**Cours sur la démonstration**

**Introduction**

**Faut-il démontrer pour savoir ?**

**Introduction**

**I. On pourrait penser spontanément que démontrer c’est savoir**

**1. Selon Aristote une science est démonstrative ou n'est pas une science. « Ce que nous appelons savoir c'est connaître par le moyen de la démonstration ».**

**2. La démonstration est ainsi la formalisation du pouvoir logique de la raison, c’est-à-dire la faculté humaine à former des concepts et à les associer dans des raisonnements.**

**II. Or le savoir ne se limite pas aux vérités formelles**

**1. Les vérités de fait ne sont pas démontrables**

**2. Le problème des prémisses**

**3. L’intuition en sciences**

**III. Il semble donc nécessaire de ne pas se limiter à la démonstration pour accéder au savoir**

**1. Opérer une distinction entre expérience sensible immédiate et expérimentation scientifique (cf Bachelard)**

**2. Les sciences humaines supposent de prendre en compte les intentions, le sens des actions pour les comprendre (conscience, liberté, but, etc). Histoire, économie, sociologie, montrent que le savoir, lorsqu’il concerne l’homme suppose d’autres ressorts.**

**3. Le savoir dans sa forme la plus accomplie, ce que proposait la philosophie antique.**

**Conclusion**

**Introduction**

Selon la discipline et l'objet étudié, le moyen utilisé pour parvenir à la vérité semble différent. En mathématiques, on fait des démonstrations ; dans les sciences de la nature (la physique, la chimie, la biologie), on fait des expériences ; dans les sciences humaines (la psychologie, la sociologie, l'histoire, …), on vise avant tout une compréhension, une interprétation des phénomènes humains. La démonstration semble être un modèle de certitude et l'expérience scientifique un modèle de rigueur, tandis que les sciences humaines sont parfois considérées comme des “sciences molles” (par opposition aux “sciences dures” ou “sciences exactes”). Cette représentation correspond-elle à la réalité ? La démonstration mathématique permet-elle vraiment de parvenir à des vérités absolues et incontestables ? L'expérience dans les sciences de la nature est-elle vraiment une source de connaissance fiable ? Faut-il vraiment refuser aux sciences humaines le statut de science ?

**Qu’est-ce que démontrer ?**

**Etymologiquement** la démonstration est un discours qui montre.

Mais que montre-t-il ? Il ne montre pas un fait, un évènement c'est-à-dire quelque chose de perceptible par les sens. La démonstration ne fait pas appel à la sensation.Elle n'emprunte rien à l'expérience.

Ambiguïté du terme « démontrer » qui au sens faible signifie argumenter et au sens fort signifie prouver en faisant découler de manière logique une conclusion à partir d’un ensemble de prémisses tenues pour vraies.

Deux sens de démonstration:

1. Au sens faible, démontrer est pris comme synonyme d'argumenter.
2. Au sens fort, démontrer c'est prouver qu'une conclusion découle nécessairement d'un ensemble de prémisses déjà admises comme vraies.

Ici, nous examinerons la démonstration au sens fort.

Les Grecs sont les inventeurs de la démonstration et ils méritent à ce titre un hommage éternel. Pourquoi ?

Parce que la démonstration cherche à établir la vérité par les seules forces de la raison. Elle est un raisonnement qui se suffit à lui-même puisque c'est « un discours tel que, certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données » (Aristote)

Celui qui suit la démonstration ne peut pas ne pas consentir aux conclusions. La démonstration entraîne l'adhésion rationnelle de façon nécessaire. Elle fait autorité par elle-même, cette autorité étant celle de la raison en chacun de nous.

**Il s'ensuit que :**

- La démonstration se distingue de l'interprétation qui a un caractère incertain et conjectural.

- La démonstration étant la raison en acte, l'investissement personnel de la raison de chacun est engagé dans la procédure démonstrative. Toute démonstration est en ce sens invitation à penser par soi-même c'est-à-dire à s'assurer par son propre effort de la validité d'une conclusion.

- Les arguments d'autorité sont ruinés par l'autorité de la démonstration. On appelle argument d'autorité un argument  tirant sa vérité du prestige de celui qui l'énonce. Ex : C'est vrai puisque tel savant l'a dit. C'est vrai puisque c'est une vérité révèlée. C'est vrai puisqu'on l'a toujours dit. (Prestige de la tradition).

Beaucoup de philosophes ont misé sur la démonstration comme moyen de construire la connaissance.

**Rappel :** **Sens large et sens strict**

Au sens large, la démonstration se rapporte à tout type de preuve. Au sens strict, la démonstration se rapporte à la démonstration telle qu'elle est pratiquée dans les mathématiques, et c'est ce sens ici qui nous intéresse.

**Deux types de raisonnement : la déduction et l'induction**

Une démonstration est d'abord une forme de raisonnement. Qu'est-ce qu'un raisonnement ? C'est une inférence qui tire une conclusion à partir de prémisses (les prémisses sont les points de départ du raisonnement). Il y a deux grandes formes de raisonnement, selon le lien établi entre les prémisses et la conclusion.

* Dans une induction, si les prémisses sont vraies, alors la conclusion est probablement vraie. L'induction repose sur une généralisation à partir d'un ensemble d'observations sur le monde. Exemple : “Nous sommes en été. Il a fait beau ces derniers jours. Il n'y a eu aucun nuage aujourd'hui. Donc : Il fera beau demain.”
* Dans une déduction, si les prémisses sont vraies, alors la conclusion est nécessairement vraie. La déduction repose sur un lien purement formel entre les idées. Exemple : “Tout nombre divisible par deux est un nombre pair. 4 est un nombre divisible par deux. Donc : 4 est un nombre pair.”

Par ailleurs comme nous l’avons vu, une démonstration se fonde sur un raisonnement déductif, purement logique, mais il ne suffit pas de faire une déduction pour faire une démonstration. On peut en effet raisonner de manière logique à partir d'affirmations en elles-mêmes absurdes, qui conduisent, par déduction logique, à une affirmation absurde, que l'on n'aura pas pour autant démontré.

* Exemple : “Tous les animaux sont des chaises. Toutes les chaises sont des nombres premiers. Donc, tous les animaux sont des nombres premiers” (ce raisonnement est une déduction logique, mais on ne peut pas dire qu'on a démontré que tous les animaux sont des nombres premiers). Pour qu'il y ait une démonstration, il faut déduire logiquement une conclusion à partir de prémisses reconnues comme vraies.

**Faut-il démontrer pour savoir ?**

La science s’est imposée comme le domaine par excellence du savoir. Or elle repose sur l’élaboration logique de lois que la démonstration met en évidence et légitime. Pour autant la complexité du champ du savoir conduit à préciser ce rapport entre savoir et démonstration. En effet entre les sciences pures (mathématiques, logique, etc… ) les sciences expérimentales et les sciences humaines de grandes différences apparaissent qui conduisent à se demander s’il suffit de démontrer pour savoir ou si le savoir dépend de l’expérience. Autrement dit la logique et le respect des principes formels de démonstration suffisent-ils pour constituer un savoir ? A l’opposé il faudra se demander si tout savoir peut reposer sur l’expérience et si les deux notions sont aussi distinctes qu’on le croit.

Dans un premier temps nous nous attacherons à voir pourquoi on pourrait penser spontanément que démontrer c’est savoir. Puis nous verrons pourquoi le savoir ne peut se limiter aux vérités formelles et nous analyserons ses faiblesses du point de vue de ses fondements. Enfin, nous verrons que c’est en prenant conscience humblement des limites de notre savoir et de l’inanité de d’une opposition franche entre théorie et pratique que nous pourrons dépasser la question pour mieux y répondre.

**I. On pourrait penser spontanément que démontrer c’est savoir**

**1. le modèle mathématique**

**Texte de Descartes**

On voit clairement pourquoi l’arithmétique et la géométrie sont beaucoup plus certaines que les autres sciences : c’est que seules elles traitent d’un objet assez pur et simple pour n’admettre absolument rien que l’expérience ait rendu incertain, et qu’elles consistent tout entières en une suite de conséquences déduites par raisonnement. Elles sont donc les plus faciles et les plus claires de toutes, et leur objet est tel que nous le désirons, puisque, sauf par inattention, il semble impossible à l’homme d’y commettre des erreurs. Et cependant il ne faut pas s’étonner si spontanément beaucoup d’esprits s’appliquent plutôt à d’autres

études ou à la philosophie : cela vient, en effet, de ce que chacun se donne plus hardiment la liberté d’affirmer des choses par divination dans une question obscure que dans une question évidente, et qu’il est bien plus facile de faire des conjectures sur une question quelconque que de parvenir à la vérité même sur une question, si facile qu’elle soit.

De tout cela on doit conclure, non pas, en vérité, qu’il ne faut apprendre que l’arithmétique et la géométrie, mais seulement que ceux qui cherchent le droit chemin de la vérité ne doivent s’occuper d’aucun objet dont ils ne puissent avoir une certitude égale à celle des démonstrations de l’arithmétique et de la géométrie.

**René Descartes, *Règles pour la direction de l’esprit*, 1628.**

La géométrie s’est constituée en se séparant de l’expérience sensible et en acquérant ainsi **nécessité, objectivité et universalité.**

**Rappel repères**

**Nécéssaire/contingent/possible**

**Nécessaire :** Ce qui ne peut pas ne pas être.

**Contingent :** Ce qui peut ne pas être. Est contingent ce qui pourrait être différent, ce qui, dit [**Aristote**](http://www.ac-grenoble.fr/PhiloSophie/logphil/auteurs/aristote.htm), pourrait être ou ne pas être sous quelque rapport que ce soit.

**Possible :** Est possible ce qui peut-être.

**Objectif/subjectif**

**Objectif :** 1. Est objectif **ce qui se rapporte à l'objet** de la connaissance.  
Un jugement est objectif s'il est conforme à son objet. (Accord de la pensée avec le réel)

2. Est objectif **ce qui ne dépend pas de moi** et est valable pour tous.   
Un jugement est objectif s'il est universel. (Accord des esprits entre eux)

**Subjectif :** 1. Est subjectif **ce qui se rapporte au sujet** de la connaissance.  
Un jugement est subjectif s'il appartient à la conscience.

2. Est subjectif **ce qui dépend de moi** ou d'un point de vue particulier.   
Un jugement est subjectif s'il reflète les passions, les préjugés et les choix personnels d'un sujet. Synonyme de partialité.

**Autres repères**

**Universel/général/particulier/singulier**

**Universel :**

1. Qui concerne l'univers tout entier.
2. Qui ne souffre aucune exception.
3. Qui concerne tous les éléments d'une classe.
4. En logique classique, une proposition universelle est une proposition dont le sujet est pris universellement, c'est-à-dire dans toute son extension. Ex.: "Tous les hommes sont mortels".

**Général :**

1. Qui s'applique à plusieurs, voire, à la majorité.

2. Par abus de langage, synonyme d'universel.

**Particulier :**

1. Qui appartient en propre à un individu (dans ce cas, synonyme de singulier) ou à une classe restreinte d'individus.

2. En logique classique, une proposition particulière est une proposition dont l'extension du sujet est restreinte à une partie de ses membres. Ex.: "Quelques hommes sont grands".

**Singulier :**

1. Ce qui est unique.
2. Ce qui est un individu.

En logique classique, une proposition singulière est une proposition dont le sujet est singulier. Ex.: "Socrate est un homme".

La démonstration apporte donc au savoir sa valeur d’universalité par sa possibilité d’être transmise. Elle permet d’affirmer que telle connaissance est vraie *dans tous les cas* puisqu’il suffirait de réitérer la démonstration pour prouver la justesse de ce savoir. La force de la démonstration, c’est qu’elle s’affranchit des circonstances. Elle est donc l’outil privilégié du philosophe, celui grâce auquel la connaissance devient indubitable. C’est pourquoi Descartes considère que dans la quête de la vérité, il faut s’appuyer sur une méthode « mathématique », celle-ci étant définie par lui comme la science « de l’ordre et de la mesure ». Certes, il accorde qu’il faut partir d’une intuition première obtenue par un effort d’attention, mais à partir d’elle on peut étendre le savoir grâce à de « longues chaînes de raison » qui assurent la rigueur des résultats. La démonstration est donc le meilleur moyen d’étendre les connaissances à partir de quelques vérités premières.

La raison permet le dépassement des sens et de l’expérience (les faits tels qu’ils nous apparaissent dans la perception). La perception permet la connaissance du particulier ; la raison permet une connaissance de propositions universelles.

Le modèle géométrique démonstratif est pour les rationalistes le modèle de toute connaissance : de propositions fondamentales (principes), on déduit le reste de la connaissance (conséquences). Cf.  [Descartes](http://www.ac-grenoble.fr/PhiloSophie/logphil/auteurs/descarte.htm) : on peut fonder l’édifice de la connaissance par la raison.

Si le savoir passe par la démonstration, c’est aussi parce que celle-ci nous protège des faux savoirs. C’est le mérite de la philosophie analytique initiée par le Cercle de Vienne au début du XXe siècle d’avoir montré combien les constructions des philosophes peuvent se faire piéger par un usage trop peu scrupuleux du langage. Rudolf Carnap, par exemple, a montré qu’en transposant les affirmations des philosophes dans des « énoncés protocolaires », on peut facilement dénoncer les errances de la pensée. La démonstration a ainsi la vertu de « démonter » les savoirs dépourvus de signification. Sa fonction est hygiénique : elle permet de circonscrire ce que l’on peut vraiment savoir et ce qu’on ignorera toujours.

**Transition :**

Mais la rigueur de la démonstration n’a-t-elle pas ses limites ?

La démonstration a certes une place essentielle dans les mathématiques, mais il ne faut pas réduire la pratique des mathématiques à la démonstration. La recherche mathématique repose aussi sur l'intuition de connexions, de liens, d'analogies entre différentes idées mathématiques. Avant de démontrer, il faut avoir une idée de ce qu'on veut démontrer, et c'est l'intuition qui permet alors d'ouvrir une voie de recherche. Deux citations éclairantes sur ce point :

« C’est par la logique que nous prouvons. C’est par l’intuition que nous inventons » (Poincaré)

« La déduction est à l’aveugle ce que l’intuition est au paralytique, l’une avance mais ne se voit pas, l’autre voit mais n’avance pas » (René Thom)

**II. Or le savoir ne se limite pas aux vérités formelles**

**1. Les vérités de fait ne sont pas démontrables**

L’empirisme est ce mouvement philosophique qui remet en question le caractère démonstratif du savoir et appelle à un retour à l’expérience. Cf. Hume (XVIIIe) qui opère une distinction entre de deux genres de connaissance :

* Les vérités de raison portent sur des objets abstraits ; elles sont connues par démonstration : leur négation implique contradiction (cf. démonstration par l’absurde); les vérités de raison sont déductibles, conséquences logiques nécessaires d’autres prémisses.
* Les vérités de fait ne peuvent être démontrées. Ce que [**Hume**](http://www.ac-grenoble.fr/PhiloSophie/logphil/auteurs/hume.htm) entend par vérité de fait est ce qui concerne le cours de la nature, et non les objets abstraits ; les vérités de faits concernent par exemple les relations de cause à effet.

Le laboratoire devient ainsi le lieu du savoir, où l’expérience est organisée, systématisée et canalisée par les hypothèses critiques.

Donc Critique ***empiriste*** (de *empeiria*, l’expérience) de l’idéal démonstratif rationaliste. L’empirisme est la thèse que notre connaissance de la nature et de son fonctionnement dérivent de l’expérience.

Ainsi c’est à partir de l’**expérience** que nous pouvons connaître les lois de la nature et sortir de la régression à l'infini ou du cercle vicieux de l'idéal démonstratif des rationalistes.

**2.** **Le problème des prémisses**

Le développement des sciences expérimentales (biologie, chimie, physique, etc) a conduit à distinguer vérité formelle et vérité matérielle. En effet la validité ne concerne que le caractère logique, cohérent d’une démonstration mais elle ne signifie pas nécessairement une réalité matérielle. On peut ainsi raisonner juste sur une base totalement fausse. C’est la question de la valeur des prémisses, impossible à assurer logiquement qui est posée.

Quelles sont les prémisses à partir desquelles on peut pratiquer une démonstration en mathématiques ? On peut utiliser des théorèmes pour faire une démonstration, mais on peut aussi chercher à démontrer les théorèmes que nous utilisons. Si on poursuit cette démarche, on est alors conduit à remonter vers des principes premiers, vers les premiers fondements d'une théorie, (ce sont les axiomes de cette théorie). Dans l'histoire des mathématiques, on observe une telle démarche d'axiomatisation dès l'Antiquité dans les Éléments d'Euclide.

**Texte de Gottlob Frege**

« Il est inscrit dans l'essence des mathématiques que partout où l'on peut donner une preuve, elle est préférable à une confirmation inductive. Euclide prouve ce qu'on lui aurait bien volontiers accordé. […] C'est que la preuve n'a pas pour seule fin de libérer une proposition du doute ; elle permet en outre de pénétrer la dépendance relative des vérités. Une fois persuadé qu'un bloc de rocher est inébranlable parce qu'on a essayé sans succès de le faire bouger, on peut se demander ce qui le soutient si solidement. Plus on poursuivra la recherche, moins nombreuses seront les vérités fondamentales auxquelles on pourra tout ramener, et cette simplification est déjà en elle-même un but digne d'efforts. »

**Gottlob Frege *Les fondements de l’arithmétique (1884)***

Ce problème a été clairement posée pour la géométrie au XIXe siècle. En effet la géométrie classique se fondait sur les postulat et axiomes d’Euclide dont celui-ce : « Par un point extérieur à une droite, il passe toujours une parallèle à cette droite, et une seule. ». Or, si cette proposition paraît intuitive elle ne peut pas être démontrée. Et c’est en cherchant à la démontrer par l’absurde que d’autres géométries (dites non euclidiennes) sont apparues qui contredisent ce postulat. Pour ces géométries non euclidiennes, par un point extérieur à une droite, on a une infinité de parallèles ou bien aucune.

On a déjà vu que la démonstration pouvait garantir qu'une conclusion dérive nécessairement des prémisses, mais la vérité de la conclusion est conditionnelle à la vérité des prémisses car :

* ou bien ces prémisses sont elles-mêmes démontrées, auquel cas elles dépendent d’autres prémisses ;
* ou bien elles ne sont pas démontrées, auquel cas la question de leur vérité se pose.

On ne peut dire que toutes les prémisses sont toujours démontrées car on aboutirait

* soit à une régression à l’infini, donc on ne pourrait jamais rien démontrer ;
* soit à une circularité, donc la démonstration ne vaudrait rien puisque la question de la vérité des propositions se poserait à nouveau.

Le théorème mathématique de Gödel, au XXe siècle, a permis paradoxalement de démontrer que le projet de Hilbert qui cherchait à démontrer la totalité d’un système mathématique ne pouvait pas être autosuffisant. Autrement dit, il faut toujours sortir d’un système pour pouvoir le démontrer. Le recours à l’intuition est inévitable. C’est pourquoi, contre le positivisme logique du Cercle de Vienne, Heidegger affirme que « la science ne pense pas ». A vouloir tout démontrer, elle rate l’essentiel : la donation du phénomène.

Mais s’ils existent des prémisses primitives qui ne dépendent de rien et que rien ne démontre, comment s’assurer de leur vérité ? (Si elles sont posées arbitrairement, alors elles ne sont ni vraies ni fausses).

C'est le problème des points de départ, ou des principes de la connaissance Quelles sont les vérités premières à partir desquelles le reste se démontrerait? Ce qui vient en premier dans l’ordre logique, le fondement, doit être assuré. (Cf. image de l’édifice et des fondations : le reste ne tient que si les fondations sont bonnes).

**Repères** [**Origine/Fondement**](http://www.ac-grenoble.fr/PhiloSophie/logphil/reperes/origine.htm)

L’origine, c’est le point de départ chronologique d’un processus ; le fondement, c’est le point de départ logique.

L’origine du monde, par exemple, est racontée dans la Bible, dans la Genèse, ou bien elle est décrite en termes scientifiques dans la théorie du Big Bang ; mais ces deux descriptions, pour différentes qu’elles soient, n’expliquent pas le fondement du monde. Expliquer le fondement du monde supposerait de pouvoir dire « pourquoi » le monde existe. La Genèse et la théorie du Big Bang décrivent « comment » il a commencé. On parle donc de l’origine d’un processus, tandis que l’on parlera plutôt du fondement d’une théorie. Ainsi le fondement d’un raisonnement, ce sont les principes où les hypothèses sur lesquels ils reposent et d’où sont déduites les conclusions.

**3. L’intuition en sciences**

Il faut en déduire que non seulement la démonstration ne suffit pour savoir mais que les hypothèses elles-mêmes n’offrent pas un savoir absolu.

Le recours à l’idée d’un mode de connaissance directe — ce qu’on appelle l’intuition intellectuelle (la saisie directe par l’esprit de la vérité d’une proposition) — permet d'échapper à la difficulté. Certaines propositions seraient évidentes, i.e. leur vérité se manifesterait d’elle-même. (Pour [Pascal](http://www.ac-grenoble.fr/PhiloSophie/logphil/auteurs/pascal.htm), nous allons le voir, il s'agirait d'une « connaissance par le cœur » ≠ connaissance par la raison)

**Qu'en est-il de ces principes ? Sont-ils des vérités ?**

S'ils sont vrais sans être démontrés cela signifie que la raison a d'autres voies d'accès au vrai que la démonstration.

**Quelle est l'opération intellectuelle qui pose les premiers principes ?**

La réponse classique consiste à dire que les premiers principes et les premières notions sont objets d'intuition car ce sont des évidences.

D'où la définition qu'on donnait traditionnellement de l'axiome : proposition indémontrée et indémontrable qui s'impose à l'esprit par son évidence.

On ne voit pas comment on pourrait démontrer les axiomes eux-mêmes, étant donné que les axiomes sont les principes les plus élémentaires d'une théorie. Qu'est-ce qui permet alors d'affirmer la vérité des axiomes si on ne peut pas les démontrer ?

Pour le chrétien Pascal, l'impossibilité pour la raison de démontrer tous ses énoncés est le signe de l'impuissance de la raison humaine à construire une science selon un ordre accompli.  Il y a là matière à humilier la raison, à pointer une fois de plus la misère de la condition humaine sans une aide en quelque sorte surnaturelle. La raison a besoin du secours d'une autre faculté pour rendre possible son exercice et lui permettre un accès à la vérité qui, à défaut, lui serait refusée. Cette faculté est le cœur.

**Texte de Pascal**

*Nous connaissons la vérité, non seulement par la raison, mais encore par le cœur : c'est de cette dernière sorte que nous connaissons les premiers principes, et c'est en vain que le raisonnement qui n'y a point part, essaye de les combattre. Les pyrrhoniens, qui n'ont que cela pour objet, y travaillent inutilement. Nous savons que nous ne rêvons point ; quelque impuissance où nous sommes de le prouver par raison, cette impuissance ne conclut autre chose que la faiblesse de notre raison, mais non pas l'incertitude de toutes nos connaissances, comme ils le prétendent. Car la connaissance des premiers principes, comme qu'il y a espace, temps, mouvement, nombres, est aussi ferme qu'aucune de celles que nos raisonnements nous donnent. Et c'est sur ces connaissances du cœur et de l'instinct qu'il faut que la raison s'appuie, et qu'elle y fonde tout son discours. (Le cœur sent qu'il y a trois dimensions dans l'espace et que les nombres sont infinis ; et la raison démontre ensuite qu'il n'y a point deux nombres carrés dont l'un est double de l'autre. Les principes se sentent, les propositions se concluent ; et le tout avec certitude, quoique par différentes voies). Et il est aussi inutile et aussi ridicule que la raison demande au cœur des preuves de ses premiers principes, pour vouloir consentir, qu'il serait ridicule que le cœur demandât à la raison un sentiment de toutes les propositions qu'elle démontre pour vouloir les recevoir. Cette impuissance ne doit donc servir qu'à humilier la raison qui voudrait juger de tout, mais non à combattre notre certitude, comme s'il n'y avait que la raison capable de nous instruire.*

**Blaise Pascal, *Pensées* B 282, (1670)**

**Comment les hypothèses à partir desquelles peut s'effectuer la démonstration sont-elles posées aujourd’hui ?**

La pratique des savants permet d'apporter deux réponses à cette question.

L'hypothèse peut être l'objet d'une **intuition** ou d'une **induction.**

- Einstein, par exemple, sans nier que de nombreux principes théoriques sont les résultats d'un raisonnement inductif affirme qu'à un certain niveau de formalisation, les principes fondamentaux de la théorie sont saisis intuitivement.

*« Une compréhension intuitive de ce qui est essentiel dans un ensemble complexe de faits amène le chercheur à poser une ou plusieurs lois fondamentales à titre d'hypothèses. De cette loi fondamentale il tire ensuite les conséquences par une démarche logico-déductive et de façon aussi complète que possible »*

*Induction et Déduction en Physique.* Albert Einstein

Cette constatation le conduit à souligner qu'il n'y a pas de méthode pour inventer une hypothèse. Cette « compréhension intuitive » est peut-être le nom qu'il faut donner au génie créateur qui en sciences comme en art est moins de l'ordre des apprentissages que le propre d'esprits supérieurs. (Par le talent et la puissance de travail).

- Ou alors l'hypothèse est formulée par induction.

L'induction est le raisonnement consistant à passer de la constatation d'un certain nombre de faits particuliers semblables à l'énoncé d'une loi générale. (Au sens d'universelle)

**Exemple** : Observant qu'un corbeau puis un autre ; puis un autre est noir j'induis que tous les corbeaux sont noirs.

Cependant l'histoire des mathématiques montre que des principes qui semblaient évidents en eux-mêmes se sont en fait révélés partiellement faux. Par exemple l'idée que “le tout est plus grand que la partie” semble évidente, mais en fait dans le cas d'une partie infinie d'un ensemble infini, cela n'est plus vrai : notamment, l'ensemble des nombres entiers (le tout) n'est pas plus grand que l'ensemble des nombres pairs (la partie).

**L'évidence est-elle un critère infaillible de la vérité ?**

On ne voit pas comment on pourrait démontrer les axiomes eux-mêmes, étant donné que les axiomes sont les principes les plus élémentaires d'une théorie. Qu'est-ce qui permet alors d'affirmer la vérité des axiomes si on ne peut pas les démontrer ?

L’histoire des mathématiques montre que des principes qui semblaient évidents en eux-mêmes se sont en fait révélés partiellement faux. Par exemple l'idée que “le tout est plus grand que la partie” semble évidente, mais en fait dans le cas d'une partie infinie d'un ensemble infini, cela n'est plus vrai : notamment, l'ensemble des nombres entiers (le tout) n'est pas plus grand que l'ensemble des nombres pairs (la partie). En géométrie, l'axiome des parallèles (“par un point extérieur à une droite passe une et une seule parallèle) semble évident – il existe des géométries dites non-euclidiennes par lesquels, par un point extérieur à une droite, on a une infinité de parallèles, ou bien aucune).

Les sciences, mathématiques comprises, ont aujourd'hui renoncé à définir l'axiome par la notion d'évidence. Elles considèrent les premiers principes comme deshypothèses (ce qui est posé sous la thèse) qu'elles demandent d'admettre (sens traditionnel de la notion de postulat) parce qu'elles sont la condition du discours. Il s'ensuit que la forme de tout discours est nécessairement hypothético-déductive.

Plusieurs systèmes axiomatiques semblent donc possibles, avec des théorèmes différents. Une vérité démontrée ne l'est qu'à l'intérieur d'un système théorique particulier. Le choix d'un cadre théorique par rapport à un autre, n'est pas une question de vérité, mais d'utilité, de pertinence.

C'est notamment la position de Poincaré :

« Dès lors, que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens. Autant demander si le système métrique est vrai et les anciennes mesures fausses ; si les coordonnées cartésiennes sont vraies et les coordonnées polaires fausses. Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être plus commode. » (La Science et l'Hypothèse, ch. III)

**III. Il semble donc nécessaire de ne pas se limiter à la démonstration pour accéder au savoir**

Plusieurs systèmes axiomatiques semblent donc possibles, avec des théorèmes différents. Une vérité démontrée ne l'est qu'à l'intérieur d'un système théorique particulier. Le choix d'un cadre théorique par rapport à un autre, n'est pas une question de vérité, mais d'utilité, de pertinence.

C'est notamment la position de Poincaré :

*« Dès lors, que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens. Autant demander si le système métrique est vrai et les anciennes mesures fausses ; si les coordonnées cartésiennes sont vraies et les coordonnées polaires fausses. Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être plus commode. »* (**Raymond Poincaré, *La Science et l'Hypothèse,* 1902)**

**1. Opérer une distinction entre expérience sensible immédiate et expérimentation scientifique**

Est-ce à dire qu’il faut renoncer à fonder le savoir sur la démonstration ? Non bien sûr, car ce serait verser dans l’obscurantisme. L’exigence de démonstration est bien réelle, mais sans doute convient-il de ne pas faire de la démonstration le critère exclusif du vrai savoir. Il faut ici en appeler à ce que [Gaston Bachelard](http://www.philomag.com/les-idees/exemples/gaston-bachelard-et-le-morceau-de-bois-4945) appelait une « épistémologie régionale » et admettre avec lui que le rationalisme s’accommode de l’imagination. Il est d’ailleurs frappant que ce grand philosophe des sciences ait consacré la moitié de son œuvre à l’étude de la poésie, comme pour nous dire que la rigueur scientifique ne vaut pas partout. Il y a une vérité de « la poétique de la rêverie » qui ne s’analyse pas comme le concept de masse en physique ou les géométries contemporaines en mathématiques.

**Texte de Bachelard**

Déjà l'observation a besoin d'un corpsde précautions qui conduisent à réfléchir avant de regarder, qui réforment du moins la première vision, de sorte que ce n'est jamais la première observation qui est la bonne. L'observation scientifique est toujours une observation polémique, elle confirme ou infirme une thèse antérieure, un schéma préalable, un plan d'observation ; elle montre en démontrant; elle hiérarchise les apparences; elle transcende l'immédiat; elle reconstruit le réel après avoir reconstruit ses schémas.

Naturellement, dès qu'on passe de l'observation à l'expérimentation, le caractère polémique de la connaissance devient plus net encore. Alors il faut que le phénomène soit trié, filtré, épuré, coulé dans le moule des instruments, produit sur le plan des instruments. Or les instruments ne sont que des théories matérialisées. Il en sort des phénomènes qui portent de toutes parts la marque théorique.

**Gaston Bachelard, *Le Nouvel Esprit Scientifique*, (1934)**

**Le problème:** quelle est la part du théorique dans l'observation et l'expérimentation ? La science, n'est-ce que du mental ? Comment échapper à l'empirisme qui veut que la science soit une sorte d'enregistrement, d'unification de l'expérience ? La frontière entre théorie et pratique est-elle si nette ?

En s'appuyant sur l'observation et l'expérimentation scientifique, Bachelard met en lumière que l'intuition intellectuelle précède l'intuition sensible et construit sa propre réalité. Il n'y a de réel scientifique qui ne soit d'abord une construction théorique et ensuite une construction technique (le schéma d'expérimentation). Tout est construit.

**Plan du texte :**

Première partie : l'auteur établit que l'observation scientifique reconstruit le réel.

Deuxième partie : l'expérimentation produit des phénomènes scientifiques construits par des théories.

**Explication et commentaire :**

Si Bachelard commence par l'observation et montre qu'elle n'est pas l'enregistrement passif des phénomènes, mais qu'elle est précédée et soutenue par des précautions, des calculs, c'est pour établir que l'observation scientifique est construite par la culture consciente d'elle même, épurée de l'observateur.

En montrant l'activité de la raison sans laquelle il n'y aurait pas d'observation scientifique, mais une simple vision aveugle, il établit sa thèse: l'observation scientifique est scientifique dans la mesure où elle est préparée par des hypothèses, des questions qui orientent l'attention en fonction de la raison. L'hypothèse qui précède est un questionnement préalable à toute observation scientifique qui évite la confusion et l'amalgame.

Le point de départ de l'observation scientifique n'est pas un simple phénomène sensible, une image, mais, un problème car un calcul de la raison a été préméditée.

**2. Les sciences humaines supposent de prendre en compte les intentions, le sens des actions pour les comprendre (conscience, liberté, but, etc). Histoire, économie, sociologie, montrent que le savoir, lorsqu’il concerne l’homme suppose d’autres ressorts.**

Y a-t-il un critère qui permet de dire quand la démonstration est nécessaire au savoir et quand elle ne l’est pas ? Dans le domaine juridique, par exemple, le procureur doit faire la preuve de la culpabilité de l’accusé. Ici la démonstration est nécessaire à la procédure qui permettra le jugement. Mais dans le domaine politique, dont Hannah Arendt a montré qu’il ne relevait pas de la vérité et que la rhétorique y occupait une place légitime, la démonstration semble moins pertinente. Elle cache d’ailleurs bien souvent des sophismes, mais qui se révèlent efficaces pour enthousiasmer les foules.

**3. Le savoir dans sa forme la plus accomplie, ce que proposait la philosophie antique**

Le savoir véritable, parfait s’appelle peut-être la sagesse. Or la sagesse suppose bien la démonstration, c’est-à-dire la capacité d’élaborer des raisonnement logique. Mais les Grecs avaient déjà remarqué les limites de l’outil logique (paradoxe de Zénon ou paradoxe d’Épiméthée le Crétois). Il faut donc ajouter à la démonstration le sens de la connaissance, et la pratique conforme à ce sens.

C’est ce que rappelle par exemple Sénèque dans les lettres à Lucilius :

**Texte de Sénèque**

*Le géomètre m’enseigne à mesurer de grandes propriétés. Il ferait mieux de m’enseigner à trouver la mesure exacte de ce qui suffit à l’homme. On m’apprend à compter et à prêter mes doigts à l’avarice au lieu de m’apprendre que tous ces calculs n’ont aucune espèce d’importance et qu’on n’est pas plus heureux parce qu’on possède un patrimoine dont la gestion épuise plusieurs comptables. Au contraire, il ne possède que du superflu l’homme qui, s’il devait faire tout seul le compte de ses biens, serait le plus malheureux du monde.*

*À quoi bon savoir diviser un lopin de terre en plusieurs parcelles si je ne sais pas partager avec mon frère ? À quoi bon calculer sans erreur le nombre de pieds d’un arpent et saisir d’un seul regard ce qu’a bien pu oublier la toise de l’arpenteur, si je m’attriste d’avoir un voisin insatiable qui mord sur ma propriété ? On m’apprend à ne rien perdre de mes terres. Moi, je veux apprendre à tout perdre avec le sourire. […] Ô l’art admirable ! Tu sais mesurer ce qui est rond, tu sais réduire à un carré toute figure proposée, tu connais la distance des astres entre eux. Il n’est rien que tu ne puisses mesurer. Si tu es si fort, mesure un peu l’âme de l’homme, dis-moi sa grandeur, dis-moi sa petitesse. Tu sais ce qu’est une ligne droite. À quoi bon, si tu ignores ce qu’est, dans la vie, la droiture ?*

**Sénèque, *Apprendre à vivre, lettres à Lucillius,* (63-63 ap. JC)**

**Conclusion :**

L’exigence de démonstrativité est une exigence rationnelle du savoir pour qu’il puisse être communiqué, prouvé et justifié. Mais non seulement toute connaissance ne s’y réduit pas, et la démonstration elle-même ne conduit qu’à une cohérence formelle et non un savoir. Comme l’écrit le logicien Bertrand Russel :

*« Les mathématiques sont la seule science où on ne sait pas de quoi on parle ni si ce qu’on dit est vrai. »*

L’exigence de démonstration est une exigence rationnelle de preuve, de justification. Elle est interne à la notion de connaissance qui est une notion normative.

Mais nous avons vu que toute connaissance ne saurait dépendre d’une démonstration : la démonstration ne peut que montrer la *cohérence formelle* d’une proposition avec d’autres, la vérité de ce qui est démontré dépend de la vérité des prémisses.

Par ailleurs, toutes les vérités ne semblent pas relever de la démonstration et du raisonnement déductif, comme le soulignent les empiristes.

Cependant, il faut parier que même si un savoir indubitablement fondé n’existe pas, les esprits forts et courageux ne trouveront pas dans cette imperfection un alibi pour renoncer à contribuer à l'effort théorique qui fait l'honneur de l'homme. Au contraire, le savant ou le sage y verront le signe que l'homme n'est pas un dieu, qu'il est un homme seulement et que dans les sciences comme ailleurs sa grandeur procède de la conscience de sa finitude. Ils poursuivront donc avec courage l'effort séculaire de l'humanité, les limites de nos constructions intellectuelles les plus majestueuses les incitant seulement à se garder de tout dogmatisme.