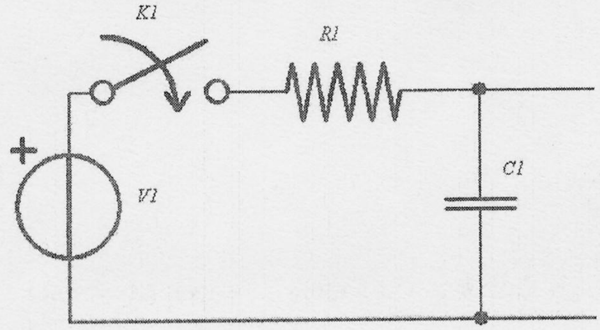
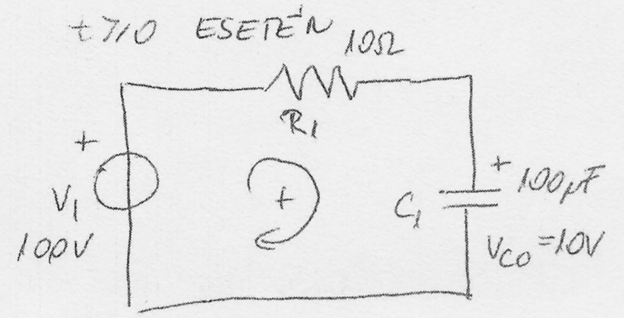
1A

1. Határozza meg a *C1* kondenzátor feszültségét *K1* t=0-ban történő bekapcsolása után akkor, ha vc(0) = Vc0 = 10V

V1 = 100 V
R1 = 10 Ω
C1 = 100 μF



t > 0 ESETÉN



BEKAPCSOLÁS UTÁN

$$\sum v = 0 = -V_1 + v_R + v_C = -V_1 + R_1 i(t) + V_0 + \frac{1}{C_1}\int_0^t i(\theta)\,d\theta$$

$$R_1 \frac{di}{dt} + \frac{1}{C_1} i = 0$$

MEGOLDÁS KERESÉSE

$i(t) = A e^{st}$ alakban

$$\frac{di}{dt} = sAe^{st}$$

TEHÁT

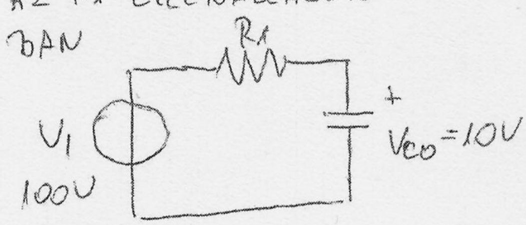
$$(R_1C_1 s + 1) A e^{st} = 0 \quad \text{AHOL} \quad s = -\frac{1}{R_1C_1} \qquad \tau = R_1C_1 = 1\,ms$$

MEGOLDÁS

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{R_1C_1}} = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t)\Big|_{t=0} = \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1}$$

AZ R1 ELLENÁLLÁSON A BEKAPCSOLÁS PILLANATÁBAN



$V_1 - V_{C0}$ FESZÜLTSÉG R_1 ELLENÁLLÁSON $i = \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1}$ ÁRAM FOLYIK

$$i(t) = A e^{-t/R_1C_1}\Big|_{t=0} = \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1} = A$$

AZAZ

$$A = \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1} \Rightarrow$$

A MEGOLDÁS A KÖRBEN FOLYÓ ÁRAMRA

$$i(t) = \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1} e^{-t/R_1C_1} = \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1} e^{-t/\tau}$$

A KAPACITÁS FESZÜLTSÉGE

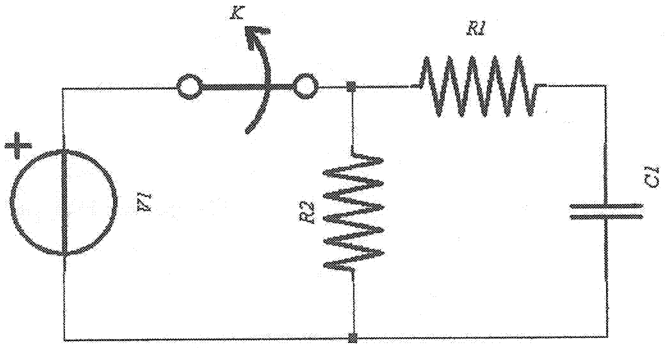
$$v_C(t) = V_{C0} + \frac{1}{C_1}\int_0^t \frac{V_1 - V_{C0}}{R_1} e^{-\theta/\tau}\,d\theta = V_{C0} + \frac{V_1 - V_{C0}}{\underbrace{R_1C_1}_{\tau}}(-\tau)\, e^{-\theta/\tau}\Big|_0^t$$

$$= V_{C0} - (V_1 - V_{C0})\left(e^{-t/\tau} - 1\right) = V_1\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + V_{C0}\, e^{-t/\tau} \; V$$

1B

2. Határozza meg a *C1* kondenzátor feszültségét *K* kapcsoló t=0-ban történő kikapcsolása után.

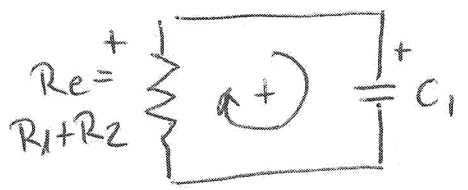
V1 = 100 V
R1 = 100 Ω
R2 = 100 Ω
C1 = 100 μF



KIKAPCSOLÁS ELŐTTI ÁLLAPOT

$V_c(0) = V_1$

KIKAPCSOLÁS UTÁN



$V_c(0) = V_1$

$$\sum v = \phi = V_C + V_R = V_0 - \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau - Ri$$

$RC\frac{di}{dt} + i = \phi$ HOMOGEN DIFF. EGYENLET

$i(t) = Ae^{st}$ ALAKBAN KERESSÜK A MEGOLDÁST

$\frac{di}{dt} = sAe^{st}$ -t HELYETTESITÜNK

$(RCs + 1)Ae^{st} = \phi$ $\quad s = -\frac{1}{RC}$; $\quad i(t) = Ae^{-t/RC}$ ALAKU A MEGOLDÁS

$v_c(0) = v_c(0+) = V_1$ A KIKAPCSOLAS ELŐTTI ÁLLAPOTBÓL

$i(0+) = \frac{v_c(0+)}{Re} = \frac{V_1}{Re} = A$ tehát $i(t) = \frac{V_1}{Re}e^{-t/RC}$

FIGYELEMBEVÉVE, HOGY KIKAPCSOLT ÁLLAPOTBAN

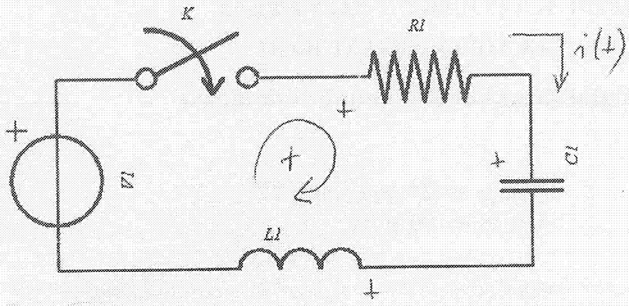
$v_c(t) = v_{Re}(t) = i(t)\cdot Re$ azaz

$$v_c(t) = \cancel{Re}\cdot\frac{V_1}{\cancel{Re}}e^{-t/RC} = \underline{\underline{V_1 e^{-t/RC}}}$$

$v_c(t) = 100\cdot e^{-t/20ms}$ [V]

3. Határozza meg a *C1* kondenzátor áramát *K* kapcsoló t=0-ban történő bekapcsolása után.

V1 = 100 V
R1 = 100 Ω
L1 = 0,21H
C1 = 100 μF



$V_C(\phi) = \phi$
$i_L(\phi) = \phi$

$$\sum v = 0 = v_L + V_C + V_R - V_1 = L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau - V_1$$

$$\frac{1}{C}i + R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} = \phi \quad \text{HOMOGÉN DIFF. EGYENLET}$$

MEGOLDÁS KERESÉSE $i = Ae^{st}$ ALAKBAN

$$i = Ae^{st}; \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st}; \quad \frac{d^2i}{dt^2} = s^2Ae^{st}$$

$$\underbrace{\left(\frac{1}{C} + sR + s^2L\right)}\, Ae^{st} = \phi$$

$$s_{12} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L} \quad \begin{matrix} \nearrow s_1 = -341 \\ \searrow s_2 = -146 \end{matrix}$$

KÉT GYÖK MIATT

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad \text{ALAKÚ A MEGOLDÁS}$$

$t=0$-BAN $V_C = V_C(0-) = \phi$ és $i_L = i_L(0) = \phi$

$$i(t)\Big|_{t=0} = A_1 e^{\phi} + A_2 e^{\phi} = A_1 + A_2 \Rightarrow A_1 = -A_2$$

$V_R = 0$ MIVEL $i(t)\big|_{t=0} = \phi$ $\quad v_L = V_1 - v_C(0) - v_R(0) \Rightarrow v_L = V_1$

$$L\frac{di}{dt} = V_1 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{V_1}{L}$$

$$\frac{di(t)}{dt} = +s_1 A_1 e^{s_1 t} + s_2 A_2 e^{s_2 t}\Big|_{t=\phi} = -341 A_1 - 146 A_2 = \frac{V_1}{L} =$$

$$-195 A_1 = \frac{V_1}{L} \quad \text{AZAZ} \quad A_1 = \frac{V_1}{-195 \cdot L_1} = \frac{100}{-195 \cdot 0{,}21} = -2{,}44$$

$$A_2 = -A_1 = +2{,}44$$

$$i(t) = -2{,}44 \cdot e^{-341t} + 2{,}44\, e^{-146t}$$