Simulación de Sistemas (2019-2020)

Grado en Ingeniería Informática Universidad de Granada

Práctica 3



Antonio Jesús Heredia Castillo

15 de enero de $2020\,$

Índice

1.	Cap	ítulo 1	l: Mi segundo modelo de simulación discreto	4
	1.1.	Simula	ación con incremento fijo	4
	1.2.	Simula	ación con incremento variable	5
	1.3.	Simula	ación con m servidores trabajando en paralelo	7
		1.3.1.	Comprobación de resultados teóricos	7
		1.3.2.	Aumentar el numero de servidores operativos	8
		1.3.3.	Modificación media y desviación tipica	9
		1.3.4.	Uso de distintos generadores de datos	11
2.	Cap	ítulo 2	2: Mi tercer modelo de simulación discreto	11
		2.0.1.	Probando el modelo	12
		2.0.2.	Aumento del numero de atraques	12
		2.0.3.	Cambiar el remolcador por uno al que no le afecta las	
			tormentas	13
		2.0.4.	Cambiar el remolcador por uno mas rápido	14

Índice de figuras

1.	Variación de los valores en las distintas simulaciones con in-	
	cremento fijo.	5
2.	Variación de los valores en las distintas simulaciones con in-	
	cremento variable	6
3.	Comparativa de los datos obtenidos usando diferente numero	
	de servidores	9

1. Capítulo 1

Mi Segundo Modelo de Simulación Discreto

La simulación de este modelo es un problema de cliente-servidor. Primero estudiaremos una simplificación con un solo servidor y varios clientes con un incremento fijo. Sobre esta simulación realizaremos varios experimentos cambiando los datos de entrada tales como los tiempo de llegada, tiempo de servicio y cantidad de clientes que van a llegar.

1.1. Simulación con incremento fijo

A partir del pseudocodigo proporcionado por el profesor hemos creado un modelo de simulación del sistema cliente-servidor donde el incremento usado es fijo. Que el incremento sea fijo no nos impide poder utilizar diferentes unidades de medida. Por ejemplo podemos realizar diferentes experimentos usando incrementos por segundos, minutos, cuartos de hora, etc.

Como indica en el enunciado vamos a realizar los distintos experimentos con una cantidad de clientes a atender de 10000 y una cantidad de simulaciones de 150. A partir de estos datos que seran fijos usaremos distintos tiempos de llegada y de servicio. Como indica en el guión de practicas, en caso de que sean horas tlleg=0.15 y tserv=0.1 . En caso de que quisiéramos hacer medias horas debería ser tlleg=0.15x2=0.3 y tserv=0.1x2=0.2 (por que en una hora hay dos medias horas). Así iremos construyendo toda la tabla hasta llegar a décimas de segundo

U. Medida	tlleg	tserv	T. Medio	Clientes medios	T. Ocio
$\begin{array}{c} 1 \; \mathrm{hora} \\ 1/2 \; \mathrm{hora} \\ 1/4 \; \mathrm{hora} \end{array}$	$0.15 \\ 0.3 \\ 0.6$	$0.1 \\ 0.2 \\ 0.4$	0.00061 0.00062 0.00063	0.044432 0.212586 0.553004	0.1326 2.92024 11.6528
1 minuto 1 segundo	9 540	6 360	0.00102 0.011988	$1.25661 \\ 1.33738$	31.5354 33.3073
1 décima de hora 1 décima de minuto 1 décima de segundo	1.5 90 5400	1 60 3600	0.000799 0.00261484 0.11362	0.94829 1.31365 1.34542	23.0715 33.247 33.252

Tabla 1: Simulación Incremento Fijo

Cuanto mas pequeño es el intervalo y por lo tanto los tiempo **tlleg** y **tserv** son mayores, los resultados parece que van estabilizándose (o llegando a una

cota máxima). Al usar un incremento fijo, cuando usamos valores para **tlleg** y **tserv** muy pequeños, al redondear, es muy posible que lo que devuelva sea 0 y por lo tanto tengamos que convertirlo en un 1. Debido a esto iremos acumulando un error en cada una de las generaciones.

El crecimiento tanto del **T.Medio** y de **T. Ocio** parece ser que se acerca a una curva logística. El **Clientes Medios** parece que llega a su máximo entorno a 1.34 y el **T. Ocio** entorno al 33.25.

Para poder interpretar mejor los resultados vamos a hacer uso de algunas graficas.

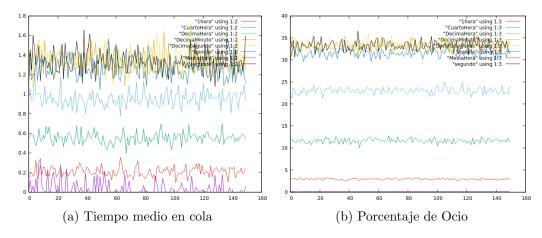


Figura 1: Variación de los valores en las distintas simulaciones con incremento fijo.

Como podemos ver mejor aquí, para décima de segundo, décima de minuto y segundo, los valores están todos en el mismo intervalo. En caso de ${\bf T.}$ Ocio entre 30 y 35.

1.2. Simulación con incremento variable

Ahora el incremento no se realizara en números naturales, en este modelo podremos realizar incremento en números reales evitando así el problema que teníamos a tener que pasar el 0 a 1, por lo tanto al eliminar el error los datos

obtenidos deben ser todos mas parecidos entre si.

Lo mencionado anteriormente se cumple como podemos ver en la Tabla 2. Con el incremento variable usar distintas unidades de medida no afecta significativamente a los resultados.

U. Medida	tlleg	tserv	T. Medio	Clientes medios	T. Ocio
1 hora	0.15	$0.1 \\ 0.2 \\ 0.4$	0.00109	1.34316	33.2504
1/2 hora	0.3		0.00082	1.34467	33.3121
1/4 hora	0.6		0.00092	1.33542	33.1982
1 minuto 1 segundo	9 540	6 360	$0.00106 \\ 0.00083$	$1.33185 \\ 1.32576$	33.3748 33.3792
1 décima de hora	1.5	1	0.00096	1.34701	33.2438
1 décima de minuto	90	60	0.00102	1.33576	33.2355
1 décima de segundo	5400	3600	0.00091	1.33242	33.4292

Tabla 2: Simulación Incremento Variable

Al igual que con el incremento fijo vamos a hacer la comparación usando unas graficas para ver mejor el resultado. A diferencia que en la Figura 1 en la Figura 2 podemos ver como tanto el tiempo medio en cola y el porcentaje de tiempo de ocio, se mueven en los mismo intervalos todas las unidades de tiempo.

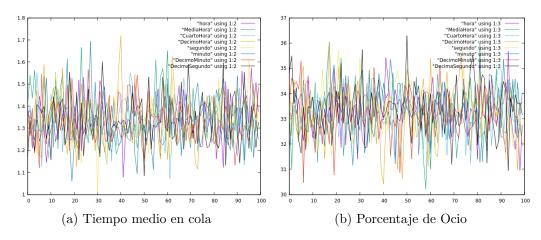


Figura 2: Variación de los valores en las distintas simulaciones con incremento variable.

Aunque viendo los resultados experimentales podemos ver que el tiempo

que esta en ocio, se encuentra entorno al 33.3 y el numero de clientes medios se encuentra en torno al 1.33, veremos si estos resultados concuerdan con los valores que deberíamos obtener de forma teórica.

Teniendo en cuenta que cumplimos que tserv < tlleg. Primero tenemos que calcular: $\rho = \frac{tserv}{tlleg} = \frac{6}{9} = 0.\hat{6}$ y a partir de aquí ya podemos calcular el valor de Q(n) y PTO(n) cuando $n \to +\infty$.

$$Q(n) = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{\left(\frac{6}{9}\right)^2}{1 - \frac{6}{9}} = 1.3$$

Como podemos ver, el valor de Q(n) teórico se corresponde con el valor que hemos obtenido con las simulaciones. Ahora pasamos a ver si el valor de PTO(n) corresponde con el teórico.

$$PTO(n) = 100 * (1 - \rho) = 100 * (1 - \frac{6}{9}) = 100 * \frac{3}{9} = 33.3$$

En este caso, vuelven a coincidir el valor teórico con el obtenido a través de los experimentos. Así que podemos dar por validos los resultados de las simulaciones.

1.3. Simulación con m servidores trabajando en paralelo

En las secciones anteriores, teníamos un solo servidor. En este caso podemos tener varios servidores pero seguiremos teniendo una sola cola de espera. Para ver que los valores teoricos se siguen cumpliendo (cuando el tiempo tiende a infinito) realizaremos varios experimentos usando m=1. Como nos pide en el enunciado del guión, iremos realizando experimentos con tiempos de simulación progresivamente mayores.

1.3.1. Comprobación de resultados teóricos

Para poder comprobar que los resultados teóricos concuerdan con los experimentales cuando el tiempo tiende a infinito realizaremos varias simulaciones aumentando el tiempo de simulación pero dejando fijo tlleg=9 y tserv=6.

Tiempo de simulación	100	1000	100000	1000000	10000000
Tiempo medio espera	5.15	29.535	11.924	12.479	12.112
Tiempo medio estancia	11.053	35.535	17.924	18.479	18.112
Media clientes en cola	0.657	3.003	1.31	1.394	1.35
Media clientes en sistema	1.356	3.696	1.97	2.065	2.018
Long media colas no vacias	2.119	5.844	2.997	3.096	3.019
% Tiempo de ocio	30.076	30.631	33.981	32.845	33.147
Longitud máxima cola	3	15	16	34	29

Tabla 3: Simulación con un solo servidor

Ahora comprobaremos con los valores teóricos que deberíamos obtener.

- \blacksquare Tiempo medio de espera en cola: $\frac{tserv^2}{tlleg-tserv}=12$
- \blacksquare Tiempo medio de estancia en el sistema: $\frac{tserv*tlleg}{tlleg-tserv}=18$
- Número medio de clientes en cola: $\frac{tserv^2}{tlleg*(tlleg-tserv)} = 1.3$
- \blacksquare Número medio de clientes en el sistema: $\frac{tserv}{tlleg-tserv}=2$
- \blacksquare Longitud media de colas no vacías: $\frac{tlleg}{tlleg-tserv}=3$
- \blacksquare Porcentaje de tiempo de ocio del servidor: $(1-\frac{tserv}{tlleg})*100=33.\widehat{3}$

Como podemos ver todos los valores experimentales, con una cantidad de tiempo de simulación los suficiente grande, se acercan mucho a los valores teorices. Así que podemos dar por valido nuestro sistema de simulación.

1.3.2. Aumentar el numero de servidores operativos

Ahora realizaremos experimentos con distinto numero de servidores pero fijando **tlleg=9** y **tserv** al doble del anterior. Es decir si con un servidor tserv=6, con dos servidores tserv=12 y asi sucesivamente Ademas también fijaremos el tiempo de simulación a 1.000.000. Ya que hemos visto en el experimento anterior, que con esa cantidad de iteraciones llegamos a resultados aproximados a los teóricos.

Numero de Servidores	1	2	4	8	16
Tiempo medio espera	11.92	10.296	6.686	3.997	1.542
Tiempo medio estancia	17.942	22.296	30.686	51.997	97.542
Media clientes en cola	1.325	1.51	0.745	0.446	0.171
Media clientes en sistema	1.99	2.494	3.421	5.794	10.799
Long media colas no vacias	2.988	3.150	2.929	3.020	3.042
% Tiempo de ocio	33.422	32.849	33.101	33.146	33.577
Longitud máxima cola	24	22	22	23	19

Tabla 4: Simulación con varios servidores

Como podemos ver mejor en la Figura 3 hay varios valores que bajan considerablemente. El tiempo medio de espera y la media de clientes en cola bajan considerablemente. Aunque el tiempo medio de estancia se dispara, esto se debe a que es el tiempo que tarda en ser servido el cliente, pero en esto no podemos reducir tiempo. Si aumentamos el numero de servidores lo que queda claro es que las esperas se reducen aunque el numero de clientes y la frecuencia con la que lleguen sean iguales. El unico que a priori no cambia

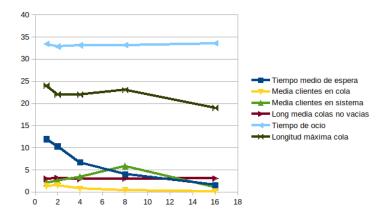


Figura 3: Comparativa de los datos obtenidos usando diferente numero de servidores

es el tiempo en el que el sistema va a estar ocioso. Teniendo así un tiempo en el que el sistema no esta aprovechando su capacidad.

1.3.3. Modificación media y desviación tipica

En este punto hemos modificado el código anterior para poder calcular también la desviación típica. La desviación típica nos sirve para ver la dispersión que tiene los datos obtenidos. Cuanto menor sea la desviación típica, mas cercanos estarán los datos a la media. Realizaremos todas las simulaciones con el mismo tiempo de parada, ya que comprobamos anterior mente que con 1.000, los datos obtenidos eran bastante cercanos a los teóricos. Ademas olveremos a realizarlos con un tlleg=9 y un tserv=6. Realizaremos pruebas con distinto numero de simulaciones y con un solo servidor siempre para obtener datos cercanos a los teóricos. Para ellos mostraremos dos tablas. Una con los resultados de las medias y otra con el resultado de la desviación típica.

En la Tabla 5 podemos ver las medias:

Cantidad de simulaciones	100	1000	10000
Tiempo medio espera	10.2219	10.9616	10.7877
Tiempo medio estancia	16.2219	16.9616	16.7877
Media clientes en cola	1.16	1.2568	1.2353
Media clientes en sistema	1.81	1.9175	1.889
Long media colas no vacias	2.6363	2.708	2.689
% Tiempo de ocio	35.2797	33.9292	34.636
Longitud máxima cola	7.28	7.511	7.412

Tabla 5: Medias en distinta cantidad de simulaciones

En la Tabla 7 podemos ver la desviación típica:

Cantidad de simulaciones	100	1000	10000
Tiempo medio espera	5.31	6.2826	6.5803
Tiempo medio estancia	5.31	6.2826	6.5803
Media clientes en cola	0.6641	0.7955	0.8337
Media clientes en sistema	0.7218	0.862	0.8976
Long media colas no vacias	0.9094	1.023	1.062
% Tiempo de ocio	7.48678	8.7020	8.4878
Longitud máxima cola	2.59	2.77	2.79

Tabla 6: Desviación típica en las distintas simulaciones

Como podemos ver en las tablas anteriores no afecta el numero de simulaciones para los resultados de estas estadísticas. Todos se mueven en valores muy similares.

1.3.4. Uso de distintos generadores de datos

En el guión de la practica nos pide que remplacemos el generador exponencial por generadores determinísticos que siempre devuelve los valores medios y por generadores uniformes(con la misma media que los anteriores). A continuación podemos ver una tabla comparando los tres generadores de datos. En los tres hemos usado untlleg=9 y un tserv=6.

Tipo de generador	Uniforme	Exponencial	Determinístico
Tiempo medio espera	11.184	0	5
Tiempo medio estancia	17.184	6	11.217
Media clientes en cola	1.2895	0	0.605
Media clientes en sistema	1.9420	0.661	1.205
Long media colas no vacias	2.82385	-nan	2.478
% Tiempo de ocio	34.7448	33.9	39.97
Longitud máxima cola	7.73	0	7

Tabla 7: Desviación típica en las distintas simulaciones

Viendo los resultados teóricos obtenidos en los puntos anteriores, podemos ver que el que mejor se ajusta a este problema, sigue siendo el exponencial.

2. Capítulo 2

Mi Tercer Modelo de Simulación Discreto

En este modelo vamos a simular un puerto de carga. El puerto tiene capacidad para operar con 3 petroleros a la vez. Los petroleros llegan cada 11 ± 7 horas. Ademas existen tres tipos de barcos y estos llegan con una frecuencia relativa y tienen un tiempo de carga distinto. Para mas detalles

Tipo	Frec.Relativa	Tiempo de carga(horas)
1	0.25	18 ± 2
2	0.25	24 ± 3
2	0.5	36 ± 4

ver el guión de la practica.

2.0.1. Probando el modelo

Lo primero que vamos a realizar es ver como funciona el modelo sin añadir ninguna modificación. De esta forma obtendremos unos datos desde los cuales partir. Para ver el funcionamiento del modelo realizaremos varias simulaciones cambiando el numero de simulaciones que se realiza. Como es de esperar, cuantas mas simulaciones datos mas .estabilizados.obtendremos. Esto es interesante para ver con que cantidad nos quedamos de cara a las siguientes simulaciones. Como podemos ver en la Tabla 8, no nos merece la

Numero simulaciones	10	100	1000	10000
Media Barco en cola de llegada	1.2583	1.2106	1.2079	1.2183
Media Barco en cola de salidas	0.0262	0.0286	0.0288	0.0288
T estancia en puerto (tipo 0)	34.098	33.7427	33.6633	33.7809
T estancia en puerto (tipo 1)	40.034	39.5465	39.6256	39.7218
T estancia en puerto (tipo 2)	52.139	51.5185	51.50444	51.6068
% tiempo remolcador desocupado	80.6813	80.6313	80.6335	80.625298
% tiempo remolcador viajando vacio	1.2542	1.2382	1.2662	1.2625
% tiempo remolcador remolcando	18.064	18.1304	18.1001	18.1120
% tiempo atraques libres	13.093	12.9832	13.0324	13.0276
% tiempo atraques ocupados sin cargar	0.873	0.9526	0.962	0.9603
% tiempo atraques ocupados cargando	86.0332	86.064	86.0073	86.0121

Tabla 8: Resultados del modelo sin modificar

pena aumentar el numero de simulaciones mucho. Esto se puede ver ya que la diferencia entre realizar 100,1000 o 10000 es mínima. Por lo tanto nos quedaremos con un numero de simulaciones de 100.

Como podemos ver, la mayoría del tiempo los atraques están ocupados cargando y que el tiempo que permanecen en el atraque sin estar realizando operación de carga, es bastante pequeño. A priori parecería interesante aumentar el numero de atraques del puerto, sin ser necesario otro remolcador, ya que la mayoría del tiempo esta desocupado.

2.0.2. Aumento del numero de atraques

En el guión de la practica nos pide que realicemos distintas modificaciones al modelo original. Una de ellas es que aumentemos el numero de atraques disponibles. Aunque lo que yo he realizado es generar un modelo que te deje usar la cantidad de atraques que queramos, las pruebas que vamos a realizar es solo de tres(el anterior), cuatro y cinco atraques disponibles. Para

solo tres atraques disponibles usaremos los datos anteriores con el numero de simulaciones de 100. Como podemos ver en la Tabla 9 aumentar el numero

Numero de atraques	3	4	5
Media Barco en cola de llegada3	1.2106	0.0415	0.006
Media Barco en cola de salidas	0.0286	0.0080	0.007
T estancia en puerto (tipo 0)	33.7427	20.5242	20.1669
T estancia en puerto (tipo 1)	39.5465	26.5727	26.1619
T estancia en puerto (tipo 2)	51.5185	38.5294	38.1569
% tiempo remolcador desocupado	80.6313	81.8771	81.8818
% tiempo remolcador viajando vacio	1.2382	3.6275	3.9888
% tiempo remolcador remolcando	18.1304	18.1228	18.1181
% tiempo atraques libres	12.9832	35.224	48.1852
% tiempo atraques ocupados sin cargar	0.9526	0.19999	0.537
% tiempo atraques ocupados cargando	86.064	64.5755	51.6610

Tabla 9: Resultados del modelo con distintos atraques disponibles

de atraques disponibles no afecta mucho a las estadísticas que afectan al remolcador. Por ejemplo el porcentaje de tiempo que el remolcador da viajes vacíos ha aumentado. Esto de puede deber al hecho de que tenga que ir a por barcos sin tener que sacar ninguno del puerto.

Donde mas se ha notado la mejora ha sido en el tiempo en que los barcos están en el puerto, disminuyendo dastricamente. También ha mejorado el tiempo en que los atraques están ocupados cargando, pero esto se puede deber a que no siempre hay barcos para ocupar todos los atraques.

Viendo los datos y si fuera el caso de que el puerto nos pidiera recomendación de aumentar el puerto en un o dos atraques, le recomendaría que solo aumentara en uno. Ya que posiblemente el coste de ampliar mas no merecería la pena.

2.0.3. Cambiar el remolcador por uno al que no le afecta las tormentas

Como en el caso anterior realizaremos la comparación con los datos de la Tabla 8 con un numero de simulaciones de 100. Viendo los datos obtenido en la Tabla 10 parece ser que no hay mucha diferencia entre usar un petrolero al que le afecte las tormentas y otro al que no. No hay cambios significativos

Afectan las tormentas	SI	NO
Media Barco en cola de llegada3	1.2106	1.06
Media Barco en cola de salidas	0.0286	0.0278
T estancia en puerto (tipo 0)	33.7427	32.1712
T estancia en puerto (tipo 1)	39.5465	37.771
T estancia en puerto (tipo 2)	51.5185	49.9415
% tiempo remolcador desocupado	80.6313	81.9218
% tiempo remolcador viajando vacío	1.2382	1.612
% tiempo remolcador remolcando	18.1304	18.07
% tiempo atraques libres	12.9832	13.2928
% tiempo atraques ocupados sin cargar	0.9526	0.9283
%tiempo atraques ocupados cargando	86.064	85.7787

Tabla 10: Resultados del con remolcador al que le afecta las tormentas y otro al que no

en el modelo, esto se puede deber a que la probabilidad de tormenta sea bastante baja.

2.0.4. Cambiar el remolcador por uno mas rápido

Como en el caso anterior realizaremos la comparación con los datos de la Tabla 8 con un numero de simulaciones de 100.

Velocidad	0.25	0.15
Media Barco en cola de llegada3	1.2106	1.2636
Media Barco en cola de salidas	0.0286	0.0283
T estancia en puerto (tipo 0)	33.7427	34.2127
T estancia en puerto (tipo 1)	39.5465	40.092
T estancia en puerto (tipo 2)	51.5185	52.093
% tiempo remolcador desocupado	80.6313	81.13
% tiempo remolcador viajando vacío	1.2382	0.07158
% tiempo remolcador remolcando	18.1304	18.1516
% tiempo atraques libres	12.9832	12.7852
% tiempo atraques ocupados sin cargar	0.9526	0.94412
%tiempo atraques ocupados cargando	86.064	86.2706

Tabla 11: Resultados del modelo con distintas velocidades de movimiento vacío

En este caso, como era de esperar, el tiempo que mas a mejorado es el porcentaje de viaje en vacío que ha bajado de 1. El barco, al ser mas rápido tarda menos tiempo en salir del puerto a coger un nuevo barco.