Глава 1. Задача Стефана.

При изучении тепловых процессов с фазовыми переходами вещества из одного состояния в другое приходится сталкиваться со следующей задачей. В каждой из двух или нескольких фаз справедливо уравнение теплопроводности:

Где – температура в момент времени в точке с радиус-вектором , – коэффициент теплопроводности, – коэффициент теплоемкости (на единицу объема), – плотность тепловых источников. Граница раздела фаз определяется условием, что температура вдоль этой границы равна температуре фазового перехода, т. е. . Это соотношение является уравнением для определения – положения границы фазового перехода в момент времени . В общем виде можно считать, что уравнение границы фазового перехода имеет вид , где в качестве аргумента . Формулируем условие на границе фазового перехода. Пусть 1 — индекс фазы, у которой и 2 – индекс фазы у которой . Так как направлен по нормали к поверхности раздела фаз, то нормальная составляющая теплового потока через нее равна:

Разность потоков равна произведению энтальпии фазового перехода на нормальную компоненту скорости движения границы раздела фаз:

Пользуясь тем, что вдоль границы раздела фаз:

Можно записать:

Будем предполагать, что имеется только две фазы, так что

Так же будем предполагать, что функции достаточное число раз дифференцируемы и ограничены снизу постоянными и , так что и .

Так как при фазовом переходе энергия как функция температуры испытывает скачок величины , которая называется теплотой (или энтальпией) фазового перехода. Поэтому можно написать:

Подставляя в это выражение уравнение энергии

И учитывая, что есть дельта-функция Дирака, получим

Это уравнение позволяет решить задачу Стефана без явного выделения границы раздела фаз.