Zoznam skratiek a značiek

CaaS - Controller as a Service - regulátor ako služba
IoT - Internet of Things - internet vecí
MIMO - multiple input multiple output - viacrozmerný systéme
MPC - Model predictive controller - prediktivný regulátor
PID - regulátor s Proporčnou, Integračnou a Derivačnou zložkou
REST - Representational state transfer architectural style
SISO - single input single output - jednorozmerný systém

Úvod

V súčasnosti existuje mnoho metód automatického riadenia systémov. Od klasických metód ako je PID regulátor, cez rôzne pokročilé metódy ako je robustné, adaptívne alebo aj prediktívne riadenie. Predmetom tejto práce je

- spomenúť hlavné výhody prediktívnej metódy a jej súčasný stav.
- Predmetom práce je tiež definovať pojem Internet vecí (Internet of Things - IoT) ako nový typ architektúry informačných systémov a jeho špecifiká.
- V praktickej časti je spojenie predošlých dvoch bodov v myšlienke regulátor ako služba (Controller as a Service - CaaS) a jej implementácia.

Motivácia k MPC

Prediktívne riadenie (MPC, model predictive controller) je pokročilá metóda riadenia založená na optimalizácii, ktorá bola využívaná na aplikáciu v systémoch s pomalou dynamikou, napríklad v chemických, či petrochemických procesoch. Na rozdiel od lineárno-kvadratického regulátora, MPC na optimálne riadenie ponúka explicitné ošetrenie procesných obmedzení, ktoré vznikajú z prirodzených požiadaviek, napríklad efektivita nákladov, bezpečnostné obmedzenia akčných členov a iné.[7]

Hlavná výhoda regulátora je, že je riešený ako optimalizačný problém, takže sa snaží minimalizovať okrem iného hlavne potrebný riadiaci zásah na dosiahnutie žiadaného výstupu riadeného systému. Ďalšia výhoda pri riešení optimalizačného problému je, že sa jednoducho môžu zadať ohraničenia systému. Rôzne obmedzenia môžu byť aplikované na riadený systém a napriek tomu môže riaditeľný s minimálnym riadiacim zásahom. Táto metóda riadenia môže byť prirovnaná k prepočítavaniu ťahov v šachu. Pri prepočítavaní sa ráta s tým, čo sa môže udiať v čase v závislosti od poznania procesu, pri šachovej hre podľa jej pravidiel a podľa toho optimalizovať riadiace zásahy, ťahy v šachu, aby sa dosiahol najlepší výsledok z dlhodobého hľadiska, v prípade šachu, to je vyhratá partia. Pri MPC regulátoroch sa dá predísť javom, ktoré sa vyskytujú pri konvenčných regulátoroch ako PID, ako sú riadiace zásahy, ktoré dosahujú dobré výsledky z krátkodobého hľadiska, ale v konečnom dôsledku sa prejavia ako vysoko nákladné. Tento jav môže byť pomenovaný ako „vyhrať bitku, ale prehrať vojnu“.

Ďalšie výhody MPC regulátora sú také, že jednoducho vedia riadiť viac premenné systémy a ako už bolo spomenuté, zahrnúť obmedzenia systému – výstupu, riadiaceho zásahu, stavu systému, už pri návrhu regulátora. MPC regulátor obsahuje viacero premenných, pomocou, ktorých je možné ho vyladiť takmer pre každý proces.

Medzi nevýhody MPC regulátora patrí napríklad to, že niektoré MPC modely sú limitované len na stabilný proces v otvorenej slučke. Často vyžadujú veľký počet koeficientov modelu na opis odozvy systému. Niektoré MPC modely zase sú formulované na rušenie na výstupe a tie by ťažko mohli zvládnuť poruchy na vstupe. Niektoré MPC modely sú zase upravované na výstupe, pretože model nie je totožný s reálnym systémom. Tieto modely sú zvyčajne upravené o konštantu, podľa nameraných údajov, nerátajú však s tým, že táto zmena na výstupe sa môže v budúcnosti zmeniť, čo môže mať za následok, že finálny výsledok nebude optimálny. Taktiež ak horizont predikcie nie je zvolený správne, tak riadenie nebude optimálne aj keď model systému správny bude. Niektoré systémy majú širokú škálu prevádzkových podmienok, ktoré sa často menia. Medzi príklady patria exotermické reaktory, procesy na dávkové spracovanie a tiež systémy, kde rôzny spotrebitelia majú rôzne špecifikácie produktov. Lineárne modely MPC regulátorov nie sú schopné zvládnuť dynamické správanie týchto procesov, preto musí byť použitý nelineárny model pre lepšie riadenie.[5]

Motivácia k IoT

Aktuálne je pojem IoT čoraz častejšie skloňovaný na konferenciách akademickej a rovnako aj komerčnej sféry. Rôzne popredné spoločnosti ako IDC, Gartner ai. zaoberajúce sa výskumnými a poradnými činnosťami v oblasti informačných a komunikačných technológií robia odhady využitia. Tvrdenie portálu www.crn.com: „Napriek tomu, že IoT bol vždy trochu vágny pojem pri špecifikácii obchodných partnerov a produktov, ktoré už sú na trhu, analytici predikovali, že pripojené zariadenia (connected devices) majú veľký potenciál príležitosti, ktoré budú výnosné. Júnový prieskum trhu spoločnosti IDC predikoval, že výdavky na IoT dosiahnú v roku 2020 sumu vo výške 1,7 biliónov dolárov, zatiaľ čo Gartner predpovedal, že v tom istom roku bude pripojených 21 miliárd zariadení.“[1] Na základe tohto a ďalších podobných článkov je teda motivácia hľadanie vhodných prípadov využitia IoT.

Okrem toho treba zopakovať, že IoT je spojenie minimálne dvoch rozsiahlych technických odborov, neberúc do úvahy spoločenské, prírodne ani lekárske vedné odbory, ktoré tiež môžu skúmať dopad IoT na ne. Rozsiahlosť tejto problematiky je určite nepopierateľná. Druhá motivácia teda je získavanie nadhľadu nad spleťou vznikajúcich a zanikajúcich technológií a štandardov.

Ostatná motivácia k skúmaniu IoT je porovnanie rozdielov pri návrhu, vývoji a správe oproti klasickým čisto softvérovým informačným systémom.

Motivácia k CaaS

Napriek tomu, že aktuálny trend vo vývoji hardvéru je znižovanie rozmerov a zvyšovanie výkonu, online prediktívny regulátor je stále náročný na výpočtový výkon. Preto popri výskumoch aplikovania offline metódy prediktívneho algoritmu na FPGA hradlá, vznikla myšlienka implementácie online MPC regulátora na server - „do cloudu“, ako službu, kde je možné zabezpečiť takmer neobmedzený výkon a jedinou prekážkou môže byť rýchlosť sieťového pripojenia. Realizácia tejto myšlienky je implementovaná v prostredí inteligentnej budovy.

1 MPC regulátor

Ako už bolo v úvode spomenuté, práca spája viacero odborov do jednej implementácie. Táto časť preto je venovaná návrhu a overenia MPC regulátora.

1.1 Teoretický základ MPC

V tejto časti sa vysvetlí história, matematický základ a variácie MPC regulátora.

1.1.1 On-line MPC

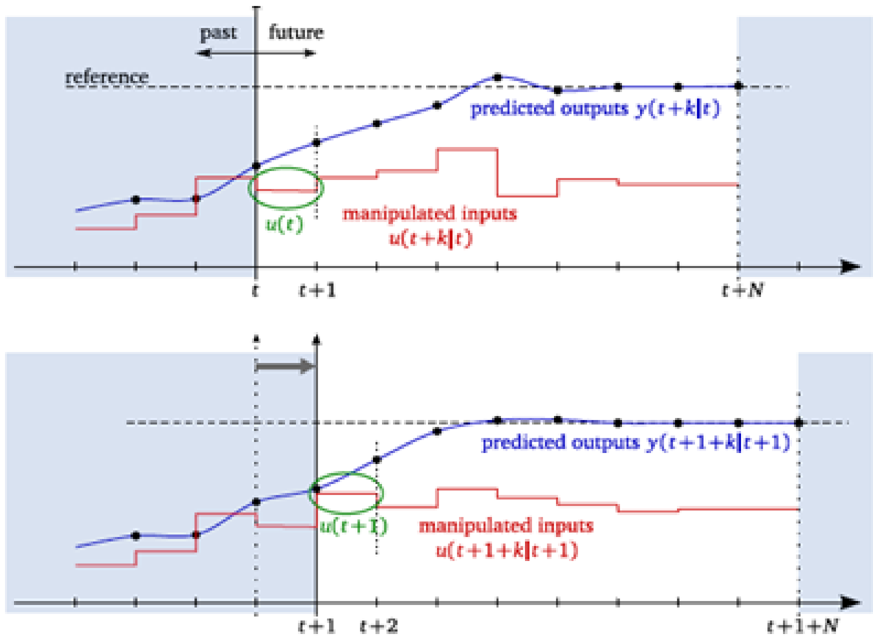
Prediktívny regulátor je, na najnižšej úrovni, metóda riadenia dynamických systémov, ktorá využíva nástroje matematickej optimalizácie. Spoločné črty všetkých prístupov riešenia problému prediktívnych regulátorov je vypočítať on-line, v každej časovej vzorke, optimálny riadiaci zásah v konečnom horizonte predikcie pre dynamický model systému, kde aktuálny stav je počiatočný stav. Iba prvý element z vypočítanej sekvencie predikovaných riadiacich zásahov je potom aplikovaný na systém. V ďalšom okamihu vzorkovania je horizont predikcie posunutý a výpočet optimálneho riadiaceho zásahu je vykonávaný znovu pre novonadobudnutý stav. Táto myšlienka nie je nová, už v článku od Lee a Markus (1967), je možné nájsť nasledujúce tvrdenie: „Jedna technika na návrh regulátora so spätnou väzbou zo znalosti regulátora pre otvorenú slučku je merať aktuálny stav riadenia procesu a veľmi rýchlo vypočítať funkciu riadenia pre otvorenú slučku. Prvá časť tejto funkcie je potom využitá počas krátkeho intervalu, po ktorom je opäť zmeraný stav procesu a k nemu vypočítaná riadiaca funkcia pre otvorenú slučku. Táto procedúra je potom opakovaná." Technika popisovaná v článku od Lee a Markus (1967) je zvyčajne označovaná ako „Receding Horizon Control" (RHC) – „Postupujúci horizont riadenia" a dnes je viac-menej používaný ako synonymum k pojmu„Model Predictive Control" – „Prediktívne riadenie". [3] Popisovaný princíp je znázornený na obrázku 1. Nech existuje lineárny dynamický model s časovo invariantnými parametrami, vyjadrený diskrétnou stavovou rovnicou:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \\ x(t) \in R^n, y(t) &\in R^P, u(t) \in R^m, \\ A \in R^{(n\times n)}, B \in R^{(n\times m)}, &C \in R^{(p\times n)} \end{aligned} \tag{1}$$

x, y, u sú stavy systému, výstupy systému a riadiace zásahy v uvedenom poradí v čase alebo lepšie povedané vo vzorke t.

n – predstavuje počet stavov systému

p – predstavuje počet výstupov



Obrázok 1: Postupujúci horizont riadenia

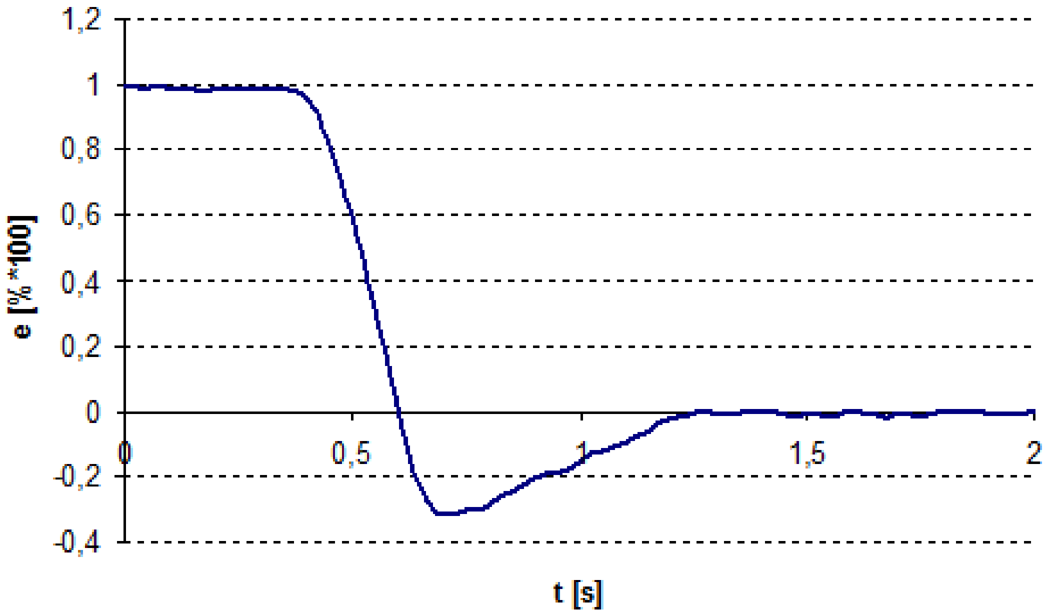
m – predstavuje počet vstupov

Matice A, B, C sú systémová matica, vstupná matica a výstupná matica v uvedenom poradí. System 1 musí spĺňať nasledujúce obmedzenia na stav a vstup:

$$\begin{aligned} x(t) \in X, u(t) \in U \\ U \subset R^m \\ X \subset R^n \end{aligned} \tag{2}$$

kde obmedzujúca množina riadiacich zásahov U je konvexná, kompaktná (uzavretá a ohraničená) a obmedzujúca množina stavov X je konvexná a uzavretá. Pre obidve množiny U a X sa predpokladá, že obsahujú počiatok v ich vnútri.[4] Najskôr je jednoduchšie vyriešiť optimálne riadenie bez obmedzení. Pozornosť bude upriamená na nájdenie takej optimálnej postupností u^*(k), ..., u^*(k+N – 1), ktorá bude minimalizovať zvolené kvadratické kritérium a zároveň rešpektovať dynamiku systému. Čo inými slovami znamená, že tento regulátor sa bude snažiť minimalizovať stav a rovnako riadiaci zásah, ešte lepšie povedané ich kvadrát. Ak by teda nebola špecifikovaná referenčná hodnota, ktorú má výstup regulátora sledovať, tak implicitne výstupná veličina prediktívneho regulátora konverguje k hodnote 0 alebo pri systémoch s viacerými výstupmi k nulovému vektoru.

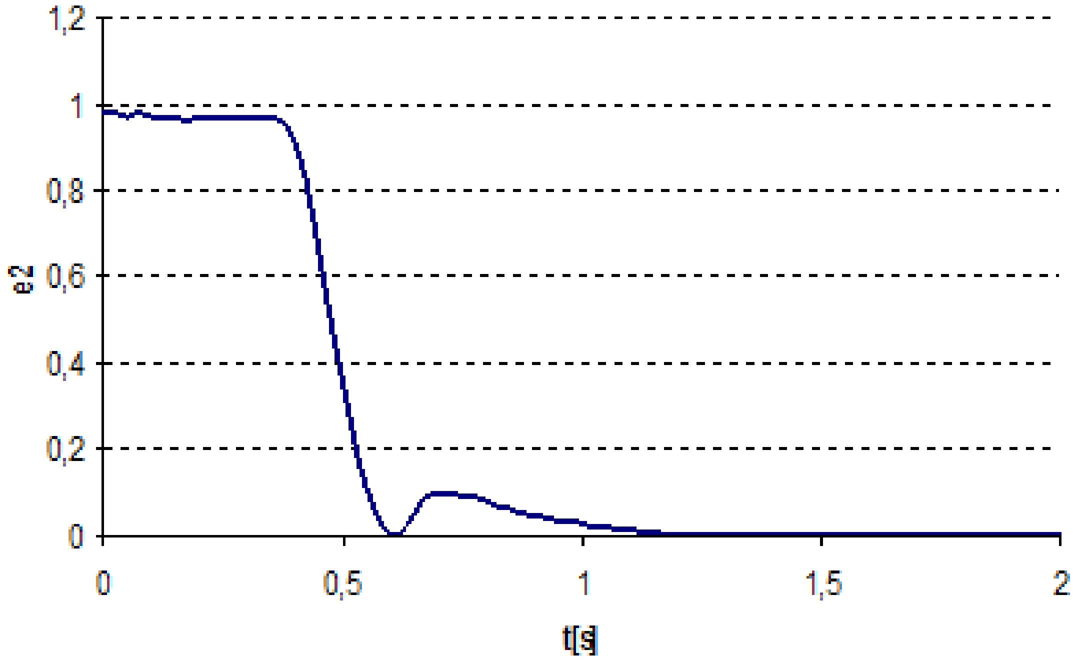
N – predstavuje horizont predikcie. Ak je teda systém v stave x_0, ktorý poznáme a horizont predikcie je 3, tak do optimalizačnej funkcie vstupujú premenné x_1, x_2, x_3 a u_1, u_2, u_3 kde u_1 zabezpečí prechod do stavu x_1, u_2 do stavu x_2 atď. každá premenná x je odvoditeľná z predošlého stavu a prvý stav x_0 je známy. Preto jedinou „neznámou" ostáva sekvencia riadiacich zásahov. Jedna z otázok by mohla byť, prečo sa využíva kvadratické kritérium. Ako odpoveď je možné použiť príklad kvality riadenia. Pri hodnotení kvality riadenia sa používajú integrálne kritéria. Existuje jednoduché kritérium, ktoré spraví integrál pod krivkou regulačnej odchýlky. Nevýhodou tohto je, že ak dochádza k preregulovaniu a regulačná odchýlka je záporná, veľkosť plochy je zmenšovaná o tie časti, ktoré sú záporné. Toto sa rieši absolútnym integrálnym kritériom, ktoré spraví zo zápornej regulačnej odchýlky kladnú a teda plocha pod krivkou sa zväčšuje aj pri preregulovaní. Navyše existuje kvadratické kritérium, ktoré okrem toho, že odstraňuje problém so zápornou regulačnou odchýlkou navyše viac penalizuje hodnoty odchýlky väčšie ako 1. Inými slovami, ak je hodnota viac ako 1 o to horšiu kvalitu regulácie bude toto kritérium indikovať. Problém so zápornou regulačnou odchýlkou je znázornený na obrázkoch 2, 3 a 4.



Obrázok 2: Hodnota regulačnej odchýlky v čase

Rovnako ako pri minimalizácii regulačnej odchýlky, tak aj pri minimalizácii riadiaceho zásahu je kvadratické kritérium najlepším ukazovateľom.
Pre porozumenie ďalších vzťahov si je potrebné uvedomiť, že: $x(t+k) = x_{(t+k)}$

- Pre vzorku k = 0 (aktuálny stav systému): x(t)= x_t,



Obrázok 3: Časová závislosť kvadrátu regulačnej odchýlky

- pre vzorku k = 1 x(t+1)=$x_{(t+1)}$,
- atď.

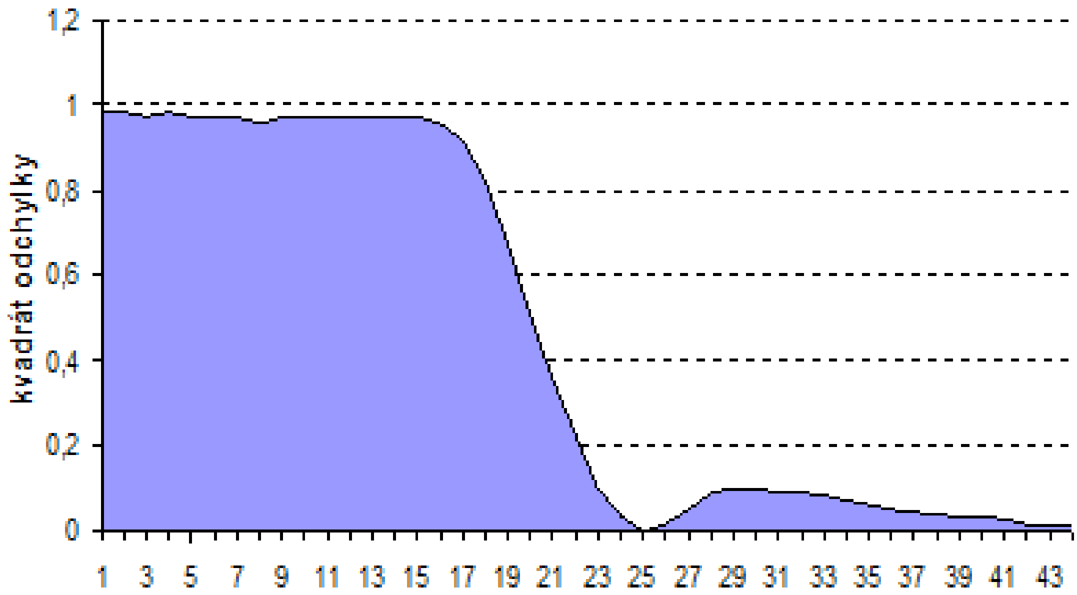
Kvadratické kritérium pre konečný horizont predikcie dĺžky N je:

$$J(x(t), u(t), \ldots, u(N-1)) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}[x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k] + \frac{1}{2}x_N^T Q_N x_N \tag{3}$$

kde:

$$\begin{aligned} x_(k+1) &= Ax_k + Bu_k \\ x_0 &= x(t), \\ Q = Q^T \succcurlyeq 0, Q_N = Q_N^T \succcurlyeq 0, R &= R^T \succ 0 \\ Q_N &\in R^{n\times n} \\ R &\in R^{m\times m} \end{aligned} \tag{4}$$

Matice, Q, Q_N a R sú nazývané váhové matice a spolu s horizontom predikcie N sú nazývané parametrami na ladenie prediktívneho regulátora. Nájdenie optimálneho riadenia, ktoré by minimalizovalo kvadratické kritérium predstavuje dynamickú optimalizáciu a má



Obrázok 4: Plocha kvadrátu regulačnej odchýlky

v tomto prípade aj analytické riešenie: [6]

$$\begin{aligned} x_{t+k} &= A^k x_0 + \sum_{i=0}^{k-1} A^i B u_{k-1-i} \\ u_{t,N} &= [u_t^T, \ldots, u_{t+N-1}^T] \end{aligned} \tag{5}$$

Vyjadrenie predikovaného stavu je potom:

$$[x_{t+1}^T, \ldots, x_{t+N}^T]^T = V x_0 + T u_{t,N} \tag{6}$$

Táto rovnica je jedna z najdôležitejších pri pochopení fungovania on-line prediktívneho algoritmu. Preto je vhodné ukázať ako matica V a T vyzerajú pre konkrétny jednoduchý systém s horizontom predikcie N = 3 zadaný v stavovom priestore:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0 \\ x_0 &= \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

Matice V a T budú vyzerať:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1,5 & 0,5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2,5 & 1,5 & 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^0B & 0 & 0 \\ A^1B & A^0B & 0 \\ A^2B & A^1B & A^0B \end{bmatrix} \tag{8}$$

Výsledný vzťah:

$$[\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{32} \end{bmatrix}]^T = \begin{bmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^0B & 0 & 0 \\ A^1B & A^0B & 0 \\ A^2B & A^1B & A^0B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Dôležitý krok pri hľadaní optimálneho riadenia je zo vzťahu 3 „odstrániť“ sumu. Finálny vzťah vyzerá:

$$J\left(x\left(t\right), U_t\right) = \frac{1}{2} {u_{t,N}}^T H u_{t,N} + x^T\left(t\right) F U_t + \frac{1}{2} x^T\left(t\right) \mathrm{Yx}\left(t\right), \tag{10}$$

Matica $H \in R^{(m \bullet N \times m \bullet N)}$, $F \in R^{(n \times m \bullet N)}$, $Y \in R^{(n \times n)}$. Ak sa symbol $\bigotimes$ označí ako kroneckerovo násobenie matíc a $I_j \in R^{(j \times j)}$, jednotková matica s príslušnou dimenziou, tak platí:

$$H = T^T \tilde{Q} T + I_N \bigotimes R, \quad F = V^T \tilde{Q} T, \quad Y = V^T \tilde{Q} V$$
$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} I_{N-1} \otimes Q & 0 \\ 0 & Q_N \end{bmatrix} \tag{11}$$

Pre systém zo vzťahu 7 a váhy $Q = Q_N = I_2$, $R = 0,1$ budú jednotlivé matice vyzerať:

$$H = \begin{bmatrix} 11,85 & 6,5 & 2,25 \\ 6,5 & 4,6 & 1,75 \\ 2,25 & 1,75 & 1,35 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 14 & 7,5 & 2,5 \\ 4,5 & 2 & 0,5 \end{bmatrix}, \\ Y = \begin{bmatrix} 17 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Optimálnu riadiacu sekvenciu je možné dostať minimalizáciou kvadratickej formy 10:

$$u_{t,N}^{*}\left(x\left(t\right)\right) = \arg\min_{u_{t,N}} \left\{J(x\left(t\right), u_{t,N}\ \right\} = -H^{-1}F^{T}x(t) \tag{13}$$

Optimálna hodnota kritéria je:

$$J^{*}\left(x\left(t\right)\right) = \min_{u_{t,N}} \left\{J(x\left(t\right), u_{t,N}\ \right\} = \frac{1}{2}x^{T}(t)(Y - FH^{-1}F^{T})x(t) \tag{14}$$

Na to aby sa zabezpečila spätná väzba, je potrebné v každom kroku použiť iba prvú hodnotu zo sekvencie riadiacich zásahov a potom zmerať stav a na základe tej hodnoty znovu vypočítať optimálnu sekvenciu riadiacich zásahov. Bez merania stavu, by to bola regulácia v otvorenom regulačnom obvode. Meranie stavu a jeho použitie pri výpočte nasledujúceho riadiaceho zásahu v každom kroku zabezpečí reguláciu v uzavretom regulačnom obvode.

1.1.2 On-line MPC s obmedzením

Doteraz sa reguloval systém, v ktorom nebolo žiadne obmedzenie. V realite ich však býva mnoho. Pokiaľ sa pri návrhu regulátora začnú brať do úvahy rovnice 2, bude ich treba zapracovať do výpočtu. Pri návrhu prediktívneho regulátora s obmedzením sa využíva kvadratické programovanie. Úloha kvadratického programovania je úlohou nelineárneho programovania, v ktorej sústava ohraničení je lineárna a účelová funkcia je kvadratická. Všeobecná formulácia kvadratickej úlohy je:

$$\begin{gathered} f\left(x\right) = \min_{x} \left\{x^{T}Hx + F^{T}\mathrm{x}\ \right\} \\ x \in D = \{\mathrm{x}|\quad Lx \leq m_{c},\ x \geq 0\} \end{gathered} \tag{15}$$

Pre návrh regulátora je premenná, ktorej minimum sa hľadá, sekvencia riadiacich zásahov $u_{t,N}^{*}$. Rovnice pre prediktívny regulátor s obmedzením následne vyzerajú:

$$J\left(x\left(t\right),\ u\left(t\right),\dots,\ u\left(N-1\right)\right)=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\left[x_k^TQx_k+u_k^TRu_k\right]+\ \frac{1}{2}x_N^TQ_Nx_N \tag{16}$$

kde:

$$\begin{aligned} x_{k+1}=Ax_k+Bu_k,\\ x_0=x\left(t\right),\\ E_cx_k+G_cu_k\leq m_c,\quad k=1\dots N\\ Q=Q^T\succcurlyeq 0,\ Q_N=Q_N^T\succcurlyeq 0,\ R=R^T\succ 0 \end{aligned} \tag{17}$$

Aby bolo možné sústavu rovníc 16 a 17 zapracovať do kvadratického programovania, previesť do maticového tvaru. Prvá časť rovnice ostáva nezmenená, pridá sa k nej druhá časť:

$$\begin{aligned} J\left(x\left(t\right),U_t\right)=\ \frac{1}{2}{u_{t,N}}^THu_{t,N}+x^T\left(t\right)FU_t+\frac{1}{2}x^T\left(t\right)\mathrm{Yx}\left(t\right),\\ Gu_{t,N}\leq w+Ex(t) \end{aligned} \tag{18}$$

Kde matice H, F, Y sú určené rovnako ako vo vzťahu 11 a matice G, E, a vektor w majú tvar:

$$G=\begin{bmatrix}-I_N\\ I_N\\ -(I_N\otimes CT)\\ (I_N\otimes CT)\\ \vdots\end{bmatrix},\ E=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -(I_N\otimes CV)\\ (I_N\otimes CV)\\ \vdots\end{bmatrix},\ w=\begin{bmatrix}-(1_N\otimes u_{\min})\\ (1_N\otimes u_{\max})\\ -(1_N\otimes y_{\min})\\ (1_N\otimes y_{\max})\\ \vdots\end{bmatrix} \tag{19}$$

V rovnici 19 sú znázornené základné systémové obmedzenia. Môže existovať ďaleko viac. 1_N predstavuje jednotkový vektor o veľkosti N. Prvé dva riadky matice G, $G_{1,2}\in R^{N\times N}$, E, $E_{1,2}\in R^{N\times n}$ a vektor W, $W_{1,2}\in R^N$ v (19) predstavujú obmedzenia vstupu. Druhé dva riadky matice G, $G_{3,4}\in R^{N\times N}$, E, $E_{3,4}\in R^{N\times n}$ a vektor W, $W_{3,4}\in R^N$ v 19 predstavujú obmedzenia výstupu. Ďalšie obmedzenia, by museli nadobúdať rovnaké rozmery ako predošlé riadky príslušných matíc a vektora.

Ak sa pridajú do systému 7 obmedzenia na vstup a výstup:

$$-1\leq u\left(t\right)\leq 1,\quad -10\leq y\left(t\right)\leq\ 10 \tag{20}$$

matice G, E a vektor w budú vyzerajú:

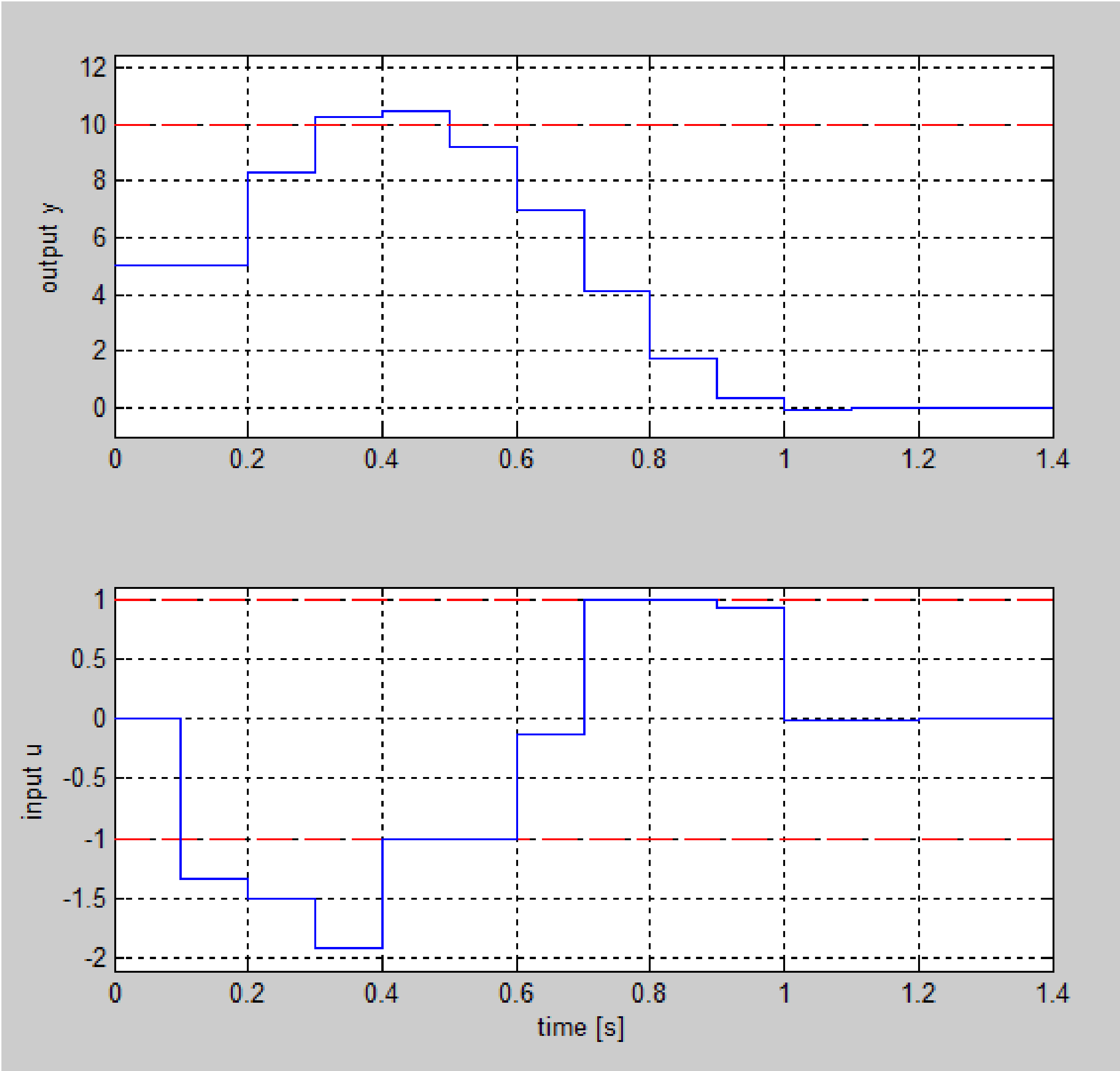
$$G = \begin{bmatrix} -I_3 \\ I_3 \\ -(I_3 \otimes CT) \\ (I_3 \otimes CT) \end{bmatrix}, \; E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(I_3 \otimes CV) \\ (I_3 \otimes CV) \\ \vdots \end{bmatrix}, \; m_c = \begin{bmatrix} -(1_3 \otimes u_{\min}) \\ (1_3 \otimes u_{\max}) \\ -(1_3 \otimes y_{\min}) \\ (1_3 \otimes y_{\max}) \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$G = \begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ -\begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0,5 & 0 \\ 2,5 & 1,5 & 0,5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0,5 & 0 \\ 2,5 & 1,5 & 0,5 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \; E = \begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ -\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \; w = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \tag{22}$$

Vznikne sústava lineárnych rovníc, ktoré tvoria obmedzenia pre kvadratický problém.

$$\begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ -\begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0,5 & 0 \\ 2,5 & 1,5 & 0,5 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 1,5 & 0,5 & 0 \\ 2,5 & 1,5 & 0,5 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ -\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix} \tag{23}$$

Ak sú obmedzenia na systém príliš striktné, môže sa stať, že kvadratický problém nemá riešenie. Takáto situácia je znázornená na obrázku 5.

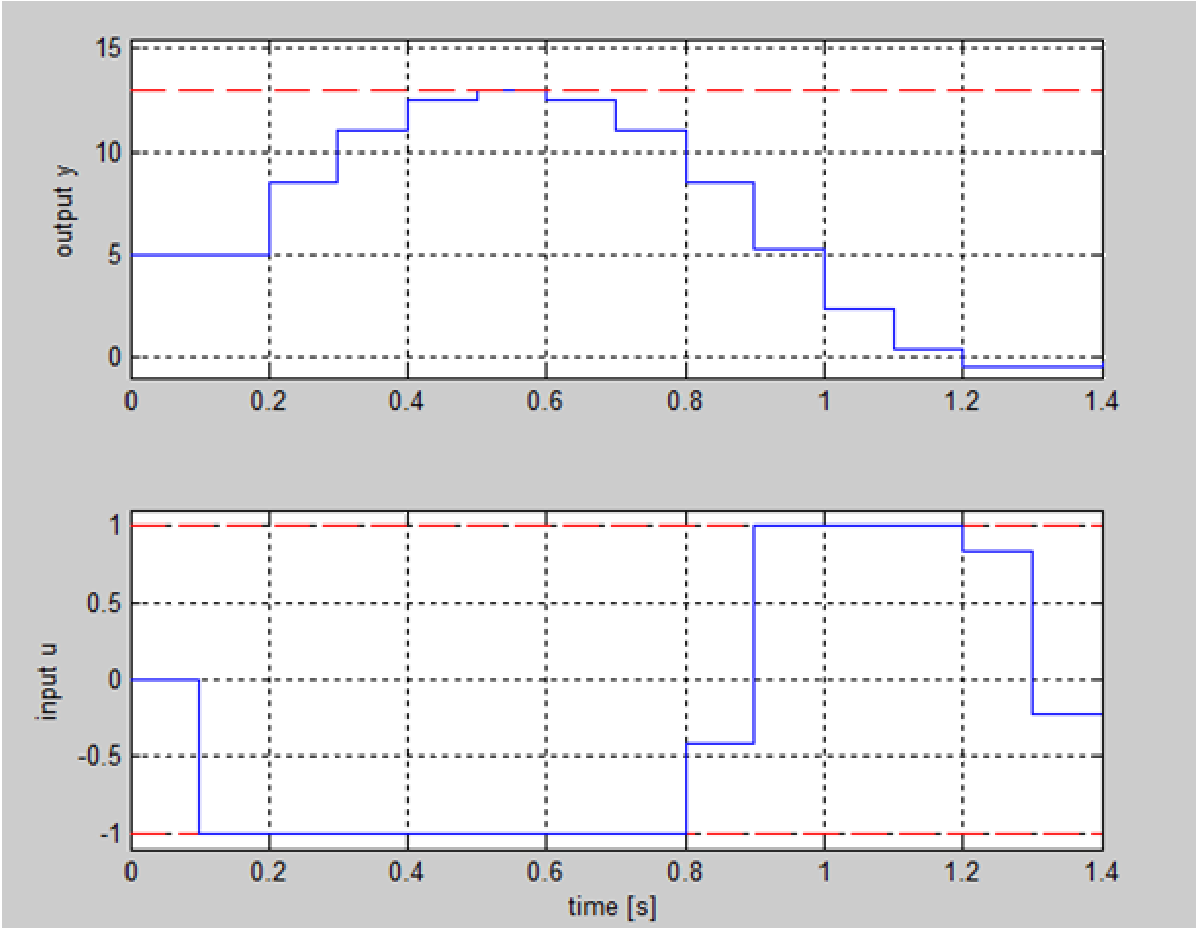


Obrázok 5: Časový priebeh výstupnej veličiny a riadiaceho zásahu pre neriešiteľný kvadratický problém. Červená čiara predstavuje obmedzenie na danú veličinu

Ak by obmedzenia na výstup boli napríklad $-13 \leq y\left(t\right) \leq \ 13$, kvadratický problém by bol riešiteľný a jeho riešenie pre horizont predikcie 3 je zobrazene na obrázku 6.

1.1.3 On-line MPC so sledovaním referenčného signálu

Doteraz bol riešený regulátor, ktorý reguloval hodnotu k „počiatku“ k hodnote 0 alebo nulovému vektoru. Táto kapitola obsahuje návrh MPC regulátora, ktorý bude sledovať po častiach konštantný referenčný signál r(t). Stále sa berie do úvahy systém 1. Najprv



Obrázok 6: Časový priebeh výstupnej veličiny a riadiaceho zásahu riešiteľného kvadratického problému

je potrebné nahradiť člen $x_k^T Q x_k$ v pôvodnom kritériu 17 odchýlkou

$$(z_k - r_k)^T Q_y (z_k - r_k) \tag{24}$$

kde

$$z\left(t\right) = Zy\left(t\right), \ z\left(t\right) \in R^{p_z}, \ p_z \leq p, \ r \leq m \tag{25}$$

Aby to bolo možné, je potrebné poznať predikovanú hodnotu referenčného signálu. Ta môže byť definovaná rôznymi spôsobmi jedna z možností: r(t+1)=r(t).

V ustálenom stave je potrebné, aby platila rovnosť $z_u = r_u$. Takže:

$$\begin{bmatrix} I_n - A & -B \\ \text{ZC} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_u \\ u_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_u \end{bmatrix} \tag{26}$$

Ak ma predchádzajúca matica plnú riadkovú hodnosť, existuje riešenie u_u a x_u.. V dôsledku nenulového ustáleného vstupu sa v praxi často používa odchýlka $u_k = u_k - u_{k-1}$. Ak sústava obsahuje integrátor, je lepšie použiť hodnotu u. [6]

Kritérium pre sledovanie referencie má tvar:

$$J\left(x\left(t\right),\ u\left(t\right), \ldots,\ u\left(N-1\right)\right) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\left[e_k^T Q_e e_k + u_k^T R u_k\right] \tag{27}$$

kde

$$e_k = y_k - r_k \tag{28}$$

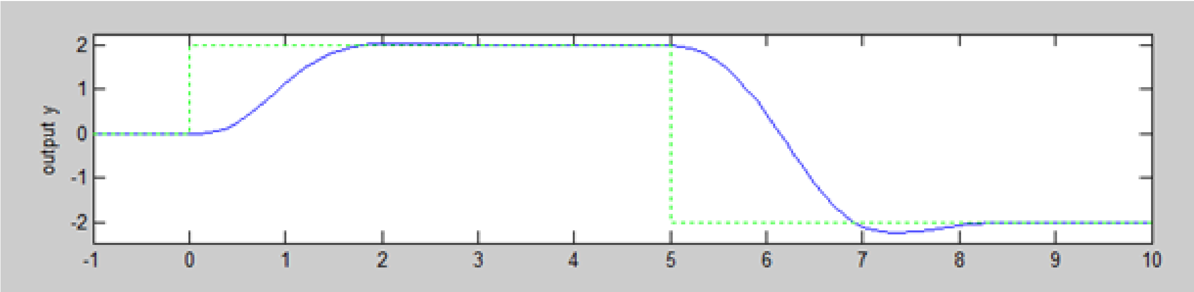
je regulačná odchýlka a

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} \tag{29}$$

je optimalizovaná premenná. Systém rozšírený o históriu riadiaceho zásahu u_k a generátor referencie r_k je formulovaný:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \\ r_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ 0 & I_m & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_{k-1} \\ r_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I_m \\ 0 \end{bmatrix} u_k = &\ A_m \hat{x_k} + B_m u_k \\ e_k = \begin{bmatrix} C & 0 & -I_{n_y} \end{bmatrix} \hat{x_k} = &\ C_m \hat{x_k} \end{aligned} \tag{30}$$

Po upravení algoritmu na sledovanie po častiach spojitého referenčného signálu už MPC regulátor neriadi výstupnú veličinu k 0 hodnote alebo vektoru, ale ku aktuálnej hodnote prípadne vektoru referenčného signálu v kroku k, . . . , k + N - 1, kde N predstavuje horizont predikcie. Preto referenčný signál vstupujúci do výpočtu je je buď vektor pre jednorozmerné systémy (SISO) alebo matica pre viacrozmerné systémy (MIMO). Časový priebeh výstupnej veličiny SISO systému regulovaného MPC regulátorom so sledovaním referencie je znázornený na obrázku 7.



Obrázok 7: Sledovanie referencie, časové priebehy - zelená referencia, modrá výstup systému

1.1.4 Explicitné riešenie - offline MPC

Je zrejmé, že optimálna hodnota kritéria 14 a optimálna riadiaca sekvencia 13 (aj s obmedzeniami) sú funkciou stavu x(t). Túto úlohu je možné formulovať pomocou **multiparametrického kvadratického programovania** (mp-QP), ktoré sa snaží nájsť optimálne riešenie pre všetky možné hodnoty parametra x(t) vopred. Ak sa spraví substitúcia rovnice

$$J^* \left(x\left(t\right)\right) = \min_{u_t, N} \left\{ J\left(x\left(t\right), u_t\right) \middle| \, G u_t \leq W + E x(t) \right\} \tag{31}$$

pomocou

$$u_t = \tilde{u}_t - H^{-1} F^T x(t) \tag{32}$$

vznikne:

$$J^* \left(x\left(t\right)\right) = \min_{u_t, N} \left\{ J\left(\tilde{u}_t, x\left(t\right)\right) = \frac{1}{2} \tilde{u}_t^T H \tilde{u}_t + \beta \middle| G \tilde{u}_t \leq W + S x(t) \right\} \tag{33}$$

Kde $S = E + GH^{-1}F^T$ a $\beta = \frac{1}{2} x\left(t\right)^T \left(FH^{-1}F^T + Y\right) x(t)$. Ešte je potrebné zaviesť množinu indexov I= $\{1, \ldots, \; q\}$, ktorá zodpovedá riadkom matice G, W a S.
Kritický región CR je taká polytopická oblasť v priestore parametrov x(t), ktorá má v optimálnej hodnote $J^* \left(x\left(t\right)\right), \; u^* \left(x\left(t\right)\right)$ aktívne rovnaké obmedzenia $A(x(t)) \subset I$. Takže platí

$$G_A \tilde{u}_t{}^* \left(x\left(t\right)\right) = W_A + S_A x\left(t\right) \;\; pre \;\, x(t) \in CR \tag{34}$$

Nech $H \succ 0$ a nech $G_A$majú lineárne nezávisle riadky, potom optimálna sekvencia $\tilde{u_t}^* \left(x\left(t\right)\right)$ je jednoznačne definovaná afinnou funkciou stavu x(t) na danom kritickom regióne CR.

$$\tilde{u_t}^* \left(x\left(t\right)\right) = H^{-1} G_A^T (G_A H^{-1} G_A^T)(W_A + S_A x\left(t\right)) \tag{35}$$

Ak sa preformuluje optimalizačný problém 13 (s obmedzeniami) ako mp-QP a $H \succ 0$, potom optimálna riadiaca sekvencia $u_t{}^* \left(x\left(t\right)\right) : X_{\text{feas}} \to R^m$ je spojitá, po častiach afinná funkcia na polyedry a optimálna hodnota $J^*(x\left(t\right))$ je spojitá, konvexná a po častiach kvadratická funkcia na polyedry.

Algoritmus mp-QP najskôr spočíta riešenie (13) (s obmedzeniami) pre vhodne zvolenú počiatočnú podmienku ($x_0 \in X_{\text{feas}}$) a vytvorí sa príslušný kritický región CR_0. Potom rekurzívne prehľadá okolie a vytvára nové regióny. Výsledkom je rozdelenie oblasti X_{feas}do kritických regiónov $CR_i = \{x|\, P_i x \leq p_i\}$, nad ktorými je definovaná spojitá afinná funkcia:

$$u_t{}^* \left(x\left(t\right)\right) = F_i x\left(t\right) + G_i \tag{36}$$

a spojitá kvadratická funkcia

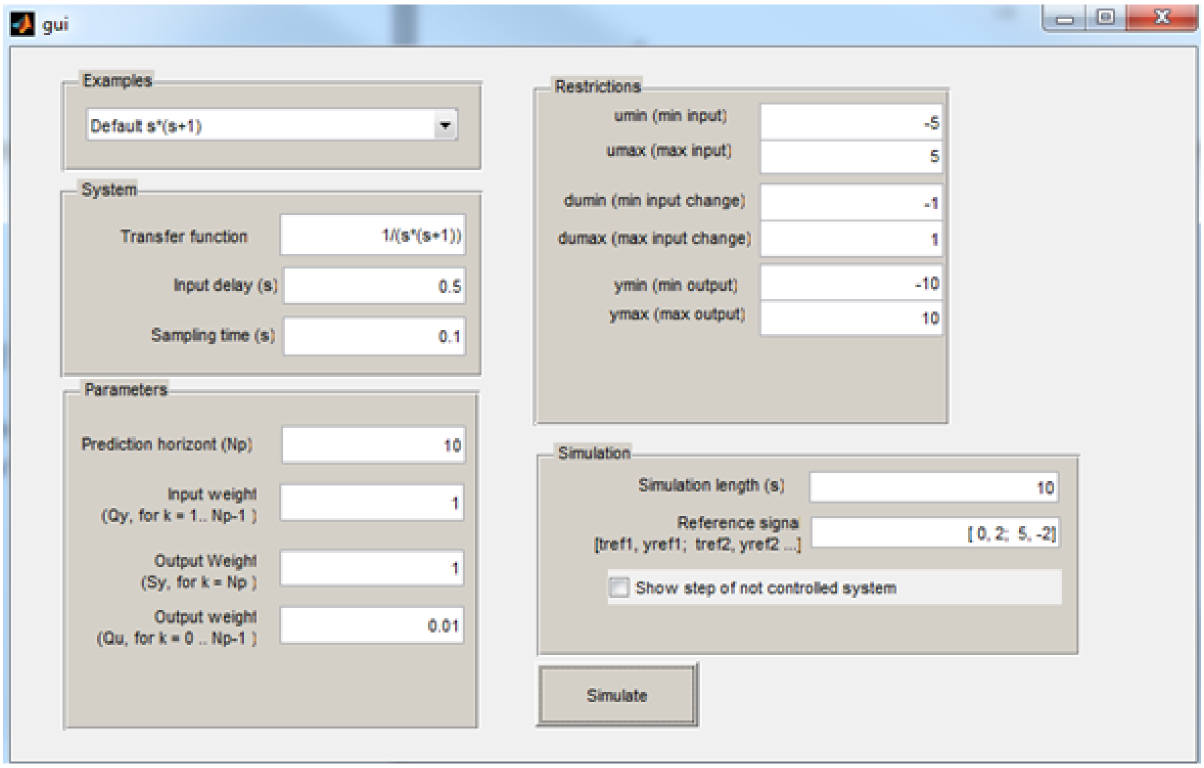
$$J_t{}^* \left(x\left(t\right)\right) = x^T\left(t\right) A_i x\left(t\right) + B_i x\left(t\right) + C_i \tag{37}$$

Týmto sa presunula numerická výpočtová náročnosť optimalizácie 13 k off-line výpočtom. V priebehu riadenia stačí identifikovať región $\mathrm{CR_i}$, obsahujúci aktuálny stav x(t) a aplikovať príslušný zákon riadenia . [6]

Takýmto spôsobom je možné rozdeliť výpočtovú zložitosť na dve časti. Prvá, výpočtovo zložitejšia, časť je hľadanie kritických regiónov, ktorá sa môže uskutočniť pred zavedením regulátora do behu. Tuto nie je čas kritický, pretože regulačný proces nebeží. Druhá časť je počas behu regulačného procesu. Tá predstavuje časovo nenáročnú operáciu vyhľadania kritického regiónu v pamäti a podľa neho vrátiť akčný zásah. Hlavná nevýhoda offline - explicitného riešenia je, že systém je jednorázovo daný a už počas behu nevstupuje do výpočtu na rozdiel od online riešenia, kde do každého kroku matematický model systému vstupuje a teda je možné matematický model dynamicky adaptovať, aby čo najviac zodpovedal reálnemu systému. Pri voľbe spôsobu implementácie praktickej časti pre výučbu aj neskôr v IoT prostredí, tento fakt zavážil a zvolila sa online metóda implementácie.

1.2 Overenie On-line MPC algoritmu

Po teoretickom základe nasleduje overenie regulátora v programe, ktorý bol vytvorený pre účely využitia v pedagogickom procese v prostredí Matlab a jeho súčasti Guide. Guide slúži na vytváranie grafických rozhraní. Grafické rozhranie vytvoreného programu je znázornené na obrázku 8



Obrázok 8: Grafické rozhranie k programu na testovanie MPC algoritmu.

a ponúka pre používateľa možnosti zadania:

- Systémových nastavení:
  - Automatický vyplniť určité druhy systému
  - Zadať akúkoľvek prechodovú funkciu v s alebo z oblasti systému, ktorý má byť riadený
  - Zadať dopravné oneskorenie systému
  - periódu vzorkovania
- Ladiace parametre
  - váha vstupu

    - váha výstupu pre budúce hodnoty v kroku k=0 . . . N-1, N je horizont predikcie.
    - váha výstupu pre budúcu hodnotu v kroku k=N, kde N je horizont predikcie

- Obmedzenia systému
    - minimálny vstup
    - maximálny vstup
    - minimálna zmena vstupu
    - maximálna zmena vstupu
    - minimálny výstup systému
    - maximálny výstup systému

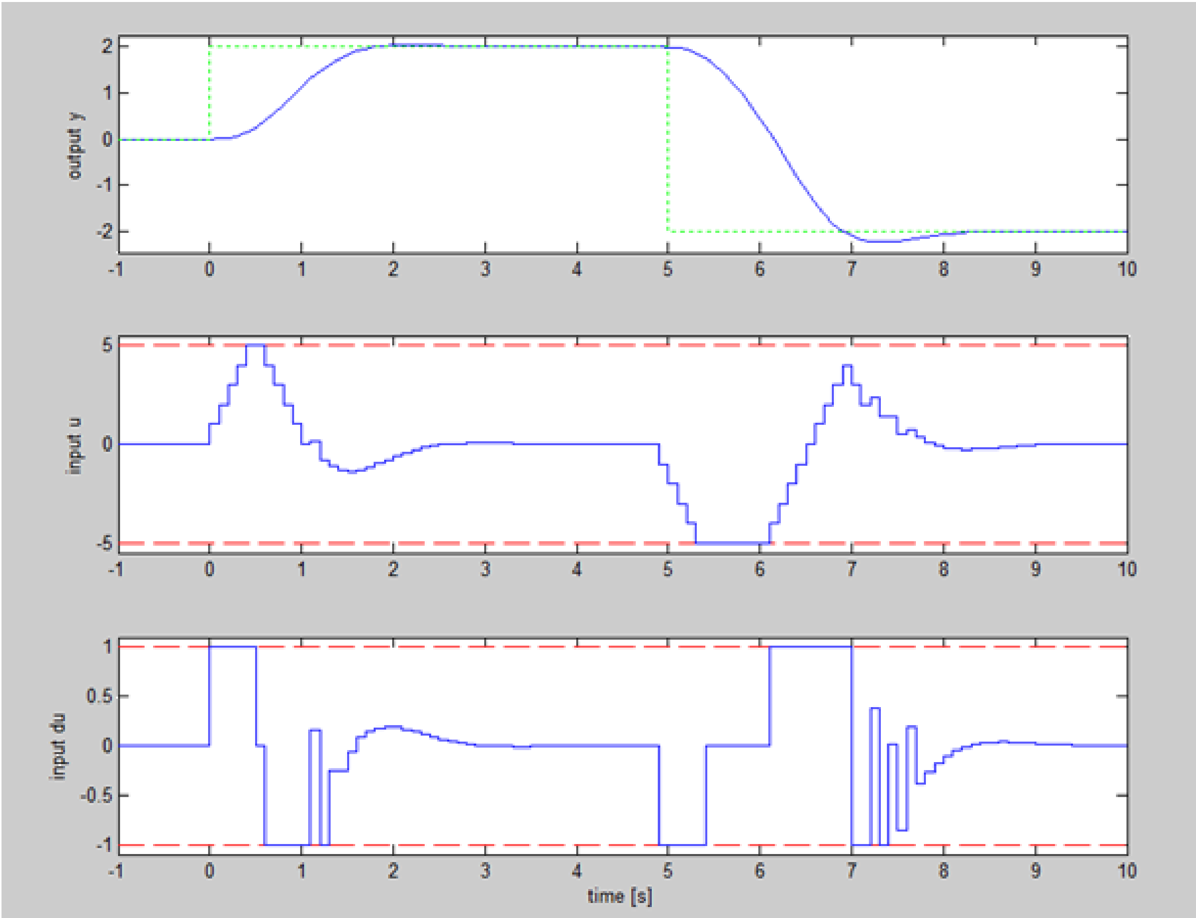
- Parametre simulácie
    - čas simulácie
    - referenčný signál zadávaný vo forme vektor dvojice hodnôt, kde prvá identifikuje čas, kedy ma zmena nastať a druhá hodnota veľkosti skoku.

Výstup z grafického rozhrania po ponechaní prednastavených hodnôt sú grafy zobrazené na obrázku 9.

V prvom grafe obrázku 9 je znázornený časový priebeh sledovania referenčnej hodnoty výstupnou veličinou. Zelenou farbou je referenčná veličina a výstupna veličina modrou. V druhom grafe obrázku 9 je znázornený riadiaci zásah systému modrou farbou a obmedzenia riadiaceho zásahu červenou farbou. V treťom grafe obrázku 9 je znázornená zmena riadiaceho zásahu modrou farbou a obmedzenia červenou. Hodnotenie kvality regulácie priamymi ukazovateľmi [2]

- Doba regulácie:
    - Pre zmenu v čase 0s (zmena 1.) z hodnoty 0 na 2 je doba regulácie 2 sekundy
    - Pre zmenu v čase 5s (zmena 2.) z hodnoty 2 na -2 je doba regulácie 3 sekundy

- Preregulovanie:
    - Pre zmenu 1. došlo k minimálnemu preregulovaniu.
    - Pre zmenu 2. je preregulovanie badateľné.



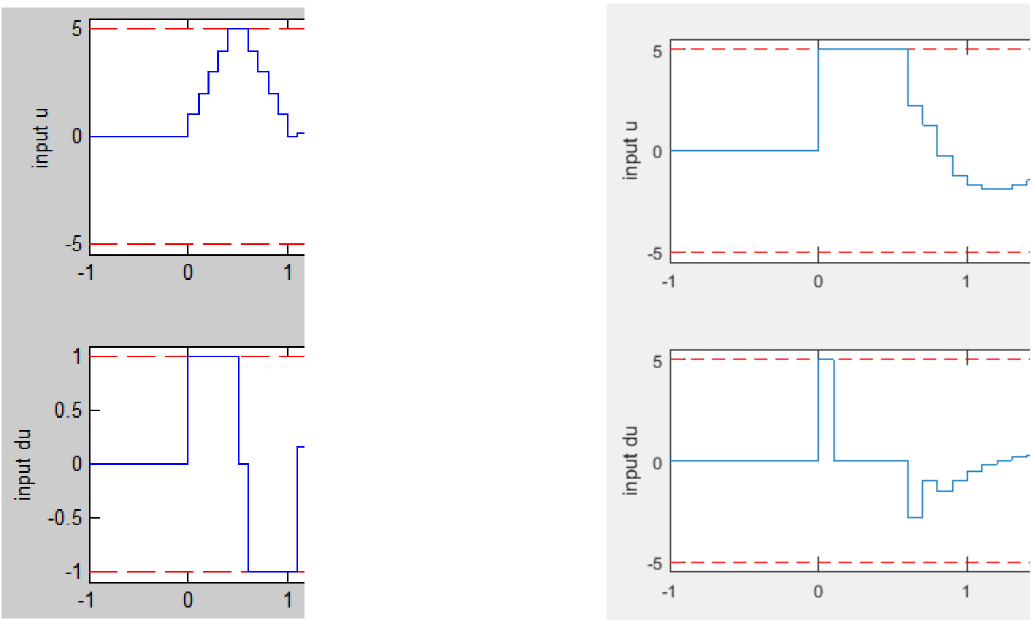
Obrázok 9: Časové priebehy výstupu systému, riadiaceho zásahu a zmeny riadiaceho zázsahu.

- Regulačná odchýlka:
  - Regulačná odchýlka je pre oba prípady 0.

Nie je tu porovnanie voči iným regulátorom, pretože to nie je zámerom tejto kapitoly. Kapitola slúži na demonštráciu funkčnosti predchádzajúcej teórie. Čo je však dôležité si na tomto mieste zdôrazniť je znázornenie ako vplývajú obmedzenia na riadenie systému.

- **Obmedzenie veľkosti akčného zásahu** je možné pozorovať v strednom grafe obrázku 9 pri zmene 2. v čase 5.3 sekundy, kedy vidieť ako systém narazil na obmedzenie akčného zásahu a na tejto hodnote ostane až do času 6.1 sekundy. Ak by obmedzenie nebolo samozrejme by bola doba regulácie kratšia avšak akčný zásah bez obmedzení vo väčšine prípadov nezodpovedá realite.
- **Obmedzenie veľkosti zmeny akčného zásahu** je opäť možné pozorovať v strednom grafe obrázku 9 pri obidvoch zmenách referenčného signálu. Zvýraznené to je

v obrázku 10a. Riadiaci zásah v tvare „schodov“ je dôsledkom tohto obmedzenia zmeny akčného zásahu. Z obrázku 10a je možné vyčítať periódu vzorkovania 0.1 sekundy, keďže je v grafe za 1 sekundu 10 zmien akčného zásahu. Prípad, že obmedzenie zmeny akčného zásahu je nastavené na hodnotu 5 (rovnaká ako obmedzenie akčného zásahu) je zobrazené na obrázku 10b.



(a) Zapnuté obmedzenie

(b) Vypnuté obmedzenie.

Obrázok 10: Ukážka vplyvu obmedzenia zmeny riadiaceho zásahu na časový priebeh riadiaceho zásahu.

Ďalší nástroj na overenie MPC algoritmu je voľne stiahnuteľný a použiteľný v prostredí Matlab. Názov je MPT toolbox. Je to dielo inštitútu pre automatizáciu vo Švajčiarsku. Tento program je jeden z najpoužívanejších v prostredí Matlab.

Záver

TODO: zaver

Zoznam použitej literatúry

[1] 10 iot predictions for 2016 - page: 1 | crn. http://www.crn.com/slide-shows/networking/300079629/10-iot-predictions-for-2016.htm. Accessed on 14-06-2016).

[2] Stabilita, kvalita a presnosť regulácie | www.senzorika.leteckafakulta.sk. http://www.senzorika.leteckafakulta.sk/?q=node/298. (Accessed on 15-06-2016).

[3] Balandat, M. Constrained Robust Optimal Trajectory Tracking: Model Predictive Control Approaches. http://hybrid.eecs.berkeley.edu/~max/pubs/pdf/Diploma_Thesis.pdf. Accessed on 12-02-2014).

[4] Bemporad, A., and Morari, M. Robust Model Predictive Control: A Survey, 1999.

[5] Bradley, A., Bennick, A., and Salciccioli, M. Model Predictive Control. https://controls.engin.umich.edu/wiki/index.php/MPC/. Accessed on 12-02-2014).

[6] Řehoř, J. Návrh explicitního prediktivního regulátoru s využitím Multi-Parametric Toolboxu pro Matlab. http://www2.humusoft.cz/www/papers/tcp07/rehor.pdf. Accessed on 12-02-2014).

[7] Takács, G., and Rohaľ-Ilkiv, B. Model Predictive Vibration Control, 2012.