

Osvrt na predavanje "Bezierova krivulja"

(Predavač: Prof. dr. sc. Klaudio Pap, Autor osvrta: Ante Parunov)

Bezierova krivulja je glavna krivulja današnje vektorske grafike te glavna krivulja svih vektorskih dizajna i paketa za dizajn.

Definira se sa četiri točke. Njena prednost u odnosu na druge je što uz četiri točke možemo unaprijed predvidjeti kako će krivulja izgledati. Postoji matematička veza između točaka P1 i P2 te točaka P3 i P4.

Kad zatvorimo cijeli poligon omeđen sa četiri točke dobijemo zatvoreni prostor unutar kojega moramo nacrtati krivulju. Zakonitost krivulje je da će se tijelo uvijek rasprostirati unutar konveksnog poligona omeđenog sa 4 točke.

P1 i P2 čine tangentu na točku P1, a P3 i P4 tangentu u točki P4 na krivulju. Ne smijemo s krivuljom izaći van konveksnog poligona. Krivulja može izgledati kao sinusoida i kao točka infleksije. Kad preindeksiramo točke automatski dobijemo drukčiju krivulju. Bezierova krivulja je dio porodice predvidljivih krivulja (*Predictable curves*). S položajem 4 točke možemo unaprijed dizajnirati krivulje.

Kad se radi s Illustratorom ili u Fontographeru nekada je potrebno napraviti novu indeksaciju točaka te time raspetljali krivulju. Indeksacija točaka je jako bitna jer utječe na tijek, tok i izgled krivulje.

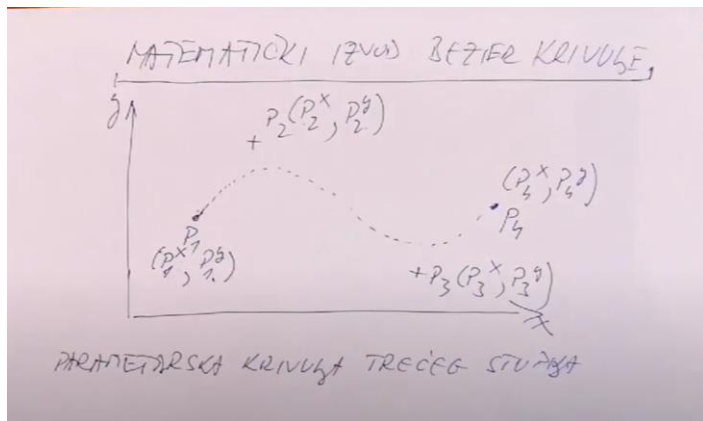
Tok krivulje: uvijek kreće iz P1 i P2 te onda ide u P3 i P4. Tok se podešava indeksacijom.

S Bezierovom krivuljom se također rade dužine. Natezne točke moraju biti bilo gdje na pravcu te ćemo na kraju dobiti dužinu. Po defaultu se radi u svim softverima ako se želi dužina do odrežene točke onda se početak i natezna stavljaju na iste koordinate te kraj i natezna na istim koordinatama. To se radi u Fontgraferu, Illustratoru, FontLabu, CorelDrawu.

Kružnica s Bezierom se radi na način da imamo 4 Beziera. Bezierima se dobivaju lukovi. Rozeta se može dobiti ako pluseve zamijenimo svaki sa svakim.

MATEMATIČKI IZVOD BEZIEROVE KRIVULJE

Formula koja stvara krivulju: imamo koordinate četiriju točaka, npr. Točka P1 je određena s (x,y) koordinatama. Krivulja je definirana sa 8 brojeva. Svaka točka po 2.



PARAMETARSKA KRIVULJA TREĆEG STUPNJA

$$C(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \times B \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dimensions: 1×4 , 4×4 , 4×1

Labels for matrix B rows: $t=0$, $t=1$, $t=0$, $t=1$

Parametarska krivulja trećeg stupnja, lako se programira. Dovoljno je parametar koji se upotrebljava za crtanje krivulje staviti u jednu for petlju i s parametrom nalazimo koordinate svih x,y točaka. Parametarska krivulja se napiše u jednoj dimenziji pa se dalje može razviti u više njih. Npr. Ako radimo trodimenzionalne Bezierove plohe.

Prvo ćemo definirati krivulju u jednoj dimenziji. Tu se krivulja označava sa c, a parametar sa t. c(t). To je vektor koji se matricno množi s Beziervom matricom te množenje s 4 točke u jednoj dimenziji. Bezierova matrica mora imati 4 retka i 4 stupca (4x4). Matrica ima svojstvo da je suma prva tri retka 0, a 4 je 1. Suma svih redaka osim zadnjeg je 0, a zadnji je 1, tako je i sa stupcima. Krivulju razvijamo u dvije dimenzije da bi je mogli nacrtati, to radimo tako da uradimo x(t) i y(t). Matrični zapis je skraćeni zapis koji se koristi da bi se koristili samo koeficijenti, a ne varijable, zbog lakšeg programiranja.