

Exercícios — Distribuição Normal

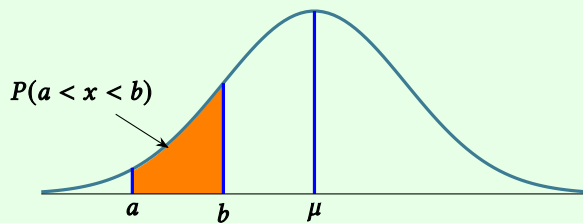
Resumo sobre a Distribuição Normal

Suponha que uma variável aleatória X , com média μ e desvio-padrão σ , apresente as seguintes características:

- Valores da variável aleatória X mais próximos da média μ ocorrem com maior frequência.
- Valores da variável aleatória X simétricos em relação à média ocorrem com a mesma frequência.
- A região definida pelo gráfico da função e pelo eixo tem área unitária.

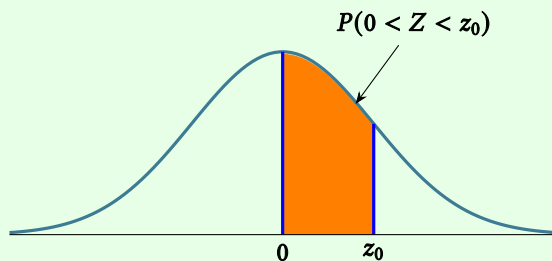
Uma variável aleatória X que apresenta estas características tem **Distribuição Normal** de probabilidades.

A probabilidade de $P(a < x < b)$ é a área da região sob a curva definida pelo intervalo (a, b) .



O cálculo direto desta área é bastante complicado. Para superar esta dificuldade, uma particular distribuição normal Z com média $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ é utilizada e conhecida com **distribuição normal padrão**.

Uma tabela contendo os valores positivos de Z e a área compreendida sob a curva entre 0 e Z foi construída. (Note que precisamos apenas dos valores positivos pois a simetria da curva garante que os valores menores que zero terão a mesma área que seus simétricos em relação ao eixo $Z = 0$.)



Qualquer outra distribuição normal X com média μ e desvio-padrão σ pode ser transformada, para efeito do cálculo de áreas, na distribuição normal padrão Z , através da mudança de variável:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Conhecendo-se a área especificada na tabela, qualquer outro tipo de área poder ser calculada usando-se a simetria da curva.

- Encontre a área indicada sob a curva normal padrão.
 - À esquerda de $z = -3,16$.
 - À direita de $z = 3,25$.
 - Entre $z = -1,96$ e $z = 1,96$.
 - À esquerda de $z = -1,89$ e à direita de $z = 1,98$.
- Determine a probabilidade indicada usando a distribuição normal padrão.
 - $P(z < 1,45)$.
 - $P(z > -1,85)$.
 - $P(0 < z < 0,52)$.
 - $P(-1,54 < z < 1,54)$.
 - $P(z < -2,58 \text{ ou } z > 2,58)$.
- Sabendo que X tem distribuição normal com média 10 e desvio padrão 2, determine:
 - $P(8 < X < 10)$
 - $P(9 < X < 12)$
 - $P(X < 10)$
 - $P(7 < X < 11)$
- Considerando que o peso de determinado artigo produzido por uma fábrica seja normalmente distribuído com média de 20 gramas e desvio padrão de 4 gramas, determine a probabilidade de que uma unidade, selecionada ao acaso, tenha peso:
 - entre 16 e 22 gramas;
 - entre 22 e 25 gramas;
 - maior que 23 gramas.
- Sabendo que a variável aleatória X é normalmente distribuída com média $\mu = 174$ e desvio padrão $\sigma = 20$. Determine a probabilidade indicada.
 - $P(x > 155)$.
 - $P(160 < x < 170)$.
 - $P(172 < x < 192)$.
- As vendas diárias de um restaurante tem distribuição normal com média igual a 53 unidades monetárias e desvio padrão igual a 12 u.m.:
 - Qual a probabilidade das vendas excederem 70 u.m. em determinado dia?
 - Esse restaurante deve vender no mínimo 30 u.m. por dia para não ter prejuízo. Qual a probabilidade de que, em certo dia haja prejuízo?
- Suponha que a renda familiar de uma comunidade possa ser razoavelmente aproximada por uma distribuição normal com média igual a 15 u.m. e desvio padrão igual a 3 u.m. Numa amostra de 50 famílias, quantas podemos esperar que tenham renda inferior a 10,5 u.m.?

8 Suponha que as notas em certa disciplina estão normalmente distribuídas com média 5,0 e desvio padrão 1,5:

- a) determine o percentual de estudantes com nota superior a 8,0;
- b) se a nota mínima para obter aprovação é 3,0, determine o percentual de estudantes reprovados.

9 Suponha que o consumo diário de cachaça pelos alcoólatras de certa cidade seja normalmente distribuído com média 320 ml e desvio padrão 50 ml. Seleccionando ao acaso um alcoólatra desta cidade, determine a probabilidade de que ele tenha consumo diário:

- a) maior que 330 ml; c) entre 240 e 330 ml;
- b) inferior a 370 ml; d) entre 320 e 380 ml.

10 Suponhamos que o nível educacional de adultos de certo país apresenta distribuição normal com média de 11 anos e desvio padrão de 2 anos. determine:

- a) a probabilidade de que um adulto, escolhido aleatoriamente, tenha entre 9 e 14 anos de tempo de estudo.
- b) a probabilidade de que um adulto tenha mais de 18 anos de estudo.
- c) o número de adultos que se espera que tenham menos de 7 anos, considerando uma amostra de 500 adultos.

11 O tempo que os alunos gastam para fazer uma prova é normalmente distribuído com média de 72 minutos e desvio padrão de 5 minutos. Determine a probabilidade de um aluno gastar:

- a) mais de 84 minutos; c) entre 70 e 84 minutos;
- b) mais de 48 minutos; d) entre 60 e 70 minutos.

12 O peso de 600 estudantes é normalmente distribuído com média de 65,3 kg e desvio padrão de 5,5 kg. Determine o número de estudantes que pesam:

- a) entre 60 e 70 kg;
- b) mais de 63,2 kg;
- c) menos de 68 kg.

13 As notas em um teste padronizado tem média igual a 100 e desvio padrão de 10, um indivíduo submetido ao teste ter nota:

- a) maior que 120; c) entre 85 e 115;
- b) maior que 80; d) maior que 100.

14 Suponha que os diâmetros dos parafusos produzidos por uma fábrica sejam normalmente distribuídos com média de 0,25 polegadas e desvio-padrão de 0,02 polegadas. Um parafuso é considerado defeituoso se o seu diâmetro é menor que 0,20 polegadas ou maior que 0,28 polegadas. Encontre a porcentagem de parafusos defeituosos produzidos pela fábrica.

15 Um fabricante de máquinas de lavar sabe, por longa experiência, que a duração de suas máquinas tem distribuição normal com média de 1000 dias e desvio padrão de 200 dias. Oferece uma garantia de um ano (365 dias). Produz mensalmente 2000 máquinas. Quantas espera trocar, mensalmente, pelo uso da garantia?

16 Determine os valores Z' e Z'' , simétricos, que satisfaçam as condições:

- a) $P(Z' < Z < Z'') = 0,95$
- b) $P(Z' < Z < Z'') = 0,9544$
- c) $P(Z' < Z < Z'') = 0,90$
- d) $P(Z' < Z < Z'') = 0,98$