

MMA Lab 1

Содержание

1	CCM + HOSVD for cartoon	2
1.1	Motivation	2
1.2	Problem statement	2
1.3	Problem solution	2
1.4	Code analysis	2
1.5	Experiment	3

1 CCM + HOSVD for cartoon

1.1 Motivation

Хотим аппроксимировать тензор кадров мультфильма для снижения размерности, а далее воспользоваться методом CCM для обнаружения связи между временным рядом картинок и временным рядом звука.

1.2 Problem statement

Будем рассматривать:

$$\begin{aligned}\underline{X} &\in \mathbb{R}^{I \times J \times \tau}, \\ Y &\in \mathbb{R}^\tau,\end{aligned}$$

где \underline{X} — временной ряд кадров, а Y — временной ряд звуков.
Требуется обнаружить связи между \underline{X} и Y .

1.3 Problem solution

1. HOSVD.

Мы можем расписать \underline{X} как:

$$\underline{X} \cong \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{\tau} \sigma_{ijt} (u_i^{(1)} \circ u_j^{(2)} \circ u_t^{(3)}),$$

где \circ — это внешнее произведение и

$$U^{(1)} = [u_1^{(1)}, \dots, u_I^{(1)}], U^{(2)} = [u_1^{(2)}, \dots, u_J^{(2)}], U^{(3)} = [u_1^{(3)}, \dots, u_\tau^{(3)}].$$

Или в обозначениях Такера:

$$\begin{aligned}\underline{X} &\cong \underline{G} \times_1 U^{(1)} \times_2 U^{(2)} \times_3 U^{(3)}, \\ [G]_{ijt} &= \sigma_{ijt} \text{ — core tensor.}\end{aligned}$$

2. CCM.

Из аппроксимированного тензора \underline{X} и Y составим их траекторные тензора, считая период движения равным T :

$$\begin{aligned}\underline{U} &\in \mathbb{R}^{I \times J \times T \times (\tau - T + 1)}, \\ V &\in \mathbb{R}^{T \times (\tau - T + 1)},\end{aligned}$$

Тогда задача обнаружения связи выглядит так:

$$\rho_V(V_{*,t}, V_{*,t_i}) \leq L \cdot \rho_U(U_{*,t}, U_{*,t_i}).$$

где t произвольная точка на фазовой траектории V , а $\{t_i\}$ ближайшие соседи к точке t .

1.4 Code analysis

Код.



Рис. 1: Origin



Рис. 2: Approximated

1.5 Experiment

Было взято gif-изображение размером 40×55 и состоящее из 12 кадров. Далее продублировали сигнал 10 раз, чтобы у нас был набор кадров из 10 периодов.

После этого применяется HOSVD с core-тензором размерностью $120 \times 4 \times 5$ и восстанавливается аппроксимированный тензор. На [1](#), [2](#) изображены исходное изображение и аппроксимированное. Из аппроксимированного тензора составляется траекторная матрица картинок. В качестве звукового сигнала Y используется:

$$Y = \left\{ \sin \left(i * \frac{2\pi}{12} \right) \right\}_{i=1}^{120}$$

В конце применяется ССМ. Берутся все точки $t \in 2, \dots, 119$ и рассматриваются соседи $t^* \in \{t-1, t+1\}$. Для них проверяется условие Липшица с $L = 10^{-4}$. Было получено, что все точки удовлетворяют условию Липшица. Поэтому можно утверждать, что имеется связи между звуковыми сигналом и аппроксимированным рядом изображений.