

УДК 681.51

А.С. ДОРОФЕЕВ

(Санкт-Петербургский государственный университет)

МЕТОД ГРАДИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В ЗАДАЧЕ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕЙ

Работа посвящена методу классификации динамических процессов по наблюдениям, сделанным в разные моменты времени с использованием однослойного перцептрона. В отличие от известных методов, корректировка вывода перцептрона достигается путем введения весов в виде аффинных функций, которые определяются методом градиентной обратной связи. Результатом работы является алгоритм, решающий поставленную задачу классификации.

Введение. В работе рассматривается задача классификации динамических процессов по наблюдениям, сделанным в разные моменты времени. Для решения такой задачи предлагается использовать однослойный перцептрон, коэффициенты которого изменяются во времени вместе с процессами [1].

Для классификации статических процессов с успехом могут применяться стандартные методы построения перцептронов и их обучения, например метод обратного распространения ошибки. Однако в случае динамических процессов такой подход никак не будет учитывать динамику, и качество классификации будет снижаться со временем. Предлагаемый в работе метод учитывает динамику процессов за счет введения динамически изменяющихся во времени весов. Предполагается, что с такой временной поправкой целевая функция $Q(t)$ будет дольше находиться в желаемой зоне, т.е. качество классификации будет снижаться медленнее.

Постановка задачи распознавания. Имеется N процессов $x_k(t)$, $k = \overline{1...N}$, каждый из которых принадлежит либо классу C_A , либо классу C_B . Для каждого процесса наблюдается M величин: $y_1(x_k(t)), \dots, y_M(x_k(t))$. Требуется построить классификатор, который по вектору наблюдений $[y_1(x(t_0)), \dots, y_M(x(t_0))]^T$ будет относить процесс $x_k(t)$ к его классу. На практике подобные задачи могут возникать при мониторинге столкновения роев беспилотных летательных аппаратов или живых систем.

Пример решения задачи с использованием метода градиентной обратной связи. Приведем пример построения однослойного перцептрона с одним нейроном на выходе и весами, которые есть функции времени: $\omega(t) = [\omega_1(t), \dots, \omega_M(t)]$, который решает поставленную задачу классификации.

Выход перцептрона в этом случае определяется как:

$$z(x(t)) = z(y(x(t)), \omega(t)) = f(y_1\omega_1(t) + y_2\omega_2(t) + \dots + y_M\omega_M(t)) = \begin{cases} \geq 0 \Rightarrow C_A \\ < 0 \Rightarrow C_B \end{cases}, \quad (1)$$

где $f(l) = \frac{2}{1 + e^{-l}} - 1$ – функция активации нейрона (сигмоида).

Пусть $x_1(t), \dots, x_S(t)$ – обучающая выборка. Тогда целевая функция ошибки:

$$Q(t) = Q(z(x_1(t)), \dots, z(x_S(t)), t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^S [z(x_k(t)) - z^*(x(\cdot))]^2, \quad (2)$$

где

$$z(x(t)) = z(y(x(t)), \omega(t)) = f(y_1(x(t))\omega_1(t) + \dots + y_M(x(t))\omega_M(t)); z^* = \begin{cases} 1, & x(\cdot) \in C_A; \\ -1, & x(\cdot) \in C_B; \end{cases}$$

Функция времени $\omega(t)$ задается в аффинном виде:

$$\omega(t) = \omega^{BP} + \omega^{SG}t, \quad (3)$$

где: $\omega^{BP} = [\omega_1^{BP}, \dots, \omega_M^{BP}]$ – весовые коэффициенты, найденные с использованием метода обратного распространения ошибки [2]; $\omega^{SG} = [\omega_1^{SG}, \dots, \omega_M^{SG}]$ – весовые коэффициенты, которые рассчитываются согласно методу скоростного градиента [3] исходя из ограничений целевой функции ошибки $\dot{Q}(0) = \dot{Q}_{\max}$, где \dot{Q}_{\max} – заранее заданная константа. Для получения этих коэффициентов необходимо решить задачу минимизации функционала:

$$J(\dot{Q}(0)) = \frac{1}{2}(\dot{Q}(0) - \dot{Q}_{\max})^2, \quad (4)$$

$$\text{где } \dot{Q}(0) = \sum_{k=1}^S (z(x_k) - z^*(x_k(\cdot))) \frac{2e^{-L(x_k)}}{(1 + e^{-L(x_k)})^2} \sum_{j=1}^M (\omega_j^{BP} \dot{y}_j(x_k) + y_j(x_k) \omega_j^{SG}), \quad x_k(0) = x_k.$$

Поиск осуществляется в направлении, противоположном градиенту целевой функции ошибки с использованием итерационной процедуры поиска с шагом:

$$\Delta \dot{\omega}_i(t) = \Delta \dot{\omega}_i^{SG} = -\gamma \frac{\partial J(\dot{Q}(0))}{\partial \omega_i^{SG}} = -\gamma (\dot{Q}(0) - \dot{Q}_{\max}) \frac{\partial \dot{Q}(0)}{\partial \omega_i^{SG}}, \quad (5)$$

где $0 < \gamma < 1$, $i = 1, \dots, M$,

$$\frac{\partial \dot{Q}(0)}{\partial \omega_i^{SG}} = \sum_{p=1}^S (z(x_p) - z^*(x_p(\cdot))) \frac{2e^{-L(x_p)}}{(1 + e^{-L(x_p)})^2} \sum_{j=1}^M (\omega_j^{BP} \dot{y}_j(x_p) + y_j(x_p) \omega_j^{SG}).$$

Порог \dot{Q}_{\max} задается экспертом из общего представления о системе, его физический смысл – предельное значение скорости ухудшения классификатора, т.е. как быстро могут расти ошибки классификации с течением времени. Предположим, что с такой временной поправкой целевая функция ошибки $Q(t)$ будет дольше находиться в желаемой зоне, т.е. обеспечивает заданные вероятности ошибки идентификации.

Заключение. Предложен алгоритм построения однослойного перцептрона с динамически меняющимися коэффициентами для решения задачи классификации динамических процессов по наблюдениям, сделанным в разные моменты времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гелиг А.Х., Матвеев А.С. Введение в математическую теорию обучаемых распознающих систем и нейронных сетей. СПб.: Издательство СПбГУ, 2014. 224 с.
2. Rumelhart D.E., Hinton G.E., Williams R.J. Learning Internal Representations by Error Propagation. In: Parallel Distributed Processing, vol. 1, pp. 318–362. Cambridge, MA, MIT Press. 1986.
3. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

A.S. Dorofeev (SPBU, Saint-Petersburg). Gradient feedback method for training artificial neural network

Abstract. The paper is concerned with the method of classifying dynamic processes by instant observations using a single-layered perceptron. The correction of the perceptron output is achieved by adding the weights as a form of the affinity functions. This affinity functions are defined by the gradient feedback method. Result of this work is an algorithm that solves the given classification task.