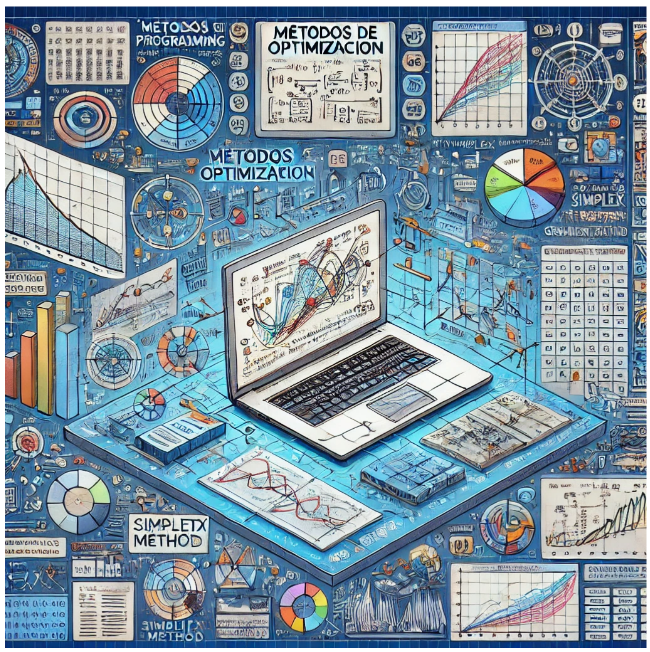
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

Actividad Ejercicios No Lineal

Resolver los 5 ejercicios de programacion no lineal del pdf encargado

[h] 

Andree Alessandro Chili Lima
Codigo: **229071**
Repositorio: **Presione para repositorio**
URL del programa: **Presione para streamlit**

Ejercicio 1: $f(x) = 3x + 2$

1.**Seleccionar dos puntos en el dominio:** Elegimos $x_1 = 0$ y $x_2 = 2$.
2.**Elegir un valor de λ:** Tomamos $\lambda = 0.5$.
3.**Calcular la combinación convexa de x_1 y x_2:**

$$x = \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 2 = 1.$$

4.**Evaluar $f(x)$ en el punto intermedio:**

$$f(x) = f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5.$$

5. **Calcular la combinación convexa de $f(x_1)$ y $f(x_2)$:**

$$\lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 0.5 \cdot f(0) + 0.5 \cdot f(2) = 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 8 = 5.$$

6.**Comparar los resultados:**

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) = \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 5.$$

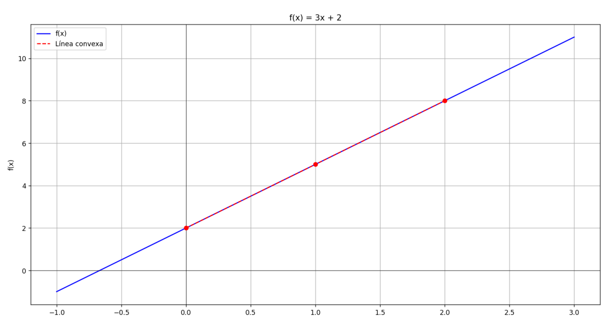
La igualdad se cumple, indicando que $f(x) = 3x + 2$ es convexa.
7.**Generalización:** - Primera derivada:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(3x + 2) = 3.$$

- Segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{d}{dx}(f'(x)) = 0.$$

La segunda derivada es constante y no negativa, confirmando que $f(x)$ es convexa.



Ejercicio 2: $f(x) = x^3$

1.**Seleccionar dos puntos en el dominio:** Elegimos $x_1 = 0$ y $x_2 = 2$.
2.**Elegir un valor de λ:** Tomamos $\lambda = 0.5$.

3.**Calcular la combinación convexa de x_1 y x_2:**

$$x = \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 2 = 1.$$

4.**Evaluar $f(x)$ en el punto intermedio:**

$$f(x) = f(1) = (1)^3 = 1.$$

5.**Calcular la combinación convexa de $f(x_1)$ y $f(x_2)$:**

$$\lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 0.5 \cdot f(0) + 0.5 \cdot f(2) = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 8 = 4.$$

6.**Comparar los resultados:**

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) = 1 \quad \text{y} \quad \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 4.$$

Como no se cumple la desigualdad, $f(x) = x^3$ no es convexa en el intervalo $[0, \infty)$.

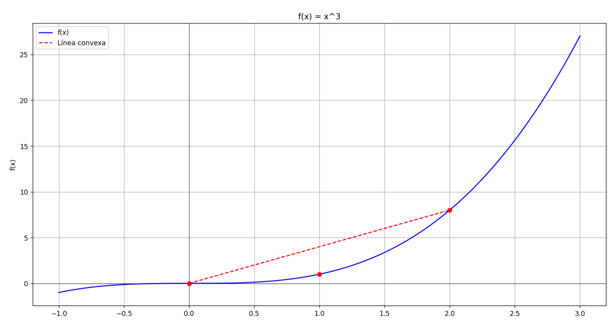
7. **Generalización:** - Primera derivada:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2.$$

- Segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{d}{dx}(f'(x)) = 6x.$$

La segunda derivada $f''(x)$ es positiva para $x > 0$, indicando convexidad en $(0, \infty)$. Sin embargo, es negativa para $x < 0$, indicando concavidad.



Ejercicio 3: $f(x) = e^{2x}$

1.**Seleccionar dos puntos en el dominio:** Elegimos $x_1 = 0$ y $x_2 = 1$.

2.**Elegir un valor de λ:** Tomamos $\lambda = 0.5$.

3.**Calcular la combinación convexa de x_1 y x_2:**

$$x = \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 1 = 0.5.$$

4. **Evaluar $f(x)$ en el punto intermedio:**

$$f(x) = f(0.5) = e^{2(0.5)} = e.$$

5.**Calcular la combinación convexa de $f(x_1)$ y $f(x_2)$:**

$$\lambda f(x_1)+(1-\lambda)f(x_2) = 0.5\cdot f(0)+0.5\cdot f(1) = 0.5\cdot e^{2\cdot 0}+0.5\cdot e^{2\cdot 1} = 0.5\cdot 1+0.5\cdot e^2.$$

6.**Comparar los resultados:**

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) = e \quad \text{y} \quad \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) = 0.5 + 0.5e^2.$$

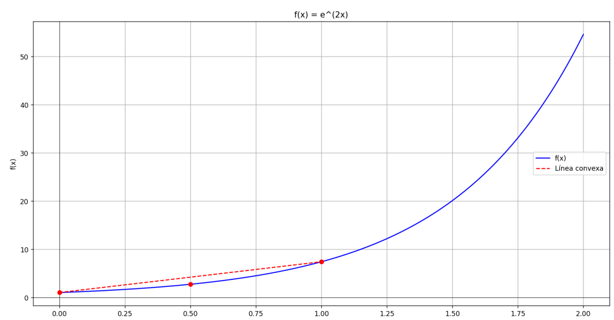
Como $f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$, $f(x) = e^{2x}$ es convexa.
7.**Generalización:** - Primera derivada:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(e^{2x}) = 2e^{2x}.$$

- Segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{d}{dx}(2e^{2x}) = 4e^{2x}.$$

Como $f''(x) > 0$ para todo x, la función es convexa.



Ejercicio 4: $f(x) = \ln(x)$

a) Determinar si $f(x) = \ln(x)$ es convexa o cóncava

1. **Seleccionar dos puntos en el dominio:** Elegimos $x_1 = 1$ y $x_2 = 2$.
2. **Elegir un valor de λ:** Tomamos $\lambda = 0.5$.
3. **Calcular la combinación convexa de x_1 y x_2:**

$$x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 = 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 2 = 1.5.$$

4. **Evaluar $f(x)$ en el punto intermedio:**

$$f(x) = f(1.5) = \ln(1.5).$$

5. **Calcular la combinación convexa de $f(x_1)$ y $f(x_2)$:**

$$\lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) = 0.5 \cdot f(1) + 0.5 \cdot f(2).$$

Evaluamos los valores:

$$f(1) = \ln(1) = 0, \quad f(2) = \ln(2).$$

Entonces:

$$\lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot \ln(2) = 0.5\ln(2).$$

6. **Comparar los resultados:** - Evaluamos los valores numéricos:

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) = \ln(1.5), \quad \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) = 0.5\ln(2).$$

Sabemos que $\ln(1.5) > 0.5\ln(2)$, lo que implica que:

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2).$$

Esto indica que $f(x) = \ln(x)$ es cóncava.

b) Justificar utilizando las propiedades de la segunda derivada

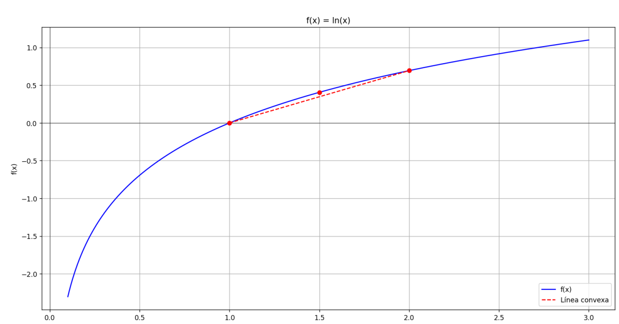
1. **Calcular la primera derivada de $f(x)$:**

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}.$$

2. **Calcular la segunda derivada de $f(x)$:**

$$f''(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}.$$

3. **Analizar el signo de $f''(x)$:** En el dominio de $f(x)$ ($x > 0$), la segunda derivada es negativa ($f''(x) < 0$). Esto confirma que $f(x) = \ln(x)$ es **cóncava**.



Ejercicio 5: $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

a) Encontrar los intervalos en los que $f(x)$ es convexa y los intervalos en los que es cóncava

1.**Seleccionar dos puntos en el dominio:** Elegimos $x_1 = 0$ y $x_2 = 1$.

2.**Elegir un valor de λ:** Tomamos $\lambda = 0.5$.

3.**Calcular la combinación convexa de x_1 y x_2:**

$$x = \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 = 0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 1 = 0.5.$$

4.**Evaluar $f(x)$ en el punto intermedio:**

$$f(0.5) = (0.5)^4 - 2(0.5)^2 + 1 = 0.0625 - 0.5 + 1 = 0.5625.$$

5.**Calcular la combinación convexa de $f(x_1)$ y $f(x_2)$:**

$$\lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 0.5 \cdot f(0) + 0.5 \cdot f(1).$$

Evaluamos los valores:

$$f(0) = (0)^4 - 2(0)^2 + 1 = 1, \quad f(1) = (1)^4 - 2(1)^2 + 1 = 0.$$

Entonces:

$$\lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 0 = 0.5.$$

6.**Comparar los resultados:** Comparamos los valores obtenidos:

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) = 0.5625, \quad \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) = 0.5.$$

Como $f(0.5) > 0.5$, esto indica que $f(x)$ es convexa en el intervalo entre 0 y 1.

b) Determinar los puntos de inflexión de $f(x)$

1.**Calcular la primera derivada de $f(x)$:**

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^4 - 2x^2 + 1) = 4x^3 - 4x.$$

2.**Calcular la segunda derivada de $f(x)$:**

$$f''(x) = \frac{d}{dx}(4x^3 - 4x) = 12x^2 - 4.$$

3.**Encontrar los puntos de inflexión:** Los puntos de inflexión ocurren cuando $f''(x) = 0$. Resolvemos la ecuación:

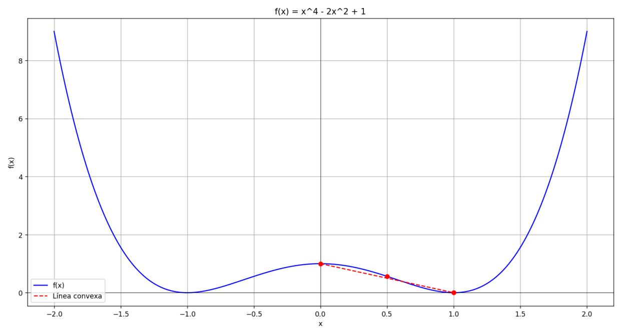
$$12x^2 - 4 = 0$$

$$12x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Por lo tanto, los puntos de inflexión son $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.



CODIGO PARA RESOLVER LOS EJERCICIOS ENCARGADOS Y SU PRERSENTACION VISUAL DINAMICA