

## Projet Probabilités

**Description du projet.** Le but de projet est d'écrire un programme qui choisit de façon aléatoire, mais selon des poids choisis, une question de mathématique parmi un ensemble des questions et à attribuer ou pas les points dédiés à la question en comparant avec la réponse qui doit être automatisée.

Les thèmes portent sur:

- les équations du second degré et
- les intégrales.

On décrit ci-après les choix de fonctions et de paramètres selon les thèmes.

**1. Equations du second degré.** Elle est de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$ . Les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont à choisir de façon aléatoire et selon une loi uniforme (on considère donc que c'est du même niveau de difficulté) sur l'ensemble de  $-10$  à  $10$ , par pas de  $0.5$ :

$$-10 : 0.5 : 10 = \mathbb{A} = \{-10, -9.5, -9, \dots, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, \dots, 9, 9.5, 10\}.$$

On rappelle que pour trouver la solution de l'équation du second degré on passe par le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ . La solution est donnée en fonction du signe de  $\Delta$ :

1. si  $\Delta < 0$  alors l'équation n'admet pas de solution,
2. si  $\Delta = 0$ , l'équation admet une unique solution  $x = -b/(2a)$ ,
3. si  $\Delta > 0$ , l'équation admet deux solutions distinctes:  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

On attribue 1 point à chaque question d'un système d'équation du second degré.

**2. Intégration sur  $\mathbb{R}$ .** Il s'agit d'intégrales de la forme

$$I = \int_a^b f(x) dx. \quad (1)$$

Sauf indication contraire, on choisit  $a, b \in \mathbb{A}$  de façon uniforme, avec  $a \neq b$ , et en adaptant la solution lorsque  $a > b$ . La fonction  $f$  est choisie parmi l'ensemble des fonctions suivantes:

**2.1. Fonctions puissance:**

- (a)  $f(x) = (cx - d)^\alpha$ , de sorte que  $I = \frac{1}{c(\alpha+1)} ((bc - d)^{\alpha+1} - (ac - d)^{\alpha+1})$ . Les paramètres  $c$ ,  $d$  et  $\alpha$  sont choisis uniformément sur les ensembles suivants:  $c \in \mathbb{A} - \{0\}$ ,  $d \in \mathbb{A}$ ,  $\alpha \in \mathbb{A} - \{-1\}$ .
- (b)  $f(x) = 1/(x - c)$ , de sorte que  $I = \ln(|b - c|) - \ln(|a - c|)$ . On choisit  $a$ ,  $b$  et  $c$  uniformément sur  $\mathbb{A}$ , avec  $c$  différent de  $a$  et de  $b$ .

**2.2. Fonctions trigonométrique:**

- (a)  $f(x) = \cos(cx)$ ,  $c \neq 0$ . Dans ce cas,  $I = (\sin(bc) - \sin(ac))/c$ . Le paramètre est choisi uniformément sur  $\mathbb{A} - \{0\} = \mathbb{A}^*$ .
- (b)  $f(x) = \sin(cx)$ ,  $c \neq 0$ . Dans ce cas,  $I = -(\cos(bc) - \cos(ac))/c$ . Le paramètre  $c$  est choisi uniformément sur  $\mathbb{A}^*$ .
- (c)  $f(x) = \tan(cx)$ ,  $c \neq 0$ . Dans ce cas,  $I = (\ln(|\cos(bc)|) - \ln(|\cos(ac)|))/c$ . Le paramètre  $c$  est choisi uniformément sur  $\mathbb{A}^*$ . Le paramètre  $c$  est choisi uniformément sur  $\mathbb{A}^*$ .

## 2

### 2.3. Fonctions logarithmiques:

- (a)  $f(x) = \ln(cx)$ . Dans ce cas,  $I = b \ln(bc) - a \ln(ac) - c(b - a)$ . Le paramètre  $c$  est choisi uniformément sur  $\mathbb{A}_+^*$ .

Le programme choisit et affiche une des thématiques 1. ou 2. avec des probabilités  $p_1$  et  $p_2$  que l'on peut choisir.

Lorsqu'on est en 2. On choisit 2.1., 2.2. ou 2.3. avec des probabilités  $p_{21}$ ,  $p_{22}$  et  $p_{23}$  qu'on peut choisir. On pourra attribuer les points 1 ou 1.5 selon le niveau de difficulté jugé pour 2.1., 2.2. et 2.3.

Lorsqu'on est dans 2.1., dans 2.2. ou dans 2.3., on choisit l'un des items (a), (b) ou (c) avec les mêmes probabilités.