

Formal Functions

$$F: X \rightarrow Y$$



$$\begin{aligned} g: \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} && \text{Scalar valued function} \\ \text{map} = h: \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^3 && \text{vector valued function} \\ \text{def} = h: (x, y) &\mapsto (cx + y, x - y, xy) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) \mapsto \begin{bmatrix} x \\ -2x \end{bmatrix}$$

$$F\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) \mapsto \begin{bmatrix} 3y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + -1 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$1 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + -1 \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$x \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mapsto x \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}$$

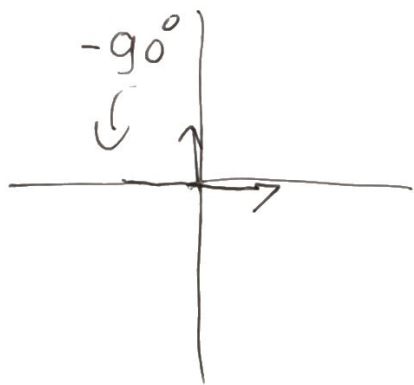
$$F\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) \mapsto x \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) \mapsto x \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mapsto y \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}$$

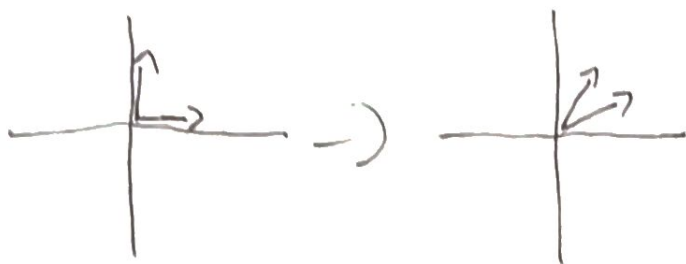
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + 6 \\ 2 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} xa+yb \\ xc+yd \end{bmatrix}$$

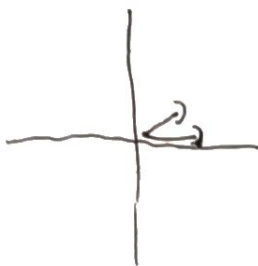
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_x \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_y$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(\cos, \sin)



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \text{ CCR}$$

$$\begin{bmatrix} -\sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta - \sin \theta \\ \sin \theta - \cos \theta \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 90^\circ$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} 180^\circ$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = 90^\circ \cdot 2$$

Multiply linear transformations.