

Aalto-yliopisto
MS-C2107 - Sovelletun matematiikan tietokonetyöt

Tietokoneharjoitus 12: Suomen lentolinjat

Anton Saari, 100941881, Lauri Sainio, 101765817
anton.g.saari@aalto.fi, lauri.sainio@aalto.fi

Palautettu: 2. tammikuuta 2026

Tiivistelmä

Tässä työssä optimoidaan Suomen Lentolinjat oy nimisen lento-yhtiön uuden lentokonetypin matkustamon paikkajakauma siten, että lippitulojen odotusarvo maksimoituu epävarman kysynnän olosuhteissa. Kolmeen kysyntäskenaarioon perustuva stokastinen optimointimalli toteutettiin Excelin Solver-työkalulla, jonka avulla tarkasteltiin Economy-, Business- ja 1. luokan kapasiteetin allokointia. Optimointi toteutettiin Evolutionary-ratkaisimella kahdessa seuraavassa skenaariossa. Perusskenaariossa, jossa ylijäämäpaikkoja ei myydä pois, optimaalinen ratkaisu painoittui selvästi Economy-luokkaan ja tuotti odotettavasti 120 654 euroa lippituloina. Kun malliin lisättiin mahdollisuus myydä käyttämättä jääneet Business- ja 1. luokan paikat 850 eurolla, optimaalinen paikkajakauma siirtyi kohti kalliimpia luokkia ja odotetu tuotto kasvoi tällöin 136 510 euroon. Tulokset osoittavat, että dynaaminen hinnoittelu parantaa matkustamon tilankäytön kannattavuutta erityisesti ylemmissä palveluluokissa.

Sisällys

1	Johdanto	4
2	Mallinnus	4
2.1	Asettelu ja rajoitteet	4
2.2	Matemaattinen esitys	5
2.3	Optimointimenetelmä	5
2.3.1	Perusskenaario	5
2.3.2	Joustava hinnoittelu	6
3	Tulokset	6
3.1	Perusskenaario	6
3.2	Joustava hinnoittelu	6
4	Johtopäätökset	7
4.1	Mallin rajoitteet	7
A	Perusskenaario	8
B	Joustava hinnoittelu	9

1 Johdanto

Lentoyhtiöiden liiketoiminta perustuu kiinteän kapasiteetin mahdollisimman tehokkaaseen hyödyntämiseen. Koska kysyntä on epävarmaa ja vaihtelee se- songin mukaan, päätökset lentokoneen konfiguraatiosta on tehtävä odotusarvojen perusteella. Suomen Lentolinjat Oy on ottamassa käyttöön uuden konetyypin, jonka kokonaiskapasiteetti on rajallinen, ja tilan jakaminen eri hinnaluokkien välillä on kriittinen tekijä kannattavuudelle.

Tässä raportissa ratkaistaan optimointigelma, jossa määritetään Economy-, Business- ja 1. luokan paikkojen lukumäärät siten, että tuoton odotusarvo maksimoituu. Ongelma on luonteeltaan stokastinen, sillä kysyntä noudattaa annettua todennäköisyysjakauumaa. Lisäksi tarkastelemme herkkyyssanalyysin omaisesti tilannetta, jossa yhtiö voi soveltaa dynaanista hinnoittelua myymällä ylijäämäpaikkoja alennettuun hintaan.

2 Mallinnus

2.1 Asettelu ja rajoitteet

Lentokoneen kokonaiskapasiteetti on ilmaistu "Economy-yksikköinä", joita on käytössä yhteensä 200 kappaletta. Eri matkustusluokat vievät tilaa ja tuottavat tuloja taulukon 1 mukaisesti.

Taulukko 1: Paikkojen suunnitellut hinnat.

Paikkatyppi	Hinta (euroa)	Tarvittava kapasiteetti (Koko kone: 200)
Economy	600	1
Business	1150	1.5
1. Luokka	1700	2

Päättösmuuttujina $[x_1, x_2, x_3]$ ovat paikkamäärät eri luokissa. Nämä ovat kokonaislukuja, ja niiden painotetun summan on toteutettava 200 yksikön kapasiteettirajoite. Kysyntä vaihtelee kolmen skenaariion välillä, joiden todennäköisyydet ja kysytämäärät ovat taulukon 2 mukaisia.

Taulukko 2: Kysynnän kolme eri skenaariota.

Kysyntä	TN.	1. Luokka	Business-luokka	Economy-luokka
Korkea	35%	35	75	215
Keskimääräinen	35%	15	45	185
Matala	30%	7	25	160

2.2 Matemaattinen esitys

Ongelma voidaan muotoilla matemaattisesti stokastisena kokonaislukuoptimointina. Kapasiteettirajoite on

$$\sum_{i=1}^3 c_i x_i \leq C_{max}, \quad (1)$$

missä x_i on paikkamääriä luokassa i , c_i on tilantarve (1, 1.5, 2) ja paikkojen maksimimääriä on $C_{max} = 200$. Myyntifunktio on

$$y_{ij} = \min(x_i, D_{ij}), \quad (2)$$

missä y_{ij} on toteutunut myynti ja D_{ij} on kysytäennuste luokassa i ja skenaariossa j . Tavoitefunktio, eli maksimoitava odotusarvo on

$$\max E[R] = \sum_{j=1}^3 P_j \left(\sum_{i=1}^3 p_i \cdot y_{ij} \right), \quad (3)$$

missä P_j on skenaarion todennäköisyys ja p_i on lipun hinta luokassa i . Tämän tavoitefunktion lisäksi tarkastellaan dynaamista tilannetta, jossa business- ja 1. luokan ylijäämät paikat myydään 850 euron hinnalla

$$\max E[R_j] = \sum_{j=1}^3 P_j \left[\sum_{i=1}^3 (p_i \cdot y_{ij} + 850 \cdot \max(0, x_i - y_{ij})) \right]. \quad (4)$$

2.3 Optimointimenetelmä

Optimointi suoritetaan Excelissä solver-työkalun avulla. Käytetään molempien skenaarioiden optimointiin Evolutionary-ratkaisinta, sillä toteutus sisältää epäsileitä funktioita kuten Excelin MIN-funktio. Molempien tilanteiden toteutus on liitteissä A ja B.

2.3.1 Perusskenaario

Tavoitteena on maksimoida odotettu tuotto. Tässä tilanteessa tyhjäksi jäädvän paikan arvo on 0 €. Kussakin skenaariossa myynti on aina yhtälön (2) mukaisesti pienempi luku asennetun kapasiteetin tai kyseisen skenaarion kysynnän väliltä. Tuotto on laskettu kolmelle eri skenaariolle erikseen kaavalla $\sum_{i=1}^3 p_i \cdot y_{ij}$. Tällöin voiton odotusarvo on kaavan (3) mukainen. Solver-työkalulle on vielä lisätty rajoitteiksi, että paikkojen kokonaismääriä ei saa ylittää kahtasataa ja päättösmuuttujien täytyy olla kokonaislukuja. Ylä- ja alarajat päättösmuuttujille ovat 200 ja 0.

2.3.2 Joustava hinnoittelu

Toisessa vaiheessa oletetaan, että myymättä jääneet Business- ja 1. luokan paikat voidaan myydä 850 eurolla. Tämä muuttaa optimointigelman luonnetta vähentämällä ylikapasiteetin riskiä kalliimmissa luokissa. Economy-luokan ylijäämäpaikoilla ei ole jäännösarvoa. Tyhjät paikat ovat otettu huomioon yhtälössä (4) ottamalla asennettujen ja myytyjen paikkojen erotus. Tällöin tuoton kaavoihin summataan loppuun termi, jossa kerrotaan tämä erotus 850 eurolla. Lopullinen kaava voiton odotusarvolle Excelissä pysyy samana kuin aikaisemmassa. Excelin solver-työkalun parametrit ovat tässä tilanteessa samat kuin perusskenaariossa.

3 Tulokset

3.1 Perusskenaario

Taulukko 3: Matkustamon paikkojen optimi luokkajakauma.

Luokka	Economy	Business	1. Luokka
Paikkojen määrä	145	26	8

Taulukosta 3 voidaan nähdä, että perusskenaariossa paikat ovat jakaantuneet vahvasti Economy-paikolle. Tämä johtuu 1.- ja Business luokkien paikkojen pienestä myynnistä, kun kysyntä on matalaa. Voiton odotusarvo tällä jakaumalla on 129645€ ja lentokoneen kaikki 200 paikkaa ovat täytetty.

3.2 Joustava hinnoittelu

Taulukko 4: Matkustamon paikkojen optimi luokkajakauma, kun ylijäämät Business- ja 1. Luokan paikat myydään 850 eurolla.

Luokka	Economy	Business	1. Luokka
Paikkojen määrä	56	76	15

Taulukosta 4 voidaan nähdä, että kun myymättömät 1.- ja Business luokan paikat myydään 850 eurolla, paikat jakaantuvat enemmän niiden puolle. Varsinkin Business-luokan osuus kokonaiskapasiteetista on huomattava, sillä se vie 57% paikkojen kokonaismäärästä. Voiton odotusarvo on tällä jakaumalla 136510€ ja lentokoneen kaikki 200 paikkaa ovat täytetty.

4 Johtopäätökset

Tämän työn tavoitteena oli optimoida uuden lentokonetyyppin matkustamon paikkajakauma siten, että lipputulojen odotusarvo maksimoituu, kun kysyntää voi vaihdella kolmen eri skenaarion välillä. Toteutettu stokastinen optimointimalli osoitti selkeästi, kuinka kysynnän vaihtelu ja eri luokkien tilantarpeet vaikuttavat optimaaliseen ratkaisuun.

Perusskenaariossa, jossa tyhjiksi jäädillä paikoilla ei ole oikein lisäarvoa, optimaalinen ratkaisu painottuu selvästi Economy-luokkaan. Tämä johtuu siitä, että Business- ja 1.luokan kysynnän vaihtelu kasvattaa riskiä myymättömistä paikoista. Turvallisimmaksi ja tuottoisimmaksi ratkaisuksi osoittautui lento-koneyhtiölle käyttää suurin osa kapasiteetista perusluokan paikkoihin. Tässä skenaariossa odotettu tuotto oli 129 654 €, ja kaikki paikat tuli täytettyä.

Kun mukaan otettiin joustava hinnoittelu, jossa myymättä jääneet Business- ja 1. luokan paikat voidaan myydä 850 euron hinnalla, tilanne muuttui merkittävästi. Nyt kalliimpia luokkia voitiin lisätä pienemmällä riskillä matkustamoon. Tämän seurauksena optimaalinen ratkaisu siirtyi selvästi kohti Business-luokkaa, jonka osuus nousi yli puoleen kaikista paikoista. Odotettu tuotto kasvoi tällöin 136 510 euroon, ja kaikki paikat tuli täytettyä.

Tulosten perusteella voidaan todeta, että lento-yhtiölle on erittäin hyödyllistä ottaa käyttöön joustava hinnoittelu erityisesti Business- ja 1. luokan paikoille, koska se vähentää riskiä ja kasvattaa odotettavissa olevia lipputuloja.

4.1 Mallin rajoitteet

Vaikka toteutettu malli antaa selkeän suosituksen kapasiteetin allokointiin, se sisältää yksinkertaistuksia, jotka tulee huomioida tuloksia tulkittaessa suhteessa todelliseen lentoliiketoimintaan.

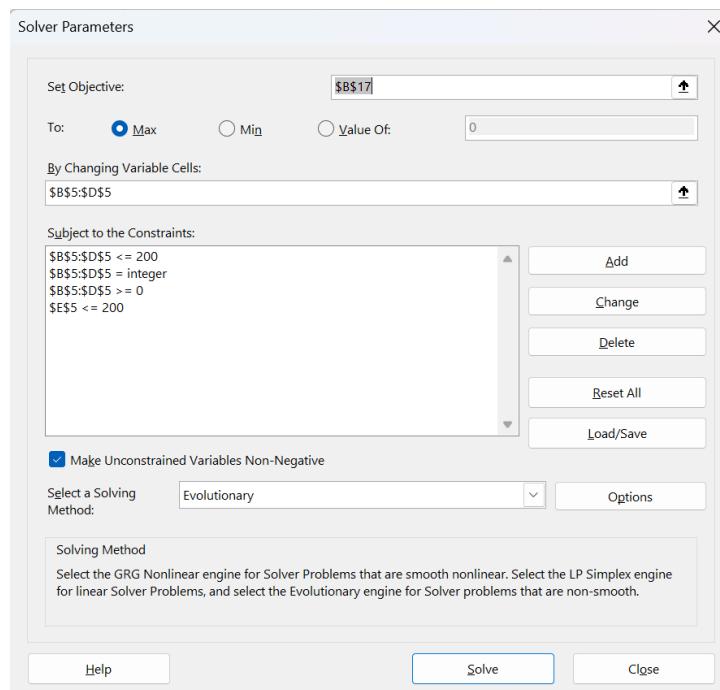
Merkittävin rajoite liittyy joustavan hinnoittelun oletukseen. Mallissa oletetaan, että kaikki Business- ja 1. luokan ylijäämäpaikat saadaan myytyä varmuudella 850 euron alennettuun hintaan. Todellisuudessa myös tälle joustavalle kysynnälle on olemassa yläraja. Mikäli ylijäämäpaikkoja on huomattavan paljon, on epätodennäköistä, että markkinoilta löytyisi äärettömästi ostajia edes alennetulla hinnalla. Mallin tarkkuutta voisi parantaa asettamalla erillinen kysyntärajoite myös tälle hintaluokalle.

Lisäksi mallin stokastisuus on diskreettiä. Kysynnän epävarmuutta kuvattiin vain kolmella kiinteällä skenaariolla (korkea, keski, matala). Todellisuudessa kysyntä noudattaa jatkuvampaa jakamaa, jolloin ääripäiden ja keskiarvon välisiin jää paljon variaatiota, jota tämä malli ei tunnistata.

A Perusskenaario

	A	B	C	D	E	F
1		1. Luokka	Business	Economy		
2	Hinnat	1700	1150	600		
3	Tilantarve/200	2	1.5	1		
4					paikkojen kokonaismkm	
5	Optimoidut paikat	8	26	145	=B5*B3+C5*C3+D5*D3	
6						
7		Todennäköisyys	Kysyntä (1.Lk)	Kysyntä (Bus)	Kysyntä (Eco)	
8	Korkea	0.35	35	75	215	
9	Keski	0.35	15	45	185	
10	Matala	0.3	7	25	160	
11						
12	Myynti (1.Lk)	Myynti (Bus)	Myynti (Eco)	Tyhjät(1.Lk)	Tyhjät(Bus)	Tuotto
13	=MIN(B\$5,C\$8)	=MIN(C5,D8)	=MIN(D5,E8)	=B5-A13	=C5-B13	=A13*B2+B13*C2+C13*D2
14	=MIN(B\$5,C\$9)	=MIN(C5,D9)	=MIN(D5,E9)	=B5-A14	=C5-B14	=A14*B2+B14*C2+C14*D2
15	=MIN(B\$5,C\$10)	=MIN(C5,D10)	=MIN(D5,E10)	=B5-A15	=C5-B15	=A15*B2+B15*C2+C15*D2
16						
17	E(Voitto)	=F13*B8+F14*B9+F15*B10				
18						
19						

Kuva 1: Perusskenaariot Excel-toteutus



Kuva 2: Solver-työkalun parametrit, jotka pätevät molempien tilanteisiin.

B Joustava hinnoittelu

A	B	C	D	E	F
1	1. Luokka				
2 Hinnat	1700	Business	Economy		
3 Tilantarve/200	2	1150	600		
4		1.5	1		
5 Optimoidut paikat	15	76	56	=B5*B3+C5*C3+D5*D3	
6				paikkojen kokonaislkm	
7	Todennäköisyys	Kysyntä (1.Lk)	Kysyntä (Bus)	Kysyntä(Eco)	
8 Korkea	0.35	35	75	215	
9 Keski	0.35	15	45	185	
10 Matala	0.3	7	25	160	
11					
12 Myynti (1.Lk)	Myynti (Bus)	Myynti (Eco)	Tyhjät(1.Lk)	Tyhjät(Bus)	Tuotto
13 =MIN(\$S5,C8)	=MIN(C5,D8)	=MIN(D5,E8)	=B5-A13	=C5-B13	=A13*B2+B13*C2+C13*D2+(D13+E13)*850
14 =MIN(B\$5,C9)	=MIN(C5,D9)	=MIN(D5,E9)	=B5-A14	=C5-B14	=A14*B2+B14*C2+C14*D2+(D14+E14)*850
15 =MIN(B\$5,C10)	=MIN(C5,D10)	=MIN(D5,E10)	=B5-A15	=C5-B15	=A15*B2+B15*C2+C15*D2+(D15+E15)*850
16					
17 E(Voitto)	=F13*B8+F14*B9+F15*B10				
18					
19					

Kuva 3: Joustavan hinnoittelun Excel-toteutus.