



# Rapport de BE

## Modulation OFDM

---

**Étudiant :** Antoine LESCOP  
**Professeur encadrant :** Marie-Laure BOUCHERET  
**Date :** Décembre 2024

ENSEEIH  
2A SN COMPUTER NETWORKS

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Implantation de la chaîne de transmission OFDM sans canal</b>	<b>2</b>
2.1	Emission . . . . .	2
2.2	Réception sans canal . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal multi-trajets sans bruit</b>	<b>4</b>
3.1	Implantation sans intervalle de garde . . . . .	4
3.1.1	Expressions théoriques . . . . .	4
3.1.2	Visualisation de la DSP après passage dans le canal . . . . .	4
3.1.3	Visualisation des constellations obtenues . . . . .	5
3.1.4	TEB obtenu avec cette méthode . . . . .	5
3.2	Implantation avec intervalle de garde composé de zéros . . . . .	6
3.2.1	Longueur minimale de l'intervalle de garde . . . . .	6
3.2.2	Valeur de l'interférence inter-symboles et coût de l'intervalle de garde . . . . .	6
3.2.3	Visualisation des constellations obtenues . . . . .	6
3.2.4	TEB obtenu avec cette méthode . . . . .	7
3.2.5	Intérêt d'ajouter un intervalle de garde . . . . .	7
3.3	Implantation avec préfixe cyclique . . . . .	7
3.3.1	Visualisation des constellations obtenues . . . . .	8
3.3.2	TEB obtenu avec cette méthode . . . . .	8
3.3.3	Intérêt d'ajouter un préfixe cyclique . . . . .	9
3.4	Implantation avec préfixe cyclique et égalisation . . . . .	9
3.4.1	Cas de l'égaliseur ZF . . . . .	9
3.4.2	Cas de l'égaliseur ML . . . . .	10
3.4.3	Comparaison des deux égaliseurs . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Impact d'une erreur de synchronisation horloge</b>	<b>11</b>
4.0.1	Interférences introduites par les erreurs de synchronisation . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal à bruit additif blanc et gaussien</b>	<b>12</b>

# 1 Introduction

Dans ce rapport, nous allons nous intéresser à la mise en œuvre d'une chaîne de transmission basée sur la modulation OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) avec MATLAB, dans différents scénarios.

Nous allons d'abord étudier l'implantation de cette chaîne de transmission OFDM sans canal. Dans un second temps, nous allons ajouter un canal de propagation multi-trajets avec et sans bruit gaussien. Nous allons également étudier l'ajout de différents éléments comme un intervalle de garde, un préfixe cyclique, un égaliseur...

## 2 Implantation de la chaîne de transmission OFDM sans canal

### 2.1 Emission

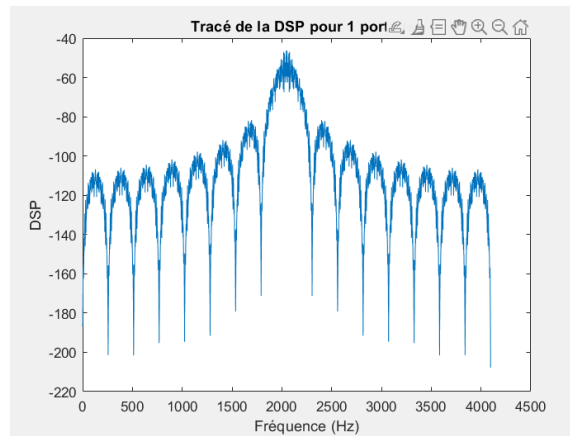


FIGURE 1 – Tracé de la DSP avec 1 porteuse

Sur la figure 1, nous remarquons un pic correspondant à la seule sous-porteuse utilisée

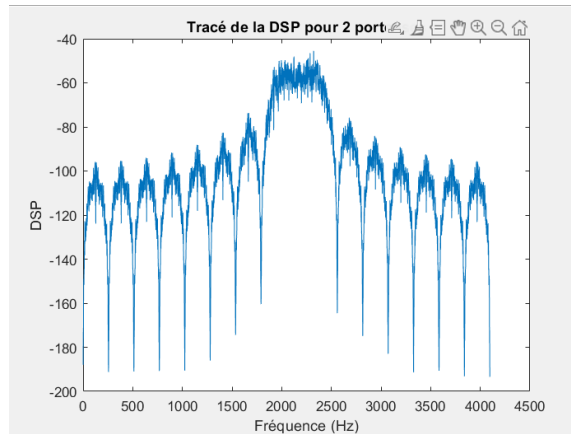


FIGURE 2 – Tracé de la DSP avec 2 porteuses

Sur la figure 2, nous remarquons que le pic s'est élargi : la deuxième sous-porteuse a ajouté de la puissance au signal. Dans le cas où les deux porteuses ne sont pas voisines, 2 pics distincts apparaissent.

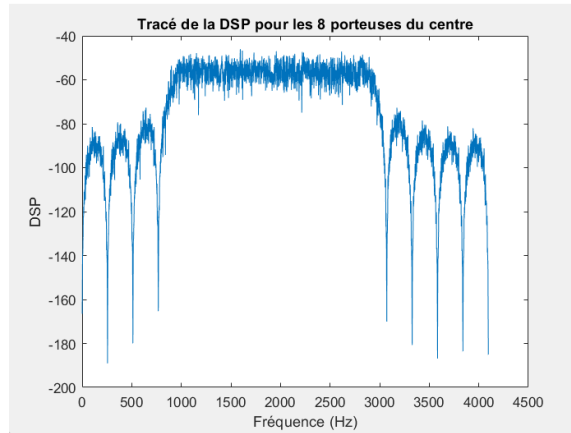


FIGURE 3 – Tracé de la DSP avec les 8 porteuses centrales

Sur la figure 3, nous voyons que la DSP possède un "plat" au milieu, correspondant à l'influence des 8 porteuses centrales. La puissance du signal est concentrée dans ces 8 sous-porteuses. Les pics autour correspondent aux sous-porteuses désactivées

## 2.2 Réception sans canal

On obtient un TEB égal à 0 : il n'y a eu aucune modification des symboles. Les seules opérations ayant eu lieu sont la modulation, l'ifft, la fft (inverse de l'ifft) et la démodulation (inverse de la modulation). Donc le signal reçu est totalement identique au signal émis.

### 3 Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal multi-trajets sans bruit

#### 3.1 Implantation sans intervalle de garde

##### 3.1.1 Expressions théoriques

D'après l'énoncé,  $y(t) = 0.407x(t) + 0.815x(t-T_s) + 0.407x(t-2T_s)$

Réponse impulsionnelle  $h(t)$  : C'est la réponse du canal à une impulsion unitaire  $\delta(t)$ . On a donc :

$$h(t)=0.407\delta(t)+0.815\delta(t-T_s)+0.407\delta(t-2T_s)$$

Réponse en fréquence  $H(f)$  : La réponse en fréquence est obtenue par la transformée de Fourier de  $h(t)$  :

$$H(f)=0.407+0.815\exp(-j2\pi fT_s)+0.407\exp(-j4\pi fT_s)$$

C'est une fonction complexe dont le module et la phase dépendent de  $f$ . Le module correspond au gain en fonction de la fréquence, et la phase correspond au déphasage introduit par le canal.

##### 3.1.2 Visualisation de la DSP après passage dans le canal

Avant passage dans le canal, la DSP du signal OFDM a une forme régulière liée à la répartition des sous-porteuses (cf partie précédente).

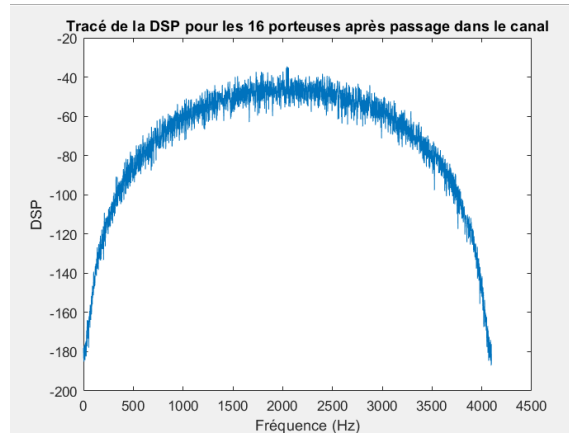


FIGURE 4 – DSP Après passage dans le canal

Après passage dans le canal multi-trajets, la DSP est affectée par la réponse en fréquence  $H(f)$ . Cela est dû au fait que le canal est sélectif en fréquences, ce qui introduit des atténuations sur les bords de la DSP, d'où sa déformation.

### 3.1.3 Visualisation des constellations obtenues

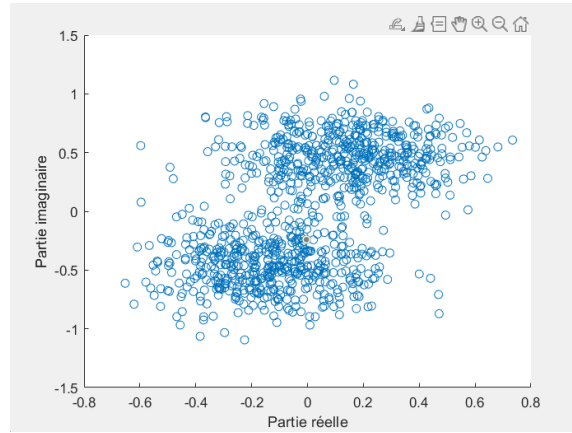


FIGURE 5 – Constellation de la 6ème porteuse

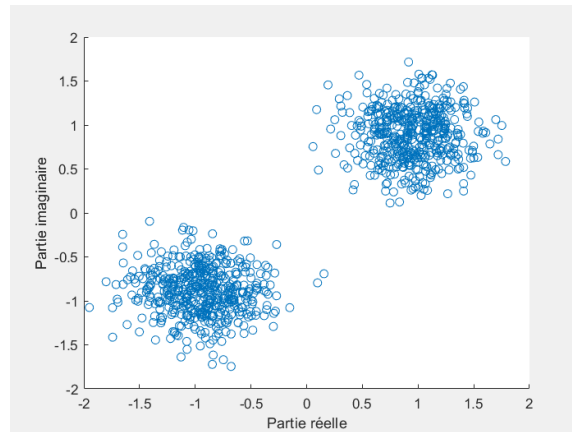


FIGURE 6 – Constellation de la 15ème porteuse

Comme énoncé précédemment, la réponse fréquentielle du canal n'est pas uniforme pour chaque porteuse (cf figure 4). Cela explique pourquoi la constellation de la 6ème porteuse est très différente de celle de la 15ème porteuse. Sur la figure 5, on remarque que l'amplitude est d'environ 0.5 là où sur la figure 6 l'amplitude est approximativement 1

### 3.1.4 TEB obtenu avec cette méthode

On obtient avec cette implantation, un TEB de 0.35, ce qui peut être expliqué par le fait que le canal amène des interférences et donc des erreurs dans les symboles à la réception. Sachant que nous n'avons pas encore implémenté d'égaliseur dans notre simulation, il est normal d'avoir une

telle valeur de TEB : les symboles reçus ont été directement affectés par le canal, à la fois en phase et en amplitude.

## 3.2 Implantation avec intervalle de garde composé de zéros

### 3.2.1 Longueur minimale de l'intervalle de garde

La longueur minimale de l'intervalle de garde est donnée par le rang le plus haut des coefficients intervenant dans le canal de propagation (ici 2 : retard maximal du canal). Donc la longueur minimale de l'intervalle de garde est de 2.

### 3.2.2 Valeur de l'interférence inter-symboles et coût de l'intervalle de garde

L'interférence entre symboles sur chaque porteuse est nulle. En effet, l'intervalle de garde étant au moins égal au retard maximal du canal, alors toute interférence entre symboles est impossible. Cependant, l'introduction de cet intervalle de garde induit plusieurs désavantages. Tout d'abord, une efficacité spectrale diminuée : pour transmettre un même signal, davantage de symboles doivent être utilisés. Puis un coût matériel : davantage de calculs et de manipulations doivent être réalisés.

### 3.2.3 Visualisation des constellations obtenues

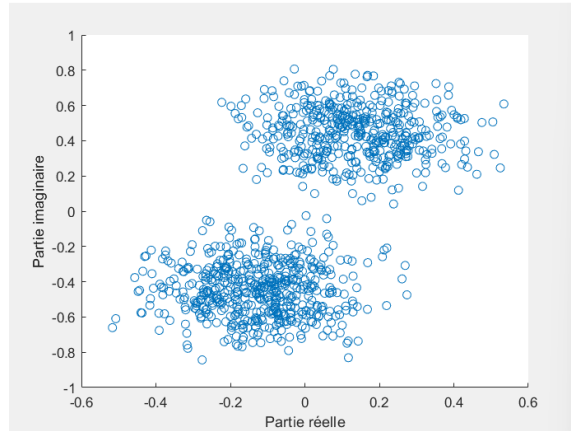


FIGURE 7 – Constellation de la 6ème porteuse AVEC intervalle de garde

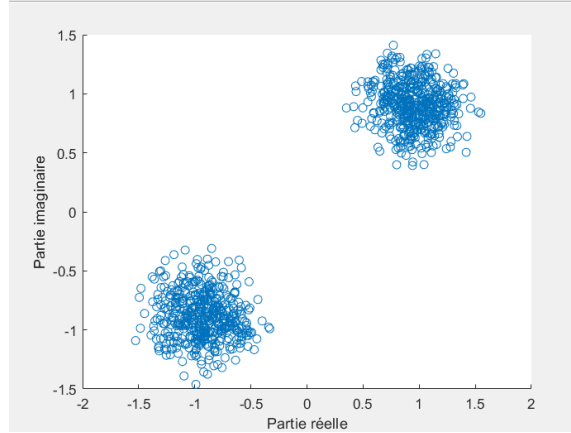


FIGURE 8 – Constellation de la 15ème porteuse AVEC intervalle de garde

Les résultats sur ces 2 figures sont des meilleurs résultats que dans le cas précédent. En effet, les nuages de points sont beaucoup plus éloignés, témoignant de la baisse des interférences entre symboles. On peut expliquer cela grâce à l'intervalle de garde, qui agit en ce sens.

#### 3.2.4 TEB obtenu avec cette méthode

On obtient avec cette implantation, un TEB de 0.37 environ, ce qui peut être expliqué par le fait que le canal amène des interférences et donc des erreurs dans les symboles à la réception. Sachant que nous n'avons pas encore implémenté d'égaliseur dans notre simulation, il est normal d'avoir une telle valeur de TEB : les symboles reçus ont été directement affectés par le canal, à la fois en phase et en amplitude.

#### 3.2.5 Intérêt d'ajouter un intervalle de garde

L'intérêt d'ajouter un intervalle de garde composé de zéros devant chaque symbole OFDM est d'annuler l'interférence entre symboles. Le principe est le suivant : on rajoute quelques bits au début de chaque symbole que l'on fixe à zéro. Ces bits sont transformés par l'IFFT, puis supprimés lors de la réception du signal. Ainsi, les premiers bits originaux ne sont pas altérés par le symbole précédent.

### 3.3 Implantation avec préfixe cyclique

On ajoutera maintenant un préfixe cyclique devant chaque symbole OFDM transmis avant passage dans le canal de propagation.



### 3.3.1 Visualisation des constellations obtenues

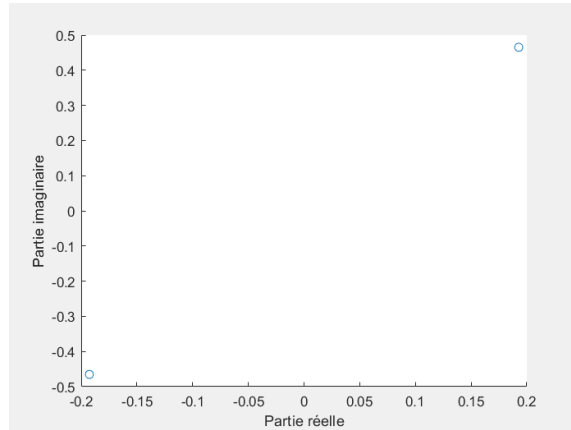


FIGURE 9 – Constellation de la 6ème porteuse avec préfixe cyclique

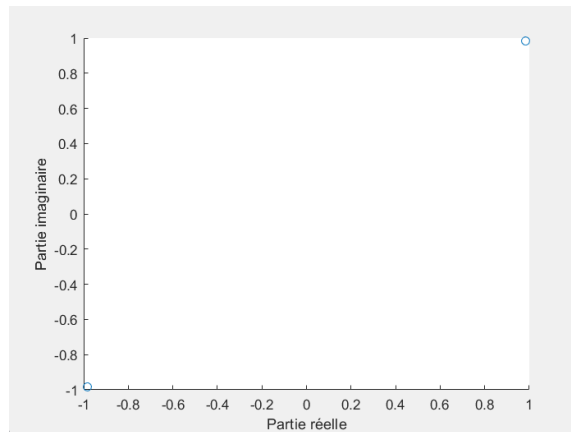


FIGURE 10 – Constellation de la 15ème porteuse avec préfixe cyclique

Les constellations sur ces deux figures sont très nettes, bien plus que dans les cas précédents. Nous pouvons donc en déduire que la présence d'un préfixe cyclique avant chaque symbole OFDM annule totalement les interférences inter symboles.

### 3.3.2 TEB obtenu avec cette méthode

On obtient avec cette implantation, un TEB de 0.5 environ, ce qui peut être expliqué par le fait que le canal amène des interférences et donc des erreurs dans les symboles à la réception. On en déduit que l'intégration du CP permet de maintenir l'orthogonalité des sous-porteuses, mais le canal implique des décalages, d'où cette valeur de TEB.

### 3.3.3 Intérêt d'ajouter un préfixe cyclique

L'intérêt d'ajouter un préfixe cyclique devant chaque symbole OFDM est donc de préserver l'orthogonalité entre les sous-porteuses.

## 3.4 Implantation avec préfixe cyclique et égalisation

### 3.4.1 Cas de l'égaliseur ZF

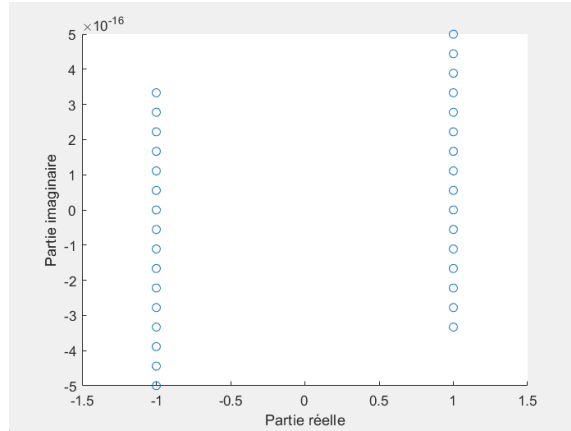


FIGURE 11 – Constellation de la 6ème porteuse avec préfixe cyclique et égaliseur ZF

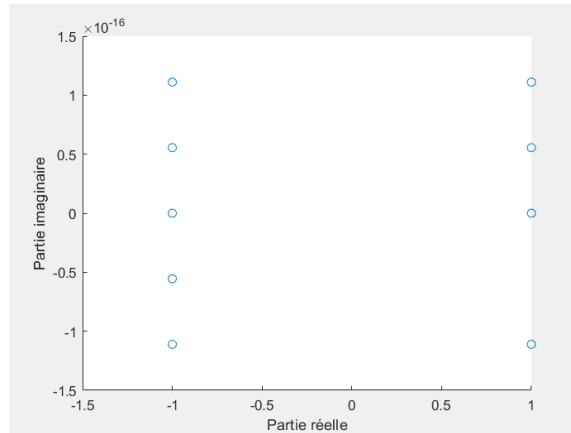


FIGURE 12 – Constellation de la 15ème porteuse avec préfixe cyclique et égaliseur ZF

On remarque sur ces constellations que les interférences inter symboles ont aussi été totalement éliminées.

Pour ce qui est du TEB, il est égal à 0 : le signal reçu est exactement celui qui a été émis à l'origine. L'égaliseur ZF a totalement annulé les effets du canal.

### 3.4.2 Cas de l'égaliseur ML

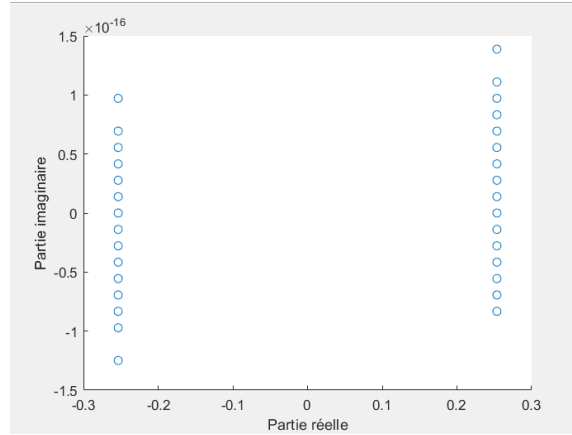


FIGURE 13 – Constellation de la 6ème porteuse avec préfixe cyclique et égaliseur ML

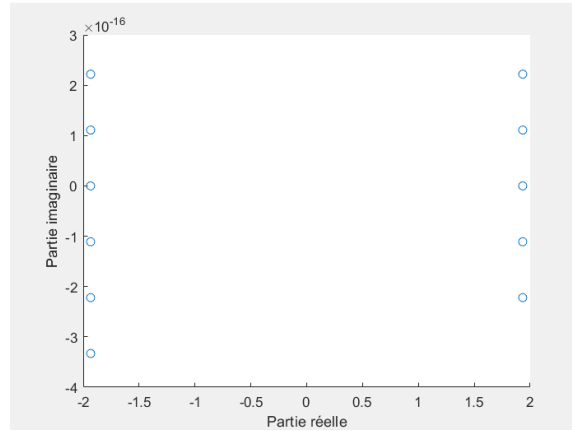


FIGURE 14 – Constellation de la 15ème porteuse avec préfixe cyclique et égaliseur ML

On remarque sur ces constellations que les interférences inter symboles ont aussi été totalement éliminées.

Pour ce qui est du TEB, il est égal à 0 : le signal reçu est exactement celui qui a été émis à l'origine. L'égaliseur ML a totalement annulé les effets du canal.

### 3.4.3 Comparaison des deux égaliseurs

On remarque que les résultats des deux égaliseurs sont similaires. Le choix entre un égaliseur ZFE et un égaliseur ML repose sur un compromis entre performance et complexité. Le ZFE est plus simple mais amplifie le bruit, tandis que le ML offre de meilleures performances mais est plus

complexe. Si nos ressources de calcul sont limitées, il faut privilégier le ZFE. Sinon, on choisit le ML.

## 4 Impact d'une erreur de synchronisation horloge

### 4.0.1 Interférences introduites par les erreurs de synchronisation

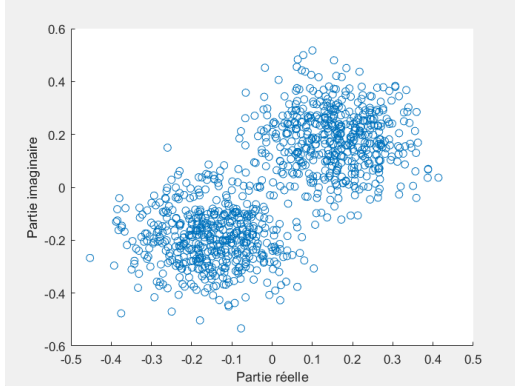


FIGURE 15 – Porteuse 6 dans le cas 1

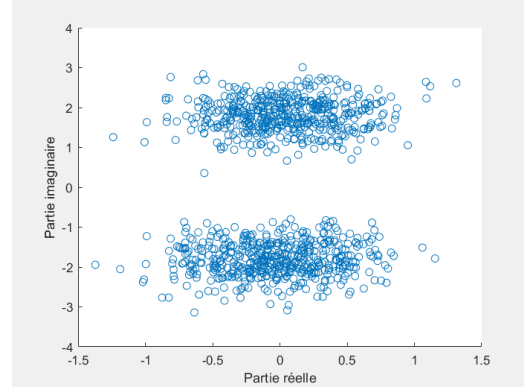


FIGURE 16 – Porteuse 15 dans le cas 1

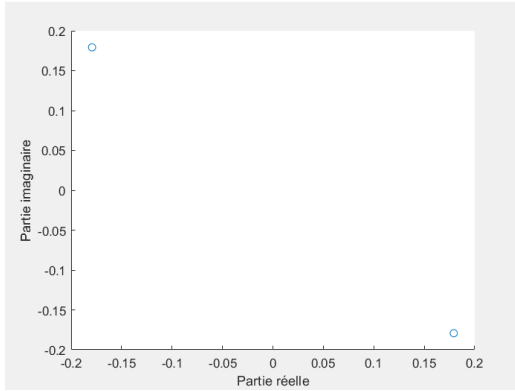


FIGURE 17 – Porteuse 6 dans le cas 2

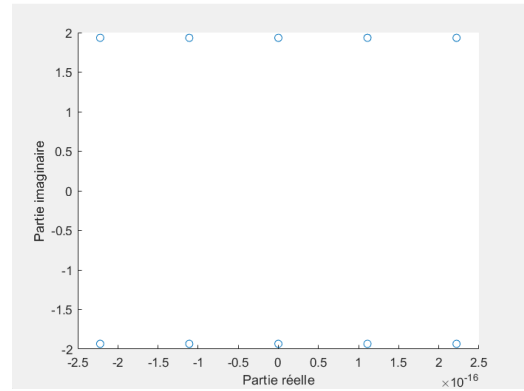


FIGURE 18 – Porteuse 15 dans le cas 2

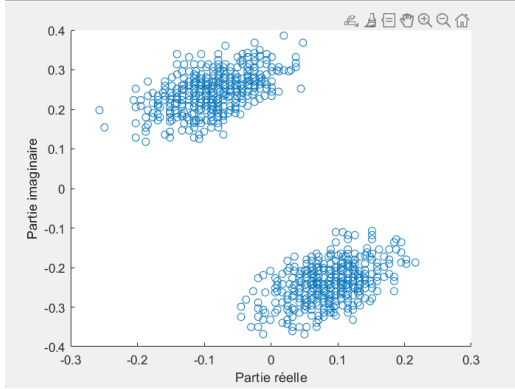


FIGURE 19 – Porteuse 6 dans le cas 3

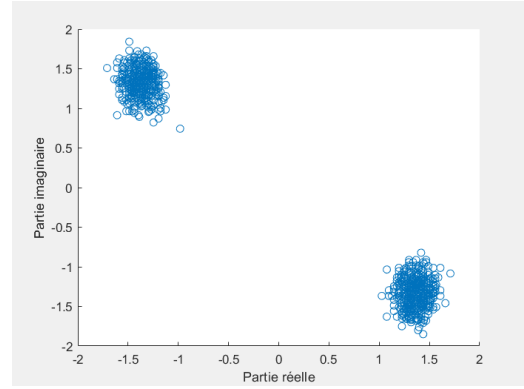


FIGURE 20 – Porteuse 15 dans le cas 3

Dans le cas 1, chaque symbole contient la fin du symbole précédent retardé mais il lui manque sa fin. Dans le cas 2, chaque symbole ne contient que des éléments de sa version originale. Dans le cas 3, chaque symbole contient une partie de ses éléments ainsi que le début du symbole suivant.

On peut voir très clairement que seul dans le cas 2, l'erreur de synchronisation n'introduit pas d'interférences. En effet, si on reprend l'énoncé, nous voyons que seul le cas numéro 2 utilise que des éléments du même symbole.

Une manière de pallier aux mauvaises performances du cas 1 et 3 serait de corriger le retard introduit dans le signal en ajustant les échantillons.

## 5 Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal à bruit additif blanc et gaussien

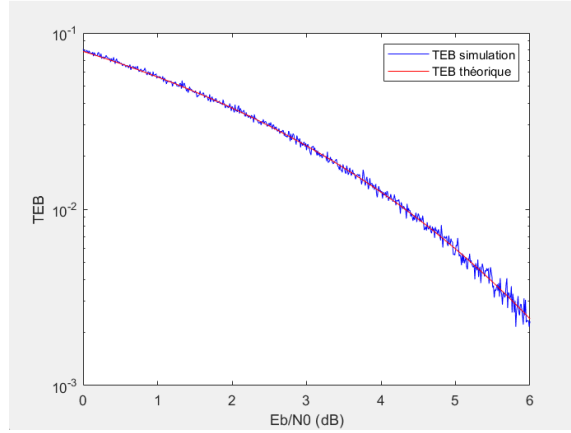


FIGURE 21 – Tracés du TEB théorique et du TEB simulé en fonction de  $E_b/N_0$  (dB)

On remarque que le TEB simulé tracé ci-dessus correspond quasiment à celui d'une modulation monoporteuse de type QPSK. Cependant, notre simulation possède 16 sous-porteuses.

Cela est dû à plusieurs phénomènes. En effet, grâce à leur orthogonalité, les sous-porteuses n'interfèrent pas entre elles et transportent chacune des symboles différents. De plus, le canal AWGN agit de la même manière sur chaque sous-porteuse. Le TEB global est donc quasi identique au cas d'une modulation monoporteuse QPSK.