

# Matemática Discreta

## Aula 04 - Lógica Matemática

**Bruno Xavier**

Departamento de Engenharias e Tecnologia  
Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros

11 de dezembro de 2023

# Agenda



- 1. Crônica do Dia**
- 2. Tautologia, Contradição e Contingência**
- 3. Equivalência e Negação de Proposições**
- 4. Contrapositiva, inversa e recíproca da implicação**



# Crônica do Dia

---

# Crônica do Dia





# Tautologia, Contradição e Contingência

---

# Tautologia



Quando a tabela verdade de uma proposição lógica possui **SOMENTE** o valor V, então dizemos que essa proposição é uma tautologia.

$P$	$\neg P$	$P \vee \neg P$
V	F	V
F	V	V

Em qualquer interpretação, o valor verdade da proposição é V.

# Contradição



Quando a tabela verdade de uma proposição lógica possui **SOMENTE** o valor F, então dizemos que essa proposição é uma contradição.

$P$	$\neg P$	$P \wedge \neg P$
V	F	F
F	V	F

Em qualquer interpretação, o valor verdade da proposição é F.

# Contingência



Quando a tabela verdade de uma proposição lógica possui TANTO o valor V QUANTO o valor F, então dizemos que essa proposição é uma contingência.

$P$	$Q$	$(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Existem interpretações cujo valor verdade da proposição é F ou V.





# Equivalência e Negação de Proposições

---

# Equivalência



Dizemos que duas proposições  $A$  e  $B$  são equivalentes se  $A \leftrightarrow B$  é uma tautologia.

$P$	$Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V

Também podemos dizer que duas proposições são equivalentes se as suas tabelas verdade são idênticas.

# Negação



Negando o conectivo  $\neg$ :

$P$	$\neg P$	$\neg\neg P$
V	F	V
F	V	F

Portanto,  $\neg\neg P \equiv P$

# Negação



Negando o conectivo  $\wedge$ :

$P$	$Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Portanto,  $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

# Negação



Negando o conectivo  $\vee$ :

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Portanto,  $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

# Exercício



Usando os resultados anteriores, simplifique as proposições abaixo:

- $\neg(\neg P \vee \neg Q)$
- $\neg(\neg P \wedge \neg Q)$

# Negação



Negando o conectivo  $\rightarrow$ :

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg(P \rightarrow Q)$	$P \wedge \neg Q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	F	F

Portanto,  $\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$

# Negação



Negando o conectivo  $\leftrightarrow$ :

$P$	$Q$	$P \leftrightarrow Q$	$\neg(P \leftrightarrow Q)$	$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

Portanto,  $\neg(P \leftrightarrow Q) \equiv (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$





# Contrapositiva, inversa e recíproca da implicação

---

# Contraposição



$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg Q \rightarrow \neg P$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

Portanto,  $P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$

# Inversa



$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg P \rightarrow \neg Q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Portanto,  $P \rightarrow Q \not\equiv \neg P \rightarrow \neg Q$

# Recíproca



$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Portanto,  $P \rightarrow Q \not\equiv Q \rightarrow P$

# Exercício



- Mostre que a inversa e a recíproca de  $A \rightarrow B$  são equivalentes.
- Mostre que:
  - $P \vee P \equiv P$
  - $P \wedge P \equiv P$
  - $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
  - $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$

# Obrigado pela sua atenção

**Bruno Xavier**

Departamento de Engenharias e Tecnologia  
Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros

11 de dezembro de 2023