

TD1 : Programmation Par Contraintes

Consigne : Réaliser les questions 1 de chacun des exercices.

Exercice 1 - Q1 :

- Variables: $X = \{x_{1,1}, \dots, x_{1,n}\}$ // Il s'agit de toutes les cases possibles de notre échiquier de taille $N \times N$
- Domaine: $D(X) = \{0, 1\}$ // Une reine peut être présente ou ne pas être présente sur une case donnée
- Contraintes :
 - $\forall i \in \{1, \dots, n\} \sum_{j=1}^n x_{i,j} = 1$ // Lignes (une seule reine par ligne)
 - $\forall j \in \{1, \dots, n\} \sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1$ // Colonnes (une seule reine par colonne)
 - $\forall x_{i,j}, x_{k,l} \text{ avec } x_{i,j} \neq x_{k,l} \ i + j = k + l \Rightarrow x_{i,j} + x_{k,l} \leq 1$ // Diagonales supérieures (au plus une reine par diagonale supérieure)
 - $\forall x_{i,j}, x_{k,l} \text{ avec } x_{i,j} \neq x_{k,l} \ i - j = k - l \Rightarrow x_{i,j} + x_{k,l} \leq 1$ // Diagonales inférieures (au plus une reine par diagonale inférieure)

Exercice 2 - Q1 :

- Variables :
 - $X = \{D, E, M, N, O, R, S, Y\}$ // Il s'agit des différentes lettres de nos mots
 - $X' = \{X_1, X_2, X_3\}$ // Il s'agit des retenues possibles lors de notre addition
- Domaine :
 - $D(X \setminus \{S\} \cup \{M\}) = \{0, \dots, 9\}$ // Pour toutes les lettres exceptés S et M les valeurs possibles vont de 0 à 9
 - $D(\{S\}) = D(\{M\}) = \{1, \dots, 9\}$ // Pour les lettres S et M les valeurs possibles vont de 1 à 9
 - $D(X') = \{0, 1\}$ // Soit l'addition de 2 lettres entraine une retenue, soit non
- Contraintes :

Pour chaque colonne de l'addition, on définit une équation correspondant à une contrainte. À chaque addition il peut y avoir une retenue qui se répercute sur l'addition suivante.

 - $D + E = Y + 10X_1$
 - $N + R + X_1 = E + 10X_2$
 - $E + O + X_2 = N + 10X_3$
 - $S + M + X_3 = O + 10M$

Exercice 3 - Q1 :

- Variables :
 - $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ // Il s'agit des différentes marques de la règle
 - $l_{i,j} = x_j - x_i \in D(X)$ la longueur entre x_i et x_j avec $i < j$
- Domaine :
 - $D(X) = \{1, \dots, N\}$ // Il s'agit des différentes longueurs entre les marques
- Contraintes :
 - $\forall i \in \{1, \dots, n\} \quad x_i + 1 \leq x_{i+1}$ // Les marques doivent être dans l'ordre croissant
 - $\forall l_{i,j} \in D(X) \quad \nexists l'_{i,j} \in D(X) \quad / \quad l_{i,j} = l'_{i,j}$ // Les longueurs entre les différentes marques doivent être toutes différentes

Exercice 4 - Q1 :

- Variables :
 - $X_1 = \{\text{bleu}, \text{rouge}, \text{vert}, \text{jaune}, \text{blanc}\}$ // Les couleurs
 - $\text{bleu} = Col_1 ; \text{rouge} = Col_2 ; \text{vert} = Col_3 ; \text{jaune} = Col_4 ; \text{blanc} = Col_5$
 - $X_2 = \{\text{norvégien}, \text{espagnol}, \text{ukrénien}, \text{japonais}, \text{anglais}\}$ // Les nationalités
 - $\text{norvégien} = N_1 ; \text{espagnol} = N_2 ; \text{ukrénien} = N_3 ; \text{japonais} = N_4 ; \text{anglais} = N_5$
 - $X_3 = \{\text{chien}, \text{escargot}, \text{renard}, \text{cheval}, \text{zèbre}\}$ Les animaux
 - $\text{chien} = A_1 ; \text{escargot} = A_2 ; \text{renard} = A_3 ; \text{cheval} = A_4 ; \text{zèbre} = A_5$
 - $X_4 = \{\text{lait}, \text{café}, \text{thé}, \text{vin}, \text{boissonInconnue}\}$ Les boissons
 - $\text{lait} = B_1 ; \text{café} = B_2 ; \text{thé} = B_3 ; \text{vin} = B_4 ; \text{boissonInconnue} = B_5$
 - $X_5 = \{\text{Kools}, \text{cravens}, \text{oldgold}, \text{gitanes}, \text{Chesterfields}\}$ Les cigarettes
 - $\text{Kools} = C_1 ; \text{cravens} = C_2 ; \text{oldgold} = C_3 ; \text{gitanes} = C_4 ; \text{Chesterfields} = C_5$
 - $X = X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4 \cup X_5$
- Domaine :
 - $D(X) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ // Car on a 5 hommes, 5 nationalités, 5 animaux, 5 boissons, 5 cigarettes (tous différents).
- Contraintes :
 - Pour chaque ligne on va devoir poser une contrainte.
 - $N_1 = 1$ // Le norvégien habite la première maison
 - $Col_1 = N_1 + 1$ // La maison à coté de celle du norvégien est bleue
 - $B_1 = 3$ // L'habitant de la troisième maison boit du lait
 - $N_5 = Col_2$ // L'anglais habite la maison rouge
 - $Col_3 = B_2$ // L'habitant de la maison verte boit du café
 - $Col_4 = C_1$ // L'habitant de la maison jaune fume des Kools
 - $Col_5 = Col_3 + 1$ // La maison blanche se trouve juste après la verte
 - $N_2 = A_1$ // L'espagnol a un chien

- $N_3 = B_3$ // L'ukrainien boit du thé
- $N_4 = C_2$ // Le japonais fume des cravens
- $C_3 = A_2$ // Le fumeur de old golds a un escargot
- $C_4 = B_4$ // Le fumeur de gitanes boit du vin
- $C_5 = A_3 + 1 \vee C_5 = A_3 - 1$ // Un voisin du fumeur de Chesterfields a un renard
- $C_1 = A_4 + 1 \vee C_1 = A_4 - 1$ // Un voisin du fumeur de Kools a un cheval

On doit également définir une contrainte supplémentaire pour préciser que tous les éléments sont différents.

- $\forall x \in D(X_1) \nexists x' \in D(X_1) / x = x'$ // Toutes les couleurs doivent être différentes
- $\forall x \in D(X_2) \nexists x' \in D(X_2) / x = x'$ // Toutes les nationalités doivent être différentes
- $\forall x \in D(X_3) \nexists x' \in D(X_3) / x = x'$ // Toutes les animaux doivent être différents
- $\forall x \in D(X_4) \nexists x' \in D(X_4) / x = x'$ // Toutes les boissons doivent être différentes
- $\forall x \in D(X_5) \nexists x' \in D(X_5) / x = x'$ // Toutes les cigarettes doivent être différentes