

Állománynév: aramkorok_02elemek_lti20.pdf

Irodalom: Tankönyv: R. J. Smith & R. C. Dorf, „Circuits, Devices and Systems,” Wiley, 5th Edition, pp. 4-32.

Előadó jegyzetei: <http://users.itk.ppke.hu/~kolumban/aramkorok/>

2. A KONCENTRÁLT PARAMÉTERŰ **LINEÁRIS ÉS IDŐINVARIÁNS (LTI)** HÁLÓZATOK, AZ ÁRAMKÖRI ÉPÍTŐELEMÉK ÉS AZOK MODELLJEI

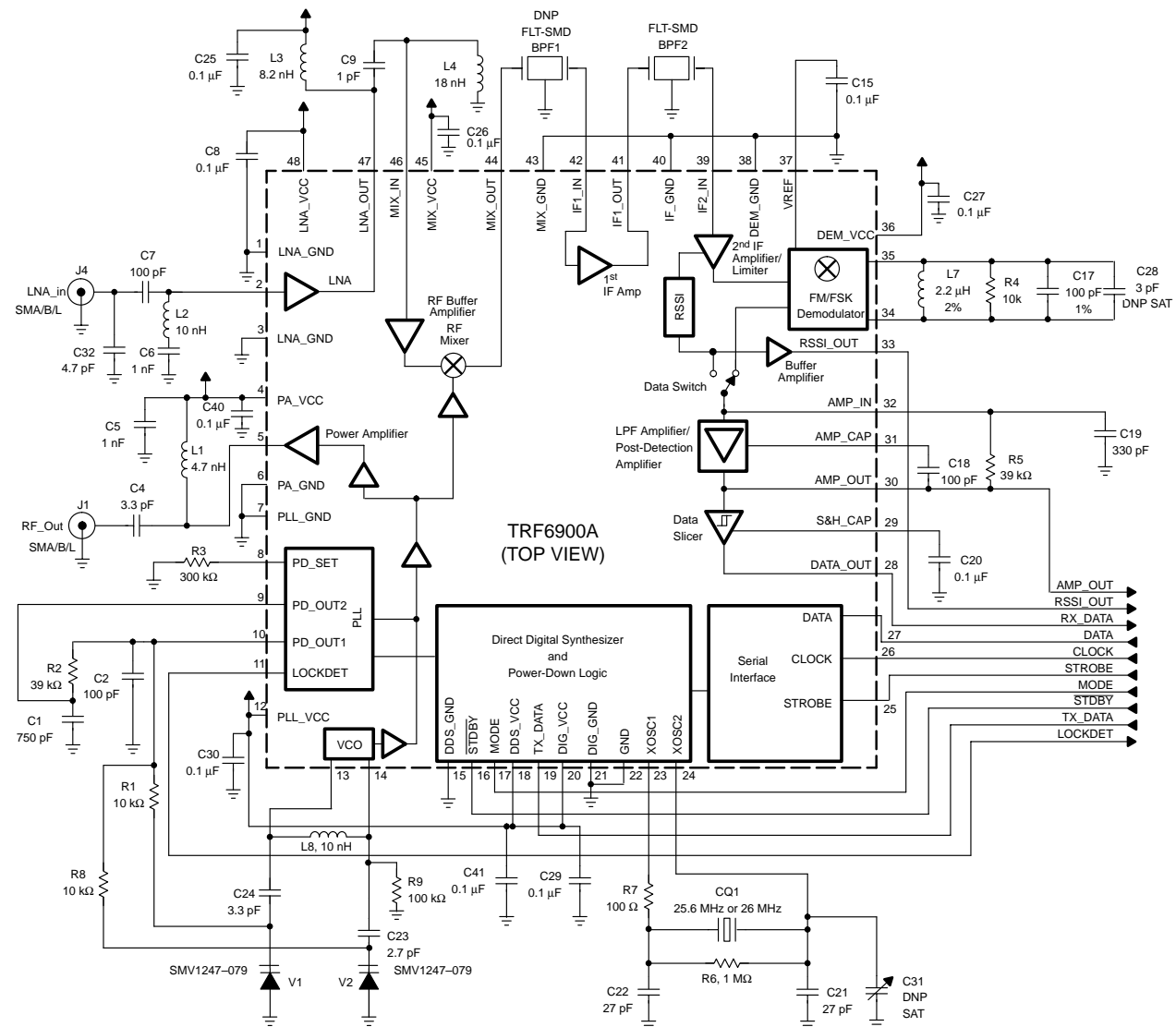
Dekódolás

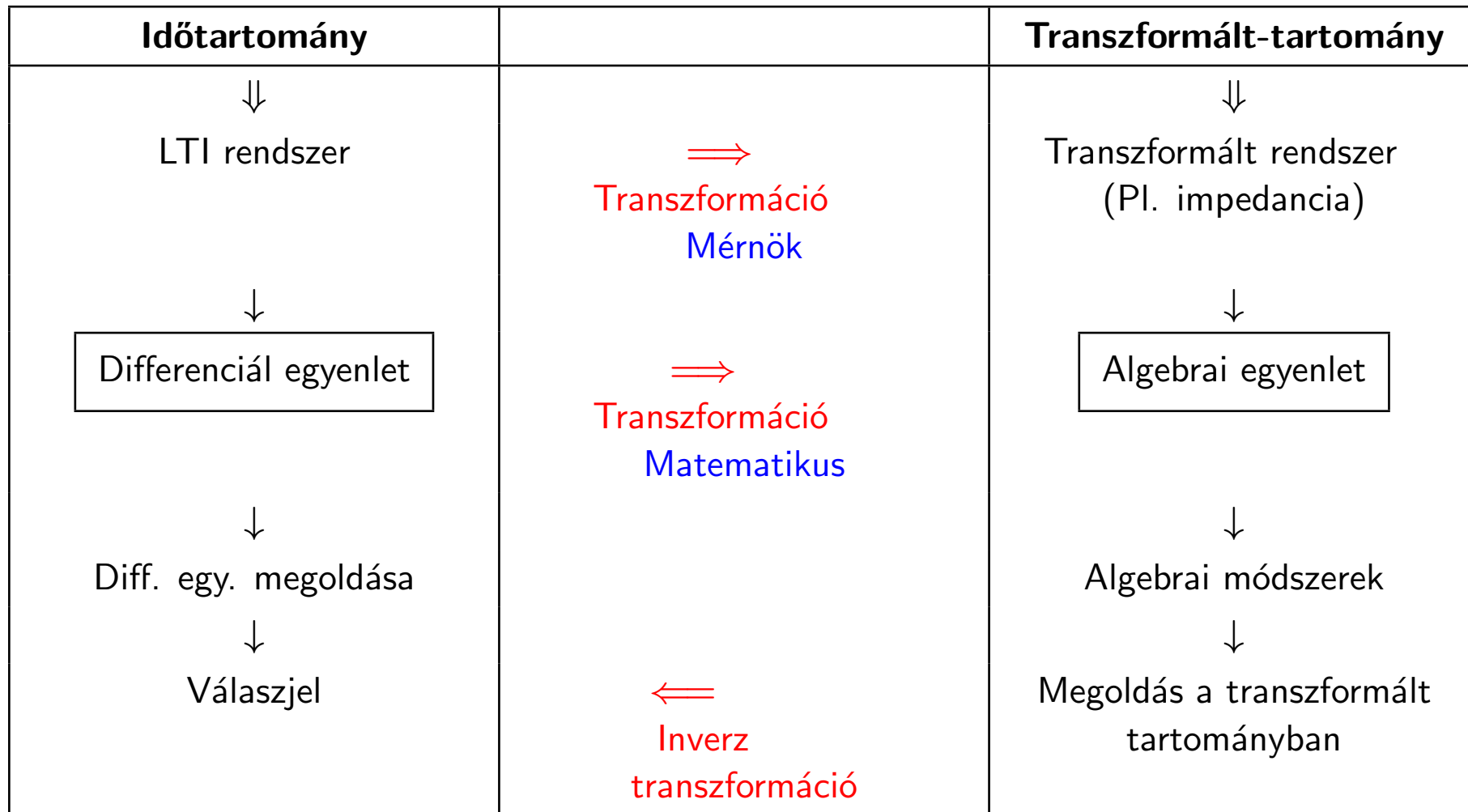
- **Koncentrált:** feszültség $v(t)$ és áram $i(t)$ csak az idő függvénye
- **Lineáris:** (1) szuperpozíció $f(x + y) = f(x) + f(y)$ és (2) első rendű homogenitás $f(Cx) = Cf(x) \forall C$ -re
- **Időinvariáns:** alkotó elemek értékei (pl. ellenállás, kapacitás) nem függnek az időtől

Egy TRF6900A típusú Texas adó-vevő áramkör kapcsolási rajza

Vedd észre:

- A legbonyolultabb rendszer ill. áramkör is felépíthető néhány alkatrészből (kondenzátor, ellenállás, stb)
- A rendszer/áramkör jellemzett, ha minden ponton ismerjük a $v(t)$ és $i(t)$ időfüggvényeket
- Ha a belső felépítés nem érdekes, akkor átviteli függvényeket írunk fel (ekkor a linearitás követelmény)



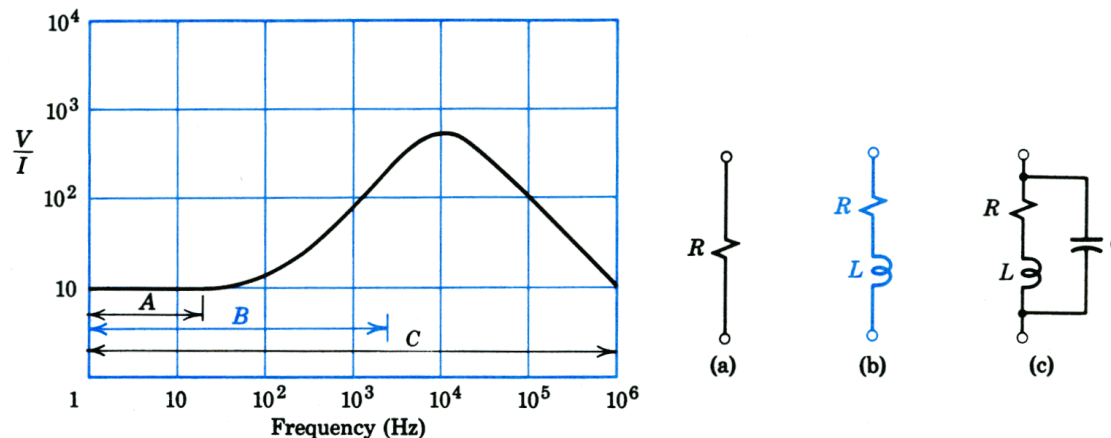
A matematikai modell, azaz a differenciál egyenlet megoldása

LTI rendszer \Rightarrow lineáris és állandó együtthatós differenciál egyenlet

2. 1. A rendszer elemeinek modellezése

MODELLEZÉS FIZIKAI KÉP ALAPJÁN

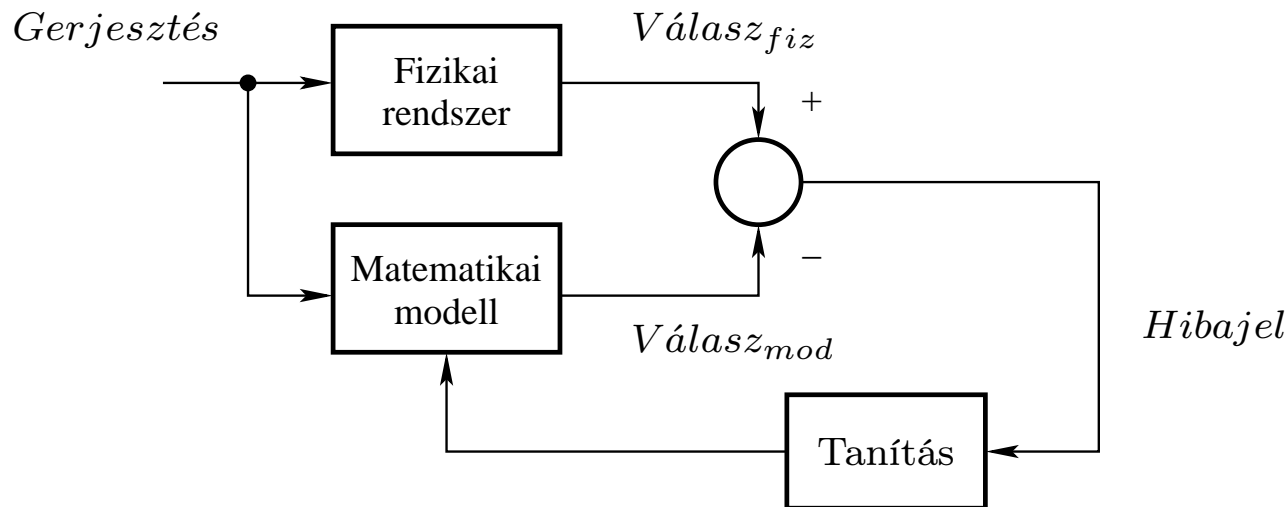
- A modellezni kívánt eszköz fizikai működéséből indulunk ki
- Először a fő jelenséget modellezzük majd figyelembe vesszük a másodlagos hatásokat



Vedd észre: • A legbonyolultabb fizikai kép alapján kialakított modellek is néhány elemi, ideális elemből tevődnek össze

MODELLEZÉS A FEKETE DOBOZ (BLACK BOX) SZEMLÉLETTEL

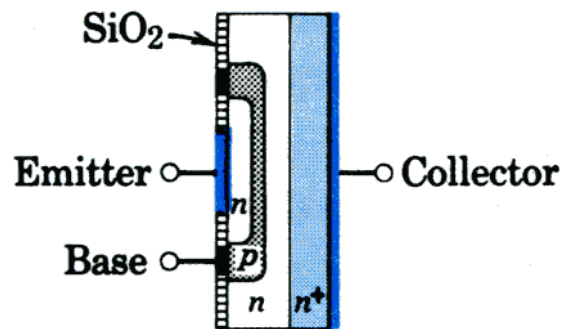
- A modellezendő eszközt egy kellő dimenziójú matematikai modellel írjuk le
- A model *paramétereit* egy tanítási folyamat során határozzuk meg
- Egy példa: Neurális hálózatok



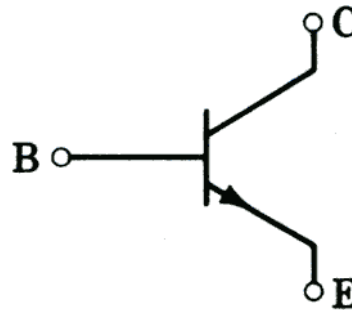
Vedd észre: • Ha a matematikai model dimenziója nem elégséges, akkor a modellezés nem konvergál

AZ ESZKÖZÖK (bipoláris tranzisztor, BJT) REPRESENTÁCIÓI

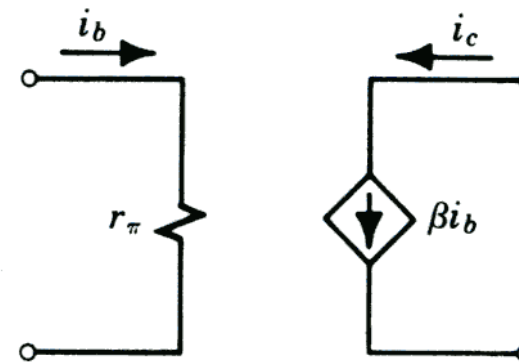
A fizikai eszköz
keresztmetszete



Áramköri szimbólum



Áramkör (matematikai)
modellje



2. 2. A matematikai modell (rendszerjellemező diff. egy.) felírása

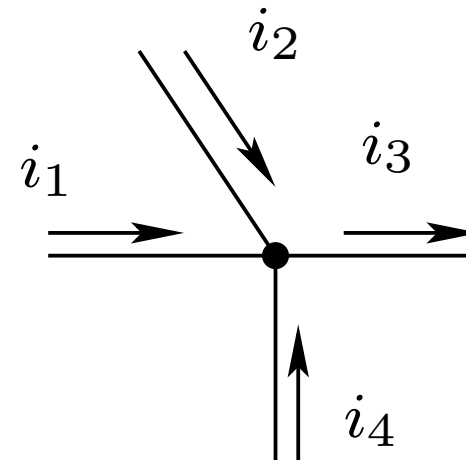
2.2.A. Kirchhoff egyenletek: Csomóponti és huroktörvények

- A kapcsolás topológiáját írják le
- Feszültség és/vagy áramirányok tetszőlegesen felvehetők, de utána következetesen betartandók

Emlékeztető:

Kirchhoff csomóponti törvénye
(Töltésmegmaradás elve)

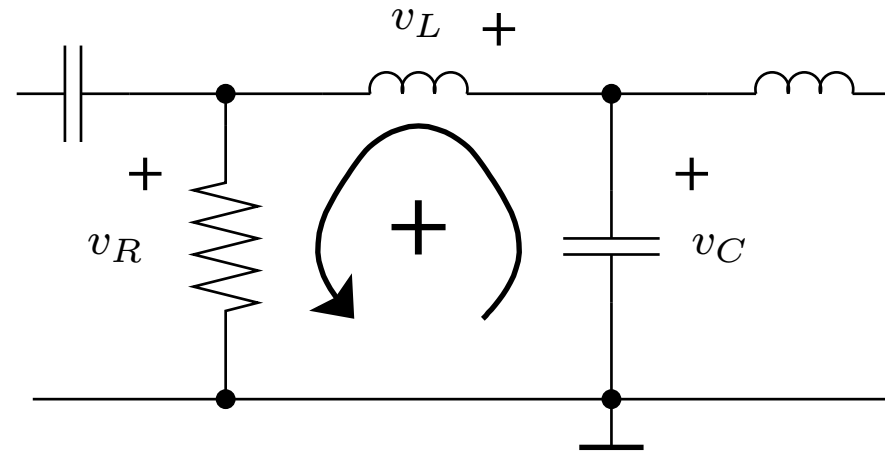
$$\sum_k i = 0$$



Emlékeztető:

Kirchhoff huroktörvénye
(Energiamegmaradás elve)

$$\sum_l v = 0$$



2.2.B. Áramköri elemekre vonatkozó egyenletek

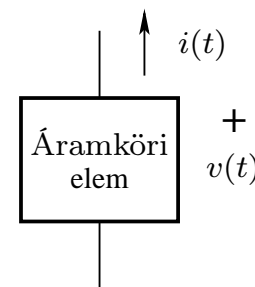
- Az áramköri elemen fellépő feszültség és áram összefüggését adja meg
- Feszültség és áramirányok adottak, **tilos** megváltoztatni őket
- Feszültség vagy áramirány felcserélése vált az áramköri elem passzív ill. aktív volta között

2.3. Lineáris áramköri elemek

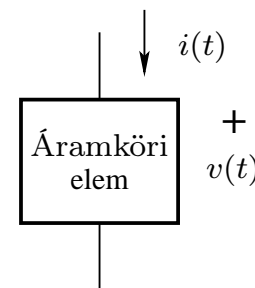
Fontos: A lineáris áramköri elemekből felépített áramkörök és rendszerek szintén lineárisak lesznek!

AKTÍV ÉS PASSZÍV ÁRAMKÖRI ELEMOK DEFINICIÓJA

Egy aktív áramköri elem energiát pumpál az őt befoglaló hálózatba



Egy passzív áramköri elem energiát vesz fel az őt befoglaló hálózatból

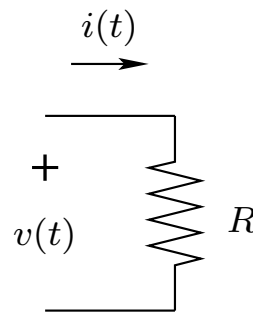


PASSZÍV ÁRAMKÖRI ELEMETEK DEFINIÁLÓ EGYENLETEK

Fontos: Ezen mérőirányok nem változtathatók meg!!!

(a) Ellenállás, R [Ω]

Ohm törvény: $v(t) = R i(t)$



Disszipált energia: $w_R = \int_0^T v i dt = R \int_0^T i^2 dt \big|_{i=I} = RI^2 T$

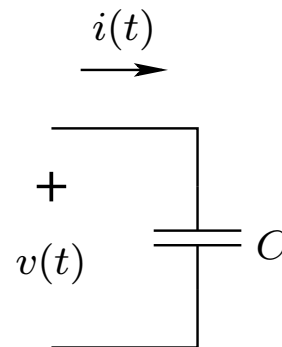
Fontos:

- Ellenállás a teljesítmény disszipálásának a mértéke (képessége)
- A disszipáció irreverzibilis
- A teljesítmény hővé alakul

(b) Kondenzátor (kapacitás), C [F]

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\tau = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau$$



Tárolt energia: $w_C = \int_0^T v i dt = \int_0^T v C \frac{dv}{dt} dt = \int_0^V C v dv = \frac{C V^2}{2}$, ahol $V = v(T)$

- Fontos:**
- Az energiatárolás a C -ben generált elektromos erőterben történik
 - A tárolt energia csak a C kondenzátor T időpillanatban mért $V = v(T)$ feszültségétől függ
 - A tárolt energia a kisütés során visszanyerődik
 - A kondenzátor feszültsége az időnek mindig folytonos függvénye
 - Állandósult állapotú DC áramkörben a kondenzátor szakadásként viselkedik

Állítás: A kondenzátor feszültsége az időnek mindig folytonos függvénye

Bizonyítás:

A kondenzátorra írható:

$$v_C(t) = v_C(T) + \frac{1}{C} \int_T^t i_C(\tau) d\tau$$

Legyen $t = T + dt$, ahol $t \in [t_a, t_b]$ és $t_a < T < t_b$, $t_a < T + dt \leq t_b$

Fizikai rendszerben az áram korlátos lehet csak, azaz $i_C(t) < M \quad \forall t \in [t_a, t_b]$

$$v_C(T + dt) - v_C(T) = \frac{1}{C} \int_T^{T+dt} i_C(\tau) d\tau < \frac{M}{C} dt$$

Vizsgáljuk $v_C(t)$ folytonosságát:

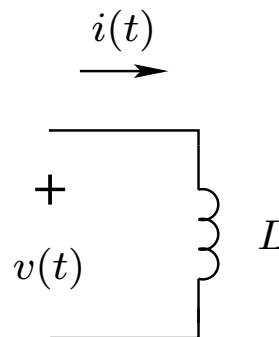
$$\lim_{dt \rightarrow 0} [v_C(T + dt) - v_C(T)] = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{M}{C} dt = 0$$

QED

(c) Induktivitás, L [H]

$$v = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v d\tau = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v d\tau$$



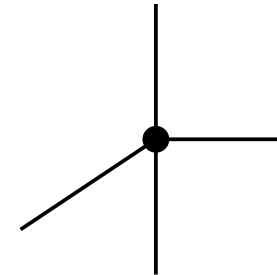
Tárolt energia: $w_L = \int_0^T v i dt = \int_0^T L \frac{di}{dt} i dt = \int_0^I L i di = \frac{LI^2}{2}$, ahol $I = i(T)$

- Fontos:**
- Az energiatárolás az L -ben generált mágneses erőterben történik
 - A tárolt energia csak a L induktivitáson a T időpillanatban átfolyó $I = i(T)$ áramtól függ
 - A tárolt energia a kisütés során visszanyerődik
 - Az induktivitás árama az időnek mindig folytonos függvénye
 - Állandósult állapotú DC áramkörben az induktivitás rövidzárként viselkedik

(d) Összeköttetés

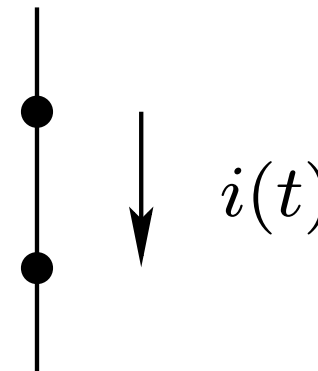
Jelmagyarázat:

- Pont: Összekötött vezetékek
- Nincs pont: Átmenő, elektromosan izolált vezetékek



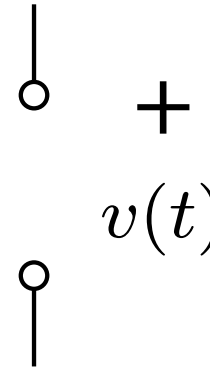
(e) Rövidzár

$v = 0$ tetszőleges i mellett



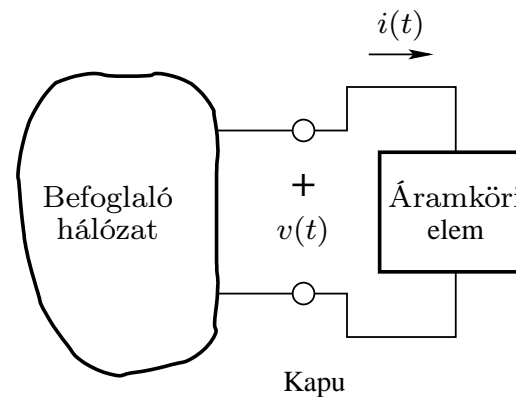
(f) Szakadás

$i = 0$ tetszőleges v mellett



Vedd észre:

Rövidzár/szakadás esetén az áramot/feszültséget a befoglaló áramkör határozza meg!!!



AKTÍV ÁRAMKÖRI ELEMETEK DEFINIÁLÓ EGYENLETEK

Emlékezz: Ezen mérőirányok nem változtathatók meg!!!

(g) Független feszültségforrás

Feszültséget kényszerít, áram a befoglaló hálózattól függ

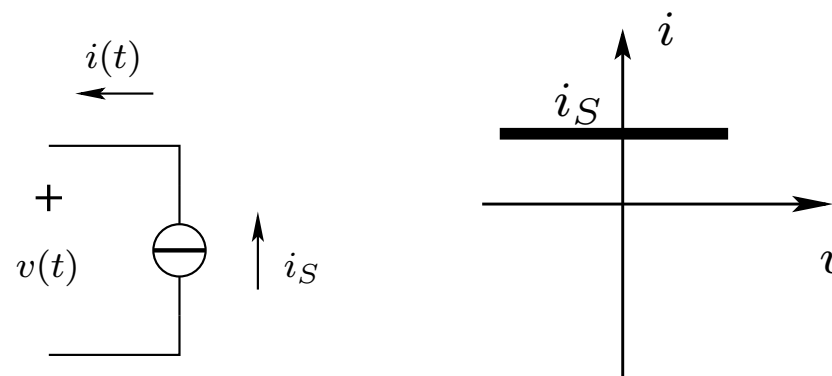
$$v(t) = v_S \text{ tetszőleges } i \text{ mellett}$$



(h) Független áramforrás

Áramot kényszerít, feszültség a befoglaló hálózattól függ

$$i = i_S \text{ tetszőleges } v \text{ mellett}$$

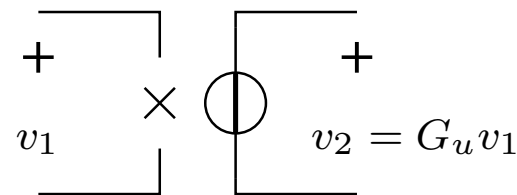


VEZÉRELT GENERÁTOROKAT DEFINIÁLÓ EGYENLETEK (AKTÍV)

(i) Feszültségvezérelt feszültséggenerátor

(Feszültség) erősítés

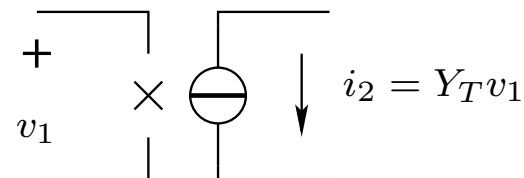
$$G_u = \frac{v_2}{v_1}$$



(I) Feszültségvezérelt áramgenerátor

Transzfer admittancia

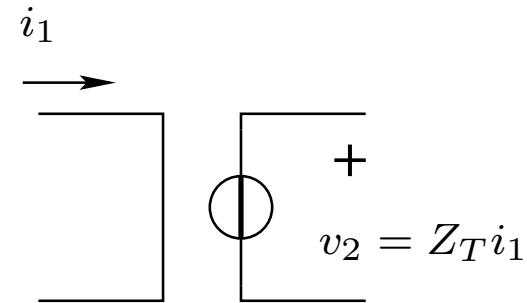
$$Y_T = \frac{i_2}{v_1}$$



(k) Áramvezérelt feszültséggenerátor

Transzfer impedancia

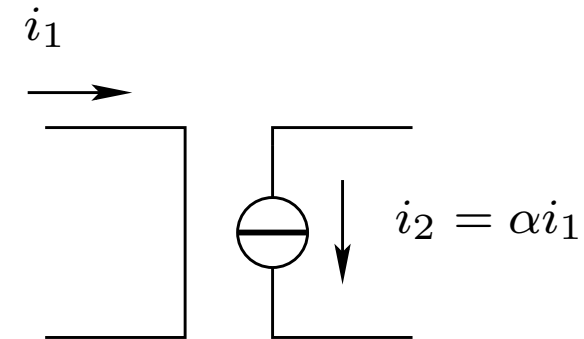
$$Z_T = \frac{v_2}{i_1}$$



(l) Áramvezérelt áramgenerátor

Áramerősítés

$$\alpha = \frac{i_2}{i_1}$$



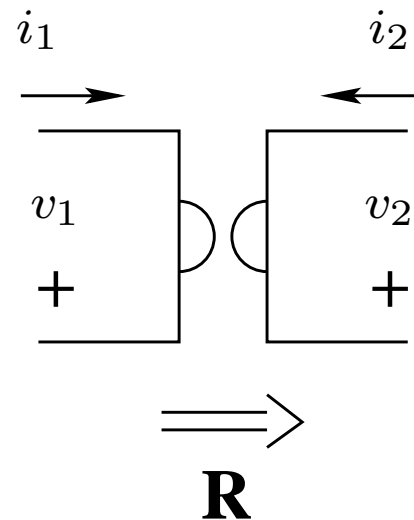
KÉT TOVÁBBI ÁRAMKÖRI ELEM

(m) Girátor

Impedancia konverzióra használható

Egyenletei:

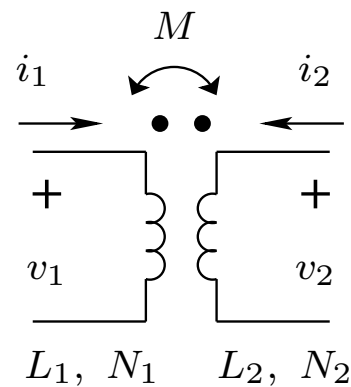
$$\begin{aligned}v_2 &= Ri_1 \\v_1 &= -Ri_2\end{aligned}$$



(n) Két csatolt tekercs

$$\begin{aligned}v_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\v_2 &= M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}\end{aligned}$$

Transzformátor esetén: $M = L_1 \frac{N_2}{N_1}$

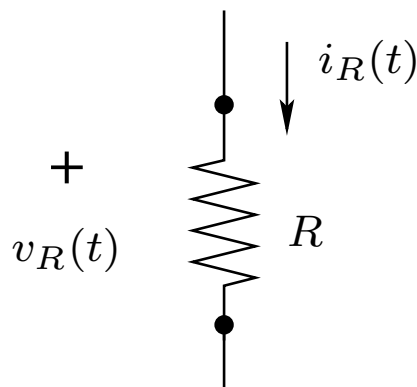


Ellentmondás?

- **7. oldal, Kirchhoff:**
„Feszültség és/vagy áramirányok tetszőlegesen felvehetők”
- **11. oldal, áramköri elemeket definiáló egyenletek:**
„Ezen mérőirányok nem változtathatók meg!!!”

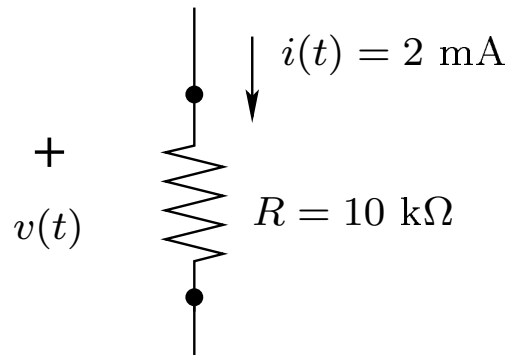
Vedd észre:

i_R vagy v_R mérőirány egyike tetszőlegesen felvehető (Kirchhoff), de utána a másik, v_R vagy i_R , meghatározott az áramköri elemet definiáló egyenlet által



Illeszkedő egységrendszer

$$V[\text{V}] = (i[\text{mA}] \times 10^3)(R[\text{k}\Omega] \times 10^{-3}) = i[\text{mA}] R[\text{k}\Omega]$$



$$v = Ri = 10 \times 2 = 20 \text{ V}$$

Manapság használt félvezető átlagos teljesítményű áramkörökben

- feszültség 1,5 V – 24 V
- áram tipikusan mA
- ellenállás tipikusan kΩ