



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

ESTABILIDAD DE REDES UMBRAL SOBRE GRAFOS NO DIRIGIDOS CON PESOS  
ARBITRARIOS EN LAS ARISTAS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN MATEMÁTICAS  
APLICADAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERA CIVIL MATEMÁTICA

ANTONIA SOFÍA LABARCA SÁNCHEZ

PROFESOR GUÍA:  
IVÁN RAPAPORT

PROFESOR CO-GUÍA:  
PEDRO MONTEALEGRE

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por .

SANTIAGO DE CHILE  
MAYO 2025



# Resumen



*Una dedicatoria corta.*



# Agradecimientos

familia + familia del corazon

Mariscal, pl, nico sanhueza, mati, jt, edo, Coba victor y Edgardo panchito, david, zavalá, cynthia, cane, caro chiu, lechuga, manu, Mariano

chats werof, foto, neurodivergencia, tcg

foli, simon, lau, giaretti, cata, vale, Arca nacho, mocha, Nick

vale toro, dani, yasser, pancho, cueto, fabri, gabi, cabezas, tomas, diego, dieguito, francisquita, gabo, santi, mari, vin, bea, cristi, Jay

tuch: lore, noni, espe, pepa, ale, Andre

profes (rapa y pedro)





# Tabla de Contenido



# Introducción

Sed mattis, erat sit amet gravida malesuada, elit augue egestas diam, tempus scelerisque nunc nisl vitae libero. Sed consequat feugiat massa. Nunc porta, eros in eleifend varius, erat leo rutrum dui, non convallis lectus orci ut nibh. Sed lorem massa, nonummy quis, egestas id, condimentum at, nisl. Maecenas at nibh. Aliquam et augue at nunc pellentesque ullamcorper. Duis nisl nibh, laoreet suscipit, convallis ut, rutrum id, enim. Phasellus odio. Nulla nulla elit, molestie non, scelerisque at, vestibulum eu, nulla. Ut odio nisl, facilisis id, mollis et, scelerisque nec, enim. Aenean sem leo, pellentesque sit amet, scelerisque sit amet, vehicula pellentesque, sapien.

Sed consequat tellus et tortor. Ut tempor laoreet quam. Nullam id wisi a libero tristique semper. Nullam nisl massa, rutrum ut, egestas semper, mollis id, leo. Nulla ac massa eu risus blandit mattis. Mauris ut nunc. In hac habitasse platea dictumst. Aliquam eget tortor. Quisque dapibus pede in erat. Nunc enim. In dui nulla, commodo at, consectetur nec, malesuada nec, elit. Aliquam ornare tellus eu urna. Sed nec metus. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas.

Phasellus id magna. Duis malesuada interdum arcu. Integer metus. Morbi pulvinar pellentesque mi. Suspendisse sed est eu magna molestie egestas. Quisque mi lorem, pulvinar eget, egestas quis, luctus at, ante. Proin auctor vehicula purus. Fusce ac nisl aliquam ante hendrerit pellentesque. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi wisi. Etiam arcu mauris, facilisis sed, eleifend non, nonummy ut, pede. Cras ut lacus tempor metus mollis placerat. Vivamus eu tortor vel metus interdum malesuada.

Sed eleifend, eros sit amet faucibus elementum, urna sapien consectetur mauris, quis egestas leo justo non risus. Morbi non felis ac libero vulputate fringilla. Mauris libero eros, lacinia non, sodales quis, dapibus porttitor, pede. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi dapibus mauris condimentum nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Etiam sit amet erat. Nulla varius. Etiam tincidunt dui vitae turpis. Donec leo. Morbi vulputate convallis est. Integer aliquet. Pellentesque aliquet sodales urna.

Nullam eleifend justo in nisl. In hac habitasse platea dictumst. Morbi nonummy. Aliquam ut felis. In velit leo, dictum vitae, posuere id, vulputate nec, ante. Maecenas vitae pede nec dui dignissim suscipit. Morbi magna. Vestibulum id purus eget velit laoreet laoreet. Praesent sed leo vel nibh convallis blandit. Ut rutrum. Donec nibh. Donec interdum. Fusce sed pede

sit amet elit rhoncus ultrices. Nullam at enim vitae pede vehicula iaculis.

Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Aenean nonummy turpis id odio. Integer euismod imperdiet turpis. Ut nec leo nec diam imperdiet lacinia. Etiam eget lacus eget mi ultricies posuere. In placerat tristique tortor. Sed porta vestibulum metus. Nulla iaculis sollicitudin pede. Fusce luctus tellus in dolor. Curabitur auctor velit a sem. Morbi sapien. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Donec adipiscing urna vehicula nunc. Sed ornare leo in leo. In rhoncus leo ut dui. Aenean dolor quam, volutpat nec, fringilla id, consectetur vel, pede.

1. Item 1

(a) Subitem 1

(b) Subitem 2 (ver Figura ??)

2. Item 2

3. Item 3

**Teorema 0.1** *Se tiene que*

$$\int_0^t e^s ds = e^t - 1.$$

Nulla malesuada risus ut urna. Aenean pretium velit sit amet metus. Duis iaculis. In hac habitasse platea dictumst. Nullam molestie turpis eget nisl. Duis a massa id pede dapibus ultricies. Sed eu leo. In at mauris sit amet tortor bibendum varius. Phasellus justo risus, posuere in, sagittis ac, varius vel, tortor. Quisque id enim. Phasellus consequat, libero pretium nonummy fringilla, tortor lacus vestibulum nunc, ut rhoncus ligula neque id justo. Nullam accumsan euismod nunc. Proin vitae ipsum ac metus dictum tempus. Nam ut wisi. Quisque tortor felis, interdum ac, sodales a, semper a, sem. Curabitur in velit sit amet dui tristique sodales. Vivamus mauris pede, lacinia eget, pellentesque quis, scelerisque eu, est. Aliquam risus. Quisque bibendum pede eu dolor.

Donec tempus neque vitae est. Aenean egestas odio sed risus ullamcorper ullamcorper. Sed in nulla a tortor tincidunt egestas. Nam sapien tortor, elementum sit amet, aliquam in, porttitor faucibus, enim. Nullam congue suscipit nibh. Quisque convallis. Praesent arcu nibh, vehicula eget, accumsan eu, tincidunt a, nibh. Suspendisse vulputate, tortor quis adipiscing viverra, lacus nibh dignissim tellus, eu suscipit risus ante fringilla diam. Quisque a libero vel pede imperdiet aliquet. Pellentesque nunc nibh, eleifend a, consequat consequat, hendrerit nec, diam. Sed urna. Maecenas laoreet eleifend neque. Vivamus purus odio, eleifend non, iaculis a, ultrices sit amet, urna. Mauris faucibus odio vitae risus. In nisl. Praesent purus. Integer iaculis, sem eu egestas lacinia, lacus pede scelerisque augue, in ullamcorper dolor eros ac lacus. Nunc in libero.

Fusce suscipit cursus sem. Vivamus risus mi, egestas ac, imperdiet varius, faucibus quis, leo. Aenean tincidunt. Donec suscipit. Cras id justo quis nibh scelerisque dignissim. Aliquam sagittis elementum dolor. Aenean consectetur justo in pede. Curabitur ullamcorper ligula nec orci. Aliquam purus turpis, aliquam id, ornare vitae, porttitor non, wisi. Maecenas luctus

porta lorem. Donec vitae ligula eu ante pretium varius. Proin tortor metus, convallis et, hendrerit non, scelerisque in, urna. Cras quis libero eu ligula bibendum tempor. Vivamus tellus quam, malesuada eu, tempus sed, tempor sed, velit. Donec lacinia auctor libero.

Praesent sed neque id pede mollis rutrum. Vestibulum iaculis risus. Pellentesque lacus. Ut quis nunc sed odio malesuada egestas. Duis a magna sit amet ligula tristique pretium. Ut pharetra. Vestibulum imperdiet magna nec wisi. Mauris convallis. Sed accumsan sollicitudin massa. Sed id enim. Nunc pede enim, lacinia ut, pulvinar quis, suscipit semper, elit. Cras accumsan erat vitae enim. Cras sollicitudin. Vestibulum rutrum blandit massa.

Sed gravida lectus ut purus. Morbi laoreet magna. Pellentesque eu wisi. Proin turpis. Integer sollicitudin augue nec dui. Fusce lectus. Vivamus faucibus nulla nec lacus. Integer diam. Pellentesque sodales, enim feugiat cursus volutpat, sem mauris dignissim mauris, quis consequat sem est fermentum ligula. Nullam justo lectus, condimentum sit amet, posuere a, fringilla mollis, felis. Morbi nulla nibh, pellentesque at, nonummy eu, sollicitudin nec, ipsum. Cras neque. Nunc augue. Nullam vitae quam id quam pulvinar blandit. Nunc sit amet orci. Aliquam erat elit, pharetra nec, aliquet a, gravida in, mi. Quisque urna enim, viverra quis, suscipit quis, tincidunt ut, sapien. Cras placerat consequat sem. Curabitur ac diam. Curabitur diam tortor, mollis et, viverra ac, tempus vel, metus.

## 0.1. Definiciones de teoría de grafos

## 0.2. Definiciones de redes

## 0.3. Resultados previos

# Capítulo 1

## Índice de Estabilidad

En este capítulo se introducirá la noción de índice de estabilidad de un grafo con peso, denotado  $S(G, w)$ .

Para esto en primer lugar se introduce una generalización de la propiedad de bipartito a grafos con pesos positivos y negativos en las aristas.

**Definición 1.1** (Grafo balanceado)

Se define el índice de estabilidad de un grafo  $(G, w)$  como el número

$$S(G, w) = -n - \bar{d} + 2\overline{m^+} - 2\overline{m^-} - 4 \cdot \rho(G, w)$$

Donde  $n$  es el número de nodos,  $\bar{d}$  es la suma de los pesos de los loops,  $\overline{m^+}$  es la suma de los pesos de las aristas positivas,  $\overline{m^-}$  es la suma de los pesos de las aristas negativas y  $\rho(G, w)$  es el índice de antifrustración del grafo.

# Capítulo 2

## Resultados

2.1. Reducciones

2.2. Condiciones necesarias

2.3. Condiciones suficientes

# Conclusión

Mauris ac ipsum. Duis ultrices erat ac felis. Donec dignissim luctus orci. Fusce pede odio, feugiat sit amet, aliquam eu, viverra eleifend, ipsum. Fusce arcu massa, posuere id, nonummy eu, pulvinar ut, wisi. Sed dui. Vestibulum nunc nisl, rutrum quis, pharetra eget, congue sed, dui. Donec justo neque, euismod eget, nonummy adipiscing, iaculis eu, leo. Duis lectus. Morbi pellentesque nonummy dui.

Aenean sem dolor, fermentum nec, gravida hendrerit, mattis eget, felis. Nullam non diam vitae mi lacinia consectetur. Fusce non massa eget quam luctus posuere. Aenean vulputate velit. Quisque et dolor. Donec ipsum tortor, rutrum quis, mollis eu, mollis a, pede. Donec nulla. Duis molestie. Duis lobortis commodo purus. Pellentesque vel quam. Ut congue congue risus. Sed ligula. Aenean dictum pede vitae felis. Donec sit amet nibh. Maecenas eu orci. Quisque gravida quam sed massa.

Nunc euismod, mauris luctus adipiscing pellentesque, augue ligula pellentesque lectus, vitae posuere purus velit a pede. Phasellus leo mi, egestas imperdiet, blandit non, sollicitudin pharetra, enim. Nullam faucibus tellus non enim. Sed egestas nunc eu eros. Nunc euismod venenatis urna. Phasellus ullamcorper. Vivamus varius est ac lorem. In id pede eleifend nibh consectetur faucibus. Phasellus accumsan euismod elit. Etiam vitae elit. Integer imperdiet nibh. Morbi imperdiet orci euismod mi. Donec tincidunt tempor metus. Aenean egestas cursus



Figura 2.1: Logo de la Facultad

nulla. Fusce ac metus at enim viverra lacinia. Vestibulum in magna non eros varius suscipit. Nullam cursus nibh. Mauris neque. In nunc quam, convallis vitae, posuere in, consequat sed, wisi. Phasellus bibendum consectetur massa. Curabitur quis urna. Pellentesque a justo.

In sit amet dui eget lacus rutrum accumsan. Phasellus ac metus sed massa varius auctor. Curabitur velit elit, pellentesque eget, molestie nec, congue at, pede. Maecenas quis tellus non lorem vulputate ornare. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Etiam magna arcu, vulputate egestas, aliquet ut, facilisis ut, nisl. Donec vulputate wisi ac dolor. Aliquam feugiat nibh id tellus. Morbi eget massa sit amet purus accumsan dictum. Aenean a lorem. Fusce semper porta sapien. Curabitur sit amet



Campo 1	Campo 2
Valor 1	Valor2

Tabla 2.1: Tabla 1

libero eget enim eleifend lacinia. Vivamus sagittis volutpat dui. Suspendisse potenti. Morbi a nibh eu augue fermentum posuere. Curabitur elit augue, porta quis, congue aliquam, rutrum non, massa. Integer mattis mollis ipsum. Sed tellus enim, mattis id, feugiat sed, eleifend in, elit. Phasellus non purus sed elit viverra rhoncus. Vestibulum id tellus vel sem imperdiet congue. Aenean in arcu. Nullam urna justo, imperdiet eget, volutpat vitae, semper eu, quam. Sed turpis dui, porttitor ut, egestas ac, condimentum non, wisi. Fusce iaculis turpis eget dui. Quisque pulvinar est pellentesque leo. Ut nulla elit, mattis vel, scelerisque vel, blandit ut, justo. Nulla feugiat risus in erat.