

# Hausaufgaben 1 : Petrinetze

Version vom: 17. März 2014

## Übungsaufgabe 1.1 P/T-Netze

Die Größe eines P/T-Netzes  $\mathcal{N} = \langle P, T, F, W, m_0 \rangle$  sei definiert durch  $|\mathcal{N}| := |P| + |T| + |F|$  (d.h. die Kantengewichte und die Anfangsmarkierung zählen nicht mit). Geben Sie jeweils ein P/T-Netz minimaler Größe, aber mit  $|\mathcal{N}| > 0$  an, bei dem

- keine Transition schalten kann,
- eine Transition genau einmal schalten kann,
- eine Transition beliebig oft schalten kann, die Gesamtmarkenzahl aber beschränkt bleibt.
- eine Transition beliebig oft schalten kann, die Gesamtmarkenzahl aber nicht beschränkt bleibt.

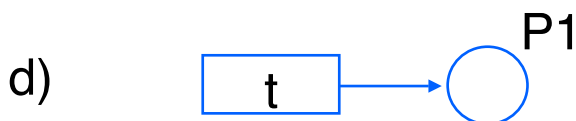
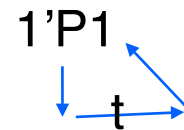
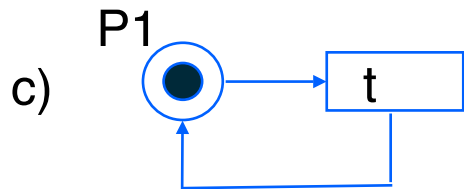
Geben Sie den Erreichbarkeitsgraphen an.



$0'P1$

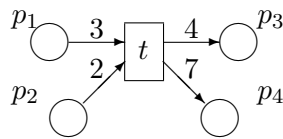


$1'P1 \xrightarrow{(t)} 0'P1$



$0'P1 \xrightarrow{(t)} 1'P1 \xrightarrow{(t)} \dots \xrightarrow{(t)} n'P1$

Übungsaufgabe 1.2 Sei das folgende P/T-Netz gegeben:



1. Bestimme die Nachfolgemarkierung  $m'$ , wenn  $t$  in der Markierung  $m = 4p_1 + 2p_2 + 2p_4$  schaltet.
2. Bestimme die Menge aller Markierungen, für die  $t$  im Netz aktiviert ist. Ist die Menge endlich?
3. Bestimme die Menge aller Markierungen, für die  $t$  im Netz nicht aktiviert ist. Ist die Menge endlich?

$$1) \quad m(p) \geq \sim W(p,t) \wedge m'(p) = m(p) - \sim W(p,t) + \sim W(t,p)$$

p1	4	3	1	4	3	0
p2	2	2	0	2	2	0
p3	0	0	4	0	0	4
p4	2	0	9	2	0	7

2) Aktiviert, wenn  $\forall p \in {}^*t \quad m(p) \geq W(p,t)$

unendlich, ab

$p_1 \geq 3$  Markierungen hat  
und  $p_2 \geq 2$  Markierungen hat

3) unendlich, bei

$p_1 < 3$  Markierungen  
und/oder  $p_2 < 2$  Markierungen  
 $\exists p \in {}^*t . m(p) \leq W(p,t)$

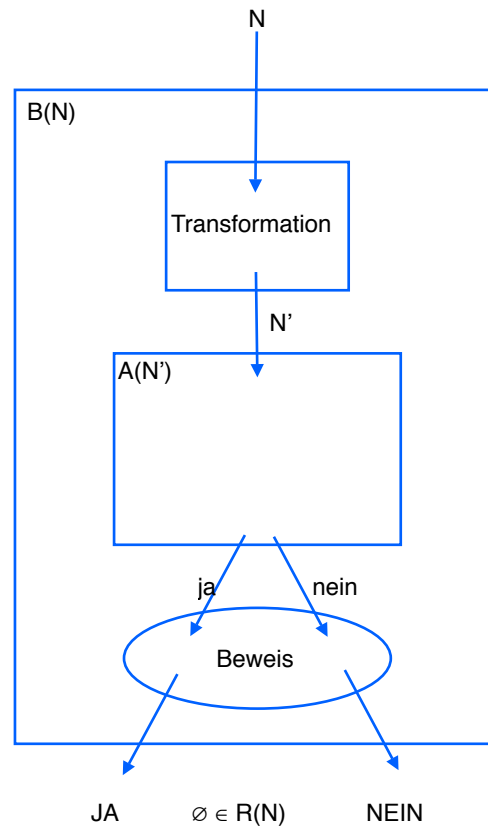
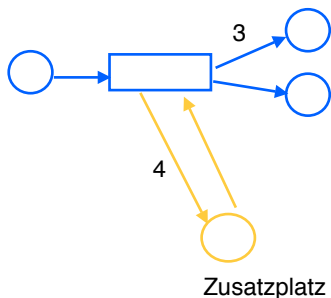
**Übungsaufgabe 1.3** Angenommen, wir haben einen Algorithmus  $A(N, p)$ , der zu einem beliebigen P/T-Netz  $N$  und einer Stelle  $p$  entscheidet, ob  $N$  eine Markierung  $\mathbf{m}$  mit  $\mathbf{m}(p) = 0$  erreichen kann.

Zeige, wie man mit Hilfe von Algorithmus  $A(n, p)$  einen Algorithmus  $B(N)$  konstruiert, der zu einem beliebigen P/T-Netz  $N$  entscheidet, ob  $N$  die leere Markierung  $\emptyset$  erreichen kann.

Tipp: Es ist notwendig, die Eingabe  $N$  von  $B(N, m)$  in ein Netz  $N'$  zu transformieren, das man dann an  $A$  weiterreicht.

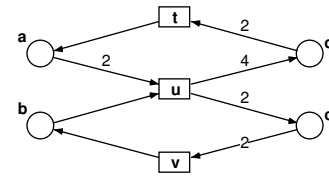
Die Transformation des Netzes besteht darin, dass ein zusätzlicher Platz mit genau so vielen Marken wie die initiale Markierung eingeführt wird. Jedes mal wenn eine Marke erzeugt oder konsumiert wird, ändert sich die Anzahl der Marken auf dem Zusatzplatz entsprechend. Wenn der Zusatzplatz leer wird, wird auch das Netz leer.

Der Zusatzplatz repräsentiert die Gesamtanzahl der Marken im Netz.



**Übungsaufgabe 1.4** Gegeben sei das folgende P/T Netz  $N$ . Sei  $m_1 = 3'a + 2'b + 4'c + d$ .

1. Gilt  $m_1 \xrightarrow{u}$ ?
2. Für welche  $m'$  gilt  $m_1 \xrightarrow{u} m'$ ? Gibt es mehrere?
3. Für welche  $k \in \mathbb{N}$  gilt  $(m_1 - \{k'a\}_b) \xrightarrow{u}$ ?
4. Für welche  $k \in \mathbb{N}$  gilt  $(m_1 - \{k'c\}_b) \xrightarrow{u}$ ?
5. Bestimme die Menge aller Markierungen, für die die Transition  $u$  **nicht** aktiviert ist.



$$1) \quad m(p) \geq \sim W(p,u) \wedge m'(p) = m(u) - \sim W(p,u) + \sim W(u,p))$$

a	3	2	2	3	1	0
b	2	1	1	2	1	0
c	4	0	6	4	0	2
d	1	0	5	1	0	4

JA!

2) nur eine aus 1.4.1

3)  $k \in \{0,1\}$

4)  $k \in \mathbb{N}$  und  $k < 5$

5)  $\{k'a\} \setminus \{l'b\} \setminus \{m'c\} \setminus \{n'd\} . k' < 2 \vee l' < 1$