

Mátrixalgebra

1. Adottak az alábbi mátrixok és mátrix műveletek. Válassza ki, hogy mely műveletek végezhetőek el! Amelyek elvégezhetőek azokat pedig végezze is el!

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 15 \\ 4 & -3 & 18 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

- | | | |
|----------------|----------------------|------------------------------|
| a, $A + B$ | f, $B \cdot C$ | k, $C^T \cdot E + B \cdot F$ |
| b, $2E - 3C$ | g, $3C \cdot B$ | l, $(A \cdot D) \cdot D^T$ |
| c, $C^T + E^T$ | h, $A \cdot B + 5C$ | m, A^2 |
| d, $2F + B$ | i, $B \cdot A + F^T$ | n, $B \cdot D + 2E$ |
| e, $4B + F^T$ | j, $A^T \cdot B^T$ | o, $(D^T \cdot F) \cdot E$ |

2. a) Adottak a következő mátrixok:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7 \\ -3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & 8 & -2 \\ -1 & 6 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Határozza meg az

$$(A + 2 \cdot B) \cdot C$$

mátrixalgebrai kifejezés értékét!

b) Mi a C mátrix transzponáltja?

c) Négy barátnő, Kriszti, Szilvi, Andrea és Luca a ruhákról beszélgetve összehasonlították, hogy kinek milyen fajta és hány darab szoknyája van. Az alábbi táblázat erről ad számot:

	Egyszínű	Csíkos	Pöttyös	Kockás
Kriszti	3	2	0	1
Szilvi	4	2	4	2
Andrea	1	3	1	3
Luca	0	2	3	4

Ha a fenti számadatokat az S „szoknyamátrix” tartalmazza, akkor milyen mátrixművelet(ek)el lehet kiszámítani a választ az alábbi kérdésekre? (A zárójelben a kívánt kimenet típusa van megadva.)

- i) Személyenkénti teljes szoknyaszám. (4 számadat megfelelő elrendezésben)
- ii) Hány szoknyája van a négy embernek összesen az egyes fajtákból? (4 számadat megfelelő elrendezésben)
- iii) Hány szoknyája van Krisztinek és Andreának összesen? (1 db szám)
- iv) Hány csíkos és pöttyös szoknyája van Szilvinek és Lucának összesen? (1 db szám)

3. a) Adottak a következő mátrixok:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 9 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 4 & -3 & 4 \\ 7 & 3 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 6 & -5 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Határozza meg az alábbi mátrixalgebrai kifejezés értékét!

$$A \cdot (B - 3 \cdot C)$$

b) Mi az A mátrix transzponáltja?

c) Négy barát, Pisti, Gergő, Sanyi és Zoli imádják a számítógépes játékokat. Kiderítették, hogy kinek milyen és mennyi játéka van, amivel szeret játszani. Az alábbi táblázat foglalja ezt össze:

	Lövöldözős	Stratégiai	Logikai	Ügyességi
Pisti	3	1	3	2
Gergő	4	7	2	3
Sanyi	2	2	2	1
Zoli	3	1	0	0

Ha a fenti számadatokat a J „játékmátrix” tartalmazza, akkor milyen mátrixművelet(ek)el lehet kiszámítani a választ az alábbi kérdésekre? (A zárójelben a kívánt kimenet típusa van megadva.)

- i) Hány játéka van a négy embernek összesen az egyes fajtákból? (4 számadat megfelelő elrendezésben)
- ii) Az összes játékok száma személyekre lebontva. (4 számadat megfelelő elrendezésben)
- iii) Hány logikai és ügyességi játéka van a négy fiúnak összesen? (1 db szám)
- iv) Hány logikai és stratégiai játéka van Pistinek, Sanyinak és Zolinak összesen? (1 db szám)

4, A Mikulás egyik újonc Manó segédje azt a feladatot kapta, hogy 3 kisebb faluban, Alapátfalván, Bélapátfalván és Célapátfalván összesítse, hogy milyen és mennyi ajándékot kell majd a falvak jó gyerekeinek kiszállítani Karácsonykor. A Manó a kapott eredményeket a következő A mátrixban foglalta össze:

	Alapátfalva	Bélapátfalva	Célapátfalva
Társasjáték	4	6	5
Mesekönyv	7	8	7
Kisautó	5	6	4
Baba	3	7	4

Milyen mátrixművelet(ek)el lehet kiszámítani a választ az alábbi kérdésekre? (A zárójelben a kívánt kimenet típusa van megadva.)

- Összesen hány játékot kell az egyes falvakban kiosztani?
(3 számadat megfelelő elrendezésben)
- Hány darabot kell az egyes játék típusokból a három faluba eljuttatni?
(4 számadat megfelelő elrendezésben)
- Összesen hány darab játékot fog a Mikulás a három faluba kiszállítani? (1 db szám)
- Hány játékot fog összesen Bélapátfalvára kerülni? (1 db szám)
- Összesen hány mesekönyvet és kisautót kapnak az Alapátfalvai és Célapátfalvai gyerekek?
(1 db szám)

5, Végezze el a következő műveletet a megadott mátrixokkal: $(2A + 3B) \cdot C$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

6, Négy fiatal egy napon elhatározta, hogy zenélni kezd és együtttest alapít. Hamarosan koncertturnéra indultak, ahol lelkesen számolták, hogy az egyes koncertek után hány ember kért tőlük autogramot. A harmadik koncert után így festett a helyzet:

Helyszínek:	James	Lars	Kirk	Robert
Greenville	14	16	13	9
Charlotte	9	8	10	7
Atlanta	12	7	5	11

Mátrixműveletek segítségével adjon választ az alábbi kérdésekre!

- Hány aláírást osztottak ki összesen az egyes bandatagok a turné során?
- Hány aláírást osztottak ki összesen az egyes városokban, tehát Greenville-ben Charlotte-ban és Atlantában?
- Mennyivel több aláírást osztott ki James a turné során mint Robert?

d) Mennyi volt Lars és Kirk aláírásainak száma Greenvilleben és Atlantában együttesen?

e) Hány aláírást osztott ki a banda a turné során összesen?

(+kérdés: Mi az együttes neve? ☺)

Inverzmátrix

1. Adja meg az alábbi mátrixok inverzét, és mátrixszorzás segítségével ellenőrizze is, hogy jó eredményt kapott!

$$\text{a, } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{b, } A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 15 \\ 4 & -3 & 18 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ -3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{c, } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 8 & 10 \\ 5 & -2 & 8 & -12 \end{bmatrix}$$

Mátrix egyenlet

1. Adja meg az $\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{b}$ egyenlet megoldását, vagyis az \underline{x} ismeretlen vektor koordinátáit, ha adott az \underline{A} mátrix és a \underline{b} vektor.

$$\text{a, } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{b, } A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\text{c, } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 5 & 7 & -20 \\ -3 & 0 & 15 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{d, } A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{e, } A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -2 & 11 \\ -2 & -6 & 1 & -7 \\ 10 & 40 & -7 & 55 \\ 0 & -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$