

1 Automatica

1.1 Sistemi dinamici a tempo discreto

Un sistema dinamico a tempo discreto è il modello matematico di un oggetto che interagisce con l'ambiente circostante attraverso canali di ingresso e di uscita che sono rappresentati attraverso vettori, \mathbf{u} e \mathbf{y} , di variabili dipendenti dal tempo. La differenza principale dai sistemi a tempo continuo è che in questo caso il tempo è rappresentato come una variabile intera k .

Si avrà pertanto che per ogni istante di tempo k il sistema riceverà dei segnali in ingresso e risponderà con dei segnali in uscita.

Il vettore $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ rappresenta i segnali che l'oggetto riceve dall'esterno mentre il vettore $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ rappresenta i segnali che l'oggetto dà in uscita.

In generale il comportamento del sistema non dipende esclusivamente da questi due vettori, ovvero non vi è un legame diretto tra ingresso e uscita: infatti il sistema ha uno stato interno che evolve in funzione degli ingressi e degli stati precedenti. In particolare lo stato di un sistema può essere a sua volta rappresentato da un vettore $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

Il modello del sistema è pertanto costituito da equazioni che descrivono l'evoluzione dello stato del sistema in funzione dell'ingresso, dello stato e del tempo e esprimono la relazione d'uscita:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k)\end{aligned}$$

dove \mathbf{f} e \mathbf{g} sono opportune funzioni vettoriali.

1.2 Sistemi lineari stocastici

Consideriamo una particolare tipologia di sistemi, quelli lineari strettamente propri, in cui le funzioni \mathbf{f} e \mathbf{g} sono appunto funzioni lineari e l'uscita non dipende esplicitamente dall'ingresso. In questo caso le equazioni si possono genericamente scrivere come:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k)\end{aligned}$$

dove $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ sono matrici di coefficienti variabili nel tempo.

Tuttavia tali modelli sono approssimazioni ideali che possono essere valide in alcuni contesti, mentre in altri è necessario tener conto delle incertezze e delle imprecisioni che si hanno nella misura dei segnali di ingresso e di uscita del sistema.

Tali incertezze possono essere modellizzate come vettori casuali:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{v}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k)\end{aligned}$$

In particolare si possono fare alcune ipotesi su tali variabili casuali: