

Aalto-yliopisto

MS-C2107 - Sovelletun matematiikan tietokonetyöt

Tietokoneharjoitus 12: Suomen lentolinjat

Anton Saari, 100941881, Lauri Sainio, 101765817
anton.g.saari@aalto.fi, lauri.sainio@aalto.fi

Palautettu: 2. tammikuuta 2026

Tiivistelmä

Tässä työssä optimoidaan Suomen Lentolinjat oy nimisen lentoyhtiön uuden lentokonetyypin matkustamon paikkajakauma siten, että lipputulojen odotusarvo maksimoituu epävarman kysynnän olosuhteissa. Kolmeen kysyntäskenaarioon perustuva stokastinen optimointimalli toteutettiin Excelin Solver-työkalulla, jonka avulla tarkasteltiin Economy-, Business- ja 1. luokan kapasiteetin allokointia. Optimointi toteutettiin Evolutionary-ratkaisimella kahdessa seuraavassa skenaariossa. Perusskenaariossa, jossa ylijäämäpaikkoja ei myydä pois, optimaalinen ratkaisu painoittui selvästi Economy-luokkaan ja tuotti odotettavasti 120 654 euroa lipputuloina. Kun malliin lisättiin mahdollisuus myydä käyttämättä jääneet Business- ja 1. luokan paikat 850 eurolla, optimaalinen paikkajakauma siirtyi kohti kalliimpia luokkia ja odotetu tuotto kasvoi tällöin 136 510 euroon. Tulokset osoittavat, että dynaaminen hinnoittelu parantaa matkustamon tilankäytön kannattavuutta erityisesti ylemmissä palveluluokissa.

Sisällys

| | |
|--------------------------------------|----------|
| 1 Johdanto | 4 |
| 2 Mallinnus | 4 |
| 2.1 Asettelu ja rajoitteet | 4 |
| 2.2 Matemaattinen esitys | 5 |
| 2.3 Optimointimenetelmä | 5 |
| 2.3.1 Perusskenaario | 5 |
| 2.3.2 Joustava hinnoittelu | 6 |
| 3 Tulokset | 6 |
| 3.1 Perusskenaario | 6 |
| 3.2 Joustava hinnoittelu | 6 |
| 4 Johtopäätökset | 7 |
| 4.1 Mallin rajoitteet | 7 |
| A Perusskenaario | 8 |
| B Joustava hinnoittelu | 9 |

1 Johdanto

Lentoyhtiöiden liiketoiminta perustuu kiinteään kapasiteetin mahdollisimman tehokkaaseen hyödyntämiseen. Koska kysyntä on epävarmaa ja vaihtelee sesongin mukaan, päätökset lentokoneen konfiguraatiosta on tehtävä odotusarvojen perusteella. Suomen Lentolinjat Oy on ottamassa käyttöön uuden konetyypin, jonka kokonaiskapasiteetti on rajallinen, ja tilan jakaminen eri hintaluokkien välillä on kriittinen tekijä kannattavuudelle.

Tässä raportissa ratkaistaan optimointiongelma, jossa määritetään Economy-, Business- ja 1. luokan paikkojen lukumäärät siten, että tuoton odotusarvo maksimoituu. Ongelma on luonteeltaan stokastinen, sillä kysyntä noudattaa annettua todennäköisyysjakaumaa. Lisäksi tarkastelemme herkkyyssanalyysin omaisesti tilannetta, jossa yhtiö voi soveltaa dynaamista hinnoittelua myymällä ylijäämäpaikkoja alennettuun hintaan.

2 Mallinnus

2.1 Asettelu ja rajoitteet

Lentokoneen kokonaiskapasiteetti on ilmaistu "Economy-yksikköinä", joita on käytössä yhteensä 200 kappaletta. Eri matkustusluokat vievät tilaa ja tuottavat tuloja taulukon 1 mukaisesti.

Taulukko 1: Paikkojen suunnitellut hinnat.

| Paikkatyyppi | Hinta (euroa) | Tarvittava kapasiteetti (Koko kone: 200) |
|--------------|---------------|--|
| Economy | 600 | 1 |
| Business | 1150 | 1.5 |
| 1. Luokka | 1700 | 2 |

Päätösmuuttujina $[x_1, x_2, x_3]$ ovat paikkamäärät eri luokissa. Nämä ovat kokonaislukuja, ja niiden painotetun summan on toteutettava 200 yksikön kapasiteettirajoite. Kysyntä vaihtelee kolmen skenaarion välillä, joiden todennäköisyydet ja kysyntämäärät ovat taulukon 2 mukaisia.

Taulukko 2: Kysynnän kolme eri skenaariota.

| Kysyntä | TN. | 1. Luokka | Business-luokka | Economy-luokka |
|----------------|-----|-----------|-----------------|----------------|
| Korkea | 35% | 35 | 75 | 215 |
| Keskimääräinen | 35% | 15 | 45 | 185 |
| Matala | 30% | 7 | 25 | 160 |

2.2 Matemaattinen esitys

Ongelma voidaan muotoilla matemaattisesti stokastisena kokonaislukuoptimointina. Kapasiteettirajoite on

$$\sum_{i=1}^3 c_i x_i \leq C_{max}, \quad (1)$$

missä x_i on paikkamäärä luokassa i , c_i on tilantarve (1, 1.5, 2) ja paikkojen maksimimäärä on $C_{max} = 200$. Myyntifunktio on

$$y_{ij} = \min(x_i, D_{ij}), \quad (2)$$

missä y_{ij} on toteutunut myynti ja D_{ij} on kysyntäennuste luokassa i ja skenaariossa j . Tavoitefunktio, eli maksimoitava odotusarvo on

$$\max E[R] = \sum_{j=1}^3 P_j \left(\sum_{i=1}^3 p_i \cdot y_{ij} \right), \quad (3)$$

missä P_j on skenaarion todennäköisyys ja p_i on lipun hinta luokassa i . Tämän tavoitefunktion lisäksi tarkastellaan dynaamista tilannetta, jossa business- ja 1. luokan ylijäämät paikat myydään 850 euron hinnalla

$$\max E[R_j] = \sum_{j=1}^3 P_j \left[\sum_{i=1}^3 (p_i \cdot y_{ij} + 850 \cdot \max(0, x_i - y_{ij})) \right]. \quad (4)$$

2.3 Optimointimenetelmä

Optimointi suoritetaan Excelissä solver-työkalun avulla. Käytetään molempien skenaarioiden optimointiin Evolutionary-ratkaisinta, sillä toteutus sisältää epäsuoria funktioita kuten Excelin MIN-funktio. Molempien tilanteiden toteutus on liitteissä A ja B.

2.3.1 Perusskenaario

Tavoitteena on maksimoida odotettu tuotto. Tässä tilanteessa tyhjäksi jäävän paikan arvo on 0 €. Kussakin skenaariossa myynti on aina yhtälön (2) mukaisesti pienempi luku asennetun kapasiteetin tai kyseisen skenaarion kysynnän väliltä. Tuotto on laskettu kolmelle eri skenaariolle erikseen kaavalla $\sum_{i=1}^3 p_i \cdot y_i$. Tällöin voiton odotusarvo on kaavan (3) mukainen. Solver-työkalulle on vielä lisätty rajoitteiksi, että paikkojen kokonaismäärä ei saa ylittää kahtasataa ja päätösmuuttujien täytyy olla kokonaislukuja. Ylä- ja alarajat päätösmuuttujille ovat 200 ja 0.

2.3.2 Joustava hinnoittelu

Toisessa vaiheessa oletetaan, että myymättä jääneet Business- ja 1. luokan paikat voidaan myydä 850 eurolla. Tämä muuttaa optimointiongelman luonnetta vähentämällä ylikapasiteetin riskiä kalliimmissa luokissa. Economy-luokan ylijäämäpaikoilla ei ole jäännösarvoa. Tyhjät paikat ovat otettu huomioon yhtälössä (4) ottamalla asennettujen ja myytyjen paikkojen erotus. Tällöin tuoton kaavoihin summataan loppuun termi, jossa kerrotaan tämä erotus 850 eurolla. Lopullinen kaava voiton odotusarvolle Excelissä pysyy samana kuin aikaisemmassa. Excelin solver-työkalun parametrit ovat tässä tilanteessa samat kuin perusskenaariossa.

3 Tulokset

3.1 Perusskenaario

Taulukko 3: Matkustamon paikkojen optimi luokkajakauma.

| Luokka | Economy | Business | 1. Luokka |
|-----------------|---------|----------|-----------|
| Paikkojen määrä | 145 | 26 | 8 |

Taulukosta 3 voidaan nähdä, että perusskenaariossa paikat ovat jakaantuneet vahvasti Economy-paikoille. Tämä johtuu 1.- ja Business luokkien paikkojen pienestä myynnistä, kun kysyntä on matalaa. Voiton odotusarvo tällä jakaumalla on 129645€ ja lentokoneen kaikki 200 paikkaa ovat täytetty.

3.2 Joustava hinnoittelu

Taulukko 4: Matkustamon paikkojen optimi luokkajakauma, kun ylijäämät Business- ja 1. Luokan paikat myydään 850 eurolla.

| Luokka | Economy | Business | 1. Luokka |
|-----------------|---------|----------|-----------|
| Paikkojen määrä | 56 | 76 | 15 |

Taulukosta 4 voidaan nähdä, että kun myymättömät 1.- ja Business luokan paikat myydään 850 eurolla, paikat jakaantuvat enemmän niiden puolelle. Varsinkin Business-luokan osuus kokonaiskapasiteetista on huomattava, sillä se vie 57% paikkojen kokonaismäärästä. Voiton odotusarvo on tällä jakaumalla 136510€ ja lentokoneen kaikki 200 paikkaa ovat täytetty.

4 Johtopäätökset

Tämän työn tavoitteena oli optimoida uuden lentokonetyypin matkustamon paikkajakauma siten, että lipputulojen odotusarvo maksimoituu, kun kysyntä voi vaihdella kolmen eri skenaarion välillä. Toteutettu stokastinen optimointimalli osoitti selkeästi, kuinka kysynnän vaihtelu ja eri luokkien tilantarpeet vaikuttavat optimaaliseen ratkaisuun.

Perusskenaariossa, jossa tyhjiksi jäävillä paikoilla ei ole oikein lisäarvoa, optimaalinen ratkaisu painottuu selvästi Economy-luokkaan. Tämä johtuu siitä, että Business- ja 1.luokan kysynnän vaihtelu kasvattaa riskiä myymättömistä paikoista. Turvallisimmaksi ja tuottoisimmaksi ratkaisuksi osoittautui lentokoneyhtiölle käyttää suurin osa kapasiteetista perusluokan paikkoihin. Tässä skenaariorissa odotettu tuotto oli 129 654 €, ja kaikki paikat tuli täytettyä.

Kun mukaan otettiin joustava hinnoittelu, jossa myymättä jääneet Business- ja 1. luokan paikat voidaan myydä 850 euron hinnalla, tilanne muuttui merkittävästi. Nyt kalliimpia luokkia voitiin lisätä pienemmällä riskillä matkustamoon. Tämän seurauksena optimaalinen ratkaisu siirtyi selvästi kohti Business-luokkaa, jonka osuus nousi yli puoleen kaikista paikoista. Odotettu tuotto kasvoi tällöin 136 510 euroon, ja kaikki paikat tuli täytettyä.

Tulosten perusteella voidaan todeta, että lentoyhtiölle on erittäin hyödyllistä ottaa käyttöön joustava hinnoittelu erityisesti Business- ja 1. luokan paikoille, koska se vähentää riskiä ja kasvattaa odotettavissa olevia lipputuloja.

4.1 Mallin rajoitteet

Vaikka toteutettu malli antaa selkeän suosituksen kapasiteetin allokointiin, se sisältää yksinkertaistuksia, jotka tulee huomioida tuloksia tulkittaessa suhteessa todelliseen lentoliiketoimintaan.

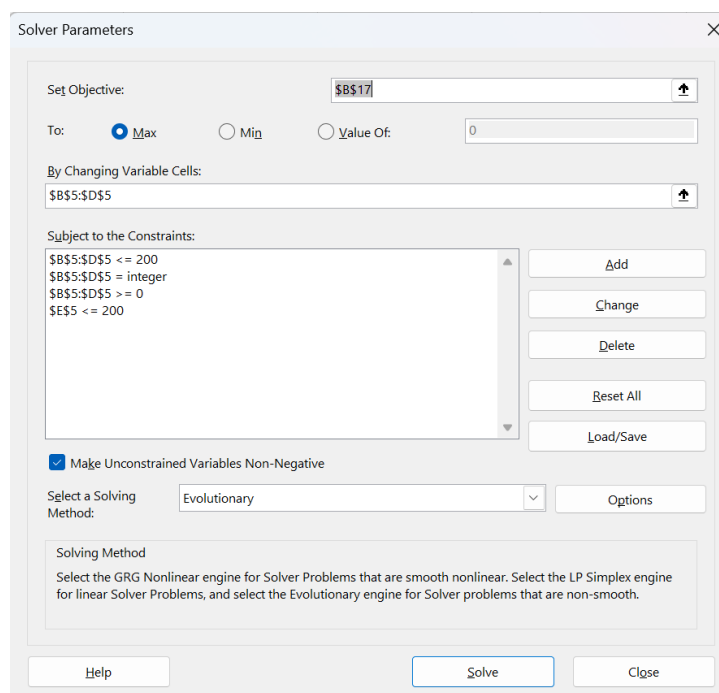
Merkittävin rajoite liittyy joustavan hinnoittelun oletukseen. Mallissa oletetaan, että kaikki Business- ja 1. luokan ylijäämäpaikat saadaan myytyä varmuudella 850 euron alennettuun hintaan. Todellisuudessa myös tälle joustavalle kysynnälle on olemassa yläraja. Mikäli ylijäämäpaikkoja on huomattavan paljon, on epätodennäköistä, että markkinoilta löytyisi äärettömästi ostajia edes alennetulla hinnalla. Mallin tarkkuutta voisi parantaa asettamalla erillinen kysyntärajoite myös tälle hintaluokalle.

Lisäksi mallin stokastisuus on diskreettiä. Kysynnän epävarmuutta kuvattiin vain kolmella kiinteällä skenaariolla (korkea, keski, matala). Todellisuudessa kysyntä noudattaa jatkuvampaa jakaumaa, jolloin ääripäiden ja keskiarvon väliin jää paljon variaatiota, jota tämä malli ei tunnista.

A Perusskenaario

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-------------------|------------------------|----------------|---------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | | 1. Luokka | Business | Economy | | |
| 2 | Hinnat | 1700 | 1150 | 600 | | |
| 3 | Tilantarve/200 | 2 | 1.5 | 1 | | |
| 4 | | | | | paikkojen kokonaismkm | |
| 5 | Optimoidut paikat | 8 | 26 | 145 | =B5*B3+C5*C3+D5*D3 | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | Todennäköisyys | Kysyntä (1.Lk) | Kysyntä (Bus) | Kysyntä(Eco) | |
| 8 | Korkea | 0.35 | 35 | 75 | 215 | |
| 9 | Keski | 0.35 | 15 | 45 | 185 | |
| 10 | Matala | 0.3 | 7 | 25 | 160 | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | Myynti (1.Lk) | Myynti (Bus) | Myynti (Eco) | Tyhjät(1.Lk) | Tyhjät(Bus) | Tuotto |
| 13 | =MIN(B\$5,C8) | =MIN(C5,D8) | =MIN(D5,E8) | =B5-A13 | =C5-B13 | =A13*B2+B13*C2+C13*D2 |
| 14 | =MIN(B\$5,C9) | =MIN(C5,D9) | =MIN(D5,E9) | =B5-A14 | =C5-B14 | =A14*B2+B14*C2+C14*D2 |
| 15 | =MIN(B\$5,C10) | =MIN(C5,D10) | =MIN(D5,E10) | =B5-A15 | =C5-B15 | =A15*B2+B15*C2+C15*D2 |
| 16 | | | | | | |
| 17 | E(Voitto) | =F13*B8+F14*B9+F15*B10 | | | | |
| 18 | | | | | | |
| 19 | | | | | | |

Kuva 1: Perusskenaarion Excel-toteutus



Kuva 2: Solver-työkalun parametrit, jotka pätevät molempiin tilanteisiin.

B Joustava hinnoittelu

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-------------------|------------------------|----------------|---------------|-----------------------|-------------------------------------|
| 1 | | 1. Luokka | Business | Economy | | |
| 2 | Hinnat | 1700 | 1150 | 600 | | |
| 3 | Tilantarve/200 | 2 | 1.5 | 1 | | |
| 4 | | | | | paikkojen kokonaistkm | |
| 5 | Optimoidut paikat | 15 | 76 | 56 | =B5*B3+C5*C3+D5*D3 | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | Todennäköisyys | Kysyntä (1.Lk) | Kysyntä (Bus) | Kysyntä(Eco) | |
| 8 | Korkea | 0.35 | 35 | 75 | 215 | |
| 9 | Keski | 0.35 | 15 | 45 | 185 | |
| 10 | Matala | 0.3 | 7 | 25 | 160 | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | Myynti (1.Lk) | Myynti (Bus) | Myynti (Eco) | Tyhjät(1.Lk) | Tyhjät(Bus) | Tuotto |
| 13 | =MIN(B\$5,C8) | =MIN(C5,D8) | =MIN(D5,E8) | =B5-A13 | =C5-B13 | =A13*B2+B13*C2+C13*D2+(D13+E13)*850 |
| 14 | =MIN(B\$5,C9) | =MIN(C5,D9) | =MIN(D5,E9) | =B5-A14 | =C5-B14 | =A14*B2+B14*C2+C14*D2+(D14+E14)*850 |
| 15 | =MIN(B\$5,C10) | =MIN(C5,D10) | =MIN(D5,E10) | =B5-A15 | =C5-B15 | =A15*B2+B15*C2+C15*D2+(D15+E15)*850 |
| 16 | | | | | | |
| 17 | E(Voitto) | =F13*B8+F14*B9+F15*B10 | | | | |
| 18 | | | | | | |
| 19 | | | | | | |

Kuva 3: Joustavan hinnoittelun Excel-toteutus.