Ejercicios Relaciones

Nombre: Franklin Jose Arias Escarcena

$\boxed{1}$ Ejemplo 5 Sea A el conjunto de toda la gente del mundo. Se define la siguiente relación R sobre A: aRb si y solo si hay una secuencia $a_0, a_1, \ldots, a_n$ de personas tales que $a_0 = a$, $a_n = b$ y a_{i-1} conoce a_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ (n dependerá de a y b)

Grupo de ejercicios 4.2

1 (a) para la relación R definida en el ejemplo 4 ¿cuáles de los siguientes pares ordenados $\in$ a R?

(i) (2,3) ii) (0,8) iii) (1,3)

(iv) (6,18) v) (-6,24) vi) (8,0)

(b) Para la relación R definida en el ejemplo 6 ¿Cual de los siguientes pares ordenados $\in$ a R?

i) (2,0) ii) (0,2) iii) (0,3)

iv) (0,0) v) $(1, 3/2\sqrt{3})$ vi) (0,0)

$\boxed{3}$ Ejercicios del 2 al 10, determine dominio rango, matriz y, cuando A=B, el digrafo de la relación R.

A = {IBM, COMPAQ, Dell, Gateway, Zenith}

B = {750C, PS60, 450SV, 4B3S, 525SX, 466V, 486SL}

$R = \{(\underset{x}{\text{IBM}}, \underset{y}{\text{750C}}), (\underset{x}{\text{Dell}}, \underset{y}{\text{466V}}), (\underset{x}{\text{COMPAQ}}, \underset{y}{\text{450SV}}), (\underset{x}{\text{Gateway}}, \underset{y}{\text{PS60}})\}$

Dominio: {IBM, Dell, COMPAQ, Gateway}

Rango: {750C, 466V, 450SV, PS60}

$$\left.\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{cccc} \text{750C} & \text{466V} & \text{450SV} & \text{PS60} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{IBM} \\ \text{Dell} \\ \text{COMPAQ} \\ \text{Gateway} \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}\right\} \text{matriz}$$

$\boxed{5}$ $A=\{1,2,3,4,8\}$ aRb si y solo si "$a=b$"

$B=\{1,2,3,4,8\}$

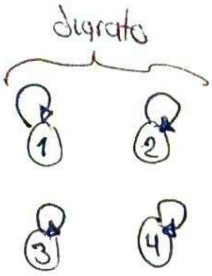
$R=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(8,8)\}$

Dominio : $\{1,2,3,4,8\}$

Rango : $\{1,2,3,4,8\}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc}1&2&3&4\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array} & \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$
Matriz

digrafo



$\boxed{7}$ $A=\{1,2,3,4,6\}$ aRb si y solo si a multiplo de b

$B=\{1,2,3,4,6\}$

$aRb=\{(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,6),(2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,6),(3,1),(3,2)$
$(3,3)(3,4)(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)(4,6)(6,1)(6,2)(6,3)(6,4),(6,6)\}$

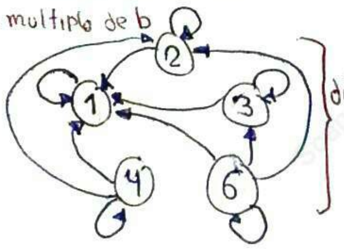
$R=\underbrace{\{(1,1),(2,1),(2,2)(3,1)(3,3)(4,1)(4,2)(4,4)(6,1)(6,2)(6,3)(6,6)\}}$

a multiplo de b

Dominio : $\{1,2,3,4,6\}$

Rango : $\{1,2,3,4,6\}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&6\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\6\end{array} & \begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\1&0&1&0&0\\1&1&0&1&0\\1&1&1&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$
matriz



digrafo

$\boxed{9}$ $A=\{1,3,5,7,9\}$

$B=\{2,4,6,8\}$ aRb si y solo si

$b \le a$

$aRb=\{(1,2)(1,4)(1,6)(1,8),(3,2)(3,4)(3,6)(3,8),(5,2)(5,4)(5,6)$
$(5,8)(7,2)(7,4)(7,6)(7,8)(9,2)(9,4)(9,6)(9,8)$

$R=\{(1,2)(1,4)(1,6)(1,8)(3,4)(3,6)(3,8)(5,6)(5,8)(7,8)\}$

Dominio : $\{1,3,5,7\}$

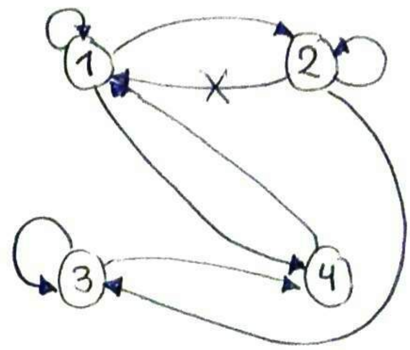
rango : $\{2,4,6,8\}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc}\cancel{1}\ 2&\cancel{3}\ 4&\cancel{5}\ 6&\cancel{7}\ 8\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\3\\5\\7\end{array} & \begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\\0&0&1&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$
matriz

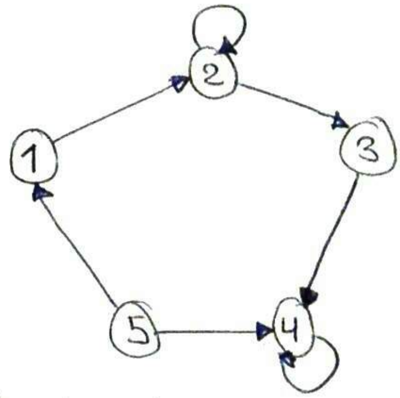
$\boxed{19}$ $A=\{1,2,3,4\}$

$$M_R=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc}1&2&3&4\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array} & \begin{bmatrix}1&1&0&1\\0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&0&0&0\end{bmatrix}\end{array}$$

$R=\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,4),(4,1)\}$



$\boxed{21}$



$R=\{(1,2),(2,2),(2,3),(3,4),(4,4),(5,1),(5,4)\}$

$$M_R=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\end{array} & \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{bmatrix}\end{array}$$

Grupo de ejercicios 4.4

1 Determine si la relación es reflexiva, irreflexiva Simétrico, asimétrica, antisimétrica o transitivo

$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$

$$\begin{array}{c|cccc} = & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

diagonal principal

* Si es reflexiva por tener puros "1" en la diagonal P.
* No es irreflexivo por que la diagonal principal no tiene puros "0"
* Si es simétrica por que $(a,b) \in R$ y $(b,a) \in R$
* No es asimétrica por que la diagonal P. debe tener puros "0"
* no es antisimetrico por que $(a,b) = (b,a)$
* No es transitivo cuando almenos falta un par ordenado de aRb y bRc el par aRc no existe

3

$R = \{(1,3), (1,1), (3,1), (1,2), (3,3), (4,4)\}$

$$\begin{array}{c|cccc} \neq & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

diagonal principal

* No es reflexiva por tener almenos un "0" en la diagonal P.
* No es irreflexiva por tener almenos un "1" en la diagonal P.
* No es simétrica por que hay almenos un elemento $(a,b) \neq (b,a)$
* No es asimétrica por que la diagonal P. de tener puros "0"
* No es antisimétrica por que hay almenos un elemento $(a,b) = (b,a)$ diferente de cero
* No es transitivo por que le falta un par ordenado aRb y bRc el par aRc no existe

5 $R = \{\emptyset\}$

$$\begin{array}{c|ccc} = & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

diagonal principal

* No es reflexiva por tener almenos un "0" en la diagonal P.
* Si es irreflexivo por tener puro "0" en la diagonal P.
* Si es simetrica por que $(a,b) = (b,a)$ todos lo casos
* Si es asimétrica por que los pares de "0" no influyen
* No es antisimetrico por que almenos un par $(a,b) = (b,a)$
* Si es trasitivo por que aRc siempre existe de aRb y bRc

7

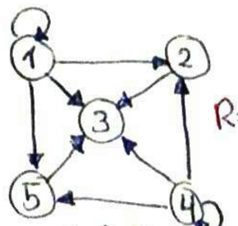
$R = \{(1,2), (1,3), (3,1), (1,1), (3,3), (3,2), (1,4), (4,2), (3,4)\}$

$$\begin{array}{c|cccc} \neq & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

diagonal principal

* No es reflexivo por tener almenos un "0" en la diagonal P.
* No es irreflexivo por tener almenos un "1" en la diagonal P.
* No es simetrico por que hay almenos un elemento $(a,b) \neq (b,a)$
* No es asimetrica por que la diagonal P. tiene que se puro "0"
* No es antisimetrica por que almenos un elemeno $(a,b) = (b,a)$
* No es transitivo por que le falta almen un par aRc de aRb y bRc

9



$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,5), (2,3), (4,2), (4,3), (4,5), (5,3)\}$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

diagonal principal

* No es reflexiva por tener almenos un "0" en la diagonal P.
* No es irreflexiva " " " " "1" en la diagonal P.
* No es simetrica por que almenos un elemento $(a,b) \neq (b,a)$
* No es asimetrico por que la diagonal P. tiene que ser puro "0"
* Si es antisimetrico por que $(a,b) \neq (b,a)$ y los ceros no influyen
* No es transitiva por que le falta almenos un par aRc de aRb y bRc

11

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ diagonal Principal

* No es reflexiva por tener almenos un "0" en la diagonal P.
* Si es irreflexiva por que la diagonal P. tienere puro "0"
* Si es simetrica por que $(a,b)=(b,a)$ todo los casos
* No es asimetrica por que existe almenos un par $(a,b)=(b,a)$
* No es antisimetrica por que " " " " $(a,b)=(b,a)$
* No es transitiva por que le falta almenos un par aRc de aRb y bRc

13 $A=\mathbb{Z}$; aRb si y solo si $a\leq b+1$.

reflexiva: Si $a\leq b+1$, entonces no es verdad que $b+1\leq a$
Por tanto no tendra "1" en su diagonal principal

irreflexiva: Si no tiene el par ordenado (a,a) como "0" entonces no es irreflexiva

Simetria: Si $a\leq b+1$, entonces no es verdad que $b+1\leq a$
por tanto **A** no es simetrica

asimetria: Si $a\leq b+1$ (b no es menor que a) por tanto A es simetrico

Antisimetria: $a\neq b$ entonces $a\nleq b+1$ o $b+1\nleq a$
por tanto es antisimetrica

15 $A=\mathbb{Z}^+$, aRb si y sólo si $a=b^k$ para alguna $k\in\mathbb{Z}^+$

reflexiva: A no es reflexiva en vista de que $(a,a)\notin\mathbb{Z}$

irreflexiva: no es irreflexiva por que $(a,a)\notin A$

Simetrica: Si $a=b^k$ entonces $b^k=a$ por tanto A es simetrica

asimetrica: $b^k=a$ entonces A no es asimetrica por que $a=b^k$

antisimetrica. Si $a=b^k$ entonces A no es antisimetrica por que $b^k=a$

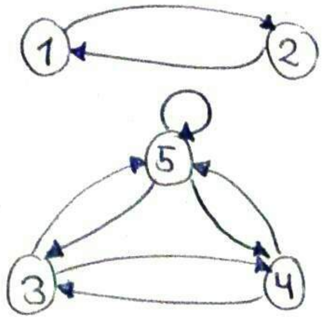
17 $A=\mathbb{Z}$, aRb si y sólo si $|a-b|=2$

19 $A=\mathbb{Z}^+$; aRb si y sólo si $MCD(a,b)=1$
En este caso, se dice que a y b son primos relativos

21 $S=\{1,2,3,4\}$, $A=S\times S$: $(a,b)R(c,d)$ si y sólo si $ad=bc$

23 $A = \{1,2,3,4,5\}$

$R = \{(1,2),(2,1),(3,4),(4,3),(3,5),(5,3),(4,5),(5,4),(5,5)\}$



Grupo de Ejercicios 4.5

1

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ diagonal principal}$$

¿Es una relación de equivalencia?

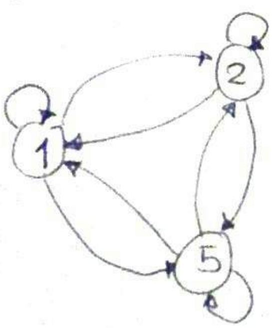
Para ser una relacion de equivalencia se tiene que cumplir que sea reflexiva, simetrica y transitiva. Si uno no cumple entonces no es una re lacion de equivalencia.

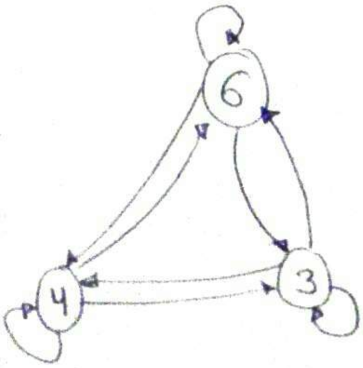
Enunciado 1

* Si es reflexiva por que la diagonal P. tiene puro "1"
* Si es simetrica por que $(a,b)=(b,a)$ todos los casos
* Si es transitivo por que por que aRc siempre existe de aRb y bRc

(Rpta: M_R si es una relación de equivalencia)

3





$R = \{(1,1),(1,2),(1,5)\ (2,2),(2,1),(2,5)\ (5,5)(5,2)(5,1)$
$(3,3),(3,4),(3,6)(4,4),(4,3)(4,6),(6,6)(6,3)\ (6,4)\}$

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Segun el enunciado 1

* Si es reflexiva por que la diagonal P. tiene puro "1"
* Si es simetrico por que $(a,b)=(b,a)$ todos los casos
* si es transitiva por que aRc siempre existe de aRb y bRc

(Rpta: R si es una relación de equivalencia)