Lista de Ejercicios - 1ero BT

Anthony de los Santos *

2024

*Los ejercicios y comentarios presentados aquí son de mi responsabilidad, por cualquier error visto contactar *agregdelossantos@gmail.com*

Contenido :

0 Sobre estas notas. **3**

1 Lista 01: Geometría **3**

2 Lista 02: Funciones de Primer grado **6**

2.1 Movimiento unidimensional de una párticula 6

2.2 Ganancias en la Gomería 9

2.3 Función Inversa 9

3 Lista 03 : Funciones cuadráticas. **10**

3.1 El Cero de la función 11

0 Sobre estas notas.

Estas notas estan pensadas para ser una guia en las clases, y también será referencia de ejercicios a realizar.

—

Estas notas, apuntes, estan en construcción. Se modifica en el correr del curso. **Ultima modificación : Miércoles 7 de Agosto**

—

1 Lista 01: Geometría

En esta lista de ejercicios trataremos los temas de Geometría e introducción a Funciones. De Geometría veremos mediatriz, bisectriz y sus aplicaciones. Lo ultimo de esta lista sería el concepto de Función, esto es, dominio, codominio, representación de funciones.

Ejercicio 1

a) Defina Lugar Geométrico (LG).
b) Exprese la Circunferencia como LG.

Ejercicio 2 - Primeras construcciones

Mediatriz

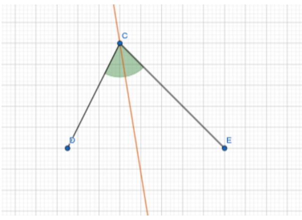
En este ejercicios trabajaremos con el concepto de Mediatriz y bisectriz.

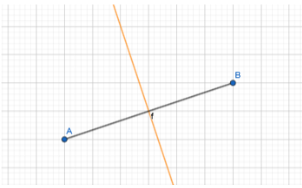
Comencemos con algo simple, dado un segmento de recta AB , de longitud 5cm construir su mediatriz.

Ejercicio a) Construir un triángulo equilatero de lados 6cm y construir la mediatriz en cada uno de sus lados.

Al construir la mediatriz de cada lado de un triángulo, veremos que se intersectan en un punto, a este punto le diremos *circuncentro del triángulo.* Sabemos de Euclídes, que dado un punto (centro) y una distancia (radio) podemos trazar una circunferencia *(circunferencia circunscrita)* . Pongamos como centro el punto circuncentro del triángulo y como radio la distancia de este punto a uno de sus vertices.
Al construir esta circunferencia, Que podremos notar ?

Ejercicio b) Trace un triángulo escaleno, halle el circuncentro de tal triángulo y trace la circunferencia.





1) Izquierda: Bisectriz del ángulo en el vertice C. 2) Derecha: Mediatriz del segmento AB.

Bisectriz

Ejercicio c) Construcción de un triángulo isósceles con dos lados de 6cm y determinar la bisectriz de cada uno de sus ángulos.

Al realizar esta construcción, las rectas se intersectan en un punto, el *incentro* del triángulo. Si dejamos como centro de una circunferencia este punto (incentro) y como radio la distancia de tal punto hacia un lado del triángulo, Que podemos decir de esta circunferencia *(circunferencia inscrita)* ?

Ejercicio d) Construir un triángulo equilatero de lados 7cm. Hallar los puntos circuncentro e incentro de tal triángulo con las respectivas circunferencias. *Trazar cada circunferencias con distinto color, si es posible*

Ejercicio 3 - Problemas a resolver

Pintar la ruta

En un tramo de ruta nacional, se debe pintar la división de carriles sobre una línea que equidista de los lados de la ruta. Supongamos un tramo donde sus lados son rectas paralelas (no hay curvas en este segmento de ruta). Como podría resolver este problema ? *a esta línea de pintura la llamamos paralela media*

Además de resolver el problema, explicar el método usado.

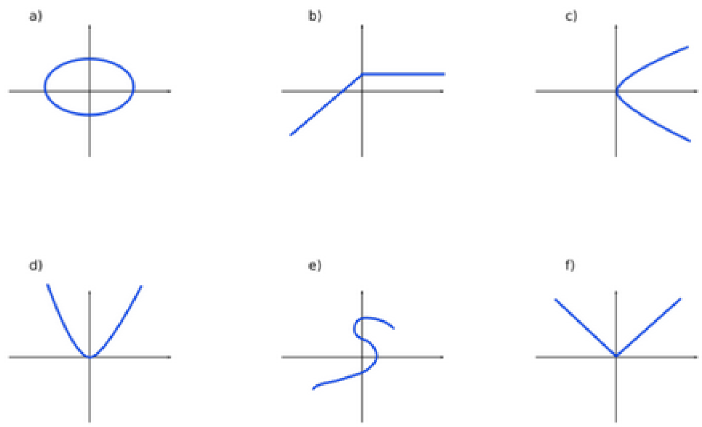
Placa metálica

Para el diseño de una pieza metálica, se tiene una placa cuadrada de 5cm sus lados. Se necesita en este diseño colocar un disco metálico que sea interior a esta placa y que sea tangente a sus lados. Además se pide un anillo de aluminio de modo que éste toque los vértices de la placa, de modo que la placa metálica estará dentro de tal anillo.
Construir dicha pieza con las especificaciones indicadas.

Ejercicio 4 - Introducción a Funciones

a) Defina función entre dos conjuntos A, B. ($f : A \to B$). *(Puede apoyarse de lo visto en clase como en otros materiales (libros, internet, ...))*

c) **Función a partir de gráfico.** Identificar si corresponde o no a una función según el gráfico.



d) Expresar el área de un circulo como una función de su radio. Esto es, dado un radio (entrada), que la función retorne el área del circulo (salida). Crear una *tabla de valores* con la función con 3 valores como ejemplo.

2 Lista 02: Funciones de Primer grado

En esta lista de ejercicios trataremos el tema de Función de primer grado y sus aplicaciones y un ejemplo de función proporcional de tipo $f(x) = 1/x$.

Ejercicio 1 - Imágenes y tabla de valores.

Ejercicio 1.1)

Se consideran las siguientes funciones,

a) $f(x) = 2x + 3$ b) $g(x) = 2(x - 1)$ c) $p(x) = \dfrac{-3x}{4} - 2$

Determinar para cada función la imagen de $x = 2,\ x = -3,\ x = 0,\ x = 3$. Construir una tabla de valores, agregando valores a su elección y realizar la gráfica de las funciones.

2.1 Movimiento unidimensional de una párticula

Supongamos el movimiento de una partícula que se mueve sobre una recta, esto es, describe un movimiento rectilíneo. Cuando ésta partícula esta libre de Fuerzas externas actuando sobre ella, no presenta *aceleración*. De aquí que la particula tendrá *velocidad constante*. Otro caso es cuando la partícula presenta una *aceleración constante*, esto es, $a(t) = a$ siendo a un número real, constante y $a(t)$ la aceleración de la particula en un instante de tiempo t. Cuando la aceleración es constante, podemos decir que la velocidad de la párticula en un instante t puede expresarse como una función lineal $f(t) = at + b$

Sea $v(t)$ la velocidad de la particula *(unidades en m/s)* para un instante t *(segundos)*, Describir en cada caso el valor de la velocidad en el tiempo t y graficar la función $v(t)$ correspondiente:

a) $v(t) = 2$, Determinar $v(2)$, $v(0)$, $v(5)$ (Opcional : Podrias decir si la aceleración es nula o con un valor distinto de cero, constante ?)

b) $v(t) = 4t + 1$, Determinar $v(0)$, $v(5)$, $v(10)$

c) $v(t) = -9.8t + 2$, Determinar $v(0)$, $v(2)$, $v(4)$

Ejercicio 1.3) Ley de Coulomb y proporcionalidad

Supongamos dos cargas puntuales, q_1, q_2 separadas a una distancia r entre las mismas. Hechos empíricos expresan que 1) cargas puntuales ejercen fuerza entre sí a traves de la línea recta que las une y la magnitud de esta fuerza es proporcional al producto de la magnitud de las cargas. De repulsión si son ambas del mismo signo, de atracción para signos opuestos. 2) La magnitud de la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que existe entre ambas. Esto puede expresarse como: La fuerza entre las cargas q_1, q_2 en función de r, conocida como la Ley de Coulomb,

$$\vec{F}(r)_{q_1-q_2} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e_r}$$

Supongamos cargas de 1C (Coulomb), $q_1 = q_2 = 1$, y comenzamos a variar la distancia entre estas cargas r, determinar F(2), F(20), F(200), F(2000), F(20000).

Que podemos decir de la Fuerza $\vec{F}$ cuando
la distancia entre las cargas aumenta ? Tomar $k = 9,0 \times 10^9$

Investigar la función, $f(x) = \dfrac{1}{x}$ para valores reales positivos. $(x > 0)$. Ver su gráfica e interpretar su comportamiento cuando x toma valores "grandes". Esta función es un tipo de función inversamente proporcional

Ejercicio 2 - Cortes con los ejes

Para representar graficamente una función vimos que disponemos de un sistema de coordenadas cartesiano, que posee dos ejes (rectas) perpendiculares. En donde su intersección es el origen de coordenadas.

La gráfica de una función, su *curva*, puede "cruzar" alguno de esos ejes. La intersección o el cruce con el eje vertical, se denomina Ordenada al Origen, y este sería determinado por la imágen de $x = 0$, esto es, $f(0)$.

Ahora, puede ser que la curva, cruce por el eje horizontal, también denominado eje de las *abscisas*. El Conjunto de aquellos puntos sobre este eje en donde la curva intersecta, se denomina Cero de la función o también el conjunto de raíces de la función $f(x)$.
Estos puntos se obtienen resolviendo la ecuación $f(x) = 0$

Lo anterior se puede expresar en un lenguage de conjuntos como,
$C = \{x \in A \mid f(x) = 0\}$ Donde C es el conjunto de Ceros, para una función $f : A \to B$

Ejercicio 2.1)

Dada las siguientes funciones, hallar los puntos de corte con los ejes. Esto es, determinar la ordenada al origen, *(Corte con el eje vertical Y)*, esto se dará cuando $x = 0$. Corte con el eje de las abscisas, *(corte con el eje horizontal X)*, esto se dará cuando $f(x) = 0$. Realizar gráfica.

a) $f(x) = 2x+4$ b) $g(x) = -3(x-5)$ c) $h(x) = \frac{x}{7}-7$ d) $y(x) = \frac{2x}{3}+\frac{3}{2}$

Ejercicio Opcional: Programacón

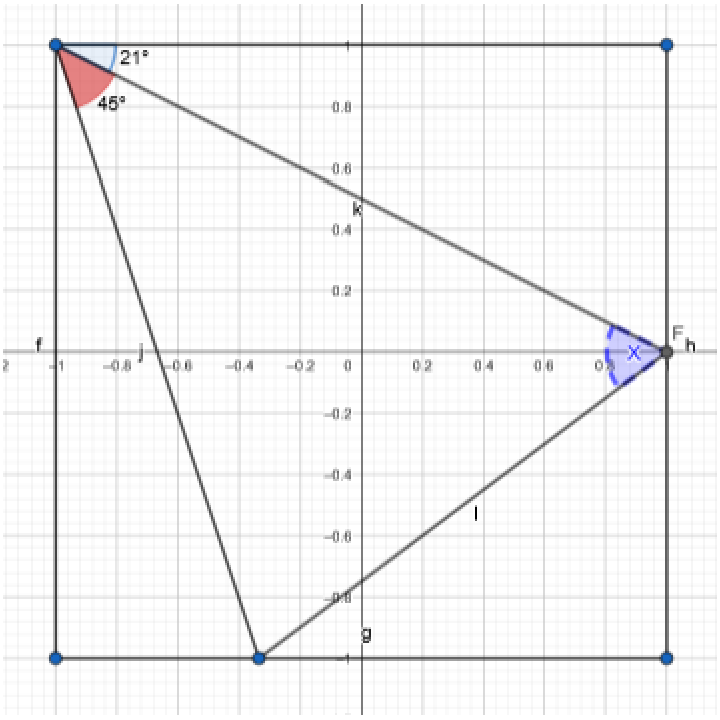
Escribir un programa (En el lenguage que deseen, Java, Python,c++,...) que determine los cortes con los ejes. Un ejemplo es definir una función cortesPrimerGrado(a,b), que toma como entrada dos valores (a,b) de tipo Float, y retorna la salida en pantalla los cortes con los ejes (X,Y).

Verificar aplicando el programa con las funciones del Ejercicio 2.1)

Ejercicio 3)

Ejercicio 3.1) Una poco de Geometría

a) Dada la siguiente figura, determinar el valor de x.



b) Indicar los cortes con los ejes de la función, $p(x) = 2x + \frac{\pi}{4}$.

c) Resolver $p(x) = \pi$

Ejercicio 3.2)

Dada las siguientes funciones, $f(x) = 5x - 3, \qquad g(x) = -\frac{1}{5}x + 3$

a) Graficar en un mismo sistema de coordenadas cartesiano, ambas funciones. Esto es, una gráfica ambas funciones.
Se intersectan estas funciones ?

b) Hallar, *si es que se intersectan*, las coordenadas del punto de intersección.

2.2 Ganancias en la Gomería

En un taller de mecánica automotriz para el sector de Gomería deciden incorporar la venta de neumáticos. Para comenzar con esta propuesta, deciden vender cubiertas rodado 13, R13, de distintas marcas.

La administración obtiene un modelo matemático para estimar la ganancia de ventas, este modelo se expresa como,

$$G(x) = 12 + 40x$$

En donde 12 es un valor fijo en Dolares, y por cada neumático vendido, un valor de 40 dolares.

a) Convertir cada valor que esta en Dolares a Pesos Uruguayos.

b) Calcular la ganancia G(x) si se venden, 5, 8, 10, 13 neumáticos.

c) Determinar cuantos neumáticos se necesitan para que la gancia sea de, $ 3600, $ 6880, $ 11680

2.3 Función Inversa

a) Determinar las condiciones para la existencia de una función inversa de $f : A \to B$

b) Dada las siguientes funciones, hallar la inversa de cada una y realizar una tabla de valores.

i) $f(x) = 3x - 2$ ii) $g(x) = 7x + 7$ iii) $h(x) = \frac{-x}{2} - 3$ iv) $y(x) = \frac{x}{10} + 10$

c) Graficar 2 funciones de la parte b) con su respectiva inversa.

d) **Escala de Temperatura**
Las escalas de temperatura Fahrenheit (F) y Celsius (C) está dada por

$$F(C) = \frac{9}{5}C + 32$$

Donde C es un dato de entrada, una temperatura en Celsius, y F(C) es la correspondiente temperatura en Fahrenheit.

i) Encontrar F^{-1} y discutir el significado.

ii) Hallar $F^{-1}(86)$

3 Lista 03 : Funciones cuadráticas.

Una función cuadrática o *función de segundo grado* es una función polinomial de la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Primeros ejercicios: Completar la tabla de valores, con los valores de entrada indicados, y graficar las siguientes funciones:

- $f(x) = x^2 - 2$, $x = \{-2, -0.5, 0, 1, 3\}$
- $g(x) = x^2 - x$, $x = \{-4, -2.5, -1, 1, 2.25\}$
- $h(x) = x^2 + 2x - 3$, $x = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$

Podría ser necesario agregar más valores de entrada en la tabla de valores para graficar las funciones.

Un poco de álgebra

Dada las siguientes expresiones algebraicas, desarrollar y expresar la igualdad.

a) $(x - 4)(x + 4) =$

b) $x^2 + 2x =$

c) $x^2 - 25 =$

d) $2x^2 - 4x =$

3.1 El Cero de la función

Recordemos que el Cero de una función es el conjunto de soluciones a la ecuación $f(x) = 0$, esto es, el conjunto de raíces de la función (cortes con el eje horizontal, X).

Parte A)

Determinar los ceros (raíces) de las siguientes funciones y realizar un bosquejo de su gráfica. *(Puede y conviene utilizar alguna herramienta computacional para las gráficas, ej: Geogebra.)*

a) $f(x) = x^2 - 16$

b) $g(x) = x^2 + 2x$

c) $h(x) = 2x^2 - 4x$

d) $y(x) = x^2 + 25$

Parte B)

El caso general : $f(x) = ax^2 + bx + c$

Determinar los ceros para las siguientes funciones y graficar.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 8$

b) $g(x) = -x^2 - 6x - 8$

c) $h(x) = 2x^2 + 2x - 12$

d) $y(x) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$

Ejercicio Opcional: Programacón

Escribir un programa (En el lenguage que deseen, Java, Python,c++,...) que determine los cortes con los ejes de una función cuadrática. Un ejemplo es definir una función cortesSegundoGrado(a,b,c), que toma como entrada los coeficientes (a,b,c) de tipo Float, y retorna la salida en pantalla los cortes con los ejes (X,Y).

Verificar aplicando el programa con las funciones anteriores.