

TD 1 : Répartitions optimales des ressources

Les optima de Pareto et le coeur de l'économie

A la fin du TD, l'étudiant doit savoir :

- Tracer une boîte d'Edgeworth correctement renseignée et représenter toute allocation dans la boîte y compris celles qui n'utilisent pas toutes les ressources.
- Tracez les cartes d'indifférence dans la boîte : cobb douglas et quasi linéaires. Attention aux quasi-linéaires, les autres préférences sont connues.
- Les propriétés des préférences étudiées : convexité et monotonie font partie des pré-requis.
- Calculer les TMS en unités de bien 2 (pré-requis).
- Calculer les optima de Pareto intérieurs avec les deux types de préférences.
- Savoir repérer à l'aide des TMS les optima sur les bords.
- Comprendre la dominance au sens de Pareto.

Bien respecter les notations du cours : lettre oméga pour les ressources et lettres latines pour les allocations en général. Le bien est en indice et l'individu à l'exposant.

Toujours poser les programmes d'optimisation avec les conditions de premier ordre pour les solutions internes.

Exercice 1 : préférences Cobb-Douglas.

Les préférences de l'agent A sont représentées par la fonction d'utilité : $U^A(x^A) = (x_1^A)^{\frac{1}{4}}(x_2^A)^{\frac{3}{4}}$. L'agent B a des préférences telles que : $U^B(x^B) = x_1^B x_2^B$. Les dotations de l'économie sont $\omega_1 = 40, \omega_2 = 30$.

1. Vrai ou faux : Les fonctions d'utilité des deux agents représentent des préférences convexes. Justifiez votre réponse en rappelant la définition de la convexité des préférences.
2. Représentez la carte d'indifférence de l'agent B.
3. Peut-on dire que les deux agents ont les mêmes préférences ? Pourquoi ?
4. On recherche l'ensemble des allocations optimales au sens de Pareto. Quels sont les deux programmes d'optimisation qui permettent de les trouver ? Calculez l'expression de la courbe des optima de Pareto.
 - Ecrivez le programme d'optimisation.
 - Posez le Lagrangien
 - Donnez les conditions de premier ordre
 - Calculez les solutions.
5. Représentez la courbe des optima dans une boîte d'Edgeworth.
6. Les agents disposent de dotations initiales formant une allocation I qui emploie toutes les ressources. Représentez *l'ensemble* des allocations mutuellement avantageuses et optimales au sens de Pareto. Appelons cet ensemble, *le coeur* de cette économie.
7. Peut-on appliquer le critère de Pareto pour sélectionner une allocation dans le coeur ?

Exercice 2 : le cas quasi-linéaire

Deux consommateurs (A et B) ont des préférences sur des paniers composés des biens 1 et 2. Elles sont représentées par les fonctions d'utilité suivantes :

$$\begin{aligned}U^A(x_1^A, x_2^A) &= \ln x_1^A + x_2^A \\U^B(x_1^B, x_2^B) &= 2\ln x_1^B + x_2^B\end{aligned}$$

Les dotations de l'économie sont ω_1 et ω_2 .

1. A quoi reconnaît-on que ces fonctions d'utilité sont quasi-linéaires ?
2. Calculez les optima de Pareto internes.
3. Représentez ces solutions dans la boîte d'Edgeworth.
4. Les allocations telles que $x_1^A \in [0^A, \frac{\omega_1}{3}[$, $x_2^A = 0$, $x_1^B = \omega_1 - x_1^A$ et $x_2^B = \omega_2$ ne sont pas Pareto dominés : montrez-le en comparant les TMS^k en ces points. Est-ce que ce sont des optima de Pareto ?
5. Les allocations telles que $x_1^A \in]\frac{\omega_1}{3}, \omega_1]$ et $x_2^A = \omega_2$ ne sont pas Pareto dominés : montrez-le en comparant les TMS^k en ces points.
6. Finalement, tracez l'ensemble des optima de Pareto.