



TAREA 1

Fecha de entrega: 26/09/2020 11:59 hrs

Problema

En esta tarea crearemos una función que calcule la función *percentil*, un problema común en estadística (muy usado para interpretar resultados experimentales).

Consideremos un experimento cuyo resultado es un número real que podemos tratar como si fuese aleatorio dadas las incertidumbres asociadas al experimento. A la probabilidad asociada a cada posible resultado x —en realidad un intervalo infinitesimal alrededor de un resultado x — se le llama la función densidad de probabilidad $pdf(x)$. De modo que $pdf(x)dx$ es la probabilidad de que al realizar el experimento se obtenga como resultado el un valor entre x y $x + dx$.

Notemos que, entonces, la probabilidad de obtener un valor menor que a se puede calcular como:

$$p(x < a) = \int_{-\infty}^a pdf(x)dx$$

Una pregunta común que surge al realizar un experimento es qué valor de a me asegura que esa probabilidad sea mayor que, por ejemplo, 95 %. A eso se le llama la función percentil evaluada en 0.95 y corresponde a resolver para a el siguiente problema:

$$0.95 = \int_{-\infty}^a pdf(x)dx$$

En esta tarea consideraremos para la pdf una distribución χ^2 :

$$pdf(x) = \chi^2(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}$$

donde Γ es la función Gamma:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx$$

χ^2 tiene un parámetro: k . Para la tarea Ud. debe considerar $k = 4.XXX$, donde XXX son los 3 últimos dígitos de su RUT antes del guión.

Calcule el valor de a que resuelve $p(x < a) = 0.95$.

Ud. debe escribir su propia función que calcule $\chi^2(x)$, las integrales, y el algoritmo que resuelve la ecuación. No use librerías.

Sugerencias.

Esta es una serie de sugerencias sobre cómo resolver el problema. No es estrictamente necesario seguirlas.

1. Escriba una función que calcule $\Gamma(x)$. Para comprobar que su función hace lo correcto, compruebe que $\Gamma(n) = (n-1)!$. ¿Cómo resolvió el problema del ∞ en el límite de integración?
2. Escriba otra función que calcule $\chi^2(x)$.
3. Escriba una función que calcule $f(a) = \int_0^a \chi^2(x)dx$. Preocúpese de que la integral sea resuelta con buena precisión. Este es un asunto importante a discutir en el informe. ¿Qué precisión eligió?
4. Escriba un algoritmo que resuelva $f(a) = 0.95$. ¿Qué algoritmo utilizó y por qué? Si el algoritmo requiere algún parámetro: ¿qué parámetros eligió y cómo los eligió?

5. En el informe se recomienda discutir temas como la precisión del cálculo, el tiempo de ejecución, e incluir gráficos o tablas que demuestren el resultado.

Otras instrucciones importantes.

- Utilice `git` durante el desarrollo de la tarea para mantener un historial de los cambios realizados. La siguiente [cheat sheet](#) le puede ser útil. Esto no será evaluado esta vez pero evaluaremos el uso efectivo de `git` en el futuro, así que empiece a usarlo.
- La tarea se entrega como un `push` simple a su repositorio privado. El `push` debe incluir todos los códigos usados además de su informe.
- El informe debe ser entregado en formato `pdf`, este debe ser claro sin información de más ni de menos. Esto es importante, no escriba de más, esto no mejorará su nota sino que al contrario. 4 o 5 páginas son un largo razonable para la presente tarea. Asegúrese de utilizar figuras efectivas y/o tablas para resumir sus resultados. Revise su ortografía.
- No olvide indicar su RUT en el informe.