

Analyse spatiale

Juste Raimbault¹

2025-2026

¹LaSTIG, IGN-ENSG-UGE



“Point de vue du géographe” :

Importance des localisations et des structures spatiales dans l'analyse des phénomènes géographiques - quelles théories, modèles, outils pour exploiter l'information géographique afin de comprendre et expliquer les processus sous-jacents aux dynamiques territoriales ?

- Notions de base formalisées de l'analyse spatiale
- Culture générale sur la modélisation en géographie théorique et quantitative, principalement urbaine et des transports
- Outils d'analyse spatiale : TPs en R comme le reste de l'UE

- notions de base en analyse spatiale, cours et TP
- statistiques spatiales, cours et TP
- modèles d'interaction spatiale, cours et TP
- analyse de réseau, réseaux de transport et accessibilité, cours et TP
- modèles de simulation, modèles de transport et modèles urbains, cours

Introduction

Coordonnées et distances

Analyse d'un semis de points

Mesures de densité et concentration

Corrélation spatiale

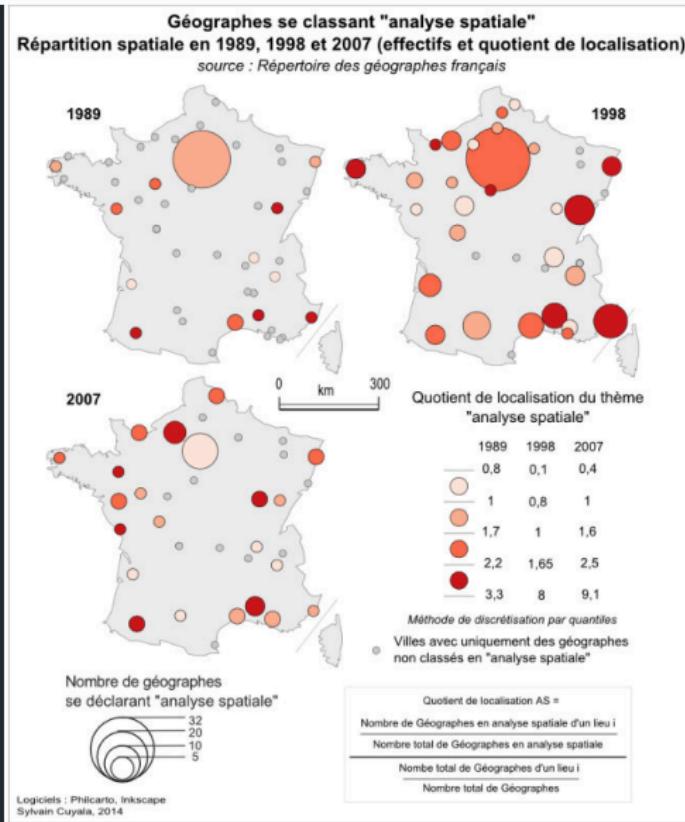
"Etude formalisée de la configuration et des propriétés de l'espace produit et vécu par les sociétés humaines"

[Pumain and Saint-Julien, 2010]

→ **Théories et méthodes pour l'analyse et la mesure des effets de la situation géographique**

- Décrire les configurations de certains objets: naturels (sources, feux, séismes, ...), des villes, des aménités, des infrastructures, ...
- Synthétiser ("modéliser") leur structure spatiale: semis concentrés, réguliers, aléatoires, organisation centre-périmétrie, réseau, structure hiérarchique, ...
- Relier leur localisation relative à leur caractéristiques *en partie*
- Inclure les positions relatives, les effets de voisinage et la distance géographique dans les analyses quantitatives.

Analyse spatiale en géographie



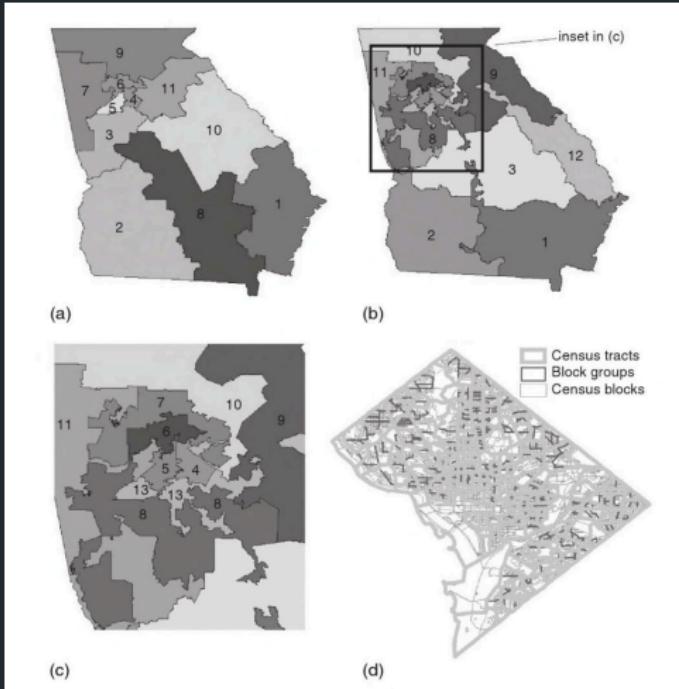
[Cuyala, 2014]

- objectif explicatif, principalement par la dimension "horizontale" des interactions ("vertical": sociétés-environnement)
- relations entre lieux engendrées par les relations entre acteurs sociaux spatialisés
- hypothèse d'une certaine autonomie et spécificité de la dimension spatiale de l'organisation sociale (interférant avec les dimensions culturelle, environnementale, politique, économique, ...)
- lien entre formes et processus: existence de régularités dans la morphogenèse des systèmes géographique, indépendantes de la variété des milieux physiques
- ces régularités sont intégrées dans des modèles pour expliquer le fonctionnement et l'évolution des systèmes spatiaux

Difficultés récurrentes lors de la prise en compte de l'espace :

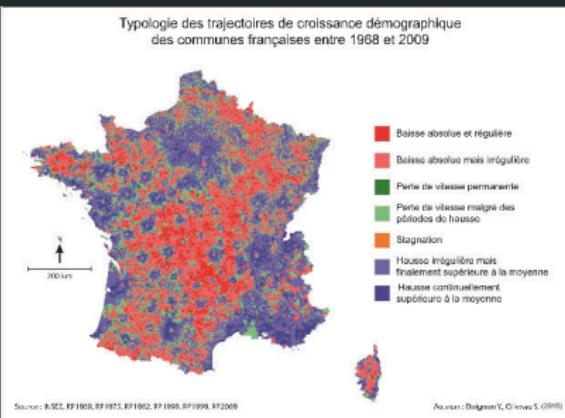
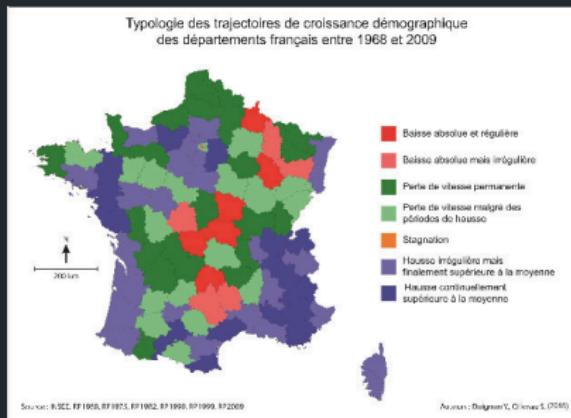
- *Modifiable Areal Unit Problem*
- Echelle des objets et processus
- Non-stationarité spatiale
- Données incertaines et/ou bruitées
- Général et particulier

Modifiable Areal Unit Problem (MAUP)



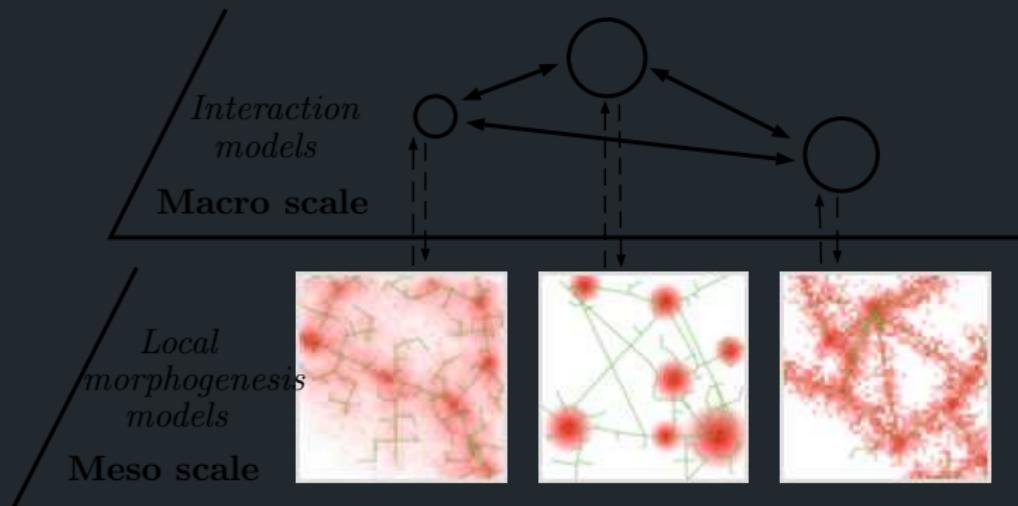
[Wong, 2004]

MAUP : exemple

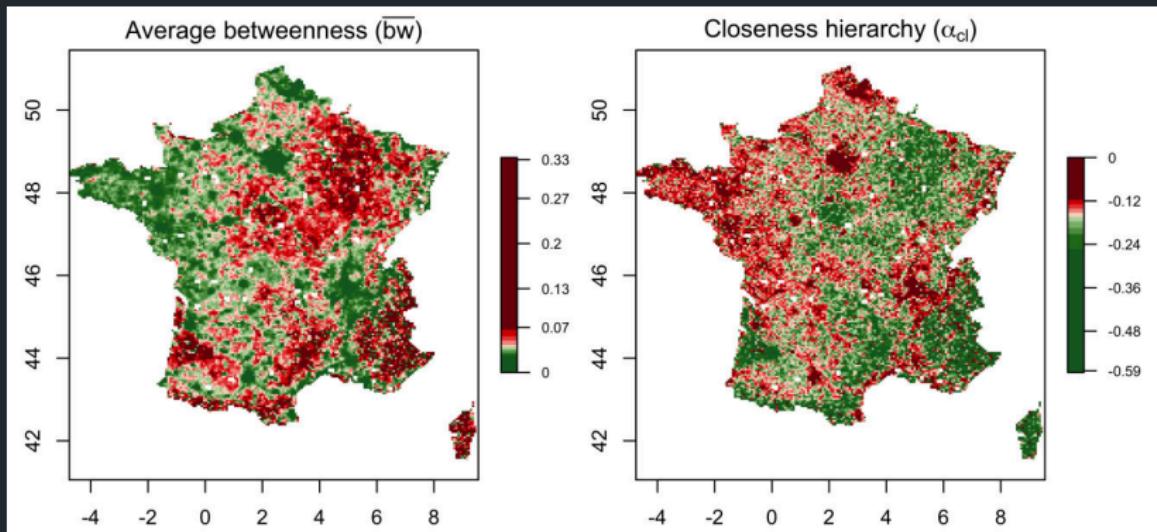


[Oliveau and Doignon, 2016]

Processus spécifiques aux échelles [Raimbault, 2021]



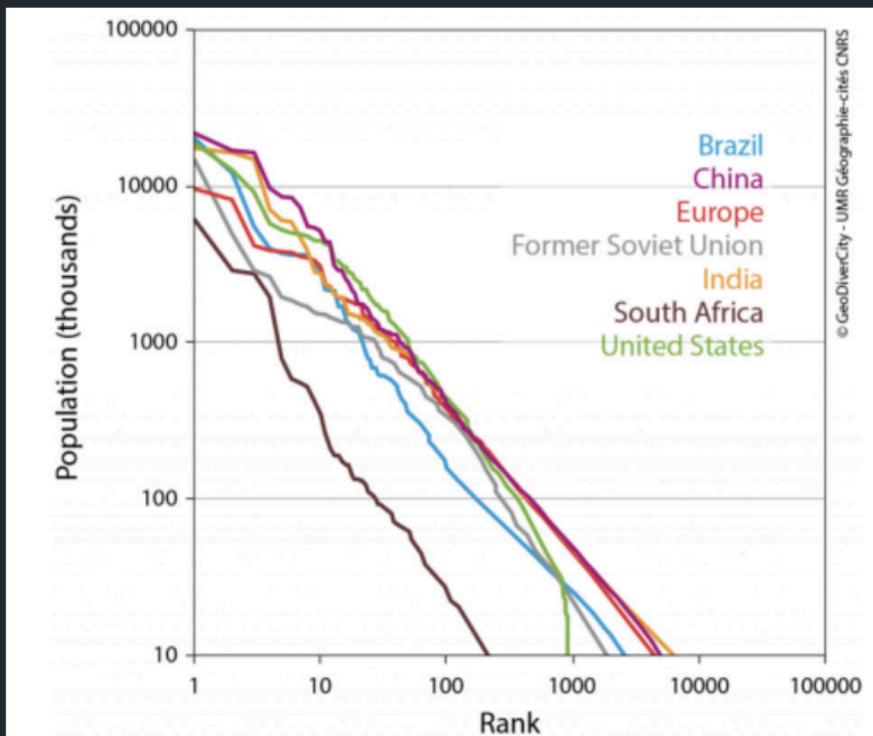
Exemple : variations des indicateurs topologiques du réseau routier
[Rimbault, 2019]



Qualité des données dans OpenStreetMap [Fan et al., 2014]

Relation	1:1	1:0	1: n
Illustration			
Relation	$n:1$	0:1	$n:m$
Illustration			

Hiérarchie urbaine comme une propriété universelle des systèmes urbains [Pumain et al., 2015]



Introduction

Coordonnées et distances

Analyse d'un semis de points

Mesures de densité et concentration

Corrélation spatiale

Coordonnées projetées : $(\lambda, \phi, r) \rightarrow (x, y, z)$

Analyse spatiale en pratique : données spatiales en 2D (x, y)

Définition : E ensemble non vide muni de $d : E \times E \rightarrow \mathbb{R}_+$ tel que d soit une distance, i.e. vérifiant les trois propriétés :

- Symétrie : $\forall x, y \in E, d(x, y) = d(y, x)$
- Séparation : $\forall x, y \in E, d(x, y) = 0 \iff x = y$
- Inégalité triangulaire : $\forall x, y, z \in E, d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$

Topologie : boules ouvertes, ouverts, fermés

Définition : E espace vectoriel sur \mathbb{K} muni d'une norme N avec :

- Séparation : $\forall x \in E, N(x) = 0 \implies x = 0_E$
- homogénéité : $\forall (\lambda, x) \in \mathbb{K} \times E, N(\lambda x) = |\lambda| N(X)$
- Sous-additivité : $\forall x, y \in E, N(x + y) \leq N(x) + N(Y)$

Exercice : Définir une distance sur un espace vectoriel normé

Pour $x, y \in \mathbb{R}^n$

$$d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p}$$

Question : inégalité triangulaire ?

Application pratique : distance euclidienne ($p = 2$), distance de Manhattan ($p = 1$)

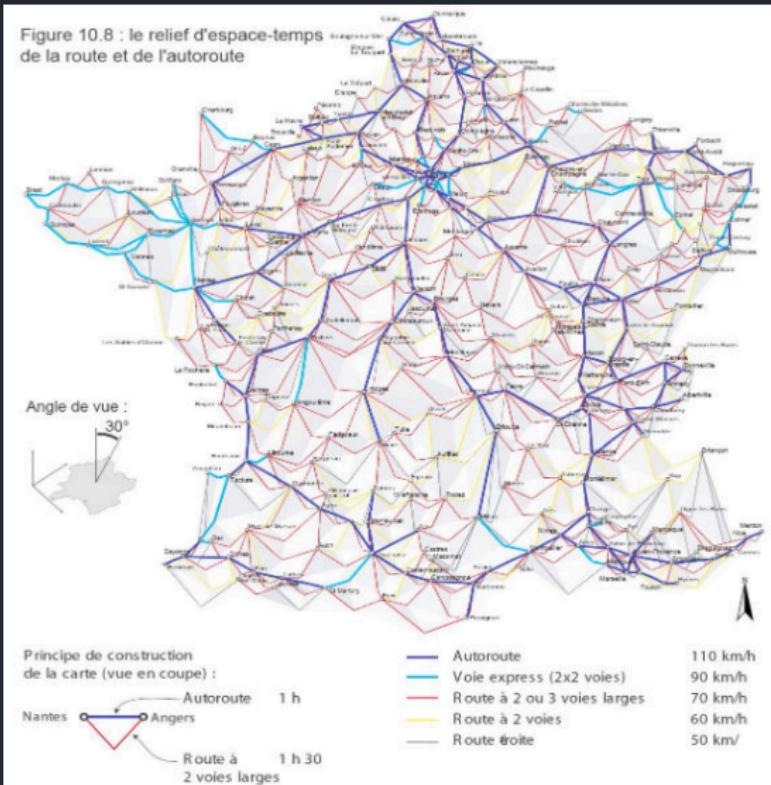
Great-circle distance : à partir des coordonnées géographiques (λ, ϕ)

$$d_{ij} = R \cdot \arccos(\sin \phi_i \sin \phi_j + \cos \phi_i \cos \phi_j \cos(\lambda_i - \lambda_j))$$

Exercice : à λ (longitude) constant, à partir de quel ordre de grandeur de $\delta\phi = |\phi_i - \phi_j|$ une distance euclidienne sur des coordonnées non projetées devient incohérente ?

Distance-temps et réseaux

Figure 10.8 : le relief d'espace-temps de la route et de l'autoroute



Introduction

Coordonnées et distances

Analyse d'un semis de points

Mesures de densité et concentration

Corrélation spatiale

Barycentre du nuage de points

$$\vec{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \vec{x}_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Exercice : *Minimise la distance au carré à tous les points*

Point minimisant la somme des distances à tous les points

$$\vec{m} = \operatorname{argmin}_{\vec{x}} \sum_{i=1}^n d(\vec{x}_i, \vec{x})$$

Point minimisant la somme des distances aux éléments du stock w_i aux points \vec{x}_i

$$\vec{m} = \operatorname{argmin}_{\vec{x}} \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot d(\vec{x}_i, \vec{x})}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Exercice 1 : existence et unicité du point médian

Exercice 2 : localisation du point médian en termes de quantiles

Exercice 3 : définition dans le cas d'un champ continu?

Distance-type pondérée

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i [(x_i - x_\mu)^2 + (y_i - y_\mu)^2]}{\sum_{i=1}^n w_i}}$$

Mesure de l'étendue spatiale de la distribution autour du barycentre

Première partie du TP en R : calculer/représenter l'évolution des points moyens, médian, dispersion, pour la population des aires urbaines françaises entre 1830 et 2000

Données : aires urbaines dans le temps long, Géographie-cités,
[Pumain and Riandey, 1986]

Introduction

Coordonnées et distances

Analyse d'un semis de points

Mesures de densité et concentration

Corrélation spatiale

→ mesures scalaires pour la plupart, pour quantifier la structure spatiale d'un semis de points

- distance moyenne entre points
- distance au plus proche voisin
- fonction K de Ripley
- Kernel Density Estimation
- ...

Indice pour quantifier un niveau d'agrégation d'un stock x_i
[Le Néchet, 2011]

$$\bar{d} = \sum_{i,j} \frac{P_i P_j}{(\sum_k P_k)^2} d_{ij}$$

Généralisation : fonction croissante arbitraire de la distance

Comparaison de la distance moyenne au plus proche voisin à la distance attendue dans le cas aléatoire, pour une densité globale λ

$$v = 2\sqrt{\lambda} \cdot \frac{1}{N} \sum_i \min_{j \neq i} d_{ij}$$

Rapport entre densité locale et globale pour tester la concentration de points.

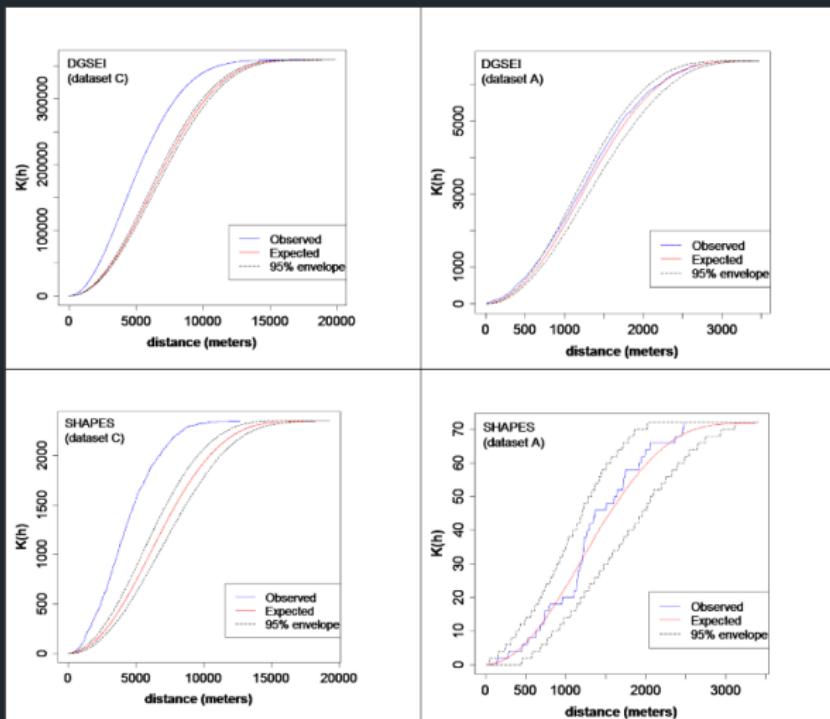
$$K(r) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i \neq j} \frac{\mathbb{1}(d_{ij} < r)}{n}$$

avec λ densité globale de points

→ test statistique pour comparer $K(r)$ et le nombre de points attendus avec une distribution aléatoire $\pi \cdot r^2$

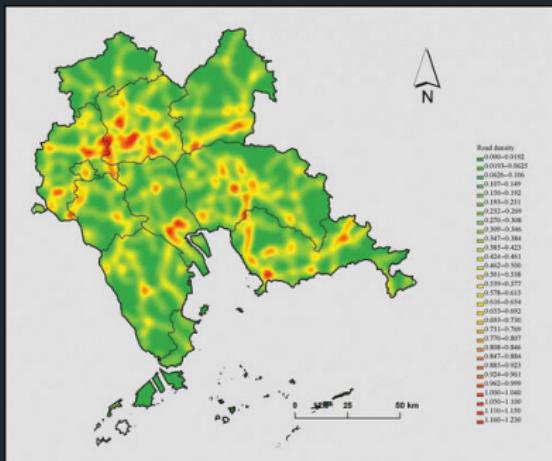
Exemple

Application à la concentration des accidents cyclistes
[Vandenbulcke et al., 2017]



Estimation d'une densité continue à partir du nuage de point, comme une agrégation de noyaux (Rosenblatt-Parzen) de distance caractéristique h

$$f_n(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n k\left(\frac{d(x, x_i)}{h}\right)$$



Application à la densité de routes dans le Delta de la Rivière des Perles
[Cai et al., 2013]

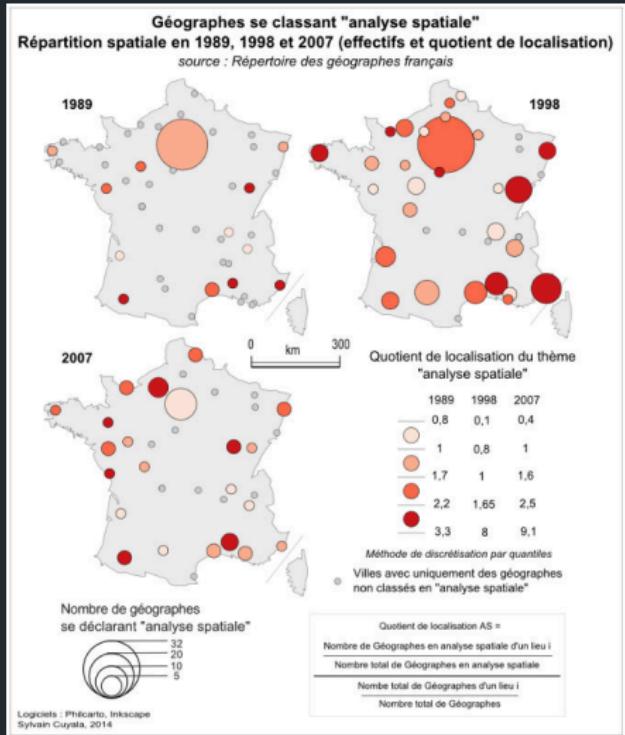
→ mesures variées pour quantifier la répartition des valeurs d'une variable spatialisée

- indice de spécialisation
- indice de Gini
- entropie
- méthodes de clustering spatialisées
- ...

Indice de spécialisation

Rapport entre la part locale d'une activité j et sa part globale, pour l'unité spatiale i

$$S_{ij} = \frac{A_{ij} / \sum_j A_{ij}}{\sum_i A_{ij} / \sum_{i,j} A_{i,j}}$$



[Cuyala, 2014]

Indice de dissimilarité entre des stocks (utilisé pour quantifier des inégalités)

$$G = \frac{\sum_i \sum_j |x_i - x_j|}{2n \sum_i x_i}$$

Indice non spatialisé

Indice pour quantifier la régularité de la distribution statistique

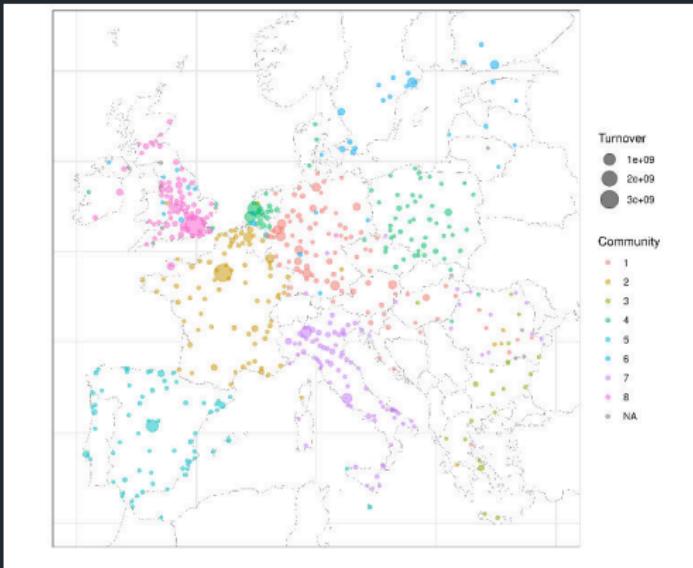
$$H = - \sum_{i=1}^n x_i \log(x_i)$$

Indice non spatialisé

Grouper des points dans l'espace

Exemples d'algorithmes pour classifier des points spatiaux :

- k-means
- DBSCAN (basé sur la densité) et extension
- Détection de communautés dans des réseaux de proximité



Détection de communautés dans un réseau de liens industriels (filiales)
[Raimbault et al., 2020]

Introduction

Coordonnées et distances

Analyse d'un semis de points

Mesures de densité et concentration

Corrélation spatiale

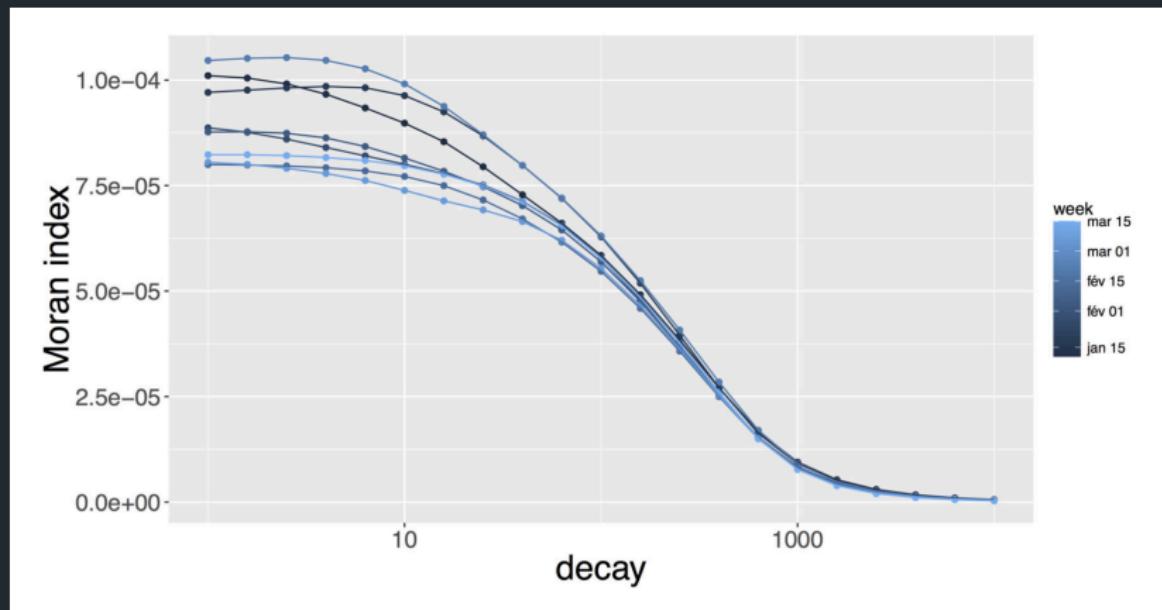
Indice d'autocorrélation spatiale pour un champ x_i étant donné des poids spatiaux w_{ij} permettant de définir un voisinage

$$I = \frac{n}{\sum_i \sum_j w_{ij}} \times \frac{\sum_i \sum_j w_{ij}(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

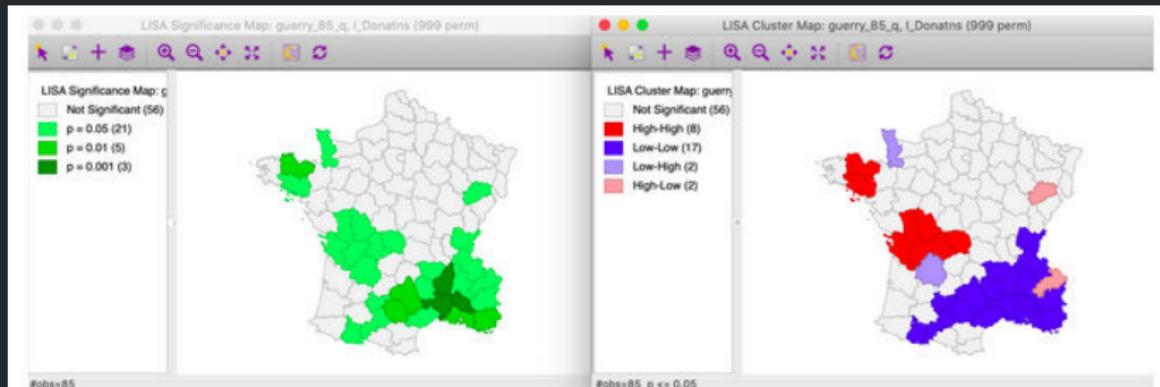
→ positif pour des configurations agrégées, nul pour des configurations aléatoires, négatifs pour des configurations “échiquier”

Application : régimes d'autocorrélation

Extraction des échelles typiques des processus dans un système multi-scalaire [Bergeaud and Rimbault, 2020]



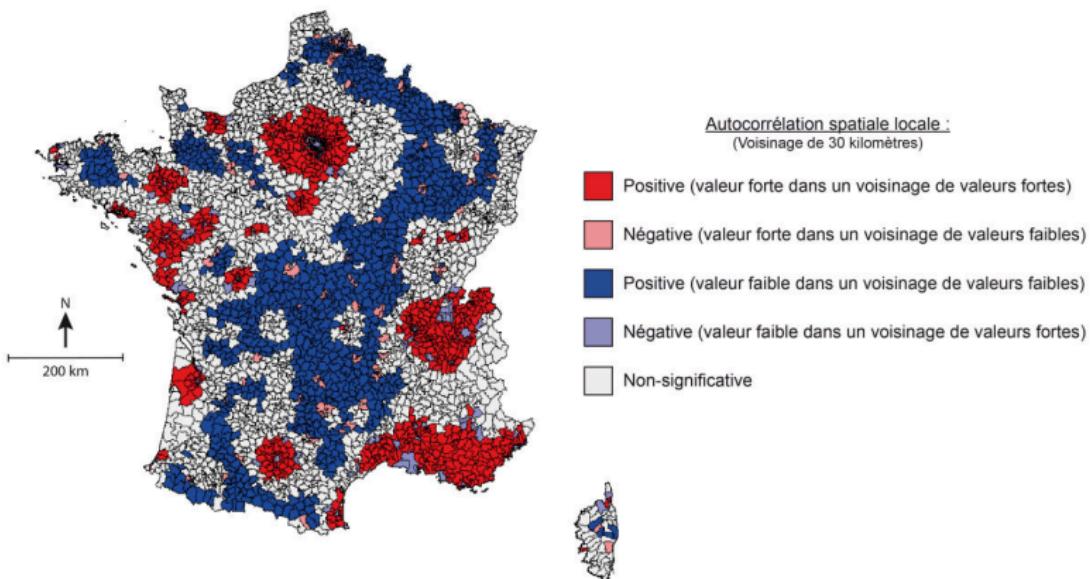
Statistique locale d'autocorrélation: $I_i \propto (x_i - \bar{x}) \cdot \sum_j w_{ij}(x_j - \bar{x})$



Exemple d'analyse LISA intégrée au logiciel Geoda : significativité statistique et clusters de corrélation [Anselin et al., 2010]

Exemple

L'autocorrélation spatiale locale de la croissance démographique des cantons français entre 1968 et 2009



Source : INSEE, RP1968, RP1975, RP1982, RP1990, RP1999, RP2009
Logiciel : GeoDa, 10 000 permutations, significativité à 95%

Auteurs : Doignon Y., Oliveau S. (2014)

Deuxième partie du TP en R : application des indices de densité/concentration, corrélation spatiale

Données : différents types d'aménités obtenus d'OpenStreetMap
<https://demo.openstreetmap.fr/map>

- méthodes variées pour décrire les structures et processus spatiaux
- souvent pas besoin de méthodes trop avancées pour avoir des interprétations thématiques intéressantes
- importance de la cartographie et visualisation des données

Vues en partie dans d'autres modules de l'UE :

- Extrapolation, kriging
- Processus de points spatiaux
- Modèles statistiques avec auto-corrélation spatiale
- Apprentissage supervisé, non-supervisé, semi-supervisé
- Modèles de simulation
- ...

-  Anselin, L., Syabri, I., and Kho, Y. (2010).
Geoda: an introduction to spatial data analysis.
In *Handbook of applied spatial analysis*, pages 73–89. Springer.
-  Bergeaud, A. and Raimbault, J. (2020).
An empirical analysis of the spatial variability of fuel prices in the united states.
Transportation Research Part A: Policy and Practice,
132:131–143.

-  Cai, X., Wu, Z., and Cheng, J. (2013).
Using kernel density estimation to assess the spatial pattern of road density and its impact on landscape fragmentation.
International Journal of Geographical Information Science, 27(2):222–230.
-  Cuyala, S. (2014).
Analyse spatio-temporelle d'un mouvement scientifique. L'exemple de la géographie théorique et quantitative européenne francophone.
PhD thesis, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.

-  Fan, H., Zipf, A., Fu, Q., and Neis, P. (2014).
Quality assessment for building footprints data on openstreetmap.
International Journal of Geographical Information Science, 28(4):700–719.
-  Le Néchet, F. (2011).
Consommation d'énergie et mobilité quotidienne selon la configuration des densités dans 34 villes européennes.
Cybergeo: European Journal of Geography.
-  l'Hostis, A. (2003).
Théorie des graphes et représentations des distances: chronocartes et autres représentations.

-  Oliveau, S. and Doignon, Y. (2016).
La diagonale se vide? analyse spatiale exploratoire des décroissances démographiques en france métropolitaine depuis 50 ans.
Cybergeo: European Journal of Geography.
-  Pumain, D. and Riandey, B. (1986).
Le fichier de l'ined: " urbanisation de la france".
Espace Populations Sociétés, 11(2):269–278.
-  Pumain, D. and Saint-Julien, T. (2010).
Analyse spatiale: les localisations.
Armand Colin.

-  Pumain, D., Swerts, E., Cottineau, C., Vacchiani-Marcuzzo, C., Ignazzi, C. A., Bretagnolle, A., Delisle, F., Cura, R., Lizzi, L., and Baffi, S. (2015).
Multilevel comparison of large urban systems.
Cybergeo: European Journal of Geography.
-  Raimbault, J. (2019).
An urban morphogenesis model capturing interactions between networks and territories.
In *The mathematics of urban morphology*, pages 383–409.
Springer.

-  Raimbault, J. (2021).
Strong coupling between scales in a multi-scalar model of urban dynamics.
arXiv preprint arXiv:2101.12725.
-  Raimbault, J., Zdanowska, N., and Arcaute, E. (2020).
Modeling growth of urban firm networks.
arXiv preprint arXiv:2009.05528.
-  Vandenbulcke, G., Int Panis, L., and Thomas, I. (2017).
On the location of reported and unreported cycling accidents: A spatial network analysis for brussels.
Cybergeo: European Journal of Geography.

-  Wong, D. W. (2004).
The modifiable areal unit problem (maup).
In *WorldMinds: Geographical perspectives on 100 problems*,
pages 571–575. Springer.