9 \end{bmatrix}$

e) $A \cdot B = ?$, ha $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$

Megoldás:

A szorzás nem végezhető el, mert az A mátrix 2x3-as, a B 2x2-es, vagyis A oszlopainak száma nem egyezik B sorainak a számával. Így az eredmény mátrix kiszámításánál használt skaláris szorzás nem végezhető el, mert különböző méterű vektorokat kéne összeszorozni.

2. Adottak a következő mátrixok:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Számítsd ki az alábbi kifejezések értékét, ha elvégezhető a művelet:

$A+F$; $F+B$; $B+F$; $D+E$; $3C$; $-2F$; $A-3B$; $2F-B$; $4A$;

AB ; BA ; AC ; CA ; A^2 ; C^2 ; DE ; CE ; BE ; EC ; EA ; AE ; BE ; DC ; CD ; DB ; FA ;

Megoldás:

A+F: Nem végezhető el, mert nem azonos méretűek.

$$\mathbf{F+B} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

B+F = Ugyan az, mint az előző, mert az összeadás kommutatív.

D+E: Nem végezhető el, mert a méretek nem azonosak (1x3, 3x1).

$$3\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 12 & 3 & 15 \\ 3 & 6 & 0 \\ 6 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-2\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -14 & 16 \\ -4 & -12 \end{bmatrix}$$

A-3B: Nem végezhető el a méretek miatt.

$$2\mathbf{F-B} = \begin{bmatrix} 11 & -14 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$$

$$4\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 28 & 20 \\ 8 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

AB: Nem végezhető el.

$$\mathbf{BA} = \begin{bmatrix} -1 & 19 & 11 \\ 4 & 15 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{AC} = \begin{bmatrix} 21 & 17 & 10 \\ 13 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

CA: Nem végezhető el.

A²: Nem végezhető el.

$$\mathbf{C^2} = \begin{bmatrix} 27 & 2 & 25 \\ 7 & 10 & 5 \\ 9 & -2 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{DE} = -11$$

$$\mathbf{CE} = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \\ -10 \end{bmatrix}$$

BE: Nem végezhető el.

EC: Nem végezhető el.

EA: Nem végezhető el.

$$\mathbf{AE} = \begin{bmatrix} 31 \\ -2 \end{bmatrix}$$

BE: Nem végezhető el.

$$\mathbf{DC} = \begin{bmatrix} 15 & -2 & 17 \end{bmatrix}$$

CD: Nem végezhető el.

DB: Nem végezhető el.

$$\mathbf{FA} = \begin{bmatrix} -9 & 41 & 19 \\ 14 & 20 & 22 \end{bmatrix}$$