Paprastųjų diferencialinių lygčių skaitinis sprendimas *(pradinių reikšmių uždaviniai)*

http://oras.if.ktu.lt/moduliai/T170B115/Skaitiniai inzinerijos metodai su MATLAB (KP RG RB)2009

F12.pdf

http://oras.if.ktu.lt/moduliai/T170B115 /Skaitiniai inzinerijos metodai(RB) 2006

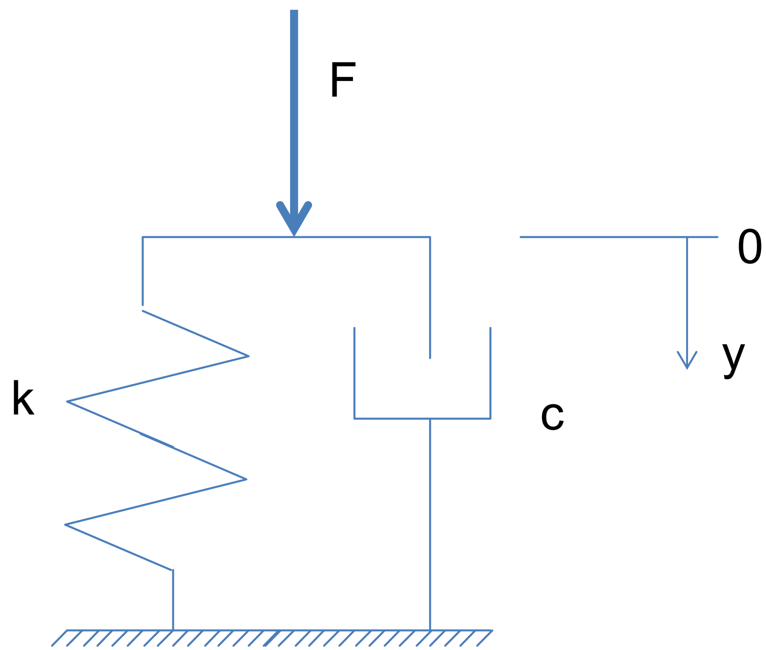
I.3.pdf

Paprastosios diferencialinės lygtys.
Apibrėžimas ir pavyzdžiai

- **Paprastoji diferencialinė lygtis (PDL) matematine išraiška susieja funkciją ir vieną ar kelias jos išvestines to paties argumento atžvilgiu;**
- **PDL sprendinys yra funkcija, kurios išraiškoje yra viena ar kelios *integravimo konstantos* ;**
- **Kai integravimo konstantos nustatomos pagal žinomas pradines reikšmes, turime *pradinių reikšmių (Koši) uždavinį***

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \qquad y(x_0) = y_0$$

- **Daugelis diferencialinių lygčių aprašo realias fizikines, biologines, ekonomines, socialines sistemas. Svarbus tokių PDL bruožas yra, kad jomis galima aprašyti judėjimą arba būsenos kitimą, laikui bėgant (PDL);**
- **Kaip priešingybė, algebrinėmis lygtimis aprašytume tik sistemų pusiausvyros būsenas.**



y(t) nusako, kaip laikui bėgant judės platformėlė, veikiant ją išorine jėga F (inercijos nevertiname):

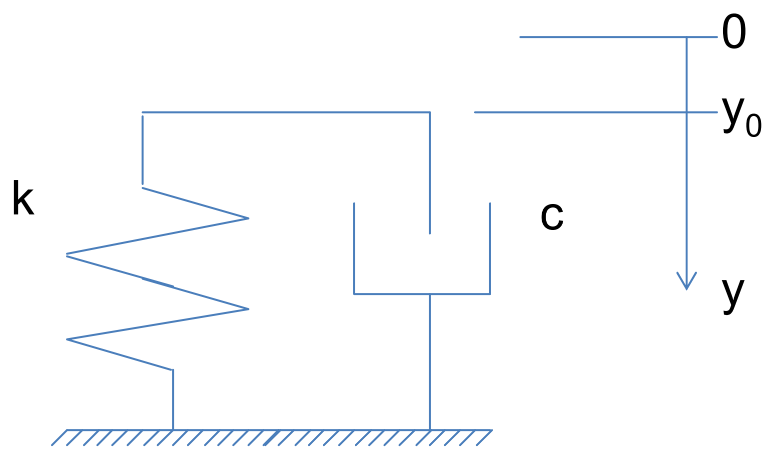
$$c\frac{dy}{dt}+ky=F(t), \qquad y(0)=0;$$

$$\frac{dy}{dt}=-\frac{k}{c}y+\frac{1}{c}F(t), \qquad y(0)=0;$$

Standartinis pirmos eilės PDL pavidalas:

$$\frac{dy}{dt}=f(t,y)$$

y(t) nusako, kaip laikui bėgant kinta platformėlės pdaėtis, leidžiant jai laisvai judėti nuo tam tikros pradinės padėties y_0:



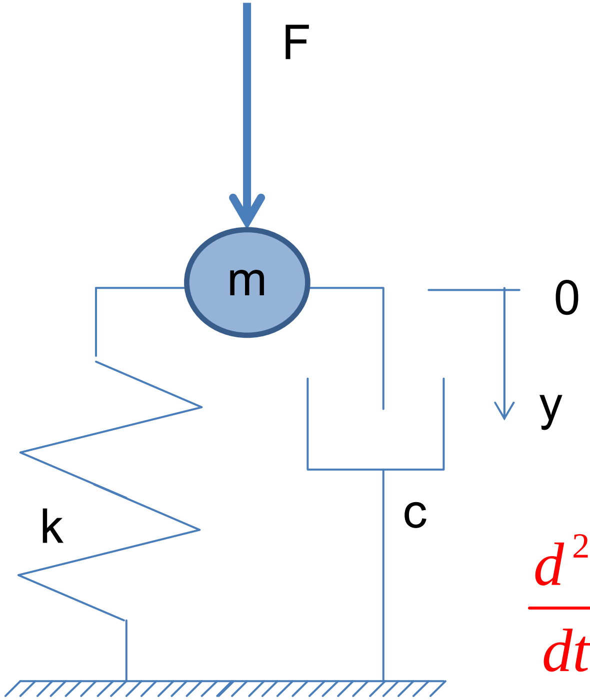
$$c\frac{dy}{dt}+ky=0, \qquad y(0)=y_0;$$

PDL, kurios dešinė pusė nulinė, vadinama *homogenine*

$$\frac{dy}{dt}=-\frac{k}{c}y, \qquad y(0)=y_0;$$

Standartinis pirmos eilės PDL pavidalas:

$$\frac{dy}{dt}=f(t,y)$$

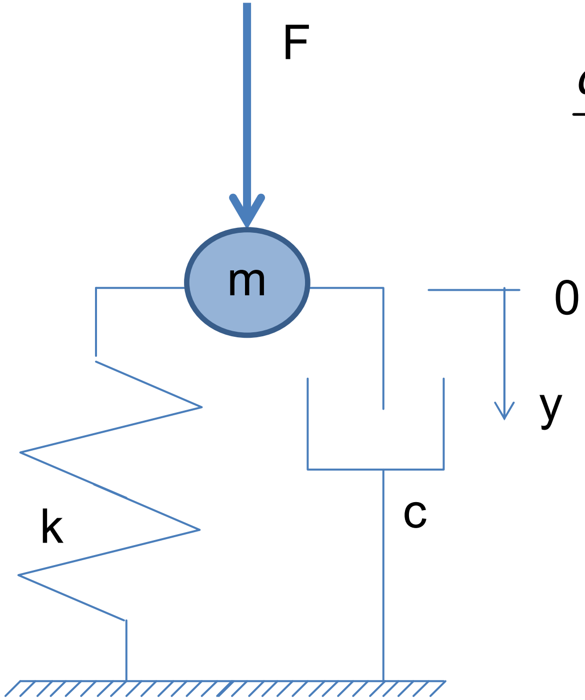


y(t) nusako, kaip laikui bėgant virpės masė, veikiant ją išorine jėga F (įvertiname inerciją):

$$m\frac{d^2y}{dt^2}+c\frac{dy}{dt}+ky=F(t), \qquad y(0)=0; \quad \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0}=0;$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-\frac{c}{m}\frac{dy}{dt}-\frac{k}{m}y+\frac{1}{m}F(t), \qquad y(0)=0; \quad \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0}=0;$$

Standartinis antros eilės PDL pavidalas: $$\frac{d^2y}{dt^2}=f(t,y,\frac{dy}{dt})$$



antros eilės PDL gali būti pakeista į pirmos eilės PDL sistemą:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{c}{m}\frac{dy}{dt} - \frac{k}{m}y + \frac{1}{m}F(t), \qquad y(0)=0; \quad \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 0;$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = v; \\ \dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{c}{m}\dfrac{dy}{dt} - \dfrac{k}{m}y + \dfrac{1}{m}F(t); \end{cases} \qquad y(0)=0; \;\; v(0)=0;$$

$$\frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} y \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v \\ -\dfrac{c}{m}\dfrac{dy}{dt} - \dfrac{k}{m}y + \dfrac{1}{m}F(t) \end{Bmatrix}; \qquad \begin{Bmatrix} y(0) \\ v(0) \end{Bmatrix} = 0;$$

Standartinis pirmos eilės PDL sistemos pavidalas:

$$\frac{d\{\mathbf{y}\}}{dt} = \left\{\mathbf{f}\left(t,\{\mathbf{y}\}\right)\right\}; \qquad \{\mathbf{y}(0)\} = 0$$

- **Aukštesniosios eilės PDL visuomet gali būti pakeista į pirmos eilės PDL sistemą;**

- **Skaitinio PDL sprendimo algoritmai dažniausiai formuluojami pirmos eilės PDL;**

- **Algoritmai atskros PDL sprendimui labai panašūs nuo PDL sistemų sprendimo algoritmų. PDL sistemos atveju tie patys veiksmus atliekami su kiekviena lygtimi;**

- **Toliau kalbėsime tik apie standartinio pavidalo PDL pradinių reikšmių uždavinį:**

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \qquad y(x_0) = y_0$$

Tikslu sulyginti gautus skaitinius sprendinius su tiksliais, PDL pavyzdžiu imsime :

$$\frac{dy}{dx} = \alpha y + f, \qquad y(0) = y_0;$$

Šią lygtį galima išspręsti analitiškai:

$$y = \left(y_0 + \frac{f}{\alpha} \right) e^{\alpha x} - \frac{f}{\alpha}$$

$$y = z - \frac{f}{\alpha};$$

$$\frac{dz}{dx} = \alpha z;$$

$$\int \frac{dz}{z} = \int \alpha dx + \ln C;$$

$$\ln z = \alpha x + \ln C;$$

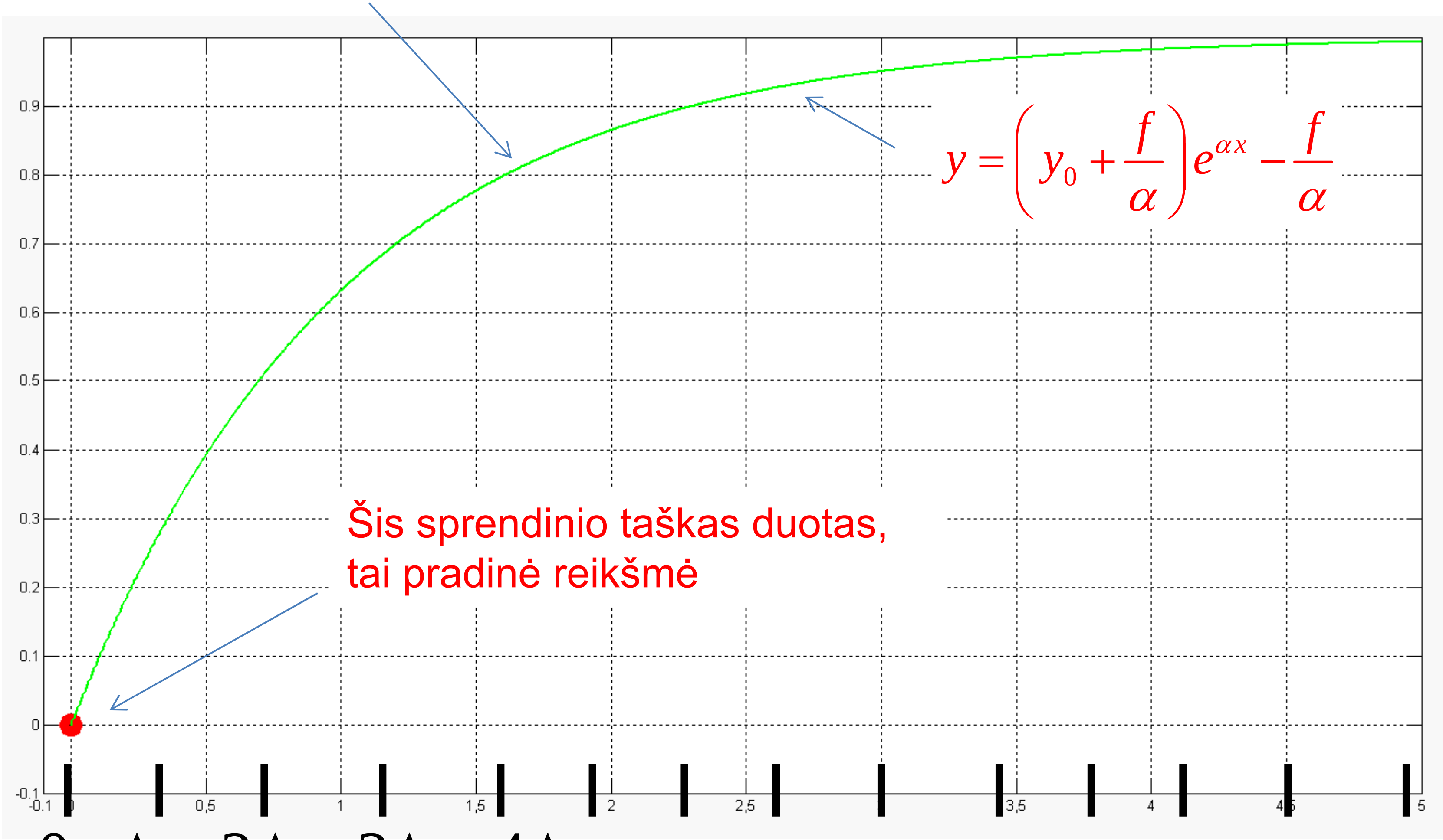
$$z = Ce^{\alpha x};$$

$$y = Ce^{\alpha x} - \frac{f}{\alpha};$$

$$y(0) = y_0 \Rightarrow y_0 = C - \frac{f}{\alpha} \Rightarrow C = y_0 + \frac{f}{\alpha};$$

$$y = \left(y_0 + \frac{f}{\alpha} \right) e^{\alpha x} - \frac{f}{\alpha};$$

Šios kreivės (tai analitinis sprendinys) “nežinome”.
Ją apytiksliai turime rasti, skaitiškai spręsdami PDL



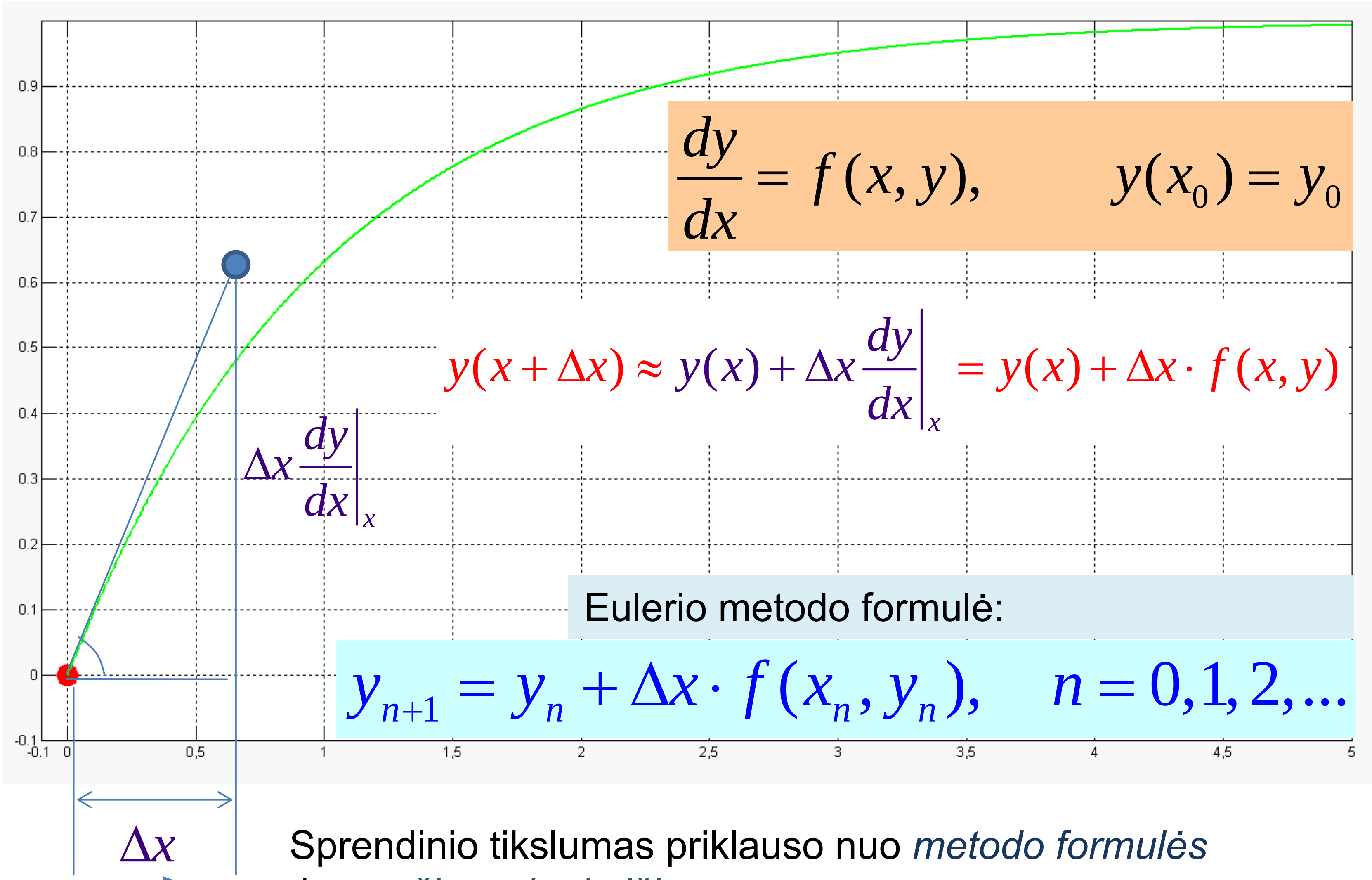
$$0 \quad \Delta x \quad 2\Delta x \quad 3\Delta x \quad 4\Delta x \quad \cdots$$

Sprendinį apskaičiuosime diskrečiuose taškuose, parinkę tam tikrą
argumento žingsnį Δx

- ***Skaitiškai išspręsti PDL*** **reiškia apytiksliai apskaičiuoti sprendinį diskrečiuose taškuose;**
- **Dažnai PDL skaitinį sprendimą vadiname *PDL skaitiniu integravimu* (nereikia painioti su *skaitiniu apibrėžtinio integralo apskaičiavimu*)**
- **Remiantis PDL išraiška, sudaroma *skaitinio integravimo formulė*, kurios pagalba pagal jau žinomo sprendinio taško koordinates randame sekantį artimiausią sprendinio tašką;**
- **Bendruoju atveju argumento žingsniai gali būti skirtingi;**
- **Dauguma pradinių reikšmių uždavinio skaitinio sprendimo metodų paremti *Teiloro eilutės skleidiniais* taško, kurį jau esame apskaičiavę, aplinkoje;**

Eulerio metodas skaitiniam PDL sprendimui.

Tai paprasčiausias galimas metodas



$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \qquad y(x_0) = y_0$$

$$y(x + \Delta x) \approx y(x) + \Delta x \left.\frac{dy}{dx}\right|_x = y(x) + \Delta x \cdot f(x, y)$$

$$\Delta x \left.\frac{dy}{dx}\right|_x$$

Eulerio metodo formulė:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta x \cdot f(x_n, y_n), \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Δx

Sprendinio tikslumas priklauso nuo *metodo formulės* ir nuo *žingsnio dydžio*

Matematiškai *metodo tikslumo eilė* nustatoma, tiriant *tiesinės homogeninės PDL sprendinį* vieno žingsnio metu, gautą *analitiniu* ir *skaitiniu* būdais

Analitinis sprendinys

Analitinio sprendinio reikšmė pirmo žingsnio pabaigoje Δx

$$\frac{dy}{dx} = \alpha y; \quad \tilde{y} = y_0 e^{\alpha x};$$

Analitinio sprendinio skleidinys Teiloro eilute taško x=0 aplinkoje

$$\tilde{y}(\Delta x) = y_0 e^{\alpha \Delta x} = y_0 + \alpha \Delta x y_0 + \frac{(\alpha \Delta x)^2}{2} y_0 + \frac{(\alpha \Delta x)^3}{6} y_0 + \frac{(\alpha \Delta x)^4}{24} y_0 + \ldots$$

$$y(\Delta x) = y_0 + \Delta x (\alpha y_0)$$

Skaitinio sprendinio, apskaičiuoto pagal Eulerio metodo formulę, reikšmė pirmo žingsnio pabaigoje, kai $x=\Delta x$

- **Taikant Eulerio metodą, skaitinis ir analitinis sprendiniai po vieno žingsnio sutampa iki Teiloro eilutės nario su 1 eilės išvestine. Todėl *Eulerio metodas yra 1 tikslumo eilės;***

- **Tai reiškia, kad kiekvieno žingsnio (t.y. *lokalioji*) paklaida yra proporcinga žingsnio dydžiui pirmu laipsniu;**

Matematiškai *metodo stabilumo* savybė nustatoma, tiriant tiesinės homogeninės PDL sprendinį po daugelio žingsnių, gautą *skaitiniu* būdu

Metodo ***skaitinis "stiprinimo koeficientas"***

$$E = |1 + \alpha \Delta x|$$

$$y(\Delta x) = y_1 = y_0(1 + \alpha \Delta x);$$

$$y(2\Delta x) = y_2 = y_1(1 + \alpha \Delta x) = y_0(1 + \alpha \Delta x)^2;$$

$$\vdots$$

$$y(n\Delta x) = y_n = y_0(1 + \alpha \Delta x)^n;$$

Kai E > 1, metodas nestabilus. Kiekviename žingsnyje padaryta metodui būdinga paklaida tolydžio didėja, atliekant vis naujus skaitinio integravimo žingsnius.

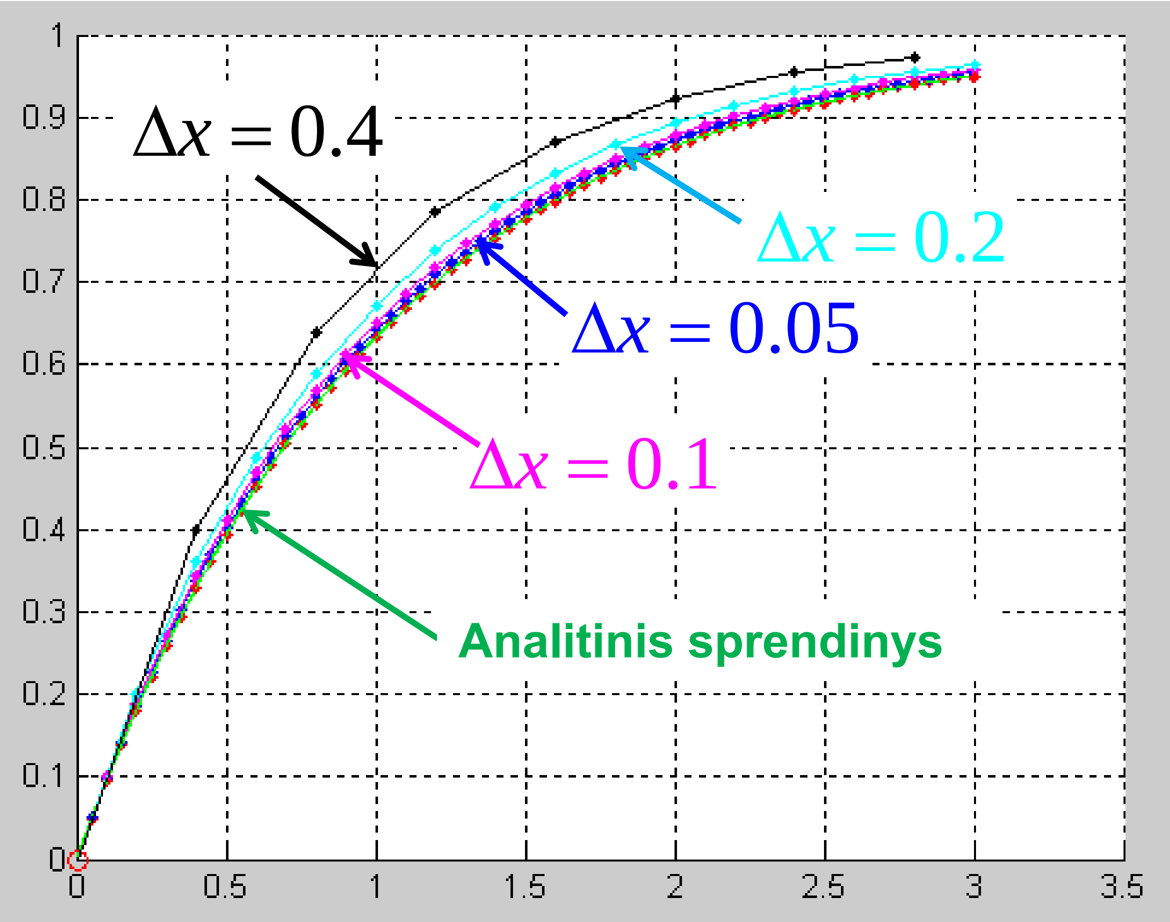
$$|1+\alpha\Delta x| < 1 \;\Rightarrow\; \begin{cases} 1+\alpha\Delta x < 1, & 1+\alpha\Delta x > 0; \\ -1-\alpha\Delta x < 1, & 1+\alpha\Delta x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1+\alpha\Delta x < 1; \\ 0 < -1-\alpha\Delta x < 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < \alpha\Delta x < 0$$

Eulerio metodo stabilumo sąlyga:
(tai reiškia, kad metodas *sąlygiškai stabilus*)

$$\alpha < 0, \qquad \Delta x < \frac{2}{|\alpha|}$$

Eulerio metodo tikslumo tyrimas

$$\frac{dy}{dx} = -y + 1, \qquad y(0) = 0;$$

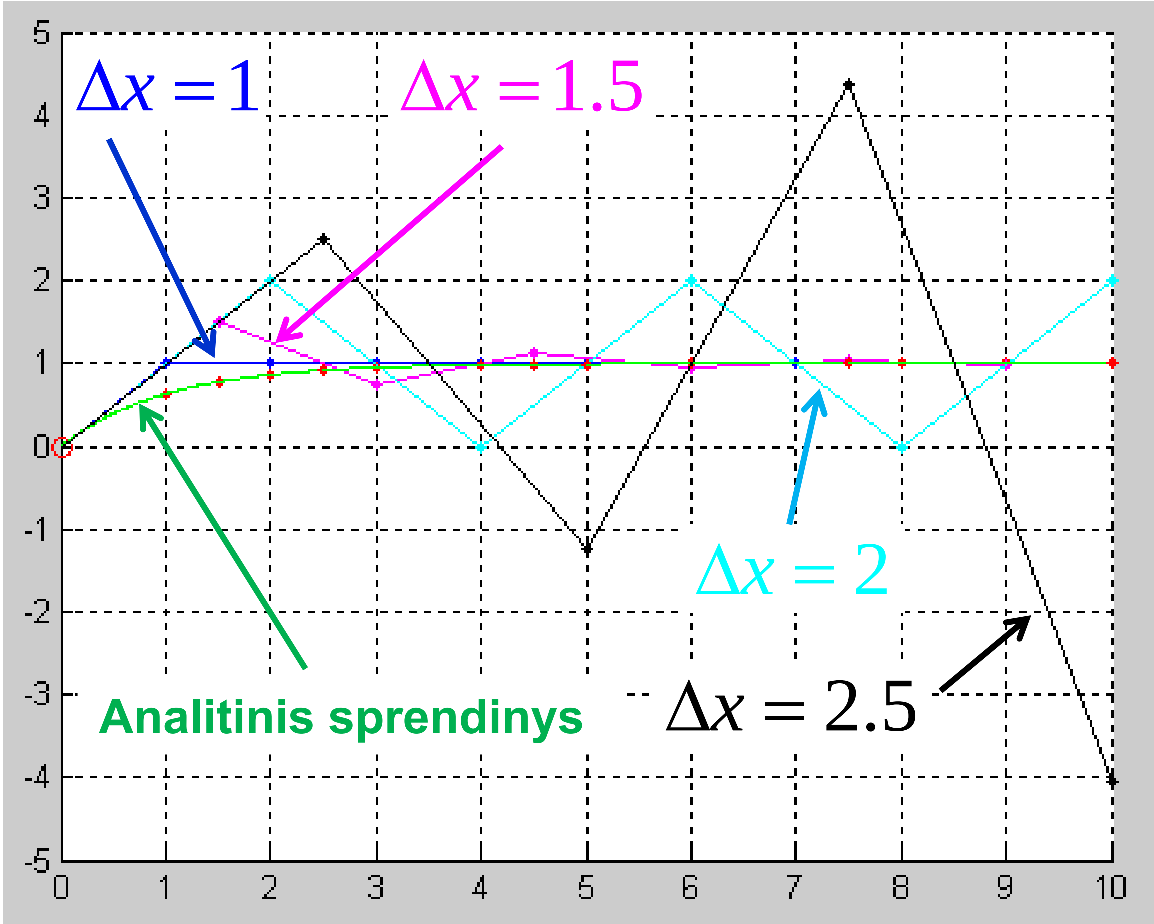


- **Sprendžiant realų uždavinį, kaip taisyklė, nebūna galimybės palyginti gautą skaitinį sprendinį su analitiniu;**
- **Gauto sprendinio tikslumas laikomas patenkinamu, jeigu sprendiniai prie parinkto ir prie 2 kartus mažesnio žingsnio skiriasi labai nedaug**

Eulerio metodo stabilumo tyrimas

$$\frac{dy}{dx} = -y + 1, \qquad y(0) = 0;$$

Stabilumo sąlyga: $\Delta x < \dfrac{2}{|\alpha|}$



- **Kai Δx>2, skaitinis sprendinys nesiliauja "švytavęs" apie analitinį sprendinį augančia amplitude;**
- **Jeigu sprendinys *stabilus*, tai nereiškia, kad jis pakankamai *tikslus*. Jis tik "neisišvytuoja" ir nesukelia aritmetinio perpildymo**

Aukštesniųjų tikslumo eilių metodai

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y), \qquad y(x_0) = y_0$$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta x \cdot f_n + \frac{\Delta x^2}{2} \cdot \left.\frac{df}{dx}\right|_n + \frac{\Delta x^3}{2} \cdot \left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right|_n + \cdots, \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

1 tikslumo eilės(Eulerio) metodas

2 tikslumo eilės metodas

3 tikslumo eilės metodas

Pilnosios išvestinės

$$y' = f\ (x,y);$$

$$y'' = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\ f;$$

$$y''' = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\ f + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\ f\right) f + \frac{\partial f}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\ f\right)$$

```
% Aukstesniuju tikslumo eiliu skaitinio integravimo algoritmas
% funkcijos ir daliniu isvestiniu simbolines israiskos:
syms xp yp
f=-yp+sqrt(xp+1)-3;
dfdx=diff(f,xp);    dfdy=diff(f,yp)
d2fdx2=diff(dfdx,xp);    d2fdxdy=diff(dfdx,yp);   d2fdy2=diff(dfdy,yp);

% pilnuju isvestiniu simbolines israiskos
dyp=f;
d2yp=dfdx+dfdy*f;
d3yp=d2fdx2+d2fdxdy*f+(d2fdxdy+d2fdy2*f)*f+dfdy*(dfdx+dfdy*f);

x=0;y=0; % pradines reiksmes
dx=0.7;  % integravimo zingsnis

xmax=10; % sprendimo intervalo pabaiga
nsteps=xmax/dx; % zingsniu skaicius

for i=1:nsteps
    dy=eval(subs(subs(dyp,sym(xp),sym('x')),sym(yp),sym('y')));
    d2y=eval(subs(subs(d2yp,sym(xp),sym('x')),sym(yp),sym('y')));
    d3y=eval(subs(subs(d3yp,sym(xp),sym('x')),sym(yp),sym('y')));

    % ekstrapoliacija pagal T.e. narius iki 3 eiles:
    y=y+dx*dy+dx^2/2*d2y+dx^3/6*d3y;
    x=x+dx; % argumento prieaugis per 1 zingsni
end
```

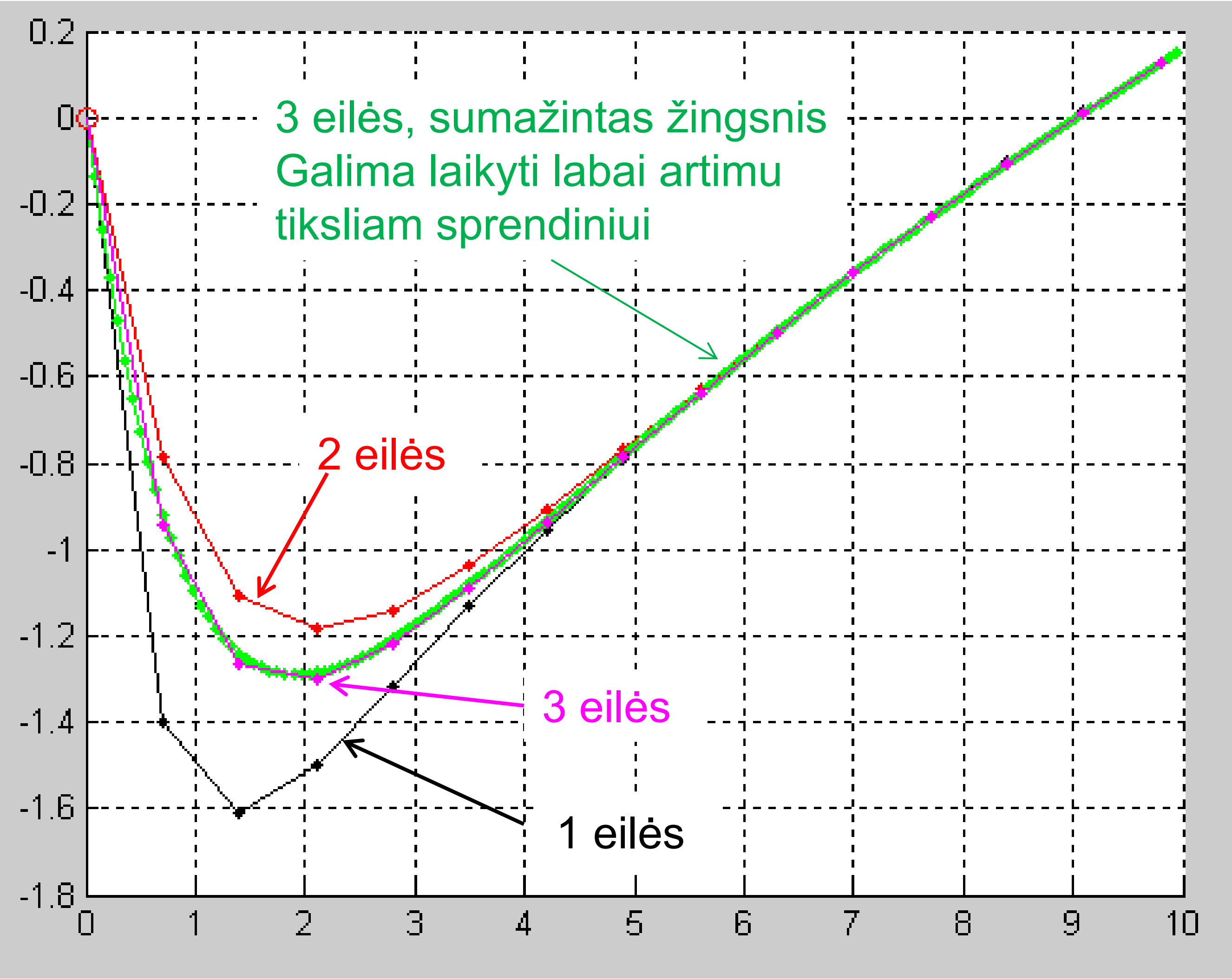
$$y' = f\ (x,y);$$

$$y'' = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\ f\ ;$$

$$y''' = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\ f + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\ f \right) f + \frac{\partial f}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\ f \right)$$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta x \cdot f_n + \frac{\Delta x^2}{2} \cdot \left.\frac{df}{dx}\right|_n + \frac{\Delta x^3}{2} \cdot \left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right|_n + \cdots$$

Aukštesniųjų eilių metodų tikslumo tyrimas



$$\frac{dy}{dx} = -y + \sqrt{x+1} - 3$$

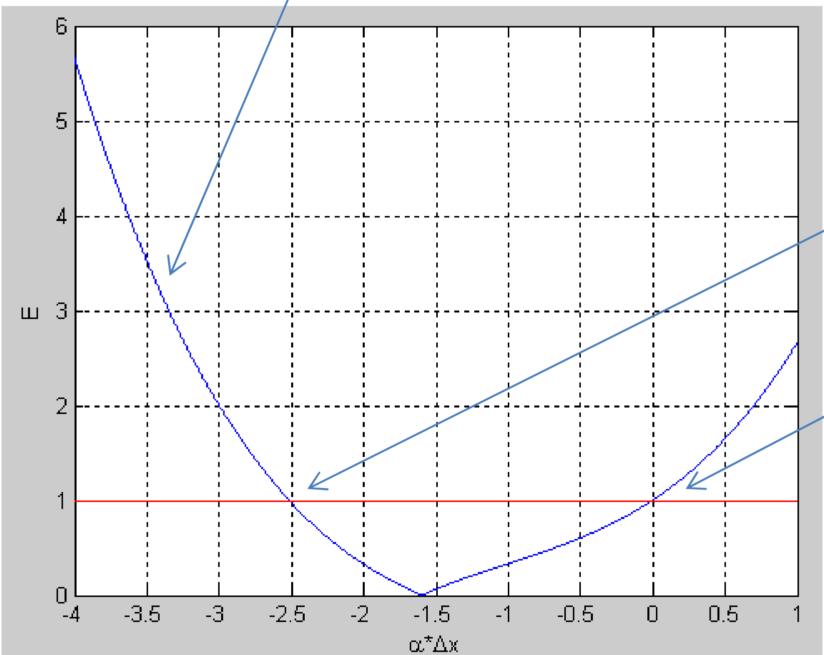
$$y(0) = 0$$

Aukštesniųjų eilių metodų stabilumo tyrimas (3 eilės metodas)

$$\frac{dy}{dx} = \alpha y; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \alpha \frac{dy}{dx} = \alpha^2 y; \quad \frac{d^3y}{dx^3} = \alpha \frac{d^2y}{dx^2} = \alpha^3 y;$$

$$y(\Delta x) = y_0 + \Delta x\left(\alpha y_0\right) + \frac{\Delta x^2}{2}\alpha^2 y_0 + \frac{\Delta x^3}{6}\alpha^3 y_0 = y_0\left(1 + \alpha\Delta x + \frac{\alpha^2\Delta x^2}{2} + \frac{\alpha^3\Delta x^3}{6}\right)$$

$$E = \left|1 + \alpha\Delta x + \frac{\alpha^2\Delta x^2}{2} + \frac{\alpha^3\Delta x^3}{6}\right| < 1$$



$$-2.5127 < \alpha\Delta x < 0$$

$$\alpha < 0$$

$$\Delta x < \frac{2.5127}{|\alpha|}$$

Sąlyginis stabilumas

Prognozės ir korekcijos metodai

- Nors aukštesniųjų tikslumo eilių metodais iš principo galima sukurti labai aukšto tikslumo skaitinio integravimo formules, jie nėra dažnai naudojami;
- Metodai nėra universalūs: jų nepavyksta taikyti, kai PDL funkcija *f(x,y)* yra nediferencijuojama;
- Metodai nėra ekonomiški skaičiavimų apimties požiūriu. Aukštų eilių pilnųjų išvestinių išraiškos gali būti labai sudėtingos;
- Aukštos tikslumo eilės skaitinio integravimo formules galima gauti ir kitaip, neatliekant analitinio diferencijavimo. Tam skirti *prognozės ir korekcijos metodai.* Kiekvieno žingsnio metu PDL funkcija *f(x,y)* apskaičiuojama keletą kartų, imant skirtingas x ir y reikšmes.

IV eilės Rungės ir Kutos metodas

Kiekvienas skaitinio integravimo žingsnis susideda iš 4 etapų (požingsnių):

PDL funkcija apskaičiuojama kelis kartus

1. **Prognozuojame, taikydami Eulerio metodą žingsniu dx/2**

$$y^{*}_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{\Delta x}{2} f\ (x_n, y_n)$$

2. **Koreguojame, taikydami atgalinį Eulerio metodą žingsniu dx/2**

$$y^{**}_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{\Delta x}{2} f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{*}_{n+\frac{1}{2}}\right)$$

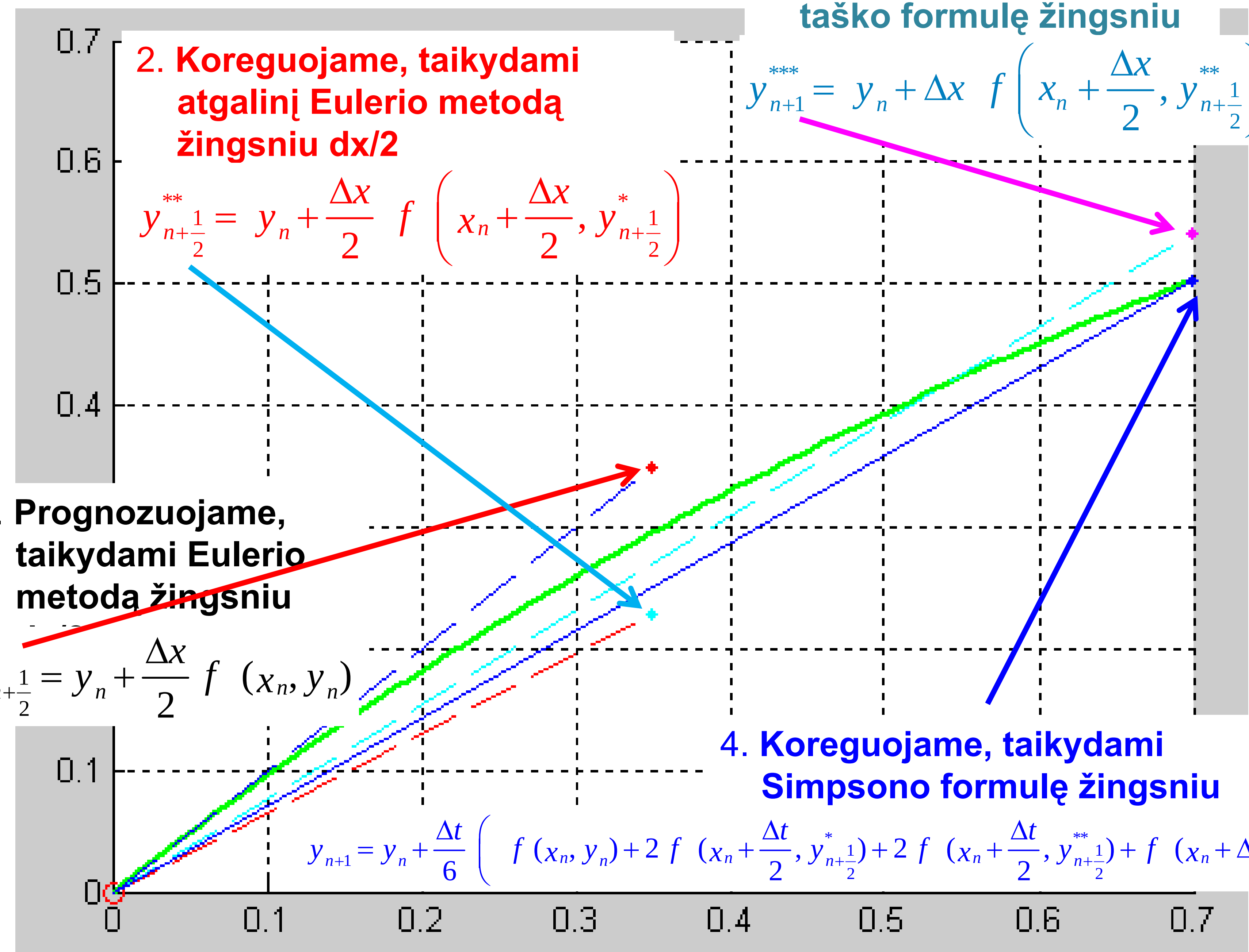
3. **Prognozuojame, taikydami vidurinio taško formulę žingsniu dx**

$$y^{***}_{n+1} = y_n + \Delta x\ f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{**}_{n+\frac{1}{2}}\right)$$

4. **Koreguojame, taikydami Simpsono formulę žingsniu dx**

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta x}{6}\left(f\ (x_n, y_n) + 2 f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{*}_{n+\frac{1}{2}}\right) + 2 f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{**}_{n+\frac{1}{2}}\right) + f\ \left(x_n + \Delta t,\ y^{***}_{n+1}\right)\right)$$

IV eilės Rungės ir Kutos metodas



1. **Prognozuojame, taikydami Eulerio metodą žingsniu**

$$y^{*}_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{\Delta x}{2} f\ (x_n, y_n)$$

2. **Koreguojame, taikydami atgalinį Eulerio metodą žingsniu dx/2**

$$y^{**}_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{\Delta x}{2} f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{*}_{n+\frac{1}{2}}\right)$$

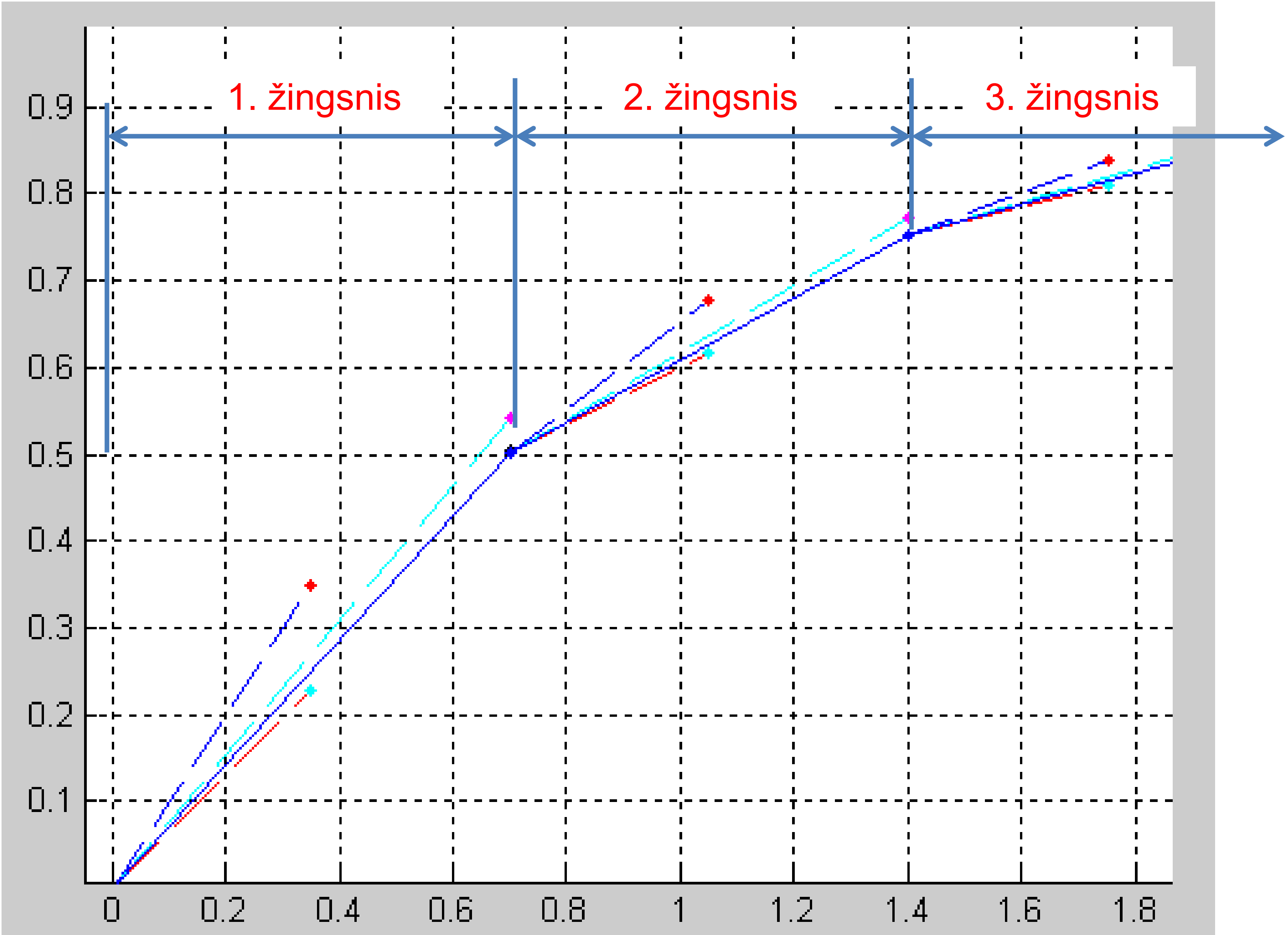
3. **Prognozuojame, taikydami vidurinio taško formulę žingsniu**

$$y^{***}_{n+1} = y_n + \Delta x\ f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{**}_{n+\frac{1}{2}}\right)$$

4. **Koreguojame, taikydami Simpsono formulę žingsniu**

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6}\left(f\ (x_n, y_n) + 2\ f\ (x_n + \frac{\Delta t}{2}, y^{*}_{n+\frac{1}{2}}) + 2\ f\ (x_n + \frac{\Delta t}{2}, y^{**}_{n+\frac{1}{2}}) + f\ (x_n + \Delta t,\ y^{***}_{n+1}\right)$$

IV eilės RK metodo skaičiavimų eigos grafinis pavaizdavimas :



IV RK metodo *tikslumo eilės* apskaičiavimas

$$\frac{dy}{dx} = \alpha y; \quad y(0) = y_0$$

$$y^{*}_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{\Delta x}{2} f\ (x_n, y_n)$$

$$y^{**}_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{\Delta x}{2}\ f\ x_n \left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{*}_{n+\frac{1}{2}} \right)$$

$$y^{***}_{n+1} = y_n + \Delta x\ f \left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y^{**}_{n+\frac{1}{2}} \right)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6} \left(\begin{array}{l} f\ (x_n, y_n) + \\ +2\ f\ \ (x_n + \frac{\Delta t}{2}, y^{*}_{n+\frac{1}{2}}) + \\ +2\ f\ \ (x_n + \frac{\Delta t}{2}, y^{**}_{n+\frac{1}{2}}) + \\ + f\ \ (x_n + \Delta t,\ y^{***}_{n+1} \end{array} \right)$$

$$y^{*}\left(\frac{\Delta x}{2}\right) = y_0 + \frac{\Delta x}{2}(\alpha y_0);$$

$$y^{**}\left(\frac{\Delta x}{2}\right) = y_0 + \frac{\Delta x}{2}\left(\alpha y^{*}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)\right);$$

$$y^{***}(\Delta x) = y_0 + \Delta x\left(\alpha y^{**}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)\right);$$

$$y_1 = y_0 + \frac{\Delta x}{6}\left(\alpha y_0 + 2\alpha y^{*}\left(\frac{\Delta x}{2}\right) + 2\alpha y^{**}\left(\frac{\Delta x}{2}\right) + \alpha y^{***}(\Delta x)\right);$$

IV RK metodo *tikslumo eilės* apskaičiavimas taikant simbolinius skaičiavimus MATLAB

$$y^{*}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)=y_0+\frac{\Delta x}{2}(\alpha y_0);$$

$$y^{**}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)=y_0+\frac{\Delta x}{2}\left(\alpha y^{*}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)\right);$$

$$y^{***}(\Delta x)=y_0+\Delta x\left(\alpha y^{**}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)\right);$$

$$y_1=y_0+\frac{\Delta x}{6}\left(\alpha y_0+2\alpha y^{*}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)+2\alpha y^{**}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)+\alpha y^{***}(\Delta x)\right)$$

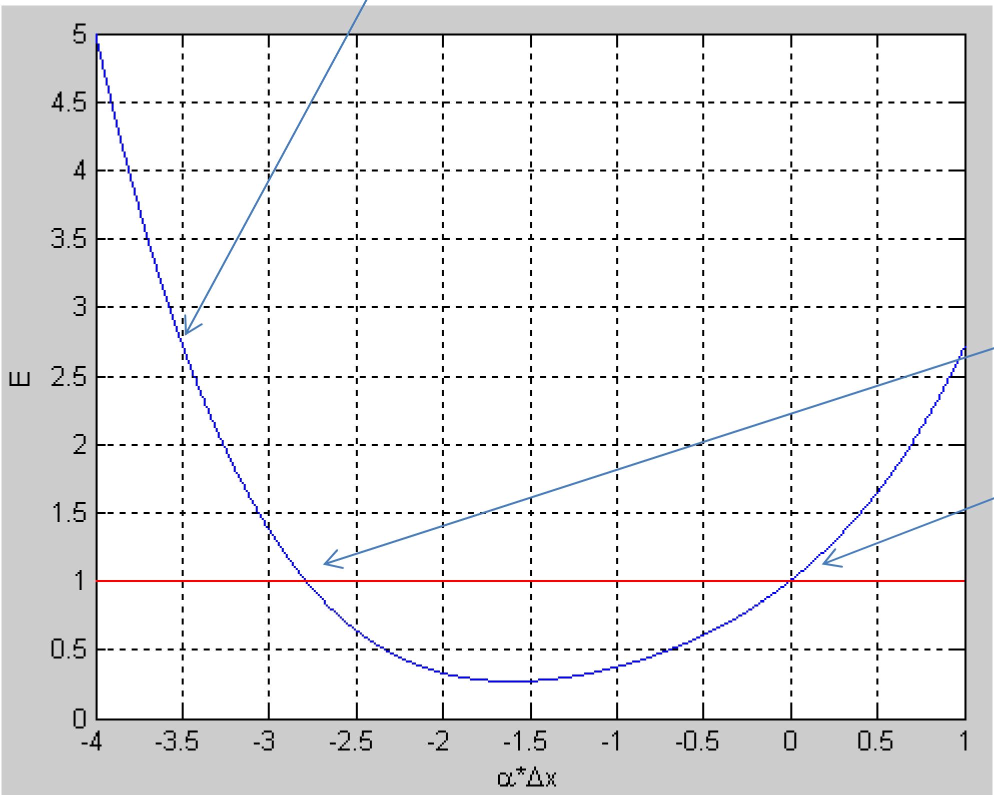
```
syms y0 x a dt

f0=a*y0;
yz=y0+dt/2*f0;  %Eulerio per puse zingsnio, prognoze
fz=a*yz;
yzz=y0+dt/2*fz; % Atgal.Eul.per puse zingsnio, korekcija
fzz=a*yzz;
yzzz=y0+dt*fzz; % Vidurinio tasko per 1 zingsni, prognoze
fzzz=a*yzzz;
y1=y0+dt/6*(f0+2*fz+2*fzz+fzzz); % Simpsono, korekcija
expand(y1)
```

(yn*a^4*dt^4)/24 + (yn*a^3*dt^3)/6 + (yn*a^2*dt^2)/2 + yn*a*dt + yn

Gauta išraiška sutampa su analitinio sprendinio Teiloro eilutės skleidiniu iki nario su 4 išvestine. Todėl *IV RK metodas yra 4 tikslumo eilės*

IV RK metodo *stabilumo intervalo* apskaičiavimas

$$E = \left| 1 + \alpha\Delta x + \frac{\alpha^2 \Delta x^2}{2} + \frac{\alpha^3 \Delta x^3}{6} + \frac{\alpha^4 \Delta x^4}{24} \right| < 1$$



$$-2.7853 < \alpha\Delta x < 0$$

$$\alpha < 0$$

$$\Delta x < \frac{2.7853}{|\alpha|}$$

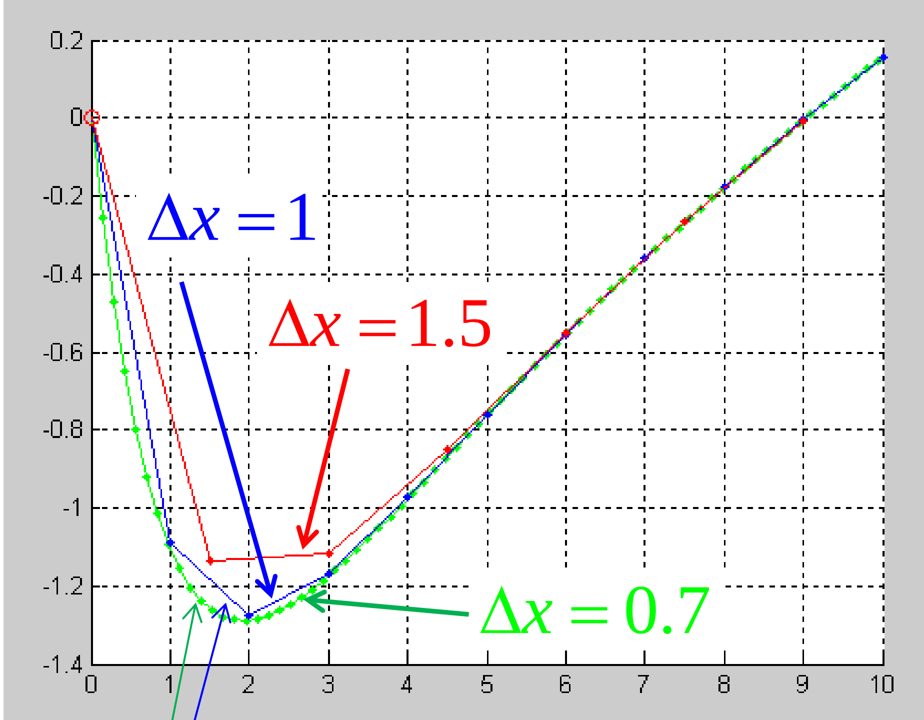
Sąlyginis stabilumas

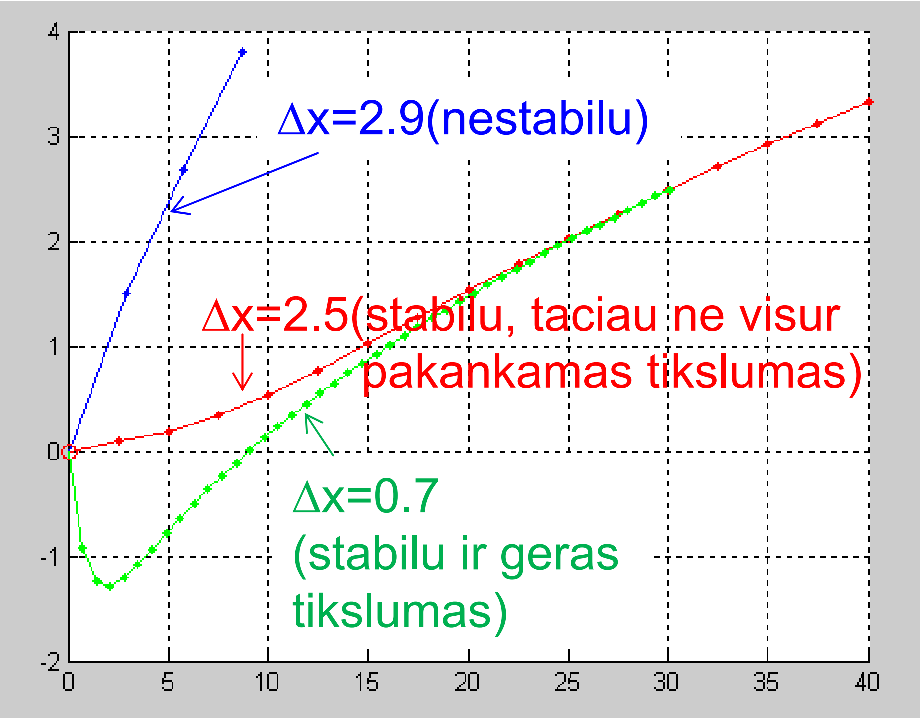
IV RK metodo taikymo pavyzdys

$$\frac{dy}{dx} = -y + \sqrt{x+1} - 3$$

$$y(0) = 0$$

Stabilumo sąlyga: $\Delta x < \frac{2.7853}{|\alpha|}$





Šie abu sprendiniai yra labai artimi tiksliam(!).
"Grubi" laužtė lūžių (t.y. integravimo žingsnių) taškuose yra artima tiksliam sprendiniui. Tarpuose tarp lūžių jos reikšmių neskaičiuojame. Tiesios linijos tik sujungia apskaičiuotus taškus.