



## AYUDANTÍA nro. 1: MODELAMIENTO

Profesora: Mónica Villanueva I.  
Ayudante: Cristián Sepúlveda S.  
Correo: [cristian.sepulvedas@usach.cl](mailto:cristian.sepulvedas@usach.cl)  
Fecha: 26 de marzo de 2024

### Problema 1

Una empresa siderúrgica ha recibido un pedido de 500 toneladas de acero destinado a la construcción naval. El acero, debe cumplir con los siguientes requisitos porcentuales en su composición.

Tabla 1: requisitos porcentuales.

Elemento Químico	Mínimo Porcentual (%)	Máximo Porcentual (%)
Carbón (C)	2	3
Cobre (Cu)	0.4	0.6
Manganeso (Mn)	1.2	1.65

La empresa cuenta con siete materias primas diferentes en stock que pueden ser utilizadas para la producción del acero. En tabla nro. 2 se enumeran los porcentajes, las cantidades disponibles y los precios de todas las materias primas.

Tabla 2: materias prima y costos.

Materia prima	C %	Cu %	Mn %	Disponibilidad en t	Costo en €/t
Hierro 1	2.5	0	1.3	400	200
Hierro 2	3	0	0.8	300	250
Hierro 3	0	0.3	0	600	150
Cobre 1	0	90	0	500	220
Cobre 2	0	96	4	200	240
Aluminio 1	0	0.4	1.2	300	200
Aluminio 2	0	0.6	0	250	165

El objetivo es determinar la composición de la aleación que optimice la producción.

## Problema 2

La empresa de alimentos concentrados Cisterna S.A. produce alimentos para animales de granja. Los productos se venden en dos formatos: polvo y gránulos. Las materias primas utilizadas para la producción de los alimentos son: avena, maíz y melaza. En una primera etapa, las materias primas (con la excepción de la melaza) deben ser trituradas, para luego en una segunda etapa, ser mezcladas. En la última etapa del proceso de producción, la mezcla es transformada en gránulos o tamizada para obtener el alimento en forma de polvo. Un esquema del proceso productivo se muestra en la figura nro. 1.

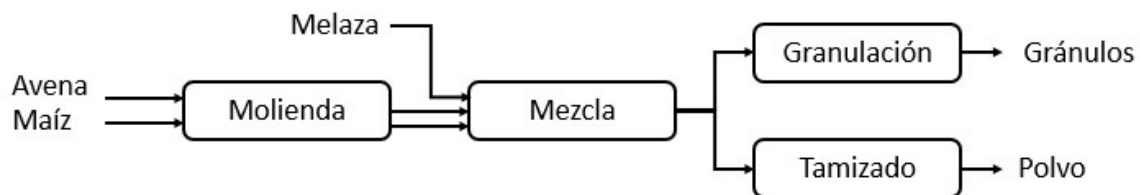


Figura nro. 1: proceso productivo de Cisterna S.A.

Los dos productos finales deben cumplir ciertos requisitos nutricionales. Los porcentajes de proteínas, lípidos y de fibra contenidas en las materias primas y los porcentajes requeridos en los productos finales se enumeran en la siguiente tabla.

Tabla 3: Contenido nutricional en porcentaje.

Materia prima	Proteínas	Lípidos	Fibra
Avena	13.6	7.1	7
Maíz	4.1	2.4	3.7
Melaza	5	0.3	25
Requisitos	$\geq 9.5$	$\geq 2$	$\leq 6$

La siguiente tabla muestra la disponibilidad diaria de materias primas y sus respectivos precios.

Tabla 4: Materias prima disponibles y precios.

Materia prima	Disponibilidad en kg	Costo en €/kg
Avena	11900	0.13
Maíz	23500	0.17
Melaza	750	0.12

Finalmente, los costos de las diferentes etapas de producción se indican en la siguiente tabla.

Tabla 5: Costos de producción en €/kg.

Molienda	Mezcla	Granulación	Tamizado
0.25	0.05	0.42	0.17

Considere una demanda diaria de nueve toneladas de alimento granulado y doce toneladas de alimento en polvo. Formule un modelo de programación matemática.

### Problema 3

Se está prospectado una mina de uranio a cielo abierto. Sobre la base de los resultados de algunas perforaciones de prueba, la mina se ha subdividido en unidades de explotación denominadas bloques. Las excavaciones se deben realizar en forma aterrazada, con el fin de permitir la circulación de los camiones. El yacimiento se extiende de este a oeste, viéndose limitada por un pueblo y por un conjunto montañoso. Considerando estas limitaciones, se han identificado 18 bloques de 10.000 toneladas distribuidos en tres niveles. Para extraer un bloque, es necesario antes extraer tres bloques del nivel inmediatamente superior, siendo estos, el bloque superior y los ubicados a la derecha y a la izquierda de este. Ejemplo: Para extraer el bloque 16, antes se deben extraer los bloques 10, 11 y 12.

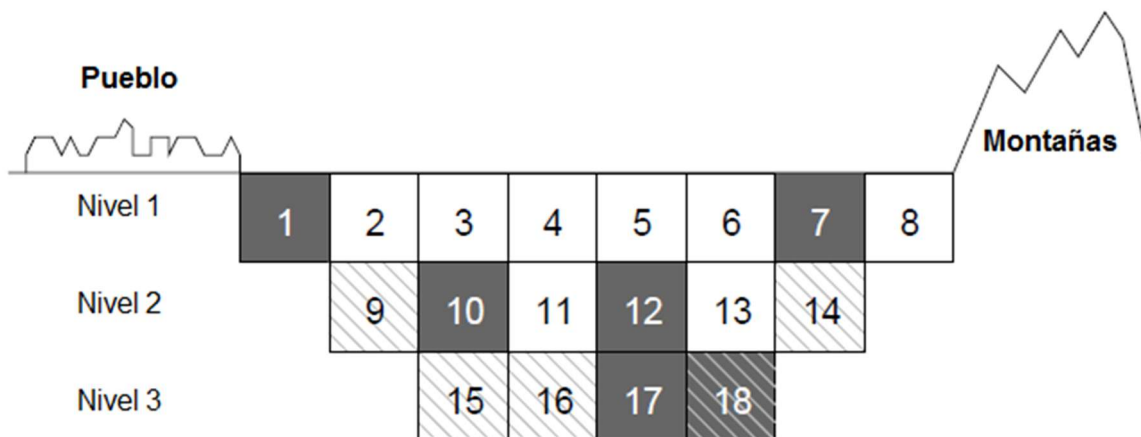


Figura nro. 2: esquema de excavación de la mina.

Extraer un bloque del nivel 1 tiene un costo de € 100 por tonelada, para un bloque del nivel 2 el costo es de € 200 por tonelada y de € 300 por tonelada para un bloque del nivel 3, con excepción de los bloques achurados, los cuales debido a su riqueza en cuarzo, presentan una roca



más dura, elevando su costo de extracción a € 1000 por tonelada. Los únicos bloques que contienen uranio son los que aparecen en gris (1, 7, 10, 12, 17 y 18), siendo sus valores de mercado de 200, 300, 500, 200, 1000 y € 1200 por tonelada respectivamente. El bloque 18, aunque rico en mineral, es de composición dura, tal como los otros bloques achurados. ¿Qué plan de extracción propone?

#### Problema 4

Se dispone de cuatro tipos de generadores para satisfacer la demanda diaria de electricidad de una pequeña ciudad (en mega watts). Para estimar la demanda diaria se considera un horizonte de tiempo circular: el período 10pm - 0am del día  $d$  es seguido por el período 0am - 6am del día  $d + 1$ . La siguiente tabla resume las demandas.

Tabla 8: demandas estimadas

Periodo	0am-6am	6am-9am	9am-12pm	12pm-2pm	2pm-6pm	6pm-10pm	10pm-0am
<b>Demanda</b>	<b>12000</b>	<b>32000</b>	<b>25000</b>	<b>36000</b>	<b>25000</b>	<b>30000</b>	<b>18000</b>

Los generadores del mismo tipo cuentan con una capacidad máxima y pueden conectarse a la red a partir de una cierta potencia de salida mínima. Además, tienen un costo de puesta en marcha, un costo fijo por hora de trabajo a mínima potencia y un costo por hora por cada mega watt generado adicional a la salida mínima. Estos datos se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 9: disponibilidad, costos y capacidades

	Generadores disponibles	Salida mínima (MW)	Máxima capacidad (MW)	Costo fijo \$/h	Costo de MW adicional \$/h	Costo de puesta en marcha
Tipo 1	10	750	1750	2250	2.7	5000
Tipo 2	4	1000	1500	1800	2.2	1600
Tipo 3	8	1200	2000	3750	1.8	2400
Tipo 4	3	1800	3500	4800	3.8	1200

Un generador puede ponerse en marcha o detenerse solo al comienzo de un período. A diferencia de la puesta en marcha, detener un generador no tiene costo. En cualquier momento, el grupo de generadores que se encuentre trabajando, deben poder hacer frente a un aumento del 20% de la demanda estimada. ¿Qué generadores de energía se deberían utilizar en cada período para minimizar el costo diario total?



### Problema 5

Se cuenta con un conjunto de  $n$  trabajadores y una cantidad igual de tareas. Cualquiera de los  $n$  trabajadores puede realizar cualquiera de las  $n$  tareas, incurriendo en un costo  $c$ , que puede variar dependiendo de la asignación trabajador-tarea. Se requiere realizar todas las tareas, asignando exactamente un trabajador a cada tarea y solamente una tarea a cada trabajador, de tal manera que se minimice el costo total de realizar todas las tareas.

### Problema 6

Los administradores de un fondo de inversión desean determinar la composición de una cartera de inversiones de modo que se garantice una rentabilidad de al menos  $B$  por cada unidad monetaria invertida y que minimice el riesgo, por esta razón se encuentran evaluando  $n$  tipo de acciones o instrumentos financieros. Siendo  $x_j$  el porcentaje del capital disponible que será invertido en acciones del tipo  $j$ . Se estima que  $u_j$  sea la rentabilidad media por cada unidad monetaria invertida en acciones de tipo  $j$ . Siendo  $a_{ij}$  la covarianza de la utilidad entre una acción tipo  $i$  y otra acción de tipo  $j$ , representando esta el riesgo de las acciones.

### Bibliografía:

Hamdy, Taha, Investigación de operaciones, Pearson Educación, México, 2012.

Bazaraa, M., Jarvis, J., Sherali, H., Linear Programming and Network Flows, John Wiley & Sons, New Jersey, 2010.