

Analyse des réseaux

Juste Raimbault¹

2025-2026

¹LaSTIG, IGN-ENSG-UGE



Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

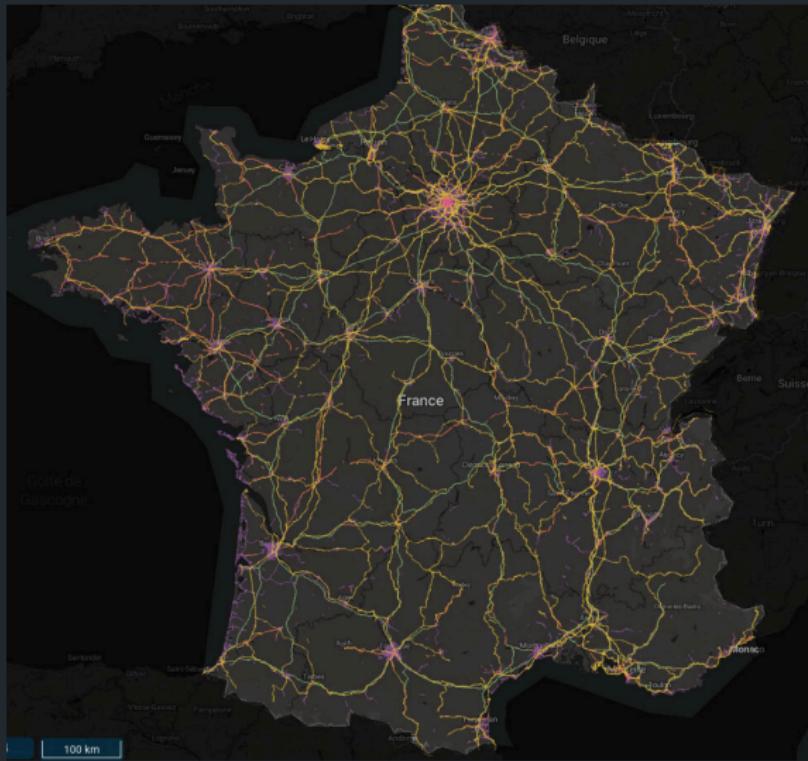
Réseaux complexes

Modèles

Mesures

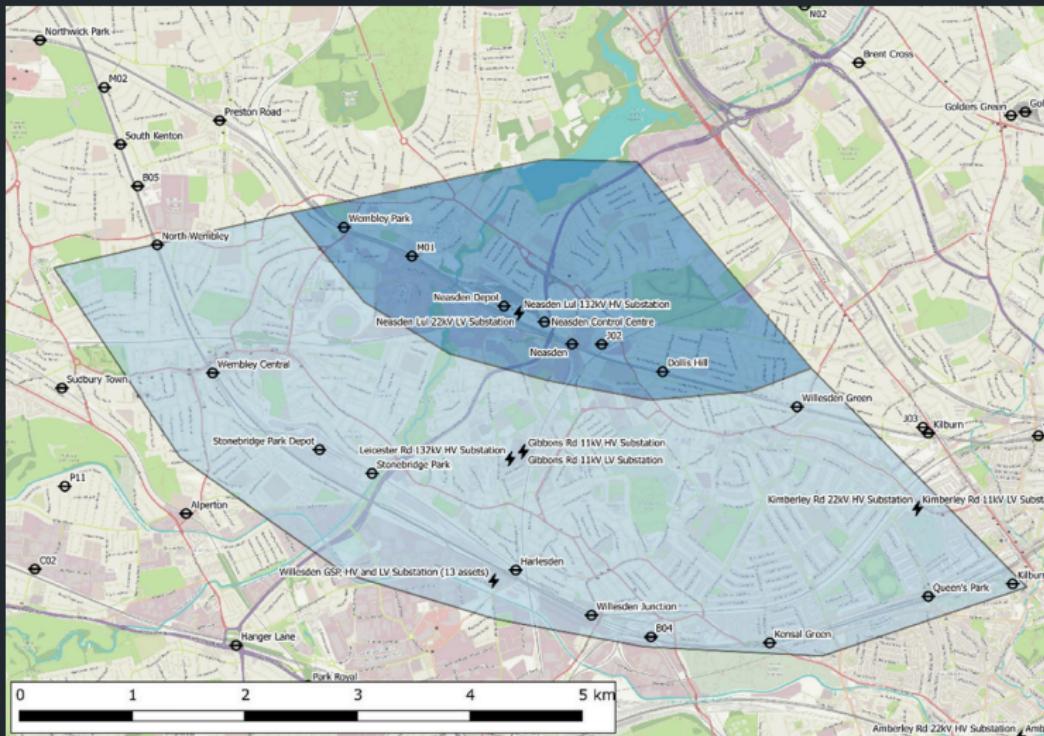
Détection de communautés

Multiplicité des réseaux



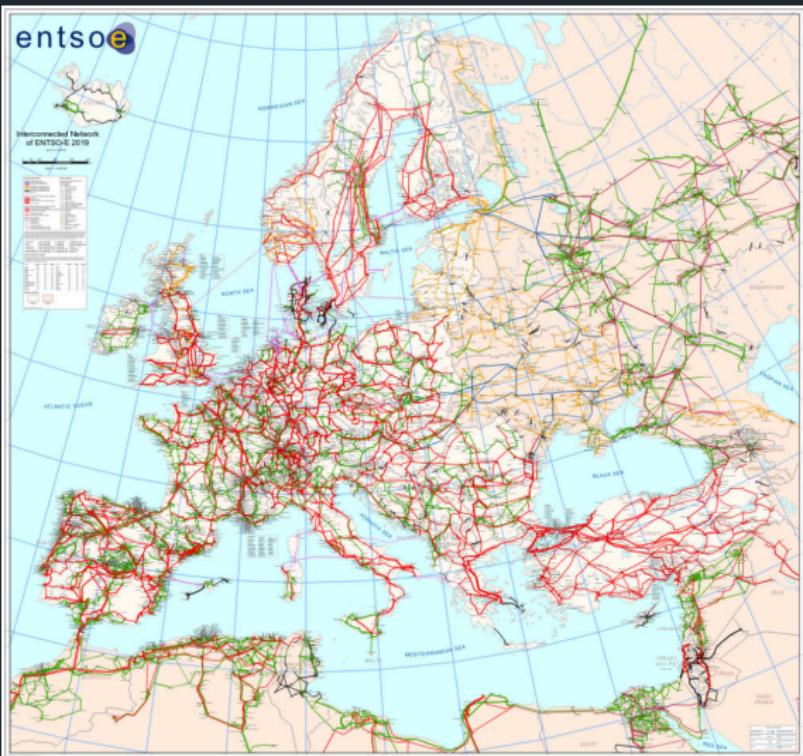
Réseaux d'infrastructure de transport en France (source OSM data)

Réseaux d'infrastructure interdépendants [Goldbeck et al., 2019]

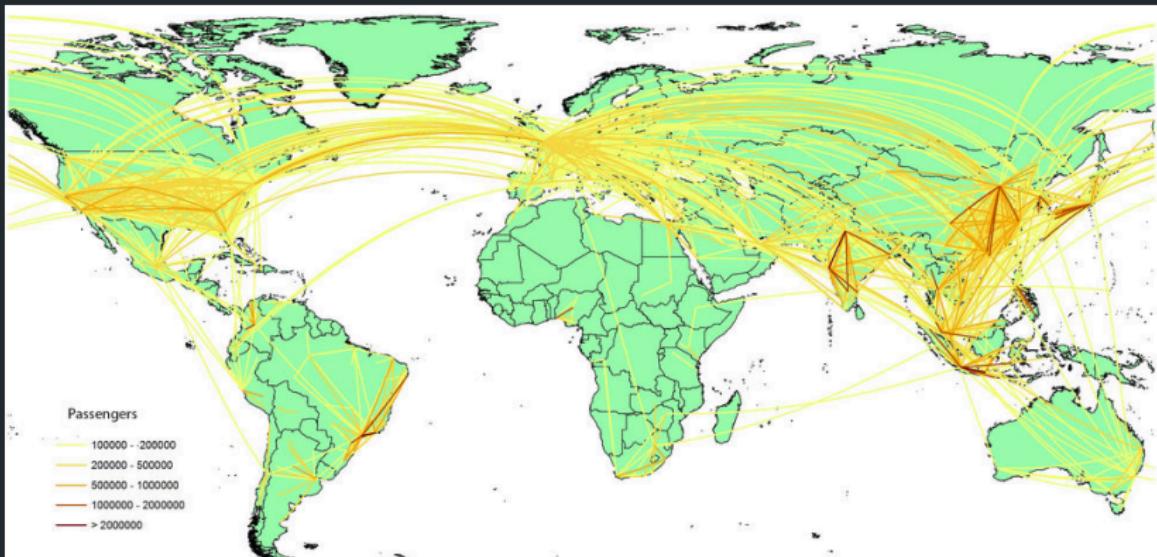


Réseaux d'infrastructures

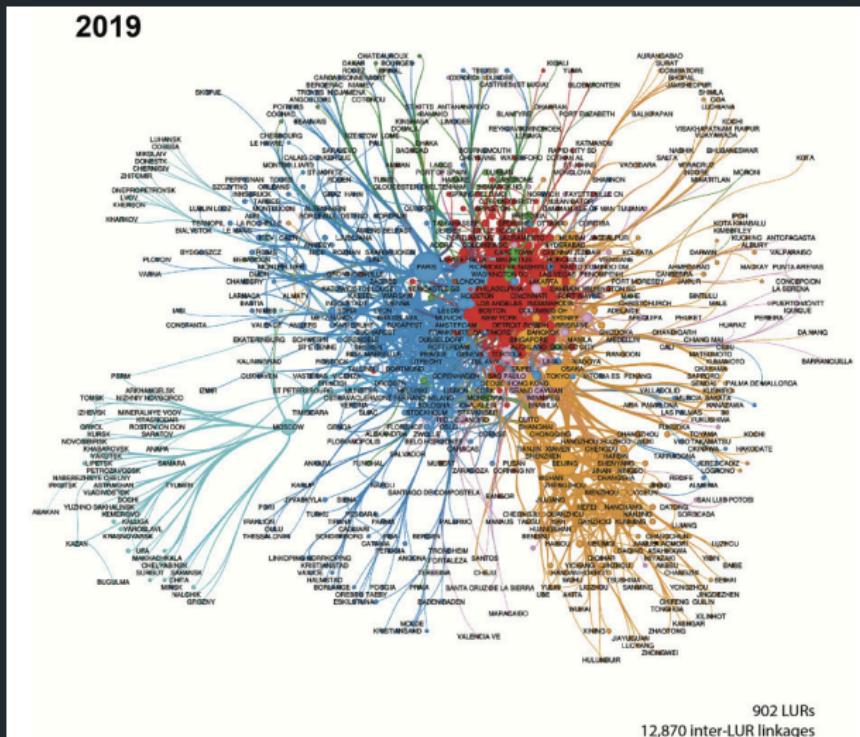
Réseau électrique Européen (données ouvertes ENTSOE)



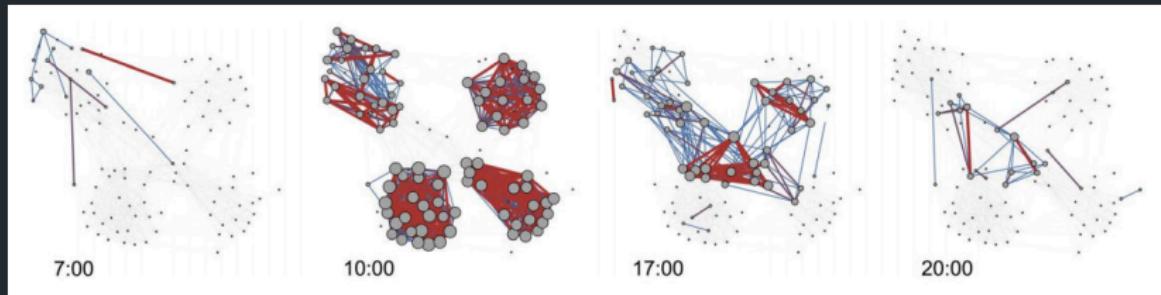
Réseau mondial aérien de passagers estimé en 2010
[Huang et al., 2013]



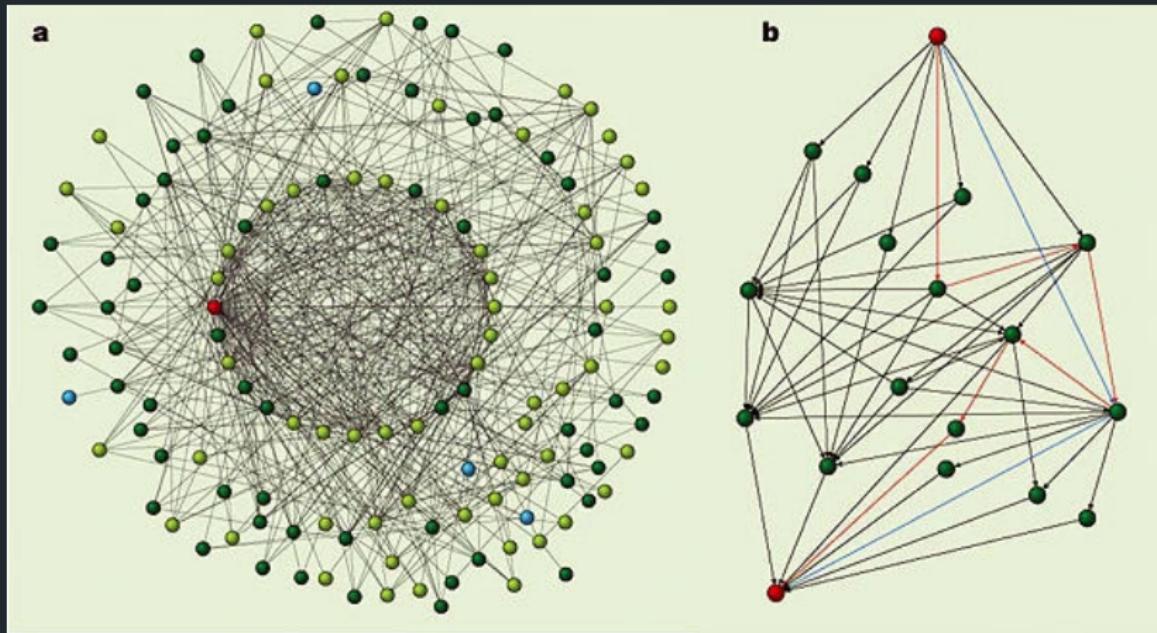
Réseaux d'entreprises entre régions urbaines [Rozenblat, 2021]



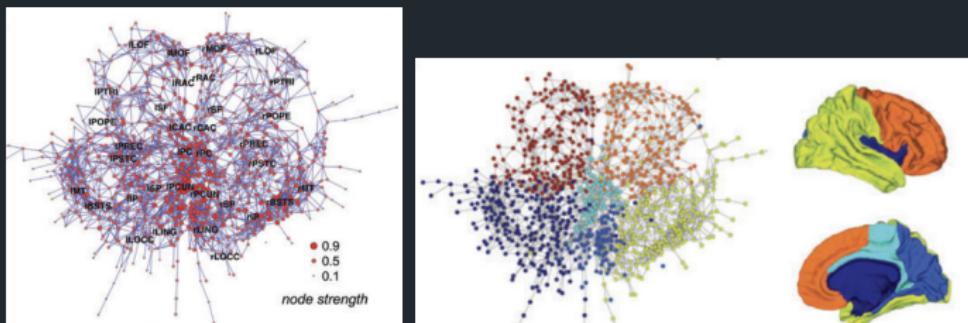
Réseaux sociaux physiques et virtuels [Stopczynski et al., 2014]



Réseaux trophiques entre espèces [Montoya et al., 2006]



Réseau des neurones du cerveau [Sporns, 2011]



Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

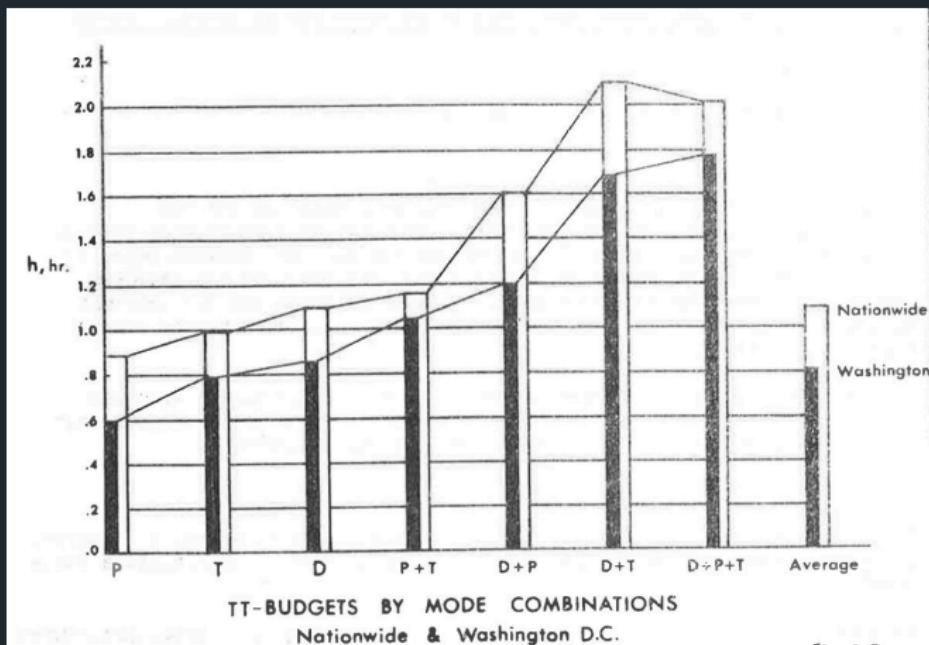
Modèles

Mesures

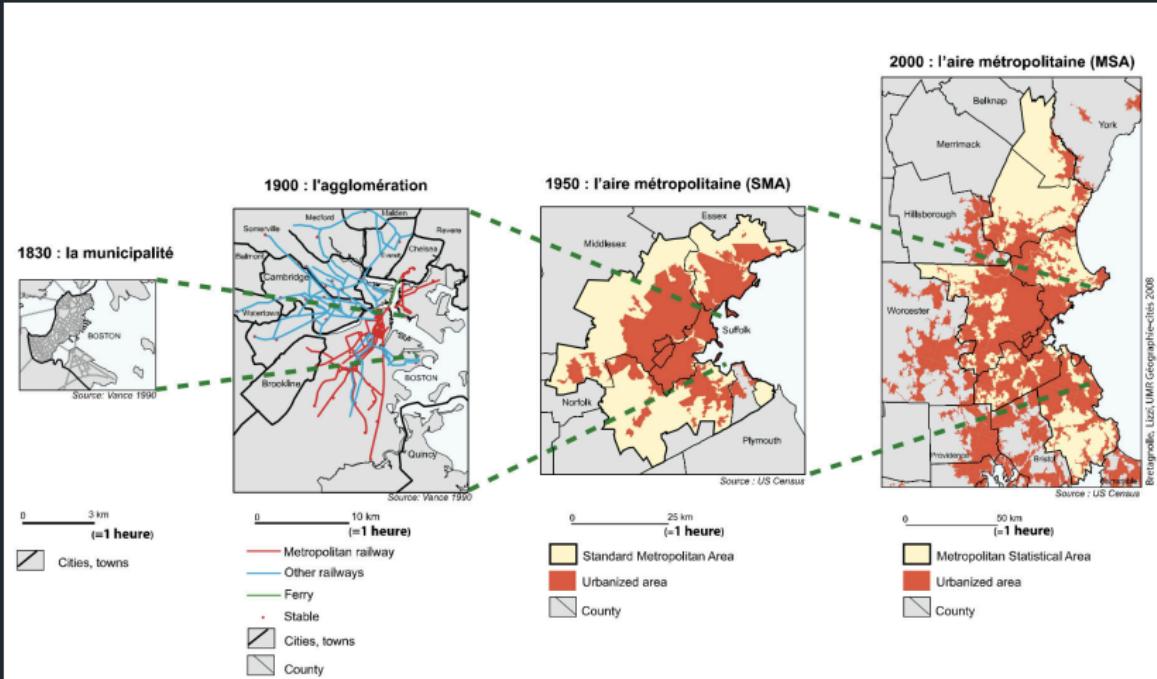
Détection de communautés

- augmentation de la vitesse et de la capacité des transports augmente la portée des échanges, et donc de l'interaction spatiale
- dilatation de l'espace d'activité et accroissement de la dimension des entités territoriales à toutes les échelles (mais inégalement)
- du rôle dominant de la distance à celui de la proximité ?
[Duranton, 1999]

→ les dimensions de l'espace d'activité urbain (zones accessibles dans un espace-temps quotidien) sont stables ~ 1h - loi de Zahavi [Zahavi, 1974]

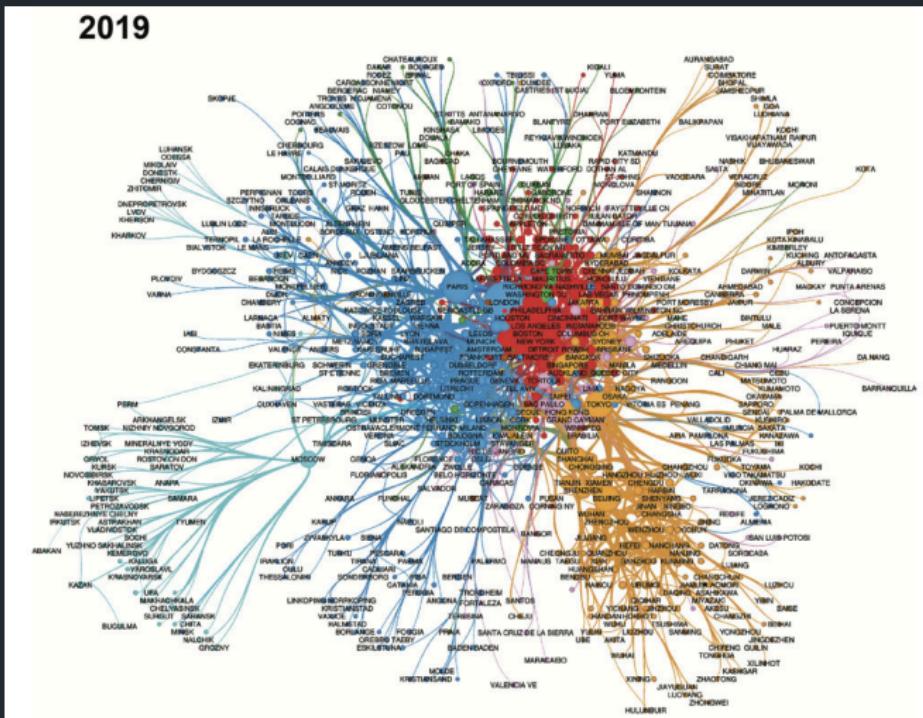


Evolution historique de la taille des aires urbaines



[Bretagnolle et al., 2008]

→ à l'échelle mondiale, des territoires politiques contrôlés par les réseaux à des réseaux d'activité mondialisés [Rozenblat, 2021]



G. Dupuy propose une *Théorie territoriale des réseaux* pour interpréter les interactions entre réseaux techniques et territoires [Dupuy, 1987]

- réseaux techniques comme réalisation de réseaux virtuels, issus de projets transactionnels entre acteurs
- les agents à l'échelle microscopique souhaitent maximiser la connectivité et l'accessibilité
- en pratique, arbitrages par les acteurs de gouvernance [Rimbault and Le Néchet, 2021]

Définitions de l'accessibilité par un réseau de transport
[Wu and Levinson, 2020]

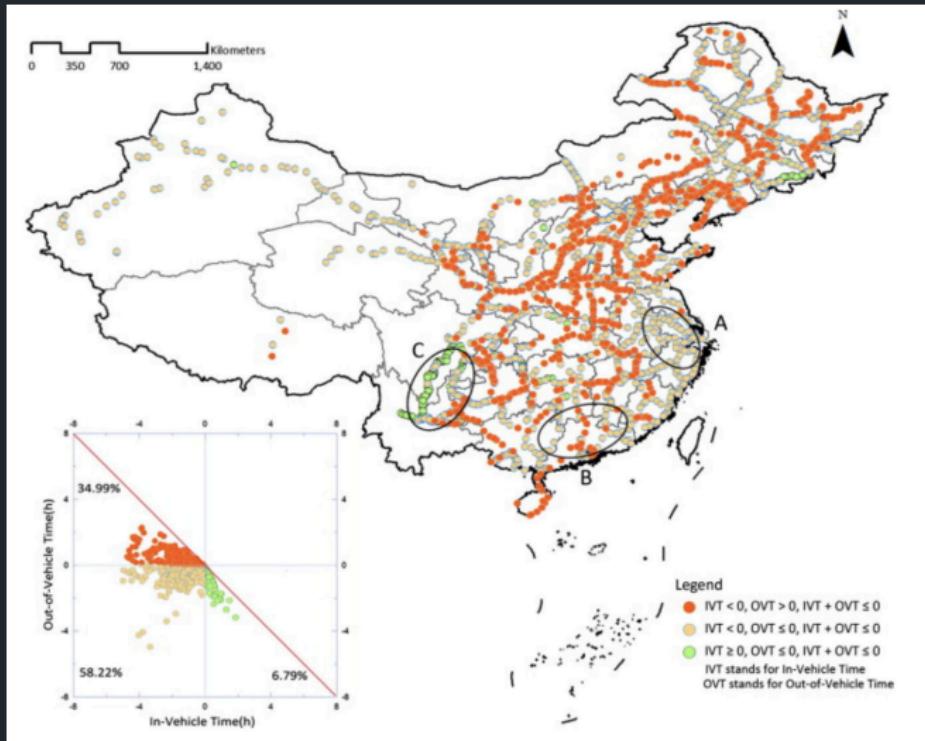
Temps de trajet moyen $T_i = \sum_j P_j / P \cdot t_{ij}$

Accessibilité aux aménités

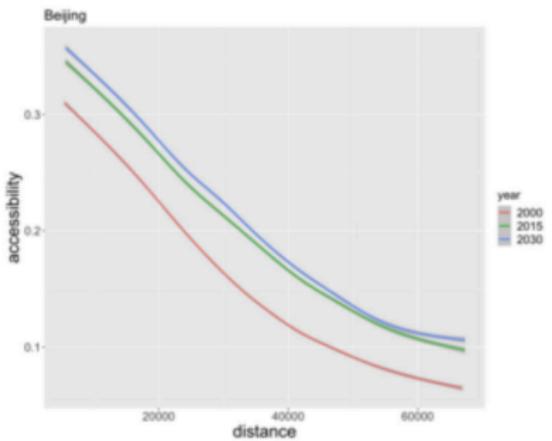
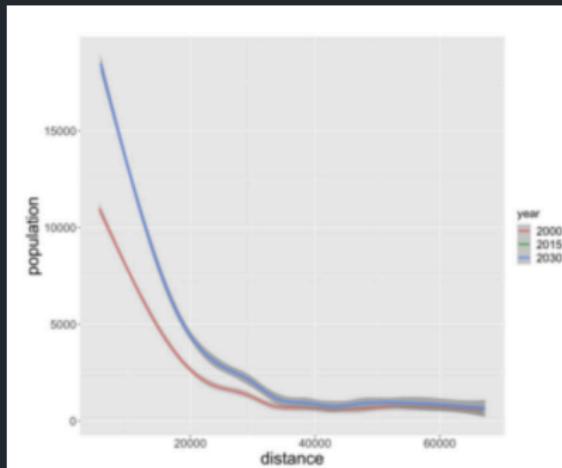
$$Z_i = P_i \sum_j E_j \cdot \exp(-t_{ij}/t_0)$$

avec le paramètre t_0 soit calibré par modèle d'interactions spatiales,
soit stylisé (ex. emplois accessibles en 1h)

Exemple : accessibilité HSR en Chine



Exemple : accessibilité TC dans les villes chinoises



[Rimbault, 2021b]

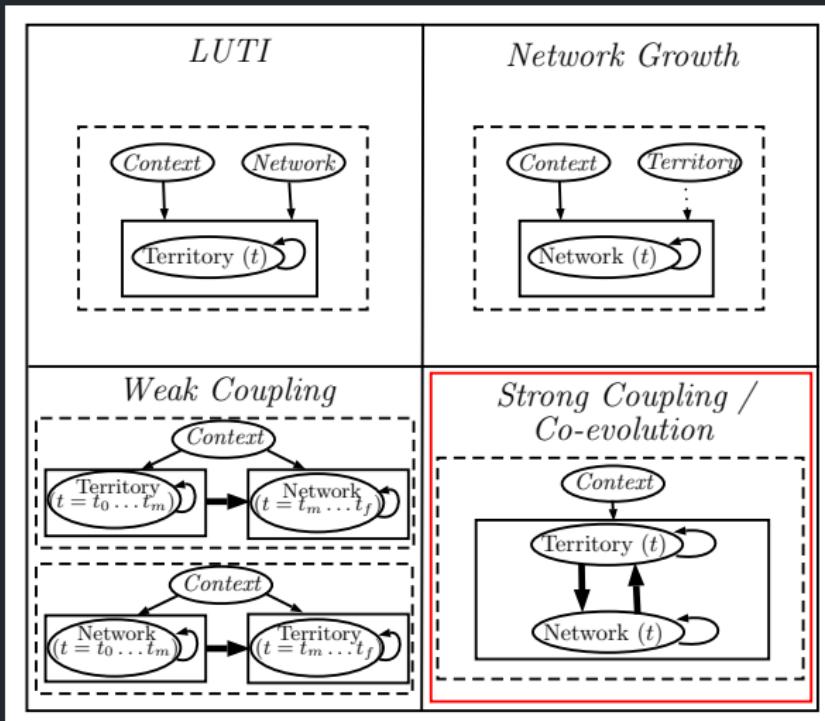
Un débat scientifique :

- Méthodes en économie des transports dans les années 80 pour quantifier les “effets structurants” des infrastructures [Bonnafous and Plassard, 1974]; modèles LUTI [Wegener and Fürst, 2004]
- Usage trop politique du concept non prouvé d’effet structurant ? [Offner, 1993]
- Dépend des cas, des échelles, des méthodologies (par exemple identifiables dans les systèmes de villes sur le temps long [Bretagnolle, 2014]) [Offner et al., 2014]
- Approche de planification couplée ? *Transit-oriented development* [Ibraeva et al., 2020]

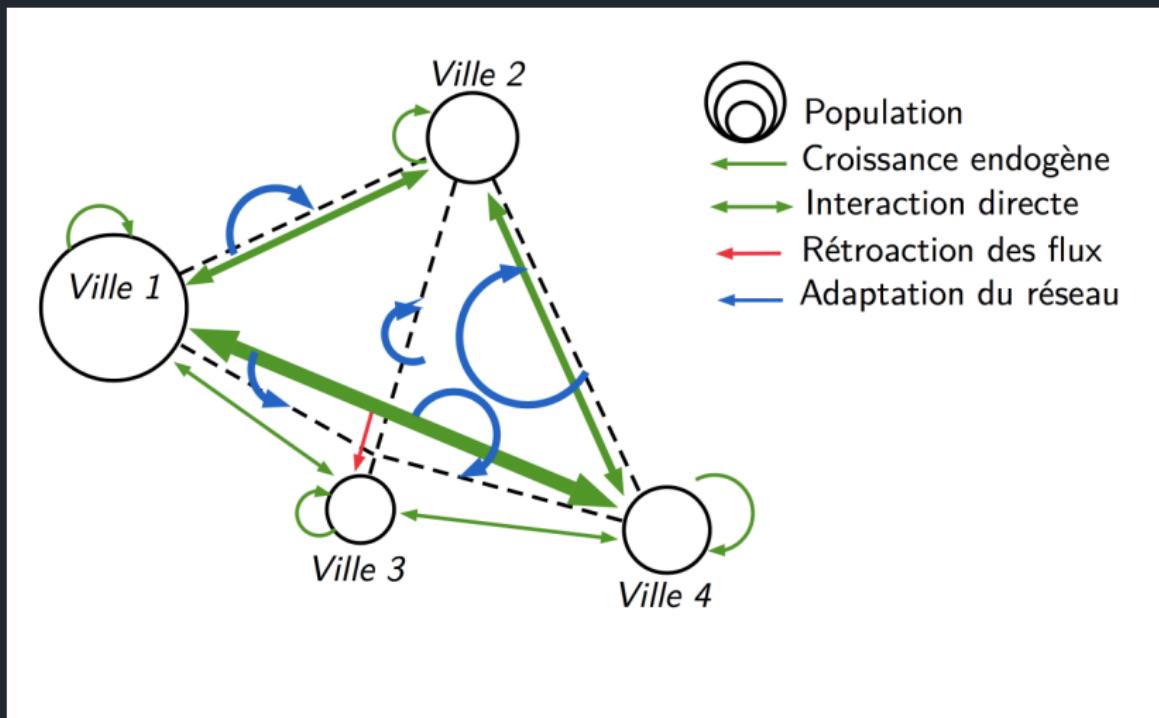
Diversité des processus sous-jacents [Rimbault, 2018]

	Networks → Territories	Territories → Networks	Networks ↔ Territories
Micro	Economics: real estate market, relocalization, employment market Planning: regulations, development	NA	Computer Science : spontaneous growth
	Economics: real estate market, transportation costs, amenities	Economics: network growth, offer and demand	Economics: investments, relocalizations, offer and demand, network planning
Meso	Geography: land-use, centrality, urban sprawl, network effects	Transportation: investments, level of governance	Geography: land-use, network growth, population diffusion
	Planning/transportation: accessibility, land-use, relocalization, real estate market	Physics: topological correlations, hierarchy, congestion, local optimization, network maintenance	
	Economics: economic growth, market, land-use, agglomeration, sprawl, competition	Economics: interactions between cities, investments	Economics: offer and demand
Macro	Geography: accessibility, interaction between cities, relocalization, political history	Geography: interactions between cities, potential breakdown	Transportation: network coverage
	Transportation: accessibility, real estate market	Transportation: network planing	

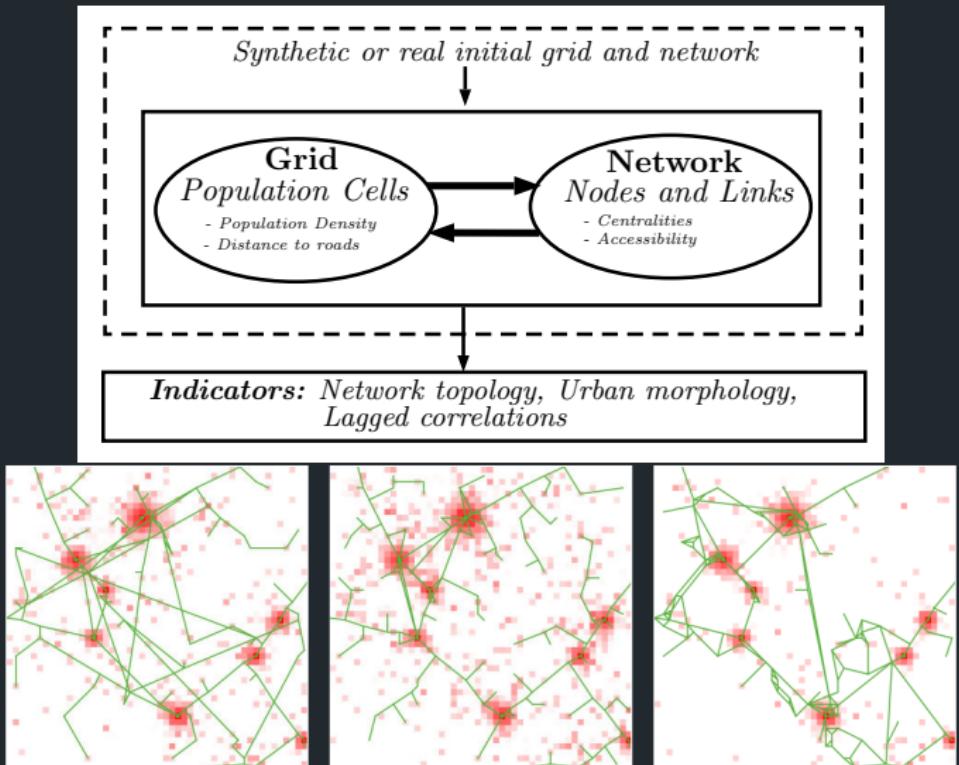
Exemples d'approches de modélisation [Rimbault, 2018]



Echelle macroscopique du système de villes [Rimbault, 2020]
[Rimbault, 2021a]



Modèles de co-évolution transports/territoires



Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

Graphe $G = (V, E)$, V sommets (avec ou sans) attributs et
 $E \subset V \times V$ liens

- Orienté ou non
- Pondération des liens $w : E \rightarrow \mathbb{R}$
- Extension avec multiple liens (graphe multiplexe)

Historiquement : L. Euler et les ponts de Konisberg (1741)

Matrice d'adjacence $A \in \mathcal{M}_{|V|}(\mathbb{R})$ donne les relations entre sommets

Matrice d'incidence $A \in \mathcal{M}_{|V|, |E|}(\mathbb{R})$ relations entre sommets et liens (sortant, entrant)

Matrice Laplacienne : avec $D = d_i \cdot I$ matrice des degrés (nombre de voisins), $L = D - A$. Ses valeurs propres fournissent des propriétés du graphe.

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

*Parcours en largeur pour distances dans un graphe non pondéré;
composantes connexes*

```
for v in sommets: v.visited = false
file = List()
file.add(s)
while not file.empty
    next = file.last
    next.visited = true
    for v in next.neighbors
        file.add(v)
end
```

Changer la file en pile: parcours en profondeur

Complexité : (pire des cas) $O(|V| + |E|)$

Algorithme gourmand pour le chemin le plus court à partir d'une source

```
parcours = Set()
distances = Array(sommets.length)(double.MaxValue)
distances[s]=0
previous = Array(sommets.length)
while parcours.length < sommets.length
    next = sommet not in parcours with minimal distances
    Parcours.add(next)
    for v in next.neighbors not in parcours:
        if distances[v] > distances[next] + w(next,b)
            update distances[v]; previous[v]=next
end
```

Complexité : $O((|V| + |E|)\log(|V|))$

L'algorithme de Dijkstra recherche “aveuglément” → propagation dans toutes les directions dans un espace géographique

- comment guider la recherche pour gagner en temps de calcul ?
- Dans l'algorithme A^* ajout d'un terme heuristique à l'objectif à minimiser lors de la sélection du prochain noeud
- la distance géographique à la destination augmente la performance en conservant son exactitude

Algorithme de programmation dynamique pour calculer l'ensemble des plus courts chemins (matrice de distance); fonctionne avec des poids négatifs

```
A = adjacency matrix
for k in sommets:
    for i in sommets:
        for j in sommets:
            A[i,j] = min(A[i,j],A[i,k]+A[k,j])
```

Complexité : $O(|V|)^3$

Première partie du TP : algorithmes sur les graphes sur des réseaux synthétiques

Données : graphe aléatoires générés par le package igraph

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

- Emergence depuis les années 2000 d'une approche interdisciplinaire des graphes de grande taille (*Network Science*) [Albert and Barabási, 2002]
- Méthodes importées de la physique statistique, maintenant proche de l'apprentissage statistique
- Applications dans des disciplines très diverses

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

Erdos-Renyi : graphe aléatoire [Erdős et al., 1960] (degré distribution de Poisson)

Watts-Strogatz : à partir d'une grille, rebranche chaque noeud avec une probabilité fixe [Watts and Strogatz, 1998] (réseau petit-monde)

Barabasi-Albert : ajoute liens avec une probabilité proportionnelle au degré [Barabási and Albert, 1999] (degré distribution loi d'échelle)

Stochastic Block Model : matrice de probabilité pour les liens, génère une structure hiérarchique en communautés

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

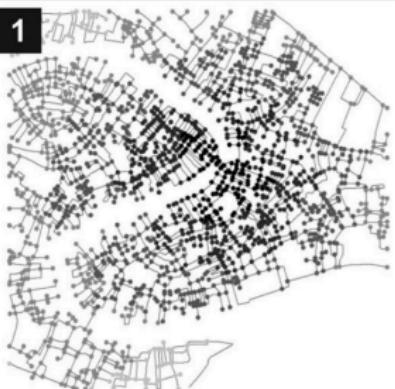
Degré : nombre de voisins

Degré pondéré : somme des poids incidents

Coefficient de clustering : proportion de paires de voisins connectées entre elles (mesure des triades à l'échelle globale)

Mesures de centralité

1



2



3



4



[Crucitti et al., 2006]

<-3 -3,-2 -2,-1 -1,0 0,1 1,2 2,3 >3

Centralité d'un noeud basée sur sa proximité aux autres

$$C = \frac{1}{N - 1} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}}$$

Centralité basée sur le traffic traversant le noeud

→ nombre de plus courts chemins entre deux autres sommets passant par le noeud

Lien avec la distribution du traffic (dernière étape du modèle à 4 étapes) : cas le plus simple d'absence de congestion

Algorithme initial de google pour classer les résultats de recherche, équivaut à une centralité dans le graphe des hyperliens (liée au spectre de la matrice d'adjacence)

$$R_i = \frac{1 - k}{N} + k \cdot \sum_{j \in N(i)} \frac{R_j}{L_j}$$

avec N noeuds, k paramètre, $N(i)$ voisins, L_j nombre de liens

Introduction

Diversité des types de réseaux

Effets géographiques des réseaux

Théorie des graphes

Définitions

Algorithmes dans les graphes

Réseaux complexes

Modèles

Mesures

Détection de communautés

Mesure de l'adéquation d'une partition (communautés) à la structure du réseau (les liens sont-ils internes aux communautés ?)

Matrice de modularité $B_{ij} = A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2n}$ avec A_{ij} adjacence, k_i degré, n nombre de noeuds

Modularité

$$Q = \frac{1}{2n} \sum_{ij} \left[A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2n} \right] \delta(c_i, c_j)$$

Assortativité (modularité normalisée) $M = Q / Q_{max}$

Algorithmes pour isoler la structure modulaire d'un réseau, souvent cherchant à maximiser la modularité (clustering non-supervisé)
[Fortunato and Hric, 2016]

- Girvan Newman, clustering hiérarchique basé sur la centralité de chemin [Girvan and Newman, 2002]
- Clauset Newman, optimisation gourmande de la modularité [Clauset et al., 2004]
- Louvain, optimisation multi-niveau de la modularité [Blondel et al., 2008]
- Vecteurs propres, Random walks, modèles de spin, . . .

Plupart des méthodes implémentées dans le package igraph

Deuxième partie du TP : analyse de réseau social - distributions des degrés, centralités, communautés

Données : Co-occurrences des personnages de *A song of Ice and Fire* de G.R.R. Martin, disponibles (CC-BY-NC-SA) à
<https://github.com/mathbeveridge/asoiaf>

Troisième partie du TP : construire un graphe spatial modélisant un réseau de transport (calculs de temps de trajets, accessibilité, . . .)

Données : OpenStreetMap

-  Albert, R. and Barabási, A.-L. (2002).
Statistical mechanics of complex networks.
Reviews of modern physics, 74(1):47.
-  Barabási, A.-L. and Albert, R. (1999).
Emergence of scaling in random networks.
science, 286(5439):509–512.
-  Blondel, V. D., Guillaume, J.-L., Lambiotte, R., and Lefebvre, E. (2008).
Fast unfolding of communities in large networks.
Journal of statistical mechanics: theory and experiment, 2008(10):P10008.

-  Bonnafous, A. and Plassard, F. (1974).
Les méthodologies usuelles de l'étude des effets structurants de l'offre de transport.
Revue économique, pages 208–232.
-  Bretagnolle, A. (2014).
Les effets structurants des transports, une question d'échelles?
L'Espace géographique, 43(1):63–65.

-  Bretagnolle, A., Giraud, T., and Mathian, H. (2008).
La mesure de l'urbanisation aux etats-unis, des premiers comptoirs coloniaux aux metropolitan areas (1790-2000).
-
-  Cybergeo: *European Journal of Geography.*
-  Clauset, A., Newman, M. E., and Moore, C. (2004).
Finding community structure in very large networks.
Physical review E, 70(6):066111.
-  Crucitti, P., Latora, V., and Porta, S. (2006).
Centrality measures in spatial networks of urban streets.
Physical Review E, 73(3):036125.

-  Dupuy, G. (1987).
Vers une théorie territoriale des réseaux: une application au transport urbain.
In *Annales de géographie*, pages 658–679. JSTOR.
-  Duranton, G. (1999).
Distance, land, and proximity: economic analysis and the evolution of cities.
Environment and Planning a, 31(12):2169–2188.
-  Erdős, P., Rényi, A., et al. (1960).
On the evolution of random graphs.
Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci, 5(1):17–60.

-  Fortunato, S. and Hric, D. (2016).
Community detection in networks: A user guide.
Physics reports, 659:1–44.
-  Girvan, M. and Newman, M. E. (2002).
Community structure in social and biological networks.
Proceedings of the national academy of sciences,
99(12):7821–7826.
-  Goldbeck, N., Angeloudis, P., and Ochieng, W. Y. (2019).
Resilience assessment for interdependent urban infrastructure systems using dynamic network flow models.
Reliability Engineering & System Safety, 188:62–79.

-  Huang, Z., Wu, X., Garcia, A. J., Fik, T. J., and Tatem, A. J. (2013).
An open-access modeled passenger flow matrix for the global air network in 2010.
PloS one, 8(5):e64317.
-  Ibraeva, A., de Almeida Correia, G. H., Silva, C., and Antunes, A. P. (2020).
Transit-oriented development: A review of research achievements and challenges.
Transportation Research Part A: Policy and Practice, 132:110–130.

-  Montoya, J. M., Pimm, S. L., and Solé, R. V. (2006).
Ecological networks and their fragility.
Nature, 442(7100):259–264.
-  Offner, J.-M. (1993).
Les «effets structurants» du transport: mythe politique, mystification scientifique.
L'espace géographique, pages 233–242.
-  Offner, J.-M., Beaucire, F., Delaplace, M., Frémont, A., Ninot, O., Bretagnolle, A., and Pumain, D. (2014).
Les effets structurants des infrastructures de transport.
Espace géographique, 43(1):p–51.

-  Raimbault, J. (2018).
Caractérisation et modélisation de la co-évolution des réseaux de transport et des territoires.
PhD thesis, Université Paris 7 Denis Diderot.
-  Raimbault, J. (2019).
An urban morphogenesis model capturing interactions between networks and territories.
In *The mathematics of urban morphology*, pages 383–409.
Springer.

-  Raimbault, J. (2020).
Indirect evidence of network effects in a system of cities.
Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science, 47(1):138–155.
-  Raimbault, J. (2021a).
Modeling the co-evolution of cities and networks.
In *Handbook of Cities and Networks*. Edward Elgar Publishing.
-  Raimbault, J. (2021b).
Urban sprawl and evolution of accessibility profiles in chinese cities.
arXiv preprint arXiv:2112.14319.

-  Raimbault, J. and Le Néchet, F. (2021).
Introducing endogenous transport provision in a lutimodel to explore polycentric governance systems.
Journal of Transport Geography, 94:103115.
-  Rozenblat, C. (2021).
Intracity and intercity networks of multinational firms, 2010-2019.
In *Handbook of cities and networks*, pages 511–556. Edward Elgar Publishing.

-  Shaw, S.-L., Fang, Z., Lu, S., and Tao, R. (2014).
Impacts of high speed rail on railroad network accessibility in china.
Journal of Transport Geography, 40:112–122.
-  Sporns, O. (2011).
The human connectome: a complex network.
Annals of the New York Academy of Sciences, 1224(1):109–125.
-  Stopczynski, A., Sekara, V., Sapiezynski, P., Cuttone, A., Madsen, M. M., Larsen, J. E., and Lehmann, S. (2014).
Measuring large-scale social networks with high resolution.
PloS one, 9(4):e95978.

-  Watts, D. J. and Strogatz, S. H. (1998).
Collective dynamics of ‘small-world’ networks.
nature, 393(6684):440–442.
-  Wegener, M. and Fürst, F. (2004).
Land-use transport interaction: State of the art.
Available at SSRN 1434678.
-  Wu, H. and Levinson, D. (2020).
Unifying access.
Transportation Research Part D: Transport and Environment,
83:102355.

-  Zahavi, Y. (1974).
Traveltime budgets and mobility in urban areas.
Technical report, United States. Federal Highway
Administration.