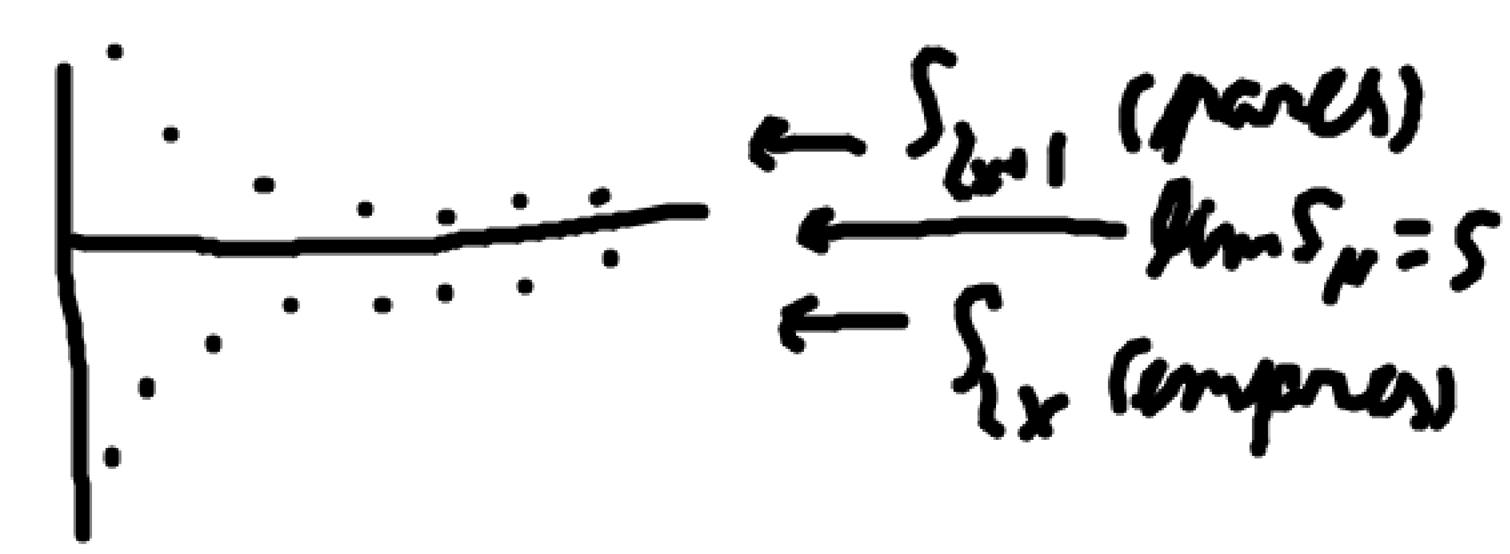
Series Alternadas

$S=\sum_{n\geq 0}\underbrace{(-1)^n a_n}_{\Delta_n}$; Eg.: $\sum_{n\geq 1}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\dots$

Para calcular S se ha de usar el criterio de Leibniz, que dice que:

Dado $\sum_{n\geq 1}(-1)^{n+1}a_n$, si $|a_n|$ converge y las sumas pares e impares se pueden agrupar y también convergen



Entonces $S=\overbrace{\Delta_1+\Delta_2+\dots+\Delta_N}^{S_N}+\overbrace{\Delta_{N+1}+\dots}^{S-S_N} \to S\simeq S_N$ y

$$E_N=|S-S_N|=\left|\sum_{n\geq N+1}\Delta_n\right|\leq|\Delta_{N+1}|=a_{n+1}$$

① $S = \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ con un error de 10^{-3}

$A_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$; $a_n = \frac{1}{n}$

$E_N = |S - S_N| \leq a_{N+1} = \frac{1}{N+1}$

Si $10^{-3} = \frac{1}{N+1} \leftrightarrow \frac{N+1}{10^3} = 1 \leftrightarrow N+1 = 10^3 \leftrightarrow N = 999$

Por tanto, $N \geq 999$, y $S \simeq S_{999}$

② Aproxima S con 10 términos y calcula el error

ceil, por $E_N \leq a_{N+1}$

$E_{10} = |S - S_{10}| \leq a_{11} = \frac{1}{11} = 0{,}09 \simeq 0{,}1 = 10^{-1}$

$S \simeq S_{10} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} =$

$= 0{,}66$