



## Problème du p-centre avec contraintes de capacité, stratification et gestion des pannes

Antonin Carpentier, Laure Brisoux-Devendeville, Corinne Lucet, Rui Sá  
Shibasaki, Sami Cherif

### ► To cite this version:

Antonin Carpentier, Laure Brisoux-Devendeville, Corinne Lucet, Rui Sá Shibasaki, Sami Cherif. Problème du p-centre avec contraintes de capacité, stratification et gestion des pannes. ROADEF 2025, Feb 2025, Paris, France. hal-05001302

**HAL Id: hal-05001302**

**<https://hal.science/hal-05001302v1>**

Submitted on 21 Mar 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

# Problème du p-centre avec contraintes de capacité, stratification et gestion des pannes

Antonin Carpentier, Laure Brisoux-Devendeville, Corinne Lucet,  
Rui Sá Shibasaki, Sami Cherif

MIS UR 4290, Université de Picardie Jules Verne, Amiens

`antonin.carpentier1@etud.u-picardie.fr`

`{laure.devendeville, corinne.lucet, rui.sa.shibasaki, sami.cherif}@u-picardie.fr`

**Mots-clés** : *problème d'emplacement, p-centre, contraintes de capacité, gestion de panne, stratification.*

## 1 Introduction

L'optimisation et la recherche opérationnelle jouent un rôle clé dans l'amélioration de nombreux services, qu'ils soient administratifs, logistiques ou médicaux. Parmi les problèmes bien étudiés, le p-centre se distingue par son potentiel à optimiser la localisation de ressources. Ce problème, connu comme étant NP-difficile, vise à positionner  $p$  centres représentant des ressources disponibles, de manière à minimiser la distance maximale entre les points de demande et leur centre le plus proche [4]. Il trouve des applications variées, comme l'implantation de centres de soin ou de bornes électriques, où un positionnement optimal peut avoir un impact direct sur la qualité de vie. Bien que les recherches récentes aient permis d'introduire des méthodes exactes et approchées ainsi que des variantes intégrant des contraintes telles que celles prenant en compte des contraintes de capacité [5], ou la prise en compte de centres existants [2], ces travaux restent souvent éloignés des besoins pratiques. Dans ce contexte, nous proposons une nouvelle variante du problème du p-centre combinant des contraintes de capacité [6], des aspects de stratification [1] ainsi que la gestion de pannes [3].

## 2 Formulation

Nous nous appuyons sur un problème de localisation de centres de soins pour présenter et formaliser le problème. Le territoire est représenté par un graphe  $G = (V, E)$  où l'ensemble de sommets  $V$  représente des villes où se trouvent les populations et où un nombre  $p$  de centres devront être placés. L'ensemble d'arêtes  $E$  représente des routes, valuées par leur longueur, reliant ces villes. On note  $d_{ij}$  la distance minimale entre les villes  $i$  et  $j$ . L'ensemble  $S$  contient les services possibles. Pour chaque ville  $i \in V$  et chaque service  $s \in S$ , on considère une demande de service  $q_{is} \geq 0$  et une capacité de service  $u_{is} \geq 0$ .

L'objectif du problème est de placer ces  $p$  centres afin de minimiser la distance maximale entre une ville et son premier ainsi que son deuxième centre, tout en respectant les contraintes. Ces dernières concernent la satisfaction des demandes tenant compte d'éventuelles « pannes » de service. Il faut donc placer les  $p$  centres de soins sur le territoire, afin qu'à chaque ville  $i$  soient associés deux centres : un centre principal pour chacun des services  $s$ , satisfaisant la demande  $q_{is}$  ; et un centre de secours pour chacun des services  $s$  satisfaisant également l'intégralité de la demande  $q_{is}$ .

On note  $A^s$  la distance maximale sur l'ensemble des distances entre les villes et leur centre principal relatif au service  $s$ . On note  $B^s$  la distance maximale sur l'ensemble des distances entre les villes et leur centre de secours relatif au service  $s$ . Nous avons alors :

- $A^s = \max_{i \in V} \{d_{ik}, \text{ où } k \text{ est le centre principal de } i \text{ pour le service } s\}$
- $B^s = \max_{i \in V} \{d_{ik}, \text{ où } k \text{ est le centre de secours de } i \text{ pour le service } s\}$

Pour chacune des villes, le centre principal doit être plus proche que le centre de secours pour l'ensemble des services (i.e.  $\forall s \in S, A^s \leq B^s$ ).

### 3 Expérimentations

Nos expérimentations se déclinent autour de trois axes principaux. Le premier axe concerne la formulation d'un nouveau modèle de programmation entière (PLNE) intégrant simultanément les caractéristiques décrites précédemment. À l'aide de ce modèle, nous comparerons la structure des solutions (suivant différents critères) obtenues par deux fonctions objectives : la première, issue de la littérature [3] et représentée par l'équation 1 ; la seconde, proposée dans le cadre de ce travail et représentée par l'équation 2.

$$\text{Min } \sum_{s \in S} B^s \quad (1)$$

$$\text{Min } \sum_{s \in S} (A^s + B^s) \quad (2)$$

Le deuxième axe porte sur l'amélioration du PLNE par une réduction du nombre de variables de décision, visant ainsi à faciliter la résolution du programme. Enfin, le troisième axe concerne la création et l'enrichissement d'un ensemble d'instances de test, permettant la réalisation de premiers benchmarks comparatifs.

À partir de ces instances, nous comparons les solutions optimales obtenues par la résolution du modèle PLNE, avec les deux fonctions objectives. Cela inclut une évaluation de leurs performances en termes de temps de résolution, ainsi qu'une analyse structurée des solutions optimales. Ces observations permettent de mieux comprendre les avantages et limites de chacune des approches. L'évaluation des performances et les résultats de l'analyse des solutions optimales obtenues lors de cette étude seront présentés en détail.

### Références

- [1] Maria Albareda-Sambola, Luisa I. Martínez-Merino, and Antonio M. Rodríguez-Chía. The stratified p-center problem. *Computers & Operations Research*, 108 :213–225, August 2019.
- [2] Oded Berman and Zvi Drezner. A new formulation for the conditional -median and -center problems. *Operations Research Letters*, 36(4) :481–483, July 2008.
- [3] Inmaculada Espejo, Alfredo Marín, and Antonio M. Rodríguez-Chía. Capacitated p-center problem with failure foresight. *European Journal of Operational Research*, 247(1) :229–244, November 2015.
- [4] R. S. Garfinkel, A. W. Neebe, and M. R. Rao. The  $m$  -Center Problem : Minimax Facility Location. *Management Science*, 23(10) :1133–1142, June 1977.
- [5] Samir Khuller and Yoram J. Sussmann. The Capacitated  $K$  -Center Problem. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 13(3) :403–418, January 2000.
- [6] Maria Paola Scaparra, Stefano Pallottino, and Maria Grazia Scutellà. Large-scale local search heuristics for the capacitated vertex  $p$  -center problem. *Networks*, 43(4) :241–255, July 2004.