

## Exercícios — Funções, Sequências e Recorrências

**1** Encontre o domínio e o conjunto imagem das funções abaixo:

- a função que determina, para número inteiro positivo, quantos dos dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 não aparecem como dígito decimal do número inteiro.
- a função que determina, para uma cadeia de bits, o número de vezes que o bloco 11 aparece.
- a função que determina, para uma cadeia de bits, a posição do primeiro 1 na cadeia e que determina o valor 0 para uma cadeia de bits formada apenas por 0.

**2** Encontre os valores abaixo para as funções piso e teto:

- $\lceil 1, 1 \rceil$
- $\left\lceil -\frac{3}{4} \right\rceil$
- $\left\lceil \frac{7}{8} \right\rceil$
- $\lfloor -2, 99 \rfloor$
- $\lceil 3 \rceil$
- $\left\lceil \frac{1}{2} + \left\lceil \frac{3}{2} \right\rceil \right\rceil$
- $\left\lceil \frac{1}{2} \cdot \left\lceil \frac{5}{2} \right\rceil \right\rceil$
- $\left\lceil \left\lceil \frac{1}{2} \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2} \right\rceil + \frac{1}{2} \right\rceil$

**3** Dados são transmitidos através de uma determinada rede Ethernet em blocos de 1500 octetos (blocos de 8 bits). Quantos blocos são necessários para transmitir as quantidades de dados abaixo através dessa rede de transmissão? (*Note que um byte é um sinônimo para octeto, um kilobyte são 1000 bytes e um megabyte são 1 000 000 bytes pelo Sistema Internacional.*)

- 384 kilobytes de dados
- 45,3 megabytes de dados

**4** Quais são os termos  $x_0, x_1, x_2, x_3$  da sequência em que  $x_n$  é igual a:

- $2^n + 1$
- $(n + 1)^{n+1}$
- $\lfloor n/2 \rfloor$
- $\lfloor n/2 \rfloor + \lfloor n/2 \rfloor$

**5** Quais são os valores das somas abaixo, em que  $D = \{1, 3, 5, 7\}$ ?

- $\sum_{k=1}^5 (k + 1)$
- $\sum_{j=0}^4 (-2)^j$
- $\sum_{j=0}^8 (2^{j+1} - 2^j)$
- $\sum_{j \in D} j$
- $\sum_{j \in D} j^2$
- $\sum_{j \in D} \frac{1}{j}$

**6** Quais são os valores dos produtos abaixo?

- $\prod_{i=0}^{10} i$
- $\prod_{i=5}^8 i$
- $\prod_{i=1}^{100} (-1)^i$

**7** Escreva o pseudocódigo para uma função que retorne o valor de  $n!$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

**8** Escreva o pseudocódigo para uma função que retorne o valor do termo  $x_n$  para todo  $n \in \mathbb{N}$  na sequência de Fibonacci.

**9** Considere a função recursiva 'func' definida por

$$\begin{aligned} \text{func}(1) &= 1 \\ \text{func}(n) &= (n - 1) * \text{func}(n - 1) \end{aligned}$$

Quais são os valores de  $\text{func}(4)$  e  $\text{func}(5)$ , respectivamente?

**10** Considere a seguinte função recursiva:

```
funcao recursiva(x : inteiro): inteiro
início
    se x = 1 entao
        retorne -x
    senao
        retorne -5 * recursiva(x - 1) + x
fimse
fimfuncao
```

Qual é o valor retornado pela função se ela for chamada com  $x = 4$ ?

**11** Seja a função recursiva  $f$  definida como

```
f(a, b)
    se b = 0 entao
        retorna a
    senao
        retorna f(b, a MOD b)
```

onde  $x \text{ MOD } y$  é o resto da divisão de  $x$  por  $y$ . Qual é o valor de  $f(30, 21)$ ?

**12** Considere a relação de recorrência a seguir:

$$H(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n \leq 0 \\ 1 & \text{se } n = 1 \text{ ou } n = 2 \\ H(n-1) + H(n-2) - H(n-3) & \text{se } n > 2 \end{cases}$$

- Calcule  $H(n)$  para  $n = 1, 2, \dots, 10$ .
- Usando o padrão da parte (a), adivinhe quanto vale  $H(100)$ .

**13** Os números de Lucas  $L(n)$  têm quase a mesma definição que os números de Fibonacci:

$$L(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ 3 & \text{se } n = 2 \\ L(n-1) + L(n-2) & \text{se } n > 2 \end{cases}$$

- Em que a definição de  $L(n)$  difere da definição dos números de Fibonacci?
- Calcule os 12 primeiros números de Lucas.