

Statystyka matematyczna i ekonometria

Projekt - Auto Sprzedam

Autorzy

Anna Kalitka (255445)
Antoni Bezdzienny (249327)

Projekt zaliczeniowy
Laboratorium, lato 2023/24

I - Opis bazy danych

Wybrana została baza danych **AutoSprzedam**. Baza pochodzi z zasobów ePortalu.

Zawartość bazy danych

Baza danych składa się z 41034 rekordów, zawierających szczegółowe dane dotyczące sprzedaży samochodów m.in.

Kolumna	Typ danych	Opis
NrOferty	int	Numer oferty sprzedaży samochodu.
CenaPLN	string	Cena samochodu wyrażona w polskich złotych (PLN).
KM	int	Liczba koni mechanicznych samochodu.
Marka	string	Marka samochodu.
Model	string	Model samochodu.
LiczbaDrzwi	string	Liczba drzwi w samochodzie.
PojemnoscSkokowa	int	Pojemność skokowa silnika wyrażona w centymetrach sześciennych (cm ³).
PrzebiegKm	int	Przebieg samochodu wyrażony w kilometrach.
RodzajPaliwa	string	Rodzaj paliwa używanego przez samochód (benzyna, diesel, hybryda, elektryczny itp.).
RokProdukcji	int	Rok produkcji samochodu.
Kolor	string	Kolor samochodu.
KrajPochodzenia	string	Kraj pochodzenia samochodu.
PojazdUszkodzony	string	Informacja czy pojazd jest uszkodzony (Tak/Nie).
SkrzyniaBiegow	string	Typ skrzyni biegów w samochodzie (manualna, automatyczna).

Prezentacja bazy danych

```
# Wczytanie bazy danych
database = read.csv("../database/AutoSprzedam.dat", sep = "\t", dec = ',');

cat("Liczba rekordów:", nrow(database), ", liczba kolumn:", ncol(database), "\n")
```

```
## Liczba rekordów: 41034 , liczba kolumn: 14
```

```
N = 5;
cat("-", "Przykład ", N, "pierwszych rekordów.\n")
```

```
## - Przykład 5 pierwszych rekordów.
```

```
head(database, N)
```

```
##      NrOferty CenaPLN  KM      Marka      Model LiczbaDrzwi PojemnoscSkokowa
## 1          1   27900 150      Opel      Vectra         4/5             1900
## 2          2   28000 116    Toyota Corolla Verso         4/5             2000
## 3          3   25500 150      Skoda      Superb         4/5             1781
## 4          4   29900 109 Mercedes-Benz      A 180         2/3             1991
## 5          5   29800 207    Peugeot      607          4/5             2946
##      PrzebiegKm      RodzajPaliwa RokProdukcji      Kolor
## 1       80840 olej napędowy (diesel)      2005 czarny-metallic
## 2      166000 olej napędowy (diesel)      2004          biały
## 3       112000      benzyna+LPG      2002 bordowy-metallic
## 4        42000 olej napędowy (diesel)      2005          czerwony
## 5       169000      benzyna      2004 granatowy-metallic
##      KrajPochodzenia PojazdUszkodzony SkrzyniaBiegow
## 1          Niemcy      Nie      manualna
## 2          Polska      Nie      manualna
## 3          Polska      Nie      manualna
## 4          Polska      Nie      manualna
## 5          Francja      Nie      manualna
```

```
cat("-", "Przykład ", N, "ostatnich rekordów.\n")
```

```
## - Przykład 5 ostatnich rekordów.
```

```
tail(database, N)
```

```
##      NrOferty CenaPLN  KM      Marka      Model LiczbaDrzwi PojemnoscSkokowa
## 41030      41030 98000.00 220      Opel Insignia         4/5             1998
## 41031      41031 34924.50 184 Mercedes-Benz      S 400         4/5             3996
## 41032      41032 41175.09  70    Peugeot      308          2/3             1397
## 41033      41033 47900.00 115      Ford      C-MAX         4/5             1560
## 41034      41034 14200.00  90      Ford      Mondeo         4/5             1998
##      PrzebiegKm      RodzajPaliwa RokProdukcji      Kolor
## 41030       25500      benzyna      2010 grafitowy-metallic
## 41031      162000 olej napędowy (diesel)      2001 srebrny-metallic
## 41032        9289      benzyna      2010 srebrny-metallic
## 41033       45000 olej napędowy (diesel)      2010 czarny-metallic
## 41034      191024 olej napędowy (diesel)      2003 czarny-metallic
##      KrajPochodzenia PojazdUszkodzony SkrzyniaBiegow
## 41030          Polska      Nie      manualna
## 41031          Czechy      Nie      automatyczna
## 41032          Niemcy      Nie      manualna
```

## 41033	Belgia	Nie	manualna
## 41034	Niemcy	Nie	manualna

Przygotowanie bazy danych

Przed przejściem do dalszej pracy z bazą danych postanowiono wprowadzenie zmian w jej strukturze, których celem jest uproszczenie przyszłych prac z danymi.

Pole - *SkrzyniaBiegow*

W bazie występują 3 rodzaje typów skrzyni biegów: *półautomatyczna/sekwencyjna*, *manualna* oraz *automatyczna*. Udział typu *półautomatyczna/sekwencyjna* w całej bazie wynosi 1,5%.

W związku z niewielkim udziałem ze skrzynią *półautomatyczna/sekwencyjna*, typ ten został usunięty z bazy. Dzięki czemu możliwe jest przekształcenie kolumny *SkrzyniaBiegow* (char), na *SkrzyniaBiegowManualna* (bool).

```
gear_box_summary = database %>% group_by(database$SkrzyniaBiegow) %>% summarise(liczba = n());
gear_box_summary
```

```
## # A tibble: 3 x 2
##   `database$SkrzyniaBiegow`   liczba
##   <chr>                     <int>
## 1 automatyczna              6941
## 2 manualna                  34030
## 3 półautomatyczna/sekwencyjna    63
```

```
cat("Udział pojazdów ze skrzynią biegów typu 'półautomatyczna/sekwencyjna'",
    sum(gear_box_summary[3,2])/sum(gear_box_summary[,2])*100, "%.");
```

```
## Udział pojazdów ze skrzynią biegów typu 'półautomatyczna/sekwencyjna' 0.1535312 %.
```

```
# Remove cars with database$SkrzyniaBiegow == 'półautomatyczna/sekwencyjna'
database = database[database$SkrzyniaBiegow != "półautomatyczna/sekwencyjna",];

# Cast to logical value
database$SkrzyniaBiegow = database$SkrzyniaBiegow == "manualna";
colnames(database)[14] = "SkrzyniaBiegowManualna";
```

Pole *PojazdUszkodzony*

Domyślnym typem danych dla pola *PojazdUszkodzony* jest (char). Zmienna jest typem logicznym (TAK/NIE). W związku z powyższym kolumna *PojazdUszkodzony* została przekształcona to typu *bool*.

```
database$PojazdUszkodzony = database$PojazdUszkodzony == "Tak";
```

Pole *Liczba drzwi*

W bazie występują pojazdy tylko i wyłącznie z dwoma liczbami drzwi 2/3 oraz 4/5. W związku z powyższym można analogicznie przekształcić typ danych na typ *bool*.

```
database$LiczbaDrzwi = database$LiczbaDrzwi == "4/5";
colnames(database)[6] = "LiczbaDrzwi4/5"
```

Prezentacja bazy danych - po wprowadzonych zmianach

```
N = 5;  
cat("-", "Przykład ", N, "pierwszych rekordów.\n")
```

- Przykład 5 pierwszych rekordów.

```
head(database, N)
```

```
##      NrOferty CenaPLN  KM      Marka      Model LiczbaDrzwi4/5  
## 1          1   27900 150        Opel      Vectra             TRUE  
## 2          2   28000 116      Toyota Corolla Verso             TRUE  
## 3          3   25500 150        Skoda      Superb             TRUE  
## 4          4   29900 109 Mercedes-Benz      A 180             FALSE  
## 5          5   29800 207      Peugeot      607             TRUE  
##      PojemnoscSkokowa PrzebiegKm      RodzajPaliwa RokProdukcji  
## 1          1900      80840 olej napędowy (diesel)      2005  
## 2          2000     166000 olej napędowy (diesel)      2004  
## 3          1781     112000      benzyna+LPG      2002  
## 4          1991     42000 olej napędowy (diesel)      2005  
## 5          2946     169000      benzyna      2004  
##      Kolor KrajPochodzenia PojazdUszkodzony SkrzyniaBiegowManualna  
## 1   czarny-metallic      Niemcy      FALSE      TRUE  
## 2          bialy      Polska      FALSE      TRUE  
## 3   bordowy-metallic      Polska      FALSE      TRUE  
## 4          czerwony      Polska      FALSE      TRUE  
## 5   granatowy-metallic      Francja      FALSE      TRUE
```

```
cat("-", "Przykład ", N, "ostatnich rekordów.\n")
```

- Przykład 5 ostatnich rekordów.

```
tail(database, N)
```

```
##      NrOferty CenaPLN  KM      Marka      Model LiczbaDrzwi4/5  
## 41030      41030 98000.00 220        Opel Insignia             TRUE  
## 41031      41031 34924.50 184 Mercedes-Benz      S 400             TRUE  
## 41032      41032 41175.09 70      Peugeot      308             FALSE  
## 41033      41033 47900.00 115        Ford      C-MAX             TRUE  
## 41034      41034 14200.00 90      Ford      Mondeo             TRUE  
##      PojemnoscSkokowa PrzebiegKm      RodzajPaliwa RokProdukcji  
## 41030          1998      25500      benzyna      2010  
## 41031          3996     162000 olej napędowy (diesel)      2001  
## 41032          1397      9289      benzyna      2010  
## 41033          1560     45000 olej napędowy (diesel)      2010  
## 41034          1998     191024 olej napędowy (diesel)      2003  
##      Kolor KrajPochodzenia PojazdUszkodzony  
## 41030   grafitowy-metallic      Polska      FALSE  
## 41031   srebrny-metallic      Czechy      FALSE  
## 41032   srebrny-metallic      Niemcy      FALSE  
## 41033   czarny-metallic      Belgia      FALSE  
## 41034   czarny-metallic      Niemcy      FALSE  
##      SkrzyniaBiegowManualna  
## 41030          TRUE  
## 41031          FALSE  
## 41032          TRUE
```

```
## 41033 TRUE
## 41034 TRUE
```

II - Wyznaczenie podstawowych statystyk

W tej sekcji przedstawione zostaną podstawowe statystyki dla wybranych zmiennych, które zostały użyte do

1. Miary położenia: Średnią arytmetyczną w próbkę nazywamy miarę wyrażoną wzorem:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Mediana jest to środkowa wartość danych, przedstawimy ją za pomocą wzoru

$$\begin{aligned} \text{Mediana} &= x_{(\frac{n+1}{2})} \\ \text{Mediana} &= \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} \end{aligned}$$

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$R = x_{(n)} - x_{(1)}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$$V = \frac{S}{\bar{x}}$$

Kwartyle służą do wyznaczania wartości, wokół której grupują się dane, przykładowo wyróżniamy następujące kwartyle: — pierwszy kwartył Q1 - mediana grupy obserwacji mniejszych od Q2, — drugi kwartył Q2 to mediana, — trzeci kwartył Q3 - mediana grupy obserwacji większych od Q2

Statystyki dla zmiennych numerycznych

```
numerical_database = data.frame(database$CenaPLN,
                                database$KM,
                                database$PojemnoscSkokowa,
                                database$PrzebiegKm,
                                database$RokProdukcji);
numerical_statistics = data.frame(do.call(cbind, lapply(numerical_database, summary)));
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics)+1,] = sapply(numerical_database, var);
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics)+1,] = sapply(numerical_database, sd);
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics) + 1, ] = sapply(numerical_database, function(x) sd(x) /
```

```
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics) + 1, ] = sapply(numerical_database, skewness)
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics) + 1, ] = sapply(numerical_database, kurtosis)
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics) + 1, ] = sapply(numerical_database, harmonic.mean)
numerical_statistics[nrow(numerical_statistics) + 1, ] = sapply(numerical_database, geometric.mean)
row.names(numerical_statistics)[7:13] <- c("Var", "Sd", "CV", "Skewness", "Kurtosis", "HarmonicMean", "GeometricMean")
numerical_statistics
```

```
##          database.CenaPLN  database.KM  database.PojemnoscSkokowa
## Min.          1.000000e+03    1.0000000    1.300000e+01
## 1st Qu.        1.720000e+04    83.0000000    1.560000e+03
## Median         2.600000e+04   110.0000000    1.896000e+03
## Mean           4.084835e+04   121.0051744    1.916859e+03
## 3rd Qu.        4.190000e+04   140.0000000    1.998000e+03
## Max.           1.788000e+06  1400.0000000    7.300000e+03
## Var            2.636581e+09  3589.9807885    4.158254e+05
## Sd              5.134764e+04   59.9164484    6.448453e+02
## CV              1.257031e+00    0.4951561    3.364073e-01
## Skewness        6.034186e+00    2.7368886    2.385149e+00
## Kurtosis        9.358844e+01   19.0259271    1.197423e+01
## HarmonicMean     2.244410e+04  101.5252728    1.737741e+03
## GeometricMean    2.871816e+04  110.3418770    1.832465e+03
##          database.PrzebiegKm  database.RokProdukcji
## Min.          1.000000e+00    2.001000e+03
## 1st Qu.        8.000000e+04    2.003000e+03
## Median         1.310000e+05    2.005000e+03
## Mean           1.253297e+05    2.005290e+03
## 3rd Qu.        1.703610e+05    2.007000e+03
## Max.           2.600000e+06    2.011000e+03
## Var            5.110149e+09    7.805945e+00
## Sd              7.148530e+04    2.793912e+00
## CV              5.703780e-01    1.393271e-03
## Skewness        4.726845e+00    1.215195e-01
## Kurtosis        1.410032e+02    1.976936e+00
## HarmonicMean     4.311082e+02    2.005286e+03
## GeometricMean    9.027241e+04    2.005288e+03
```

Interpretacja danych dla CenaPLN

Centrum rozkładu: Dane są niejednorodne i wyraźnie prawostronnie skośne, co potwierdza wysoka wartość mediany (26000), która lepiej odzwierciedla przeciętną wartość w porównaniu do średniej arytmetycznej (40848). Średnia jest silnie wpływana przez skrajne wartości, co sprawia, że jest zdecydowanie większa od mediany. Wartość średniej harmonicznego oraz średniej geometrycznej leży pomiędzy medianą a średnią arytmetyczną.

```
t(numerical_statistics)[1,c(1:6,12,13)]
```

```
##          Min.          1st Qu.          Median          Mean          3rd Qu.
##          1000.00        17200.00        26000.00        40848.35        41900.00
##          Max.  HarmonicMean GeometricMean
##          1788000.00        22444.10        28718.16
```

Miary rozproszenia:

Rozstęp między wartościami minimalną i maksymalną jest bardzo duży (60266.69), co wskazuje na znaczną zmienność danych. Rozstęp międzykwartyłowy (IQR) jest stosunkowo niski (4386.29), co sugeruje, że większość

danych skupia się wokół mediany. Wysokie wartości odchylenia standardowego (51347.64) oraz odchylenia przeciętnego świadczą o dużym rozrzuceniu danych wokół średniej arytmetycznej.

```
t(numerical_statistics)[1,c(7,8,9)]
```

```
##          Var          Sd          CV
## 2.636581e+09 5.134764e+04 1.257031e+00
```

Kształt rozkładu:

Współczynnik zmienności (CV) wynoszący ponad 100% wskazuje na dużą zmienność danych. Skośność (Skewness) jest dodatnia (6.03), co potwierdza prawostronną skośność rozkładu. Kurtosis wynoszący 93.59 wskazuje na występowanie wartości skrajnych i grubszych “ogonów” rozkładu, co oznacza, że rozkład jest bardziej spiętrzony wokół środka niż rozkład normalny.

```
t(numerical_statistics)[1,c(10,11)]
```

```
## Skewness Kurtosis
## 6.034186 93.588443
```

Dane wykazują dużą zmienność, zdecydowaną prawostronną skośność oraz obecność wartości skrajnych. To sugeruje, że analizowane zjawisko nie jest równomiernie rozłożone i może być podatne na występowanie ekstremalnych wartości. Użycie średniej arytmetycznej jako miary centralnej może być mniej odpowiednie, gdyż jest silnie wpływana przez wartości skrajne. Mediana lepiej odzwierciedla przeciętną wartość w takich warunkach. Duża wartość współczynnika zmienności i kurtozy potwierdza istnienie dużej zmienności i obecność wartości skrajnych w badanych danych.

Statystyki dla zmiennych dwumianowych

```
logical_database = data.frame(database$LiczbaDrzwi4/5`,
                              database$PojazdUszkodzony,
                              database$SkrzyniaBiegowManualna);

logical_statistics = data.frame(do.call(cbind, lapply(logical_database, summary)))[2:3,];
logical_statistics = data.frame(Class = c("False", "True"),
                                PojazdUszkodzony = as.double(logical_statistics$database.PojazdUszkodzony),
                                SkrzyniaBiegowManualna = as.double(logical_statistics$database.SkrzyniaBiegowManualna),
                                LiczbaDrzwi4_5 = as.double(logical_statistics$database.LiczbaDrzwi4_5));

logical_statistics
```

```
##      Class PojazdUszkodzony SkrzyniaBiegowManualna LiczbaDrzwi4_5
## 1 False          39497             6941             5301
## 2  True          1474             34030            35670
```

Statystyki dla pozostałych zmiennych (jakościowych)

```
quality_database = data.frame(database$Marka,
                              database$RodzajPaliwa,
                              database$Kolor,
                              database$KrajPochodzenia);

sapply(quality_database, function (x){
  round(sort(table(x), decreasing = TRUE) / nrow(quality_database) , 3)})
```

```
## $database.Marka
## x
## Volkswagen      Ford      Opel      Renault      Audi
```

```

##          0.151          0.132          0.122          0.115          0.091
##      Peugeot      Skoda      Toyota Mercedes-Benz      BMW
##          0.078          0.072          0.066          0.064          0.062
##      Fiat
##      0.047
##
## $database.RodzajPaliwa
## x
## olej napędowy (diesel)          benzyna          benzyna+LPG
##          0.680          0.297          0.022
##          hybryda          benzyna+CNG          napęd elektryczny
##          0.001          0.001          0.000
##
## $database.Kolor
## x
##      srebrny-metallic      czarny-metallic      niebieski-metallic      szary-metallic
##          0.252          0.191          0.070          0.068
## grafitowy-metallic      granatowy-metallic          biały      zielony-metallic
##          0.057          0.056          0.053          0.033
##          czerwony          czarny          niebieski          granatowy
##          0.031          0.029          0.027          0.025
##      złoty-metallic          srebrny      bordowy-metallic      czerwony-metallic
##          0.017          0.012          0.012          0.011
##      bezowy-metallic      brązowy-metallic          biały-metallic          złoty
##          0.009          0.009          0.007          0.005
##          zielony          szary      wiśniowy-metallic      fioletowy-metallic
##          0.005          0.004          0.004          0.003
##          grafitowy      pomarańczowy-metal          bordowy          bezowy
##          0.003          0.002          0.002          0.001
##          złoty      złoty-metallic          fioletowy          brązowy
##          0.001          0.001          0.000          0.000
##      pomarańczowy          wiśniowy      różowy-metallic          różowy
##          0.000          0.000          0.000          0.000
##
## $database.KrajPochodzenia
## x
##          Niemcy          Polska          Francja          Czechy
##          0.398          0.298          0.092          0.063
##          Belgia          Włochy          Holandia          Austria
##          0.052          0.024          0.020          0.014
## Stany Zjednoczone      Szwajcaria      Wielka Brytania      Luksemburg
##          0.014          0.008          0.005          0.004
##          Dania          Hiszpania          Szwecja          Kanada
##          0.003          0.003          0.001          0.001
##          Słowacja          Irlandia          Norwegia          Estonia
##          0.000          0.000          0.000          0.000
##          Rumunia          Węgry          Grecja          Islandia
##          0.000          0.000          0.000          0.000
##          Rosja
##          0.000

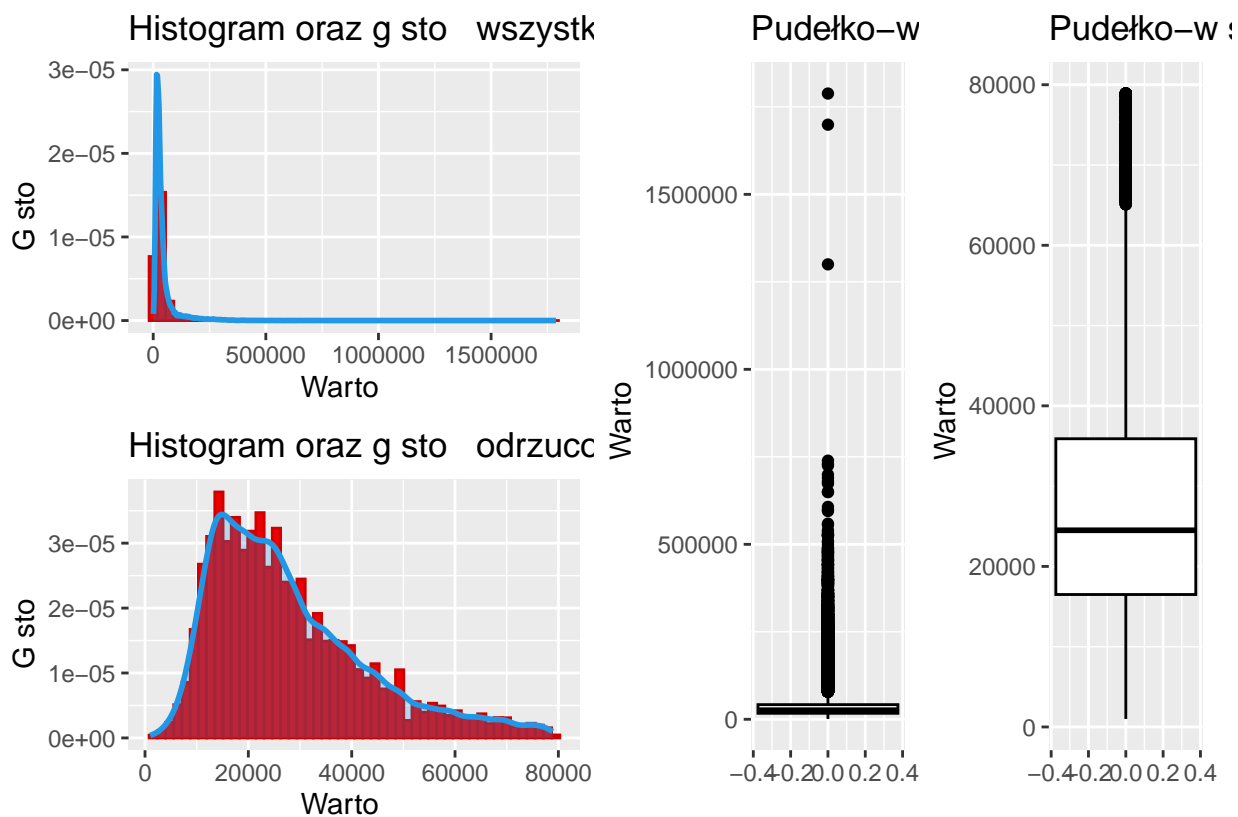
```


III - Graficzna prezentacja danych

Wykresy dla zmiennych numerycznych

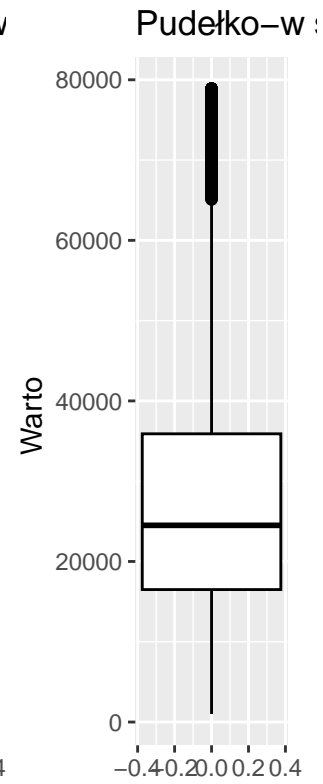
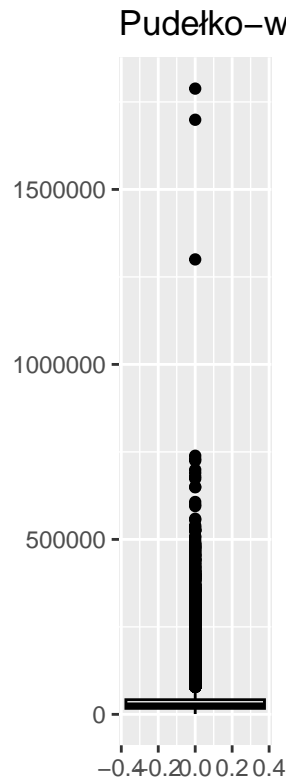
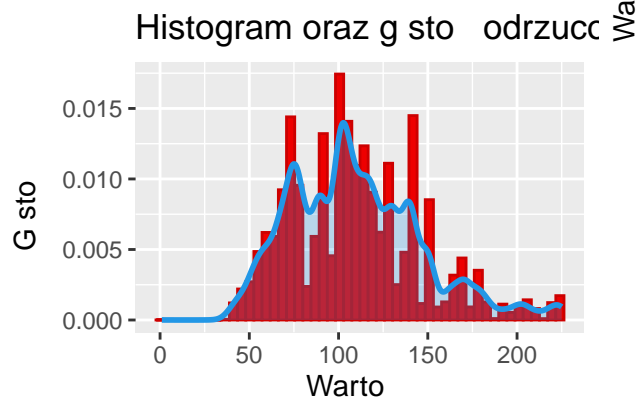
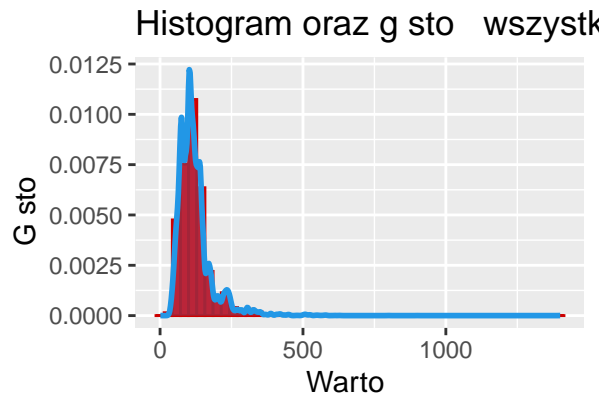
```
sapply(numerical_database, draw_numerical);
```

```
## $database.CenaPLN
```



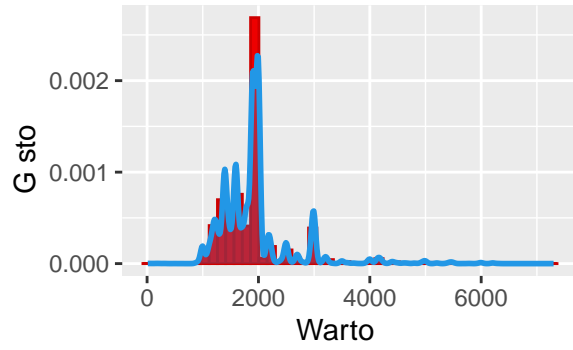
```
##
```

```
## $database.KM
```

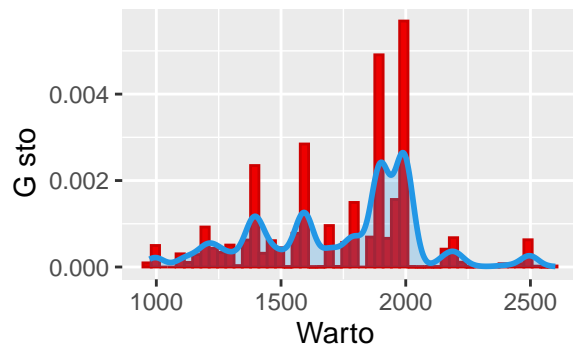


```
##
## $database.PojemnoscSkokowa
```

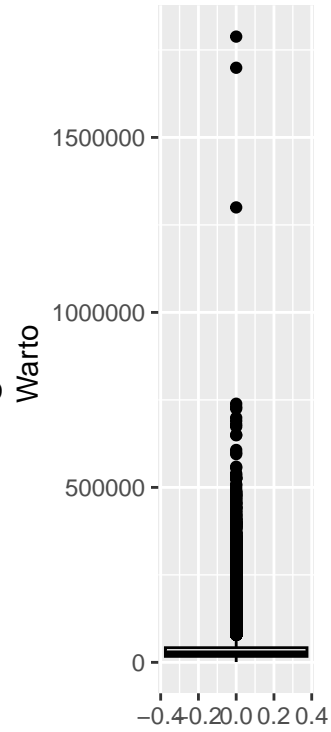
Histogram oraz g sto wszystkich



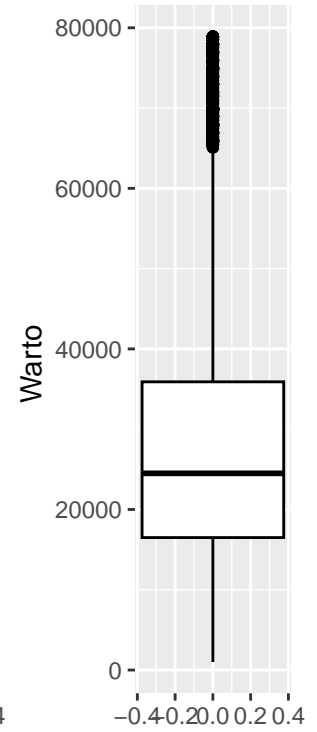
Histogram oraz g sto odrzuco



Pudełko-w

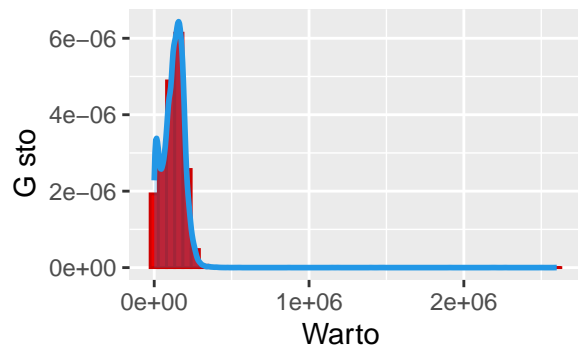


Pudełko-w s

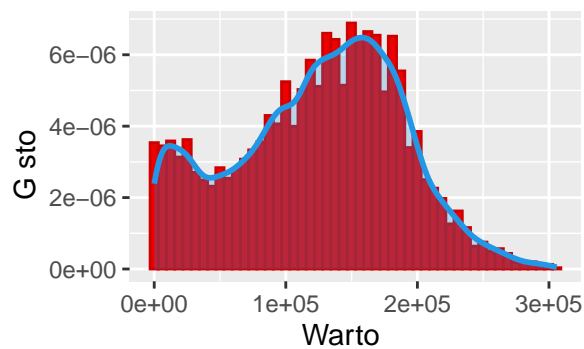


```
##
## $database.PrzebiegKm
```

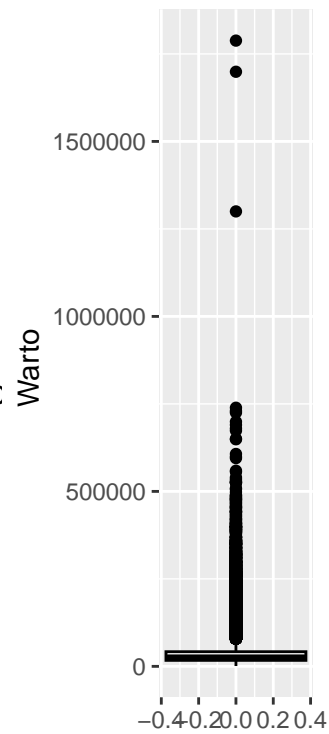
Histogram oraz g sto wszystkich



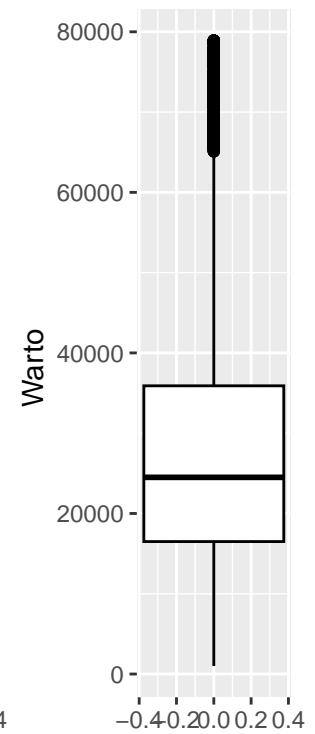
Histogram oraz g sto odrzucc



Pudełko-w

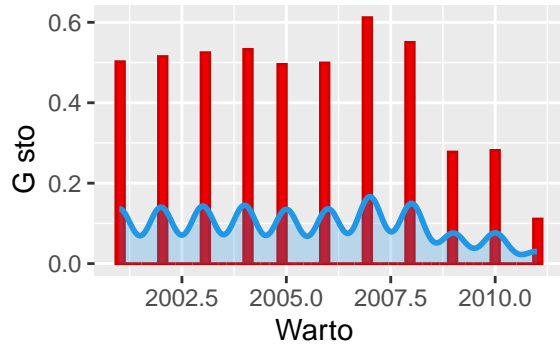


Pudełko-w :

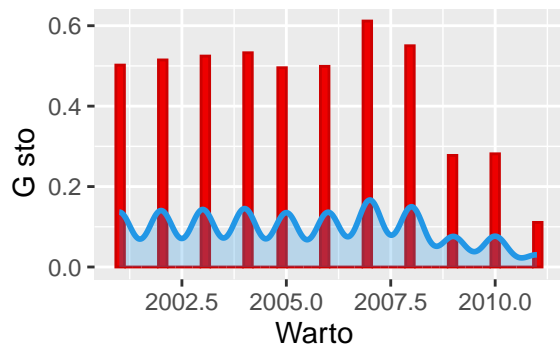


```
##
## $database.RokProdukcji
```

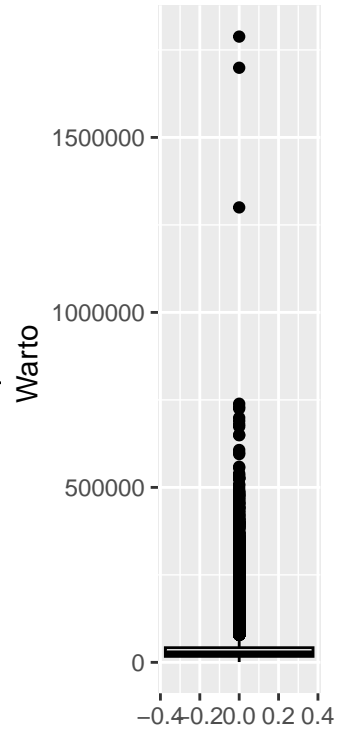
Histogram oraz g sto wszystkie



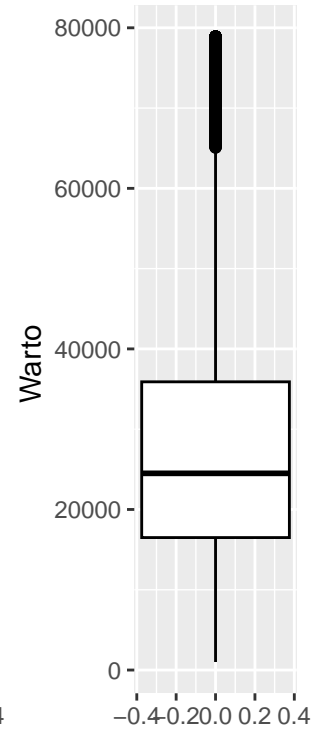
Histogram oraz g sto odrzucor



Pudełko-w



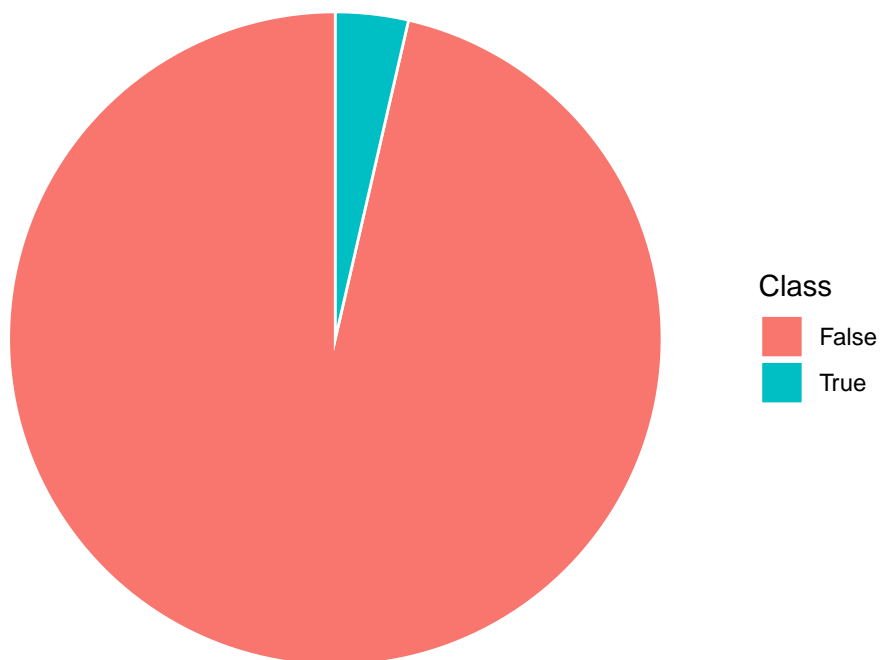
Pudełko-w s



Statystyki dla zmiennych jakościowych

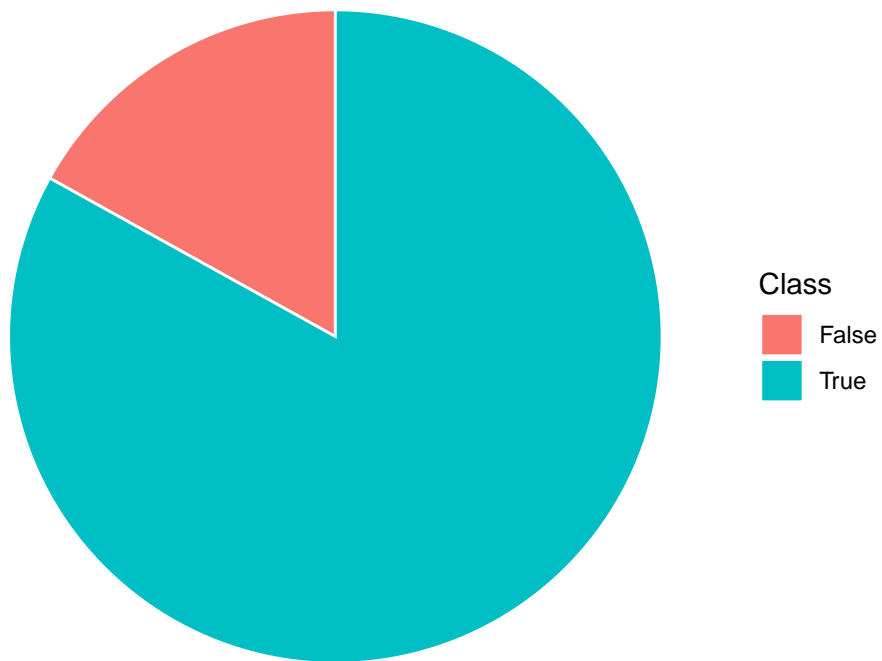
```
ggplot(logical_statistics, aes(x="", y=PojazdUszkodzony, fill=Class)) +
  geom_bar(stat="identity", width=1, color="white") +
  coord_polar("y", start=0) +
  theme_void() + ggtitle("Pojazd uszkodzony");
```

Pojazd uszkodzony



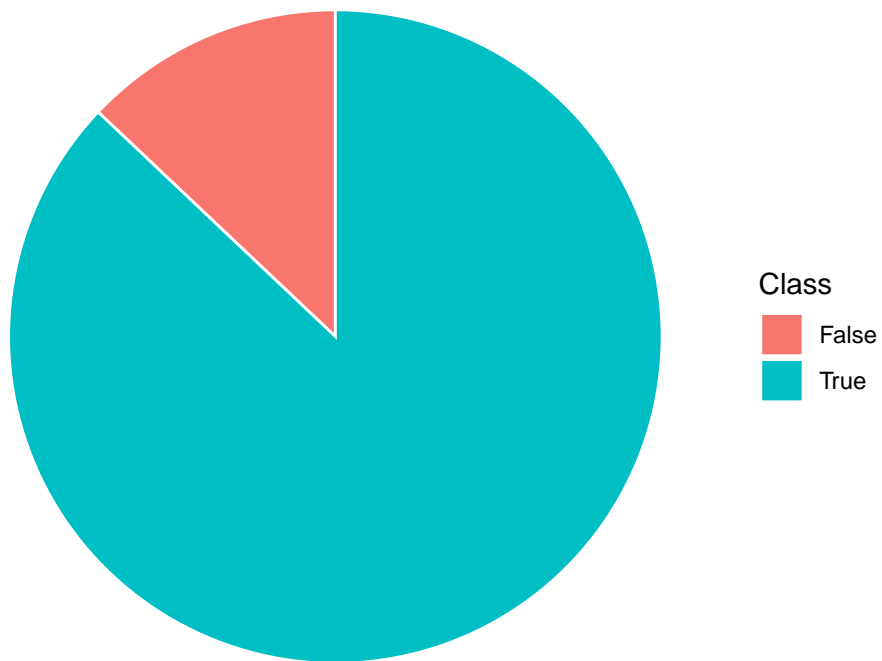
```
ggplot(logical_statistics, aes(x="", y=SkrzyniaBiegowManualna, fill=Class)) +  
  geom_bar(stat="identity", width=1, color="white") +  
  coord_polar("y", start=0) +  
  theme_void() + ggtitle("Skrzynia manualna")
```

Skrzynia manualna

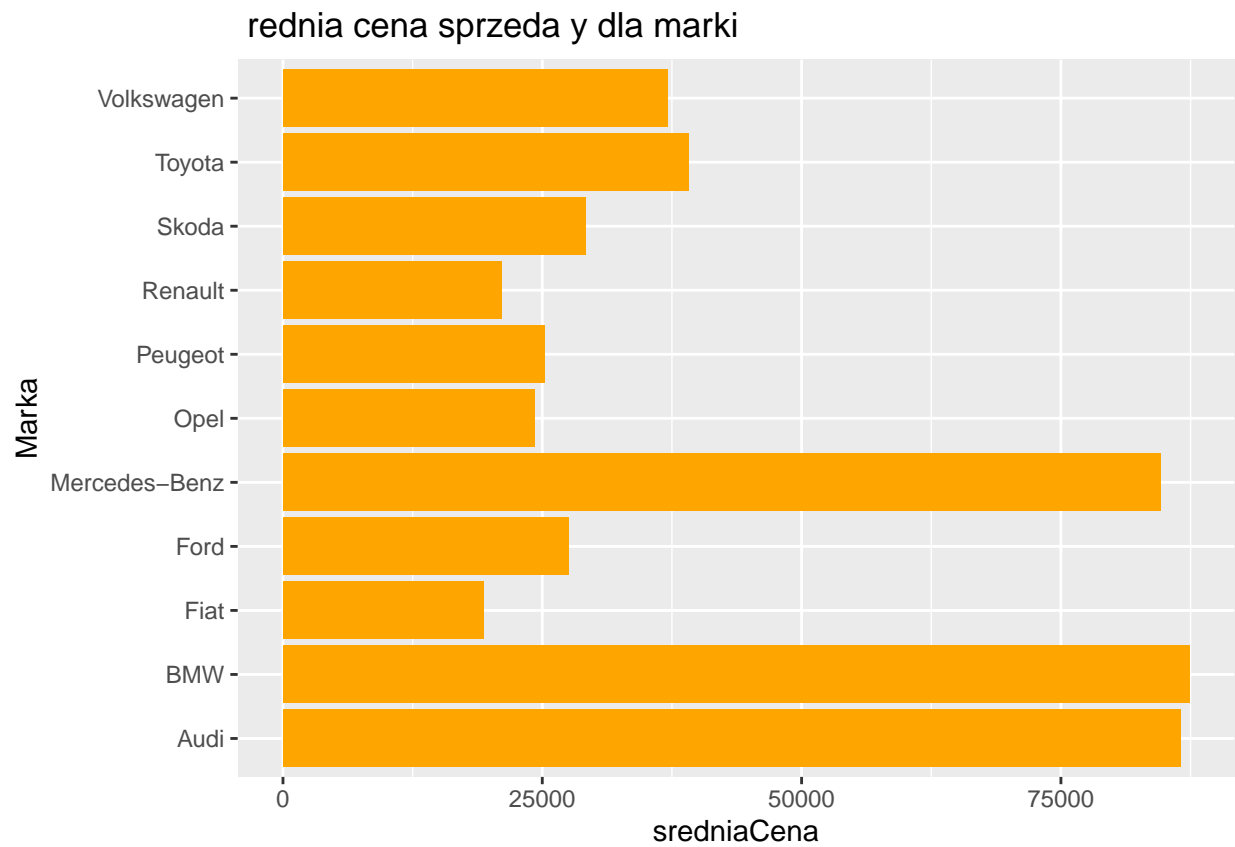


```
ggplot(logical_statistics, aes(x="", y=LiczbaDrzwi4_5, fill=Class)) +  
  geom_bar(stat="identity", width=1, color="white") +  
  coord_polar("y", start=0) +  
  theme_void() + ggtitle("Liczba drzwi 4/5")
```

Liczba drzwi 4/5

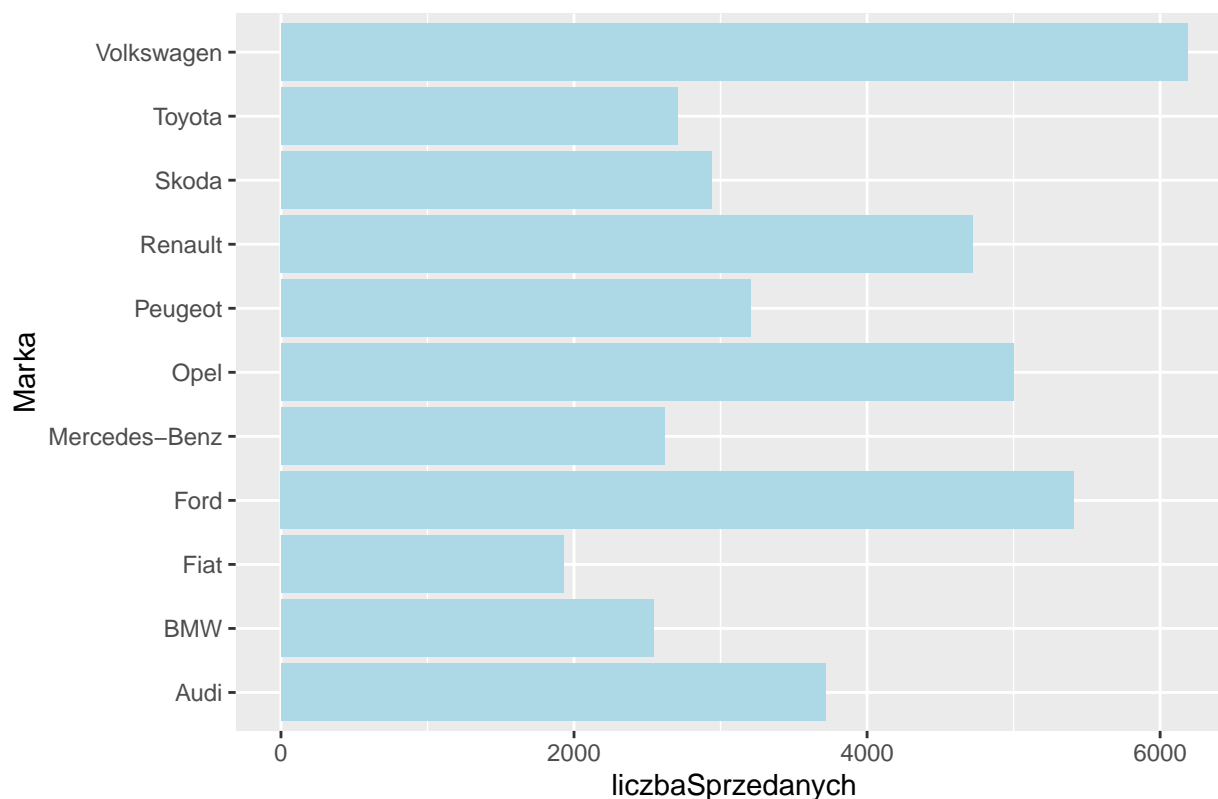


```
wzg_marka = database %>% group_by(Marka) %>% summarise(liczbaSprzedanych = n(),  
                                                         sredniaCena = mean(CenaPLN),  
                                                         medianaCena = median(CenaPLN));  
  
ggplot(wzg_marka, aes(y=Marka, x=sredniaCena)) +  
  geom_bar(position="dodge", stat="identity", fill="orange") +  
  ggtitle("Średnia cena sprzedaży dla marki")
```

```
ggplot(wzg_marka, aes(y=Marka, x=liczbaSprzedanych)) +  
  geom_bar(position="dodge", stat="identity", fill="lightblue") +  
  ggtitle("Liczba sprzedanych pojazdów")
```

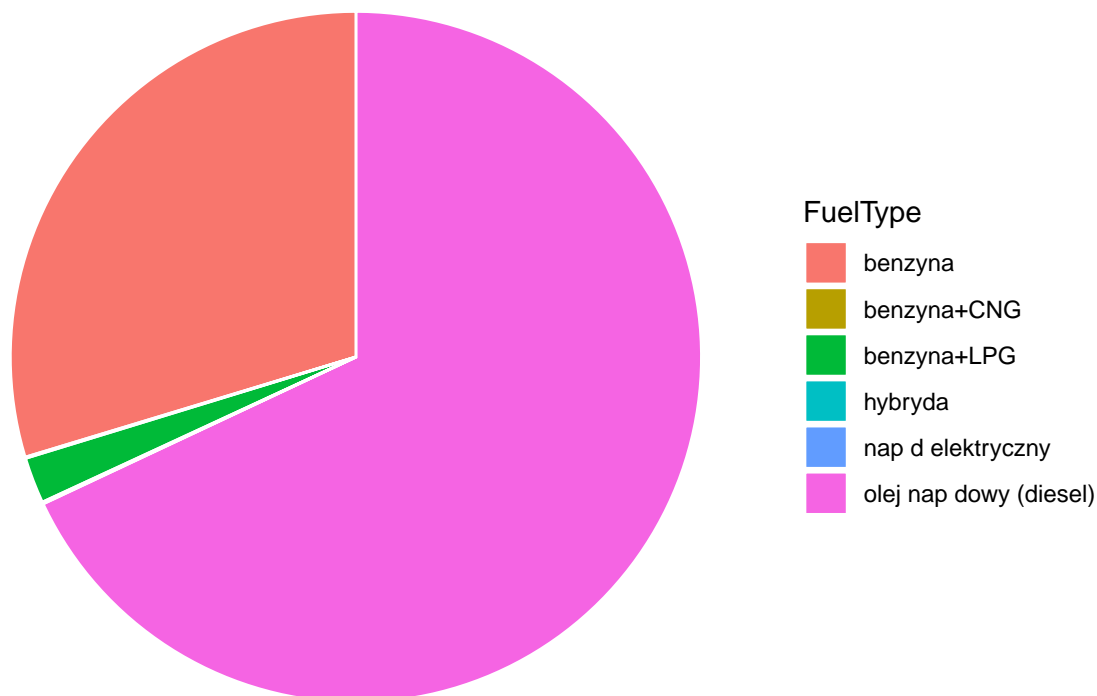
Liczba sprzedanych pojazdów



```
fuelType = database %>% group_by(database$RodzajPaliwa) %>% summarise(liczba = n());
colnames(fuelType) = c("FuelType", "Count");
fuelType = fuelType[order(fuelType$Count, decreasing = TRUE),]
fuelType
```

```
## # A tibble: 6 x 2
##   FuelType      Count
##   <chr>      <int>
## 1 olej napędowy (diesel) 27865
## 2 benzyna      12161
## 3 benzyna+LPG    886
## 4 hybryda       25
## 5 benzyna+CNG    23
## 6 napęd elektryczny    11
```

```
ggplot(fuelType, aes(x="", y=Count, fill=FuelType)) +
  geom_bar(stat="identity", width=1, color="white") +
  coord_polar("y", start=0) + theme_void();
```



IV - Obserwacje odstające

Obserwacja odstająca, element odstający – obserwacja relatywnie odległa od pozostałych elementów próby. Innymi słowy, posiadająca nietypową wartość zmiennej niezależnej (objaśniającej) lub nietypowe wartości obydwu zmiennych – zależnej (objaśnianej) i objaśniającej (objaśniających w analizie regresji wielokrotnej).

Redukcja danych odstających zgodnie z regułą 3 sigma (*CenaPLN*)

Redukcja danych zgodnie z regułą 3 sigma.

Identyfikacja danych odstających za pomocą reguły trzech sigm:

1. Obliczenie średniej (μ): Najpierw oblicza się średnią dla danego zbioru danych.
2. Obliczenie odchylenia standardowego (σ): Następnie oblicza się odchylenie standardowe, które mierzy, jak bardzo dane rozpraszają się wokół średniej.
3. Ustalenie zakresu trzech sigm: Wartości, które znajdują się poza zakresem trzech sigm ($\mu \pm 3\sigma$), są uznawane za dane odstające.

```
iv_sigma_mean_price = mean(database$CenaPLN);
iv_sigma_sd_price   = sd(database$CenaPLN);

iv_sigma_lower_bound <- iv_sigma_mean_price - 3 * iv_sigma_sd_price;
iv_sigma_upper_bound <- iv_sigma_mean_price + 3 * iv_sigma_sd_price;

cat("Wyznaczowe granice metodą 3 sigma: \n")
```

```
## Wyznacznowe granice metodą 3 sigma:
cat("Dolna granica ", iv_sigma_lower_bound, ", górna granica ", iv_sigma_upper_bound, "\n");

## Dolna granica -113194.6 , górna granica 194891.3
iv_n_sigma_outlier = sum(database$CenaPLN >= iv_sigma_upper_bound |
                        database$CenaPLN <= iv_sigma_lower_bound)

cat("Ilość elementów odstających zgodnie z regułą 3 sigma dla CenaPLN n =", iv_n_sigma_outlier, "\n");

## Ilość elementów odstających zgodnie z regułą 3 sigma dla CenaPLN n = 1032
```

Redukcja danych odstających regułą odstępów międzykwartylowego (*PrzebiegKM*)

Metoda redukcji, polega na wykrywaniu i usuwaniu wartości odstających z zestawu danych. Metoda ta opiera się na kwartylach i rozstępie międzykwartylowym.

1. Wyznaczenie $Q1$ (pierwszy kwartył) oraz $Q3$ (trzeci kwartył)
2. Wyznaczenie odstępów międzykwartylowego $IQR = Q3 - Q1$
3. Wyznaczenie dolnej $Q1 - 1.5 \times IQR$ oraz górnej $Q1 + 1.5 \times IQR$ granicy.

```
iv_Q1 = quantile(database$PrzebiegKm, 0.25);
iv_Q3 = quantile(database$PrzebiegKm, 0.75);
iv_IQR = iv_Q3-iv_Q1;
iv_lower_bound = iv_Q1 - 1.5*iv_IQR #mniejsze niż
iv_upper_bound = iv_Q3 + 1.5*iv_IQR #większe niż

cat("Wyznacznowe granice metodą odstępów międzykwartylowego \n")

## Wyznacznowe granice metodą odstępów międzykwartylowego
cat("Dolna granica ", iv_lower_bound, ", górna granica ", iv_upper_bound, "\n");

## Dolna granica -55541.5 , górna granica 305902.5
iv_n_outlier = sum(database$PrzebiegKm >= iv_upper_bound |
                  database$PrzebiegKm <= iv_lower_bound)

cat("Ilość elementów odstających zgodnie z regułą odstępów międzykwartylowego PrzebiegKm n =", iv_n_outlier, "\n");

## Ilość elementów odstających zgodnie z regułą odstępów międzykwartylowego PrzebiegKm n = 137
```

V - Wyznaczanie prawdopodobieństw dla zmiennej

Rozkłady dyskretne

Dwumianowy

```
set.seed(42);
N = 1e4; # Liczba próbek
n <- 20;
p <- 0.4;

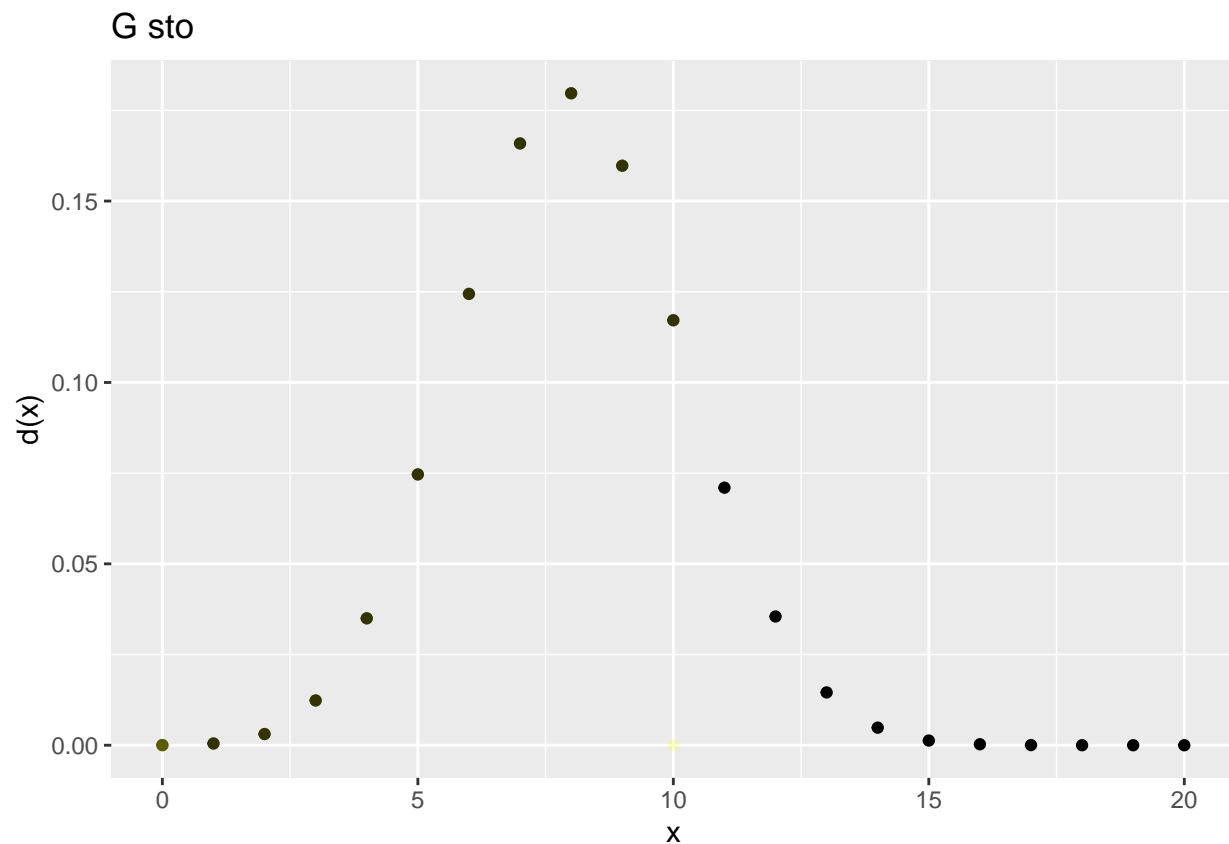
# Prawdopodobieństwo punktowe
print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=8)=", dbinom(8, n, p)));
```

```
## [1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=8)= 0.179705787754689"
# Prawdopodobieństwo przedziałowe
print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(x<10)=", pbinom(10, n,p)));

## [1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(x<10)= 0.872478753852783"
# Wygenerowanie rozkładu gęstości
x = seq(0, n, 1);
dx = dbinom(x, n, p);

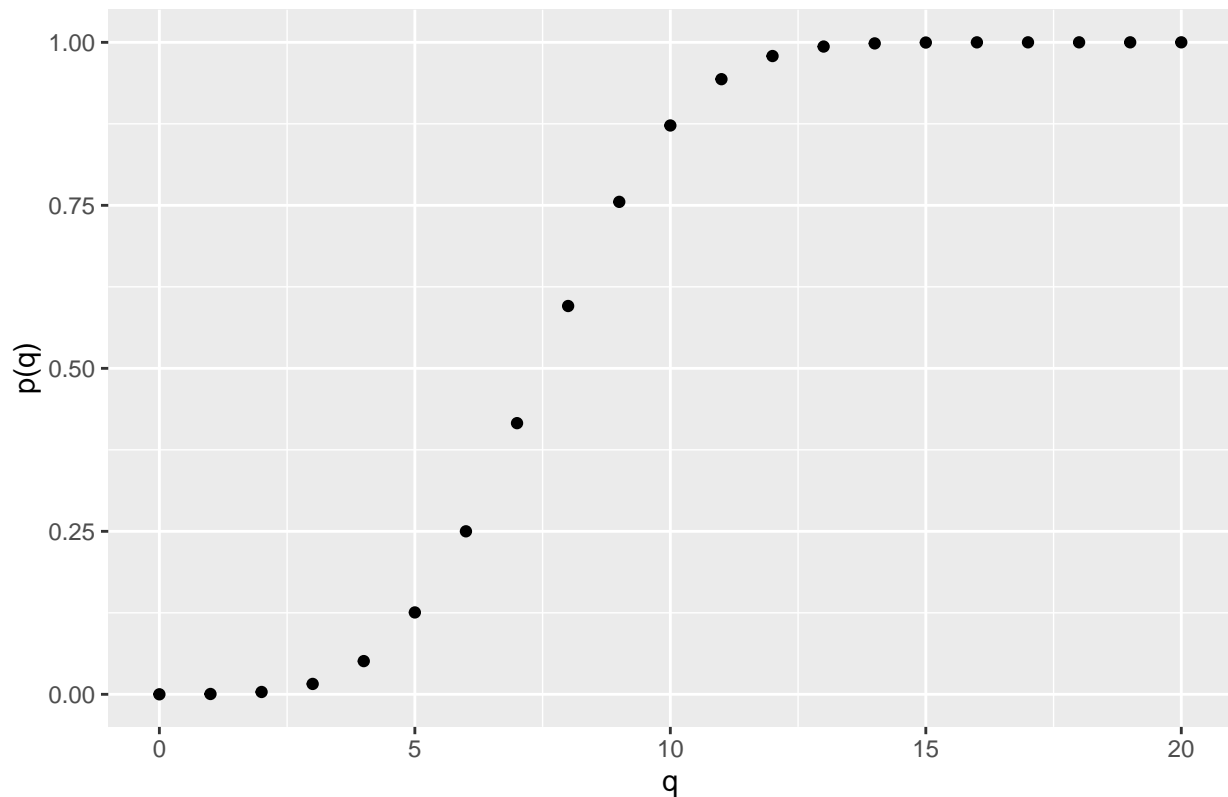
# Wyznaczenie przedziału
n1<-seq(from=0, to=10, by=1)
k1<-data.frame(x=n1, y=dbinom(n1, n, p))
k1<-rbind(c(min(n1), 0), k1, c(max(n1), 0))

# Wykres gęstości
ggplot(data.frame(x=x, y=dx))+geom_point(aes(x=x, y=y))+labs(x="x",y="d(x)") +
  ggtitle("Gęstość")+geom_point(data=k1, aes(x=x, y=y), col="yellow", fill="yellow", alpha=0.2);
```



```
# Wykres dystrybucji
ggplot(data.frame(x=x, y=pbinom(q=x, n, p)))+geom_point(aes(x=x, y=y))+
  labs(x="q",y="p(q)") + ggtitle("Dystrybucja");
```

Dystrybuanta



Rozkład Poissona

```
N = 1e4; # Liczba próbek
lmb = 200; # Lambda

# Prawdopodobieństwo punktowe
print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=180)=", dpois(180, lambda = lmb)));

## [1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=180)= 0.0105567786140805"

# Prawdopodobieństwo przedziałowe
print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(180<x<220)=", ppois(220, lmb)-ppois(180, lmb)));

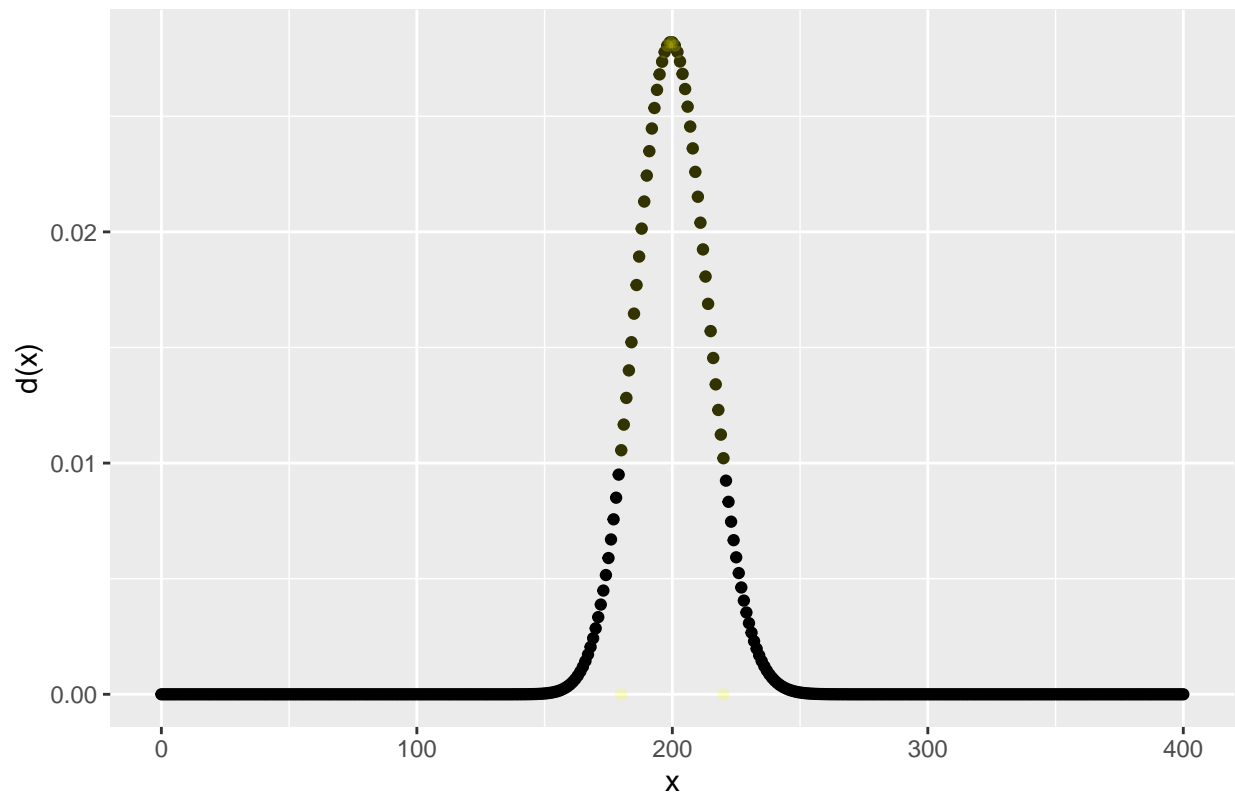
## [1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(180<x<220)= 0.84246965272974"

# Wygenerowanie rozkładu gęstości
x = seq(0, 2*lmb, 1);
dx = dpois(x, lmb);

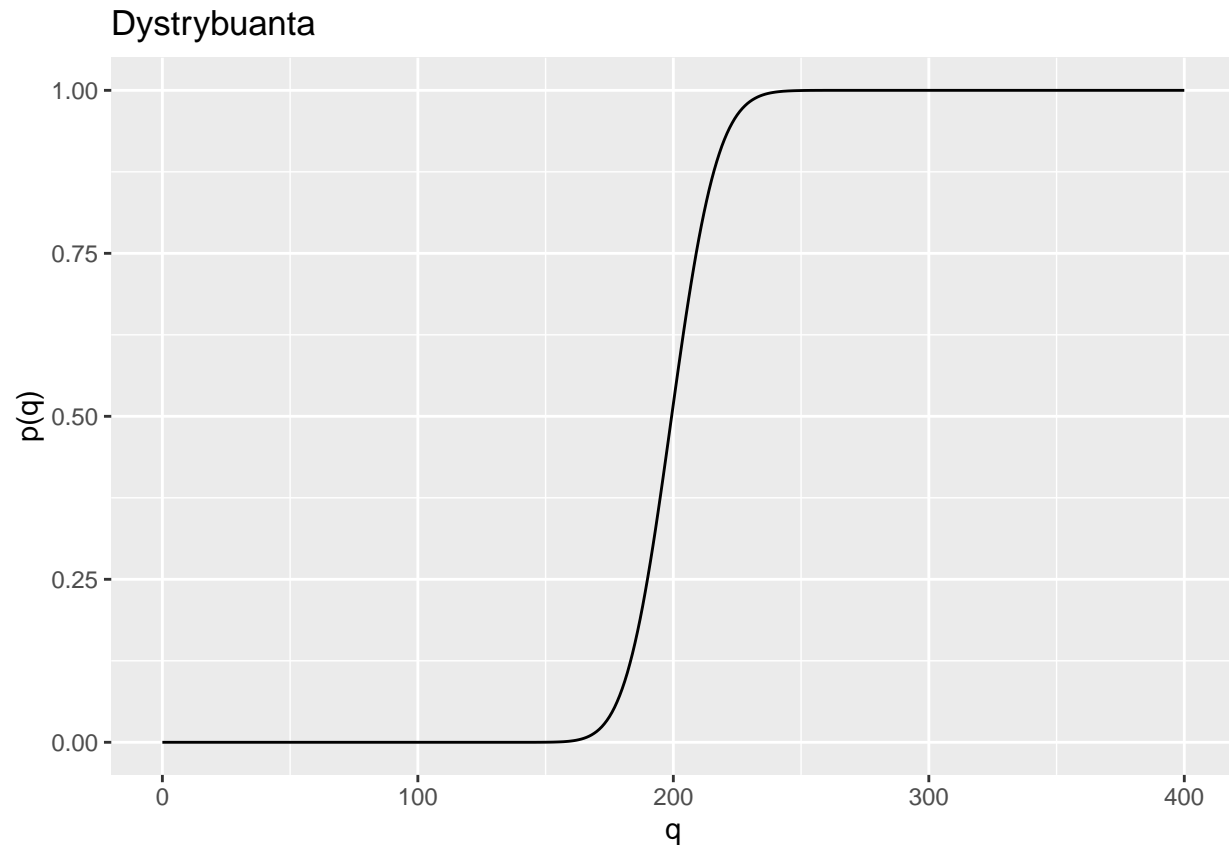
# Wyznaczenie przedziału
n1<-seq(from=180, to=220, by=1)
k1<-data.frame(x=n1, y=dpois(n1, lmb))
k1<-rbind(c(min(n1), 0), k1, c(max(n1), 0))

# Wykres gęstości
ggplot(data.frame(x=x, y=dx))+geom_point(aes(x=x, y=y))+labs(x="x",y="d(x)") +
  ggtitle("Gęstość")+geom_point(data=k1, aes(x=x, y=y), col="yellow", fill="yellow", alpha=0.2);
```

G sto



```
# Wykres dystrybucyjny
ggplot(data.frame(x=x, y=ppois(q=x, lmb)))+geom_line(aes(x=x, y=y))+
  labs(x="q",y="p(q)") + ggtitle("Dystrybuanta");
```



Rozkłady ciągłe

Rozkład normalny

```

N = 1e4; # Liczba próbek
mu = 10; # Średnia
sd = 5 ; # Odchylenie

# Prawdopodobieństwo punktowe
print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=8)=", dnorm(8, mean = mu, sd = sd)));

## [1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=8)= 0.0736540280606647"

# Prawdopodobieństwo przedziałowe
print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(8<x<10)=", pnorm(10, mean = mu, sd = sd)-pnorm(8, mean = mu, sd = sd)));

## [1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(8<x<10)= 0.155421741610324"

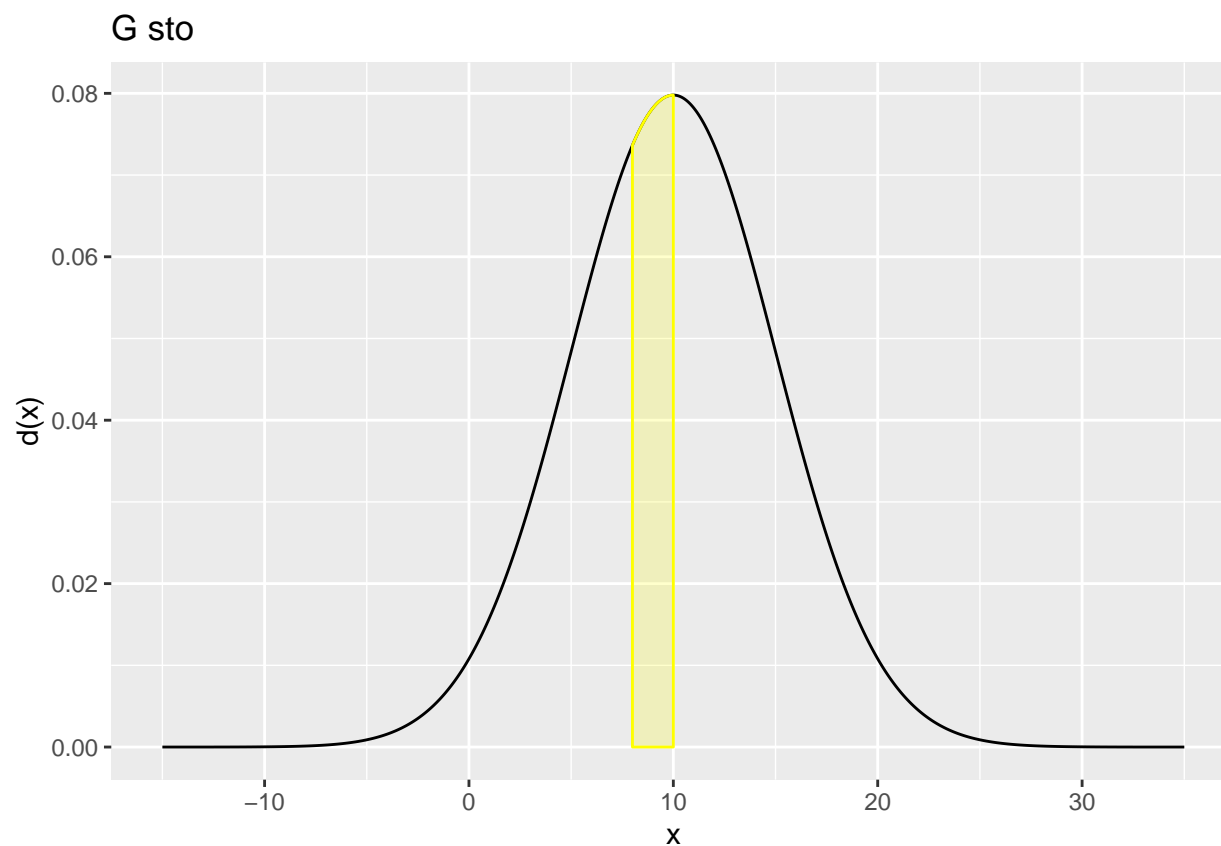
# Wygenerowanie rozkładu gęstości
x = seq(mu-5*sd, mu+5*sd, length.out=1e4);
dx = dnorm(x = x, mean = mu, sd = sd);

# Wyznaczenie przedziału
n1<-seq(from=8, to=10, by=0.01)
k1<-data.frame(x=n1, y=dnorm(n1, mean = mu, sd = sd))
k1<-rbind(c(min(n1), 0), k1, c(max(n1), 0))

```

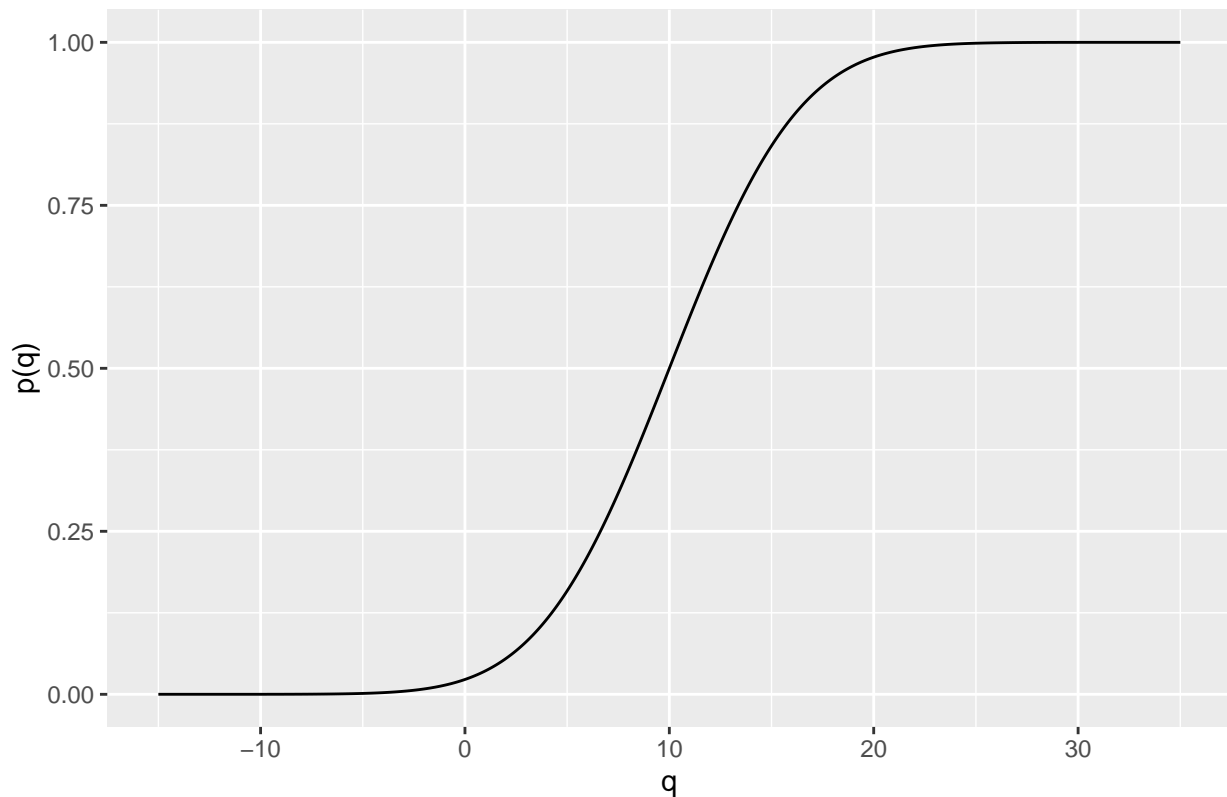


```
# Wykres gęstości
ggplot(data.frame(x=x, y=dx))+geom_line(aes(x=x, y=y))+labs(x="x",y="d(x)") +
  ggtitle("Gęstość")+geom_polygon(data=k1, aes(x=x, y=y), col="yellow", fill="yellow", alpha=0.2);
```



```
# Wykres dystrybucyjny
ggplot(data.frame(x=x, y=pnorm(q=x, mean = mu, sd = sd)))+geom_line(aes(x=x, y=y))+
  labs(x="q",y="p(q)") + ggtitle("Dystrybuanta");
```

Dystrybuanta



Rozkład beta

`N = 1e4; # Liczba próbek`

`a = 2; # Alpha`

`b = 5; # Beta`

`# Prawdopodobieństwo punktowe`

`print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=0.8)=", dbeta(0.8, a, b)));`

[1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(x=0.8)= 0.0384"

`# Prawdopodobieństwo przedziałowe`

`print(paste("Prawdopodobieństwo dla punktu P(0.6<x<1.0)=", pbeta(1., a, b)-pbeta(0.6, a, b)));`

[1] "Prawdopodobieństwo dla punktu P(0.6<x<1.0)= 0.04096000000000001"

`# Wygenerowanie rozkładu gęstości`

`x = seq(0, 1, length.out=1e4);`

`dx = dbeta(x, a, b);`

`# Wyznaczenie przedziału`

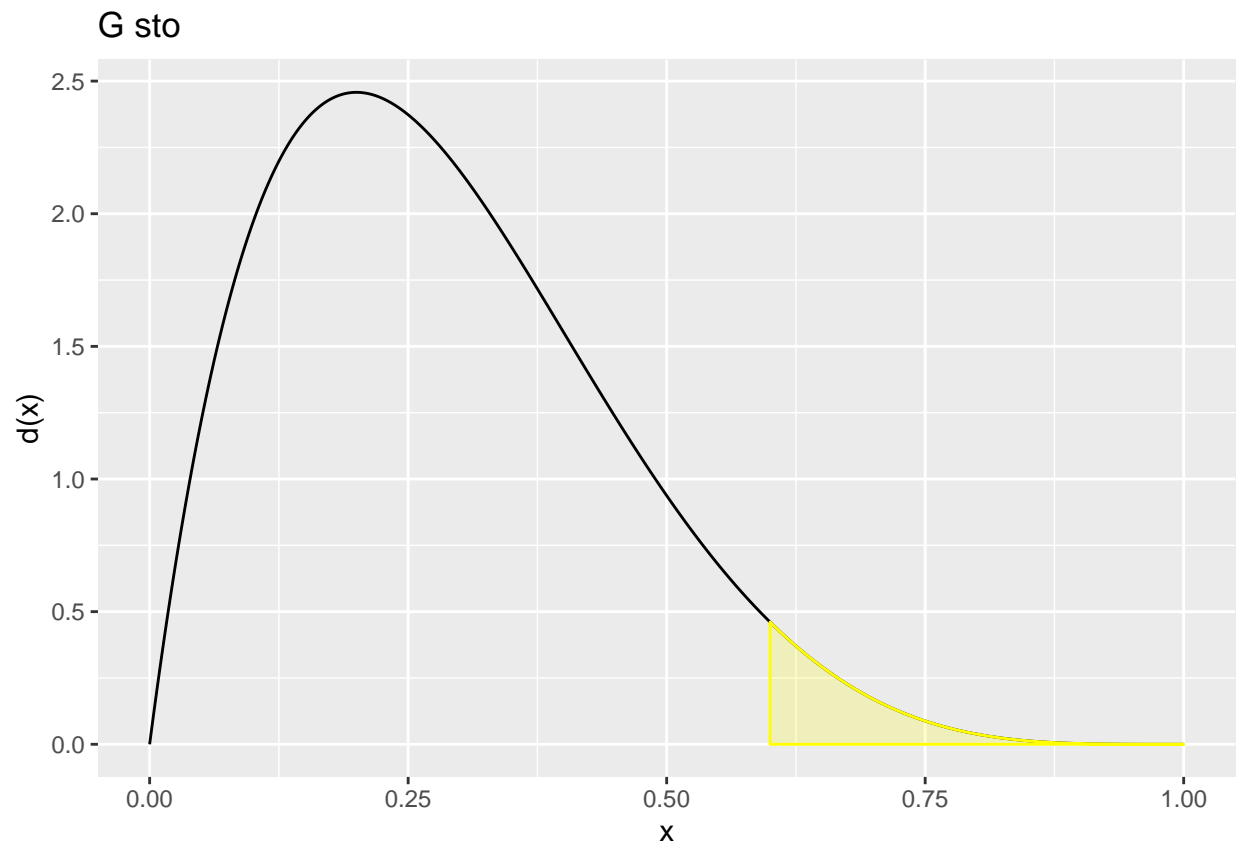
`n1<-seq(from=0.6, to=1.0, by=0.01)`

`k1<-data.frame(x=n1, y=dbeta(n1, a, b))`

`k1<-rbind(c(min(n1), 0), k1, c(max(n1), 0))`

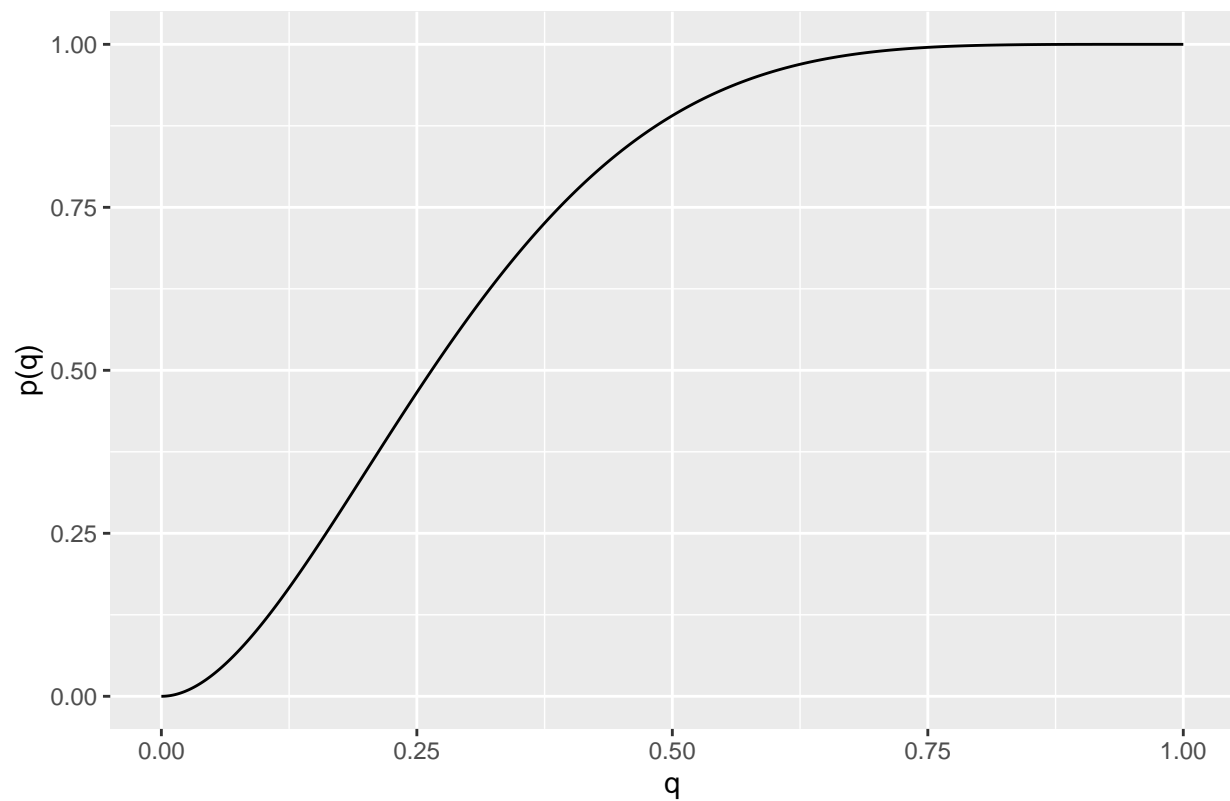
`# Wykres gęstości`

`ggplot(data.frame(x=x, y=dx))+geom_line(aes(x=x, y=y))+labs(x="x",y="d(x)") +
ggtitle("Gęstość")+geom_polygon(data=k1, aes(x=x, y=y), col="yellow", fill="yellow", alpha=0.2);`



```
# Wykres dystrybucyjny
ggplot(data.frame(x=x, y=pbeta(x, a, b)))+geom_line(aes(x=x, y=y))+
  labs(x="q",y="p(q)") + ggtitle("Dystrybuanta");
```

Dystrybuanta



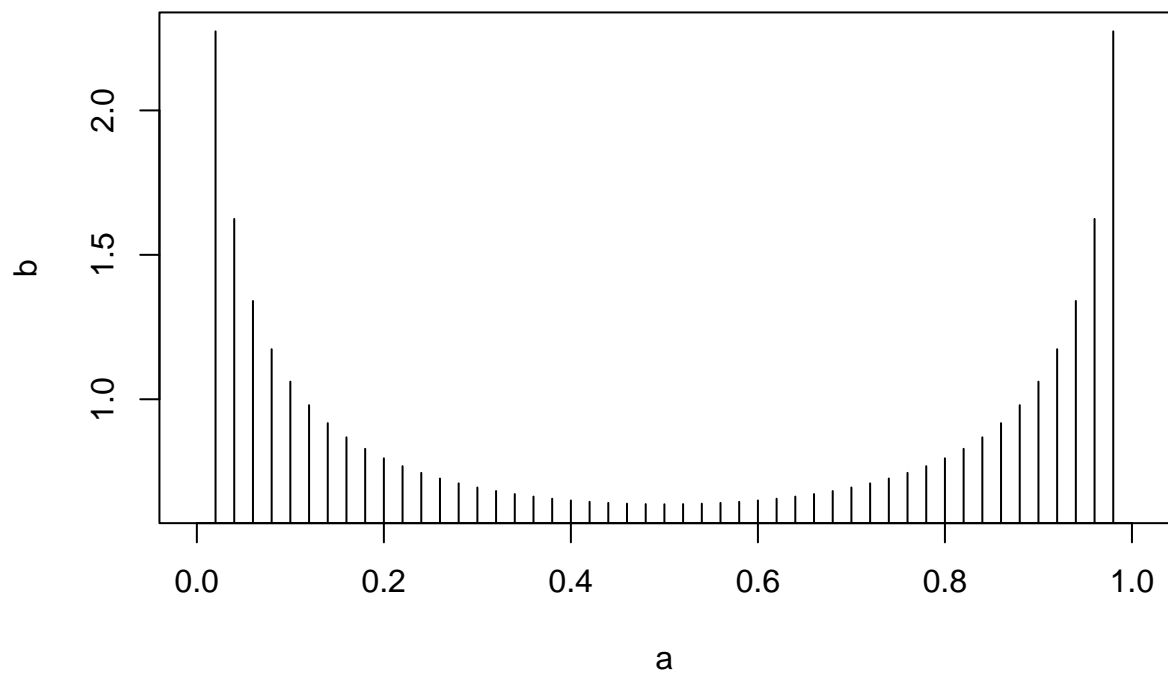
Rozkład Beta

```
#Generowanie próbek
N <- 1000
alpha <- 0.5
beta <- 0.5
X <- rbeta(N, alpha, beta)

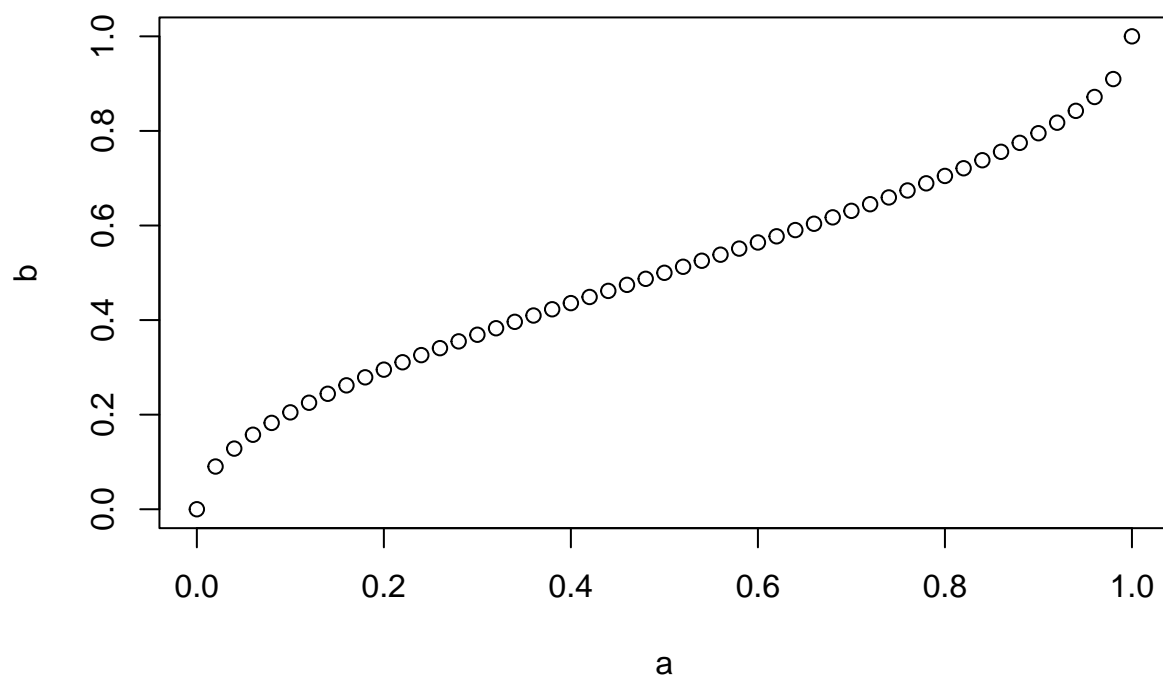
#Prawdopodobieństwa
#Prawd. punktowe w rozkładzie ciągłym = 0
pbeta(0.7, alpha, beta) # P(X<=0.7) p. przedziałowe

## [1] 0.6309899

#Wykres gęstości
a <- seq(0, 1, by = 0.02)
b <- dbeta(a, alpha, beta)
plot(a,b, type="h")
```



```
#Wykres dystrybucyj  
a <- seq(0, 1, by = 0.02)  
b <- pbeta(a, alpha, beta)  
plot(a,b)
```



VI - Budowa macierzy z bazy danych

Do zbudowania macierzy wykorzystano wszystkie dostępne numeryczne dane tj. *CenaPLN*, *KM*, *PrzebiegKm*, *RokProdukcji*, *PojemnoscSkokowa*. Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie macierzy korelacji pomiędzy danymi.

```
# Select data
vi_database = data.matrix(select(filter(database, PojazdUszkodzony==FALSE & SkrzyniaBiegowManualna == TRUE),
                                c("CenaPLN", "KM", "PrzebiegKm", "RokProdukcji", "PojemnoscSkokowa")))
```

```
# Is matrix
is.matrix(vi_database)
```

```
## [1] TRUE
```

```
# Display head
head(vi_database)
```

```
##      CenaPLN  KM PrzebiegKm RokProdukcji PojemnoscSkokowa
## [1,]  27900 150      80840         2005           1900
## [2,]  28000 116     166000         2004           2000
## [3,]  25500 150     112000         2002           1781
## [4,]  29900 109      42000         2005           1991
## [5,]  29800 207     169000         2004           2946
## [6,]  21400 122     160000         2003           1800
```

```
# Dimension
vi_dim <- dim(vi_database);
```

```

cat("Rozmiar macierzy:", vi_dim[1], "x", vi_dim[2]);

## Rozmiar macierzy: 32776 x 5

# Columns mean
vi_means = round(colMeans(vi_database), 3);
cat(paste(names(vi_means), vi_means, sep = " : ", collapse = ",\n"))

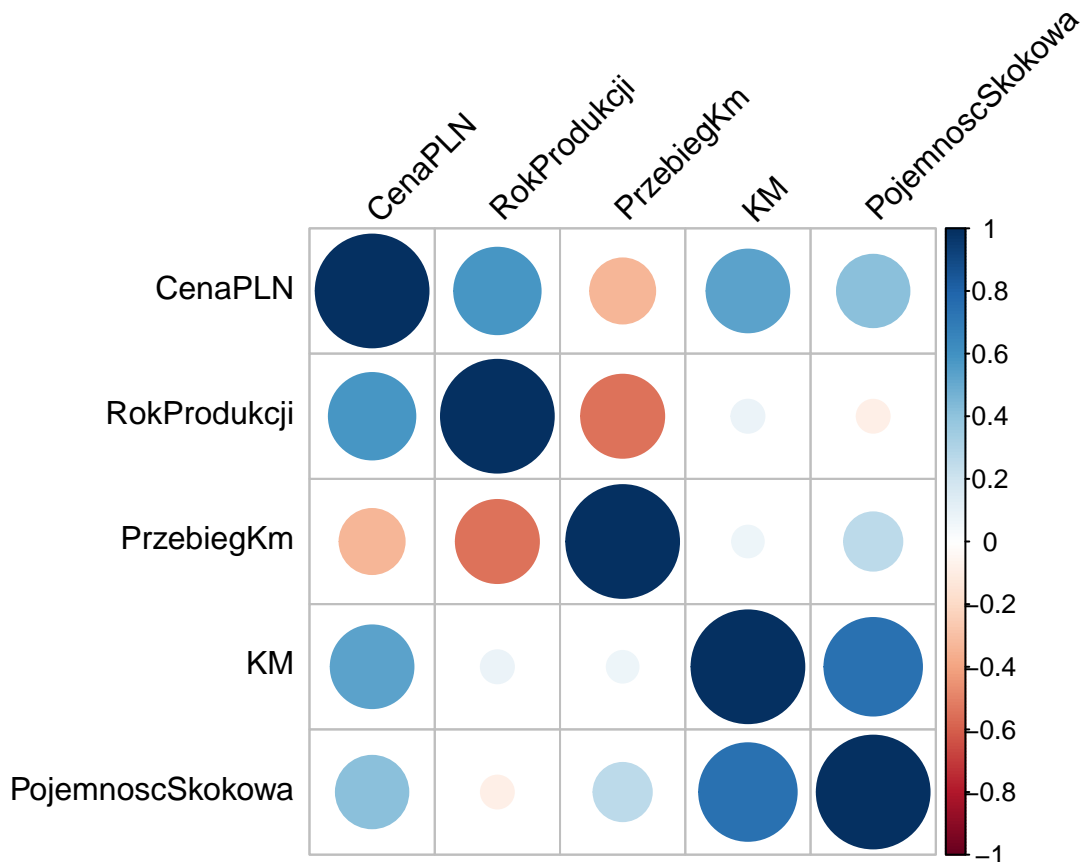
## CenaPLN : 29568.104,
## KM : 104.715,
## PrzebiegKm : 127770.544,
## RokProdukcji : 2005.09,
## PojemnoscSkokowa : 1742.825

# Correlation
vi_corr_matrix = cor(vi_database);
print(vi_corr_matrix)

##
##          CenaPLN          KM  PrzebiegKm RokProdukcji
## CenaPLN      1.0000000 0.53784100 -0.33277193   0.58752036
## KM           0.5378410 1.00000000  0.07887219   0.08579668
## PrzebiegKm   -0.3327719 0.07887219  1.00000000  -0.54240181
## RokProdukcji  0.5875204 0.08579668 -0.54240181  1.00000000
## PojemnoscSkokowa 0.4122382 0.74804407  0.26670668 -0.08499544
##
##          PojemnoscSkokowa
## CenaPLN      0.41223816
## KM           0.74804407
## PrzebiegKm   0.26670668
## RokProdukcji -0.08499544
## PojemnoscSkokowa 1.00000000

corrplot(vi_corr_matrix, order = "hclust",
          tl.col = "black", tl.srt = 45)

```



Jak można zaobserwować: - *CenaPLN* skorelowana jest z *RokProdukcji* (silnie), *KM*, *PojemnoscSkokowa* oraz odwrotnie z *PrzebiegKm*,
 - *PojemnoscSkokowa* jest silnie skorelowana z ilością *KM* (większa pojemność -> więcej KM), - *PrzebiegKm* jest odwrotnie skorelowany z *RokProdukcji* (starszy samochód -> większy przebieg).

VII - Przedziały ufności

W tej sekcji przedstawione zostaną badania określające przedziały ufności z różnym stopniem 'zaufania'. Oznacza to, że jeśli grupa badana była zgromadzona w sposób losowy to rzeczywisty parametr populacji z określonym stopniem 'zaufania' znajduje się w tym przedziale.

Zmienna numeryczna

W celu określenia przedziałów ufności zmiennej numerycznej wybrano cechę *CenaPLN*.

Przedział ufności dla średniej:

Ze względu na dużą liczebność próby $n > 30$, przedział ufności dla średniej zgodnie z wzorem:

$$P\left(\bar{X} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

gdzie:

- \bar{X} - średnia,
- n - to liczebność próby losowej,
- s - to odchylenie standardowe z próby,

- u_α - to wartość kwantyla $1 - \frac{\alpha}{2}$ rozkładu normalnego standaryzowanego dla poziomu istotności α .

```
# Meta data
# Confidence level 0.9, 0.95, 0.99
confidence_level = c(0.9, 0.95, 0.99);

# Basic data
vii_price_mean = mean(database$CenaPLN);
vii_price_sd = sd(database$CenaPLN);
n = length(database$CenaPLN);

# Mean confidence function
mean_confidence <- function(mean, sd, n, confidence_level) {
  alpha = 1 - confidence_level;
  offset = qnorm(1 - alpha / 2) * sd / sqrt(n);
  lower_bound = mean - offset;
  upper_bound = mean + offset;
  return(c(lower_bound, upper_bound));
};

# Calculate confidence
mean_confidence_intervals = sapply(confidence_level, function(conf_level) {
  mean_confidence(vii_price_mean, vii_price_sd, n, conf_level)
});

# Create matrix
mean_confidence_intervals = t(mean_confidence_intervals);
rownames(mean_confidence_intervals) = paste0("Poziom ufności: ", confidence_level);
colnames(mean_confidence_intervals) = c("Dolny przedział", "Górny przedział");

# Display
print("Przedziały ufności średniej dla różnych poziomów ufności:");

## [1] "Przedziały ufności średniej dla różnych poziomów ufności:"
print(mean_confidence_intervals);

##              Dolny przedział Górny przedział
## Poziom ufności: 0.9          40431.08      41265.61
## Poziom ufności: 0.95         40351.15      41345.54
## Poziom ufności: 0.99         40194.91      41501.78

print(paste("Wartość średnia z próby:", round(vii_price_mean,2)));

## [1] "Wartość średnia z próby: 40848.35"
```

Przedział ufności dla odchylenia standardowego:

Ze względu na dużą liczebność próby $n > 30$, przedział ufności dla odchylenia standardowego zgodnie z wzorem:

$$P\left(\frac{S}{1+\frac{u_\alpha}{\sqrt{2n}}} < \sigma < \frac{S}{1-\frac{u_\alpha}{\sqrt{2n}}}\right) = 1 - \alpha$$

gdzie:

- n - to liczebność próby losowej,
- S - to odchylenie standardowe z próby,

- u_α - to wartość kwantyla $1 - \frac{\alpha}{2}$ rozkładu normalnego standaryzowanego dla poziomu istotności α .

```
# Meta data
# Confidence level 0.9, 0.95, 0.99
confidence_level = c(0.9, 0.95, 0.99);

# Basic data
vii_price_mean = mean(database$CenaPLN);
vii_price_sd = sd(database$CenaPLN);
n = length(database$CenaPLN);

# SD confidence function
sd_confidence <- function(sd, n, confidence_level) {
  alpha = 1 - confidence_level;
  ua = qnorm(1 - alpha / 2);
  offset = ua / sqrt(2*n);
  lower_bound = sd / (1 + offset);
  upper_bound = sd / (1 - offset);
  return(c(lower_bound, upper_bound));
};

# Calculate confidence
sd_confidence_intervals = sapply(confidence_level, function(conf_level) {
  sd_confidence(vii_price_sd, n, conf_level);
});

# Create matrix
sd_confidence_intervals = t(sd_confidence_intervals);
rownames(sd_confidence_intervals) = paste0("Poziom ufności: ", confidence_level);
colnames(sd_confidence_intervals) = c("Dolny przedział", "Górny przedział");

# Display
print("Przedziały ufności odchylenia standardowego dla różnych poziomów ufności:");

## [1] "Przedziały ufności odchylenia standardowego dla różnych poziomów ufności:"
print(sd_confidence_intervals);

##              Dolny przedział Górny przedział
## Poziom ufności: 0.9          51054.28      51644.40
## Poziom ufności: 0.95         50998.46      51701.64
## Poziom ufności: 0.99         50889.72      51813.89

print(paste("Wartość odchylenia standardowego z próby:", round(vii_price_sd,2)));

## [1] "Wartość odchylenia standardowego z próby: 51347.64"
```

Przedział ufności dla zmiennej jakościowej (frakcyjna)

Do wyznaczenia przedziału ufności dla zmiennej *PojazdUszkodzony*.

$$p \in \left(\frac{m}{n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sqrt{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{\sqrt{n}}, \frac{m}{n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sqrt{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{\sqrt{n}} \right)$$

gdzie:

m - ilość zdarzeń sprzyjających,

n - ilość wszystkich zdarzeń,

- u_α - to wartość kwantyla $1 - \frac{\alpha}{2}$ rozkładu normalnego standaryzowanego dla poziomu istotności α .

```
# Meta data
# Confidence level 0.9, 0.95, 0.99
confidence_level = c(0.9, 0.95, 0.99);

# Basic data
vii_positive = sum(database$PojazdUszkodzony == TRUE);
vii_all      = length(database$PojazdUszkodzony);

mean_bool_confidence <- function(m, n, confidence_level) {
  alpha = 1 - confidence_level;
  mn = m / n;
  offset = qnorm(1 - alpha / 2) * sqrt(mn * (1-mn)) / sqrt(n);
  lower_bound = mn - offset;
  upper_bound = mn + offset;
  return(c(lower_bound, upper_bound));
};

# Calculate confidence
confidence_intervals = sapply(confidence_level, function(conf_level) {
  mean_bool_confidence(vii_positive, vii_all, conf_level);
});

# Create matrix
confidence_intervals = t(confidence_intervals);
rownames(confidence_intervals) = paste0("Poziom ufności: ", confidence_level);
colnames(confidence_intervals) = c("Dolny przedział", "Górny przedział");

# Display
print("Przedziały ufności dla frakcji dla różnych poziomów ufności (Udział pojazdów uszkodzonych):");

## [1] "Przedziały ufności dla frakcji dla różnych poziomów ufności (Udział pojazdów uszkodzonych):"
print(confidence_intervals);

##
##          Dolny przedział Górny przedział
## Poziom ufności: 0.9      0.03446330      0.03749003
## Poziom ufności: 0.95     0.03417338      0.03777995
## Poziom ufności: 0.99     0.03360675      0.03834658

print(paste("Udział pojazdów uszkodzonych w zbiorze ", round(vii_positive/length(database$PojazdUszkodzony), 2)));

## [1] "Udział pojazdów uszkodzonych w zbiorze  0.04"
```

Przedział ufności dla zmiennej jakościowej

Do analizy wybrano pole *Marka*.

```
vii marka = database %>% group_by(database$Marka) %>% summarise(percent = n()/length(database$Marka));
```

Przedział ufności dla średniej z udziału *Marki* w zbiorze

Ze względu na małą liczebność próby $n < 30$, przedział ufności dla odchylenia standardowego zgodnie z wzorem:

$$P\left(\bar{X} - t_{\alpha, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

gdzie:

- \bar{X} - średnia,
- n - to liczebność próby losowej,
- s - to odchylenie standardowe z próby,
- $t_{\alpha, n-1}$ - dystrybuanta rozkładu t-studenta dla 1-a i n-1 stopni swobody.

```
# Meta data
# Confidence level 0.9, 0.95, 0.99
confidence_level = c(0.9, 0.95, 0.99);

# Basic data
vii_marka_mean = mean(vii_marka$percent);
vii_marka_sd = sd(vii_marka$percent);
n = length(vii_marka$percent);

# Mean confidence function
mean_confidence <- function(mean, sd, n, confidence_level) {
  alpha = 1 - confidence_level;
  offset = pt(alpha, n-1) * sd / sqrt(n);
  lower_bound = mean - offset;
  upper_bound = mean + offset;
  return(c(lower_bound, upper_bound));
};

# Calculate confidence
mean_confidence_intervals = sapply(confidence_level, function(conf_level) {
  mean_confidence(vii_marka_mean, vii_marka_sd, n, conf_level)
});

# Create matrix
mean_confidence_intervals = t(mean_confidence_intervals);
rownames(mean_confidence_intervals) = paste0("Poziom ufności: ", confidence_level);
colnames(mean_confidence_intervals) = c("Dolny przedział", "Górny przedział");

# Display
print("Przedziały ufności średniej z danych jakościowych dla różnych poziomów ufności:");

## [1] "Przedziały ufności średniej z danych jakościowych dla różnych poziomów ufności:"
print(mean_confidence_intervals);

##
##          Dolny przedział Górny przedział
## Poziom ufności: 0.9      0.08539988      0.09641830
## Poziom ufności: 0.95     0.08559816      0.09622002
## Poziom ufności: 0.99     0.08575720      0.09606098

print(paste("Wartość średnia z próby:", round(vii_marka_mean, 3)));

## [1] "Wartość średnia z próby: 0.091"
```

Przedział ufności dla średniej z udziału *Marki* w zbiorze

Ze względu na małą liczebność próby $n < 30$, przedział ufności dla odchylenia standardowego zgodnie z wzorem:

$$P\left(\frac{n \cdot S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}} < \sigma^2 < \frac{n \cdot S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

gdzie:

- n - to liczebność próby losowej,
- S - to odchylenie standardowe z próby,
- $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}$ - kwantyle rozkładu Chi-kwadrat 1-a i $n-1$ stopni swobody.

```
# Meta data
# Confidence level 0.9, 0.95, 0.99
confidence_level = c(0.9, 0.95, 0.99);

# Basic data
vii_marka_mean = mean(vii_marka$percent);
vii_marka_sd = sd(vii_marka$percent);
n = length(vii_marka$percent);

# Mean confidence function
sd_confidence <- function(sd, n, confidence_level) {
  alpha = 1 - confidence_level;
  lower_bound = sqrt((n * sd * sd) / (qchisq(1-alpha/2, n-1)));
  upper_bound = sqrt((n * sd * sd) / (qchisq(alpha/2, n-1)));
  return(c(lower_bound, upper_bound));
};

# Calculate confidence
sd_confidence_intervals = sapply(confidence_level, function(conf_level) {
  sd_confidence(vii_marka_sd, n, conf_level);
});

# Create matrix
sd_confidence_intervals = t(sd_confidence_intervals);
rownames(sd_confidence_intervals) = paste0("Poziom ufności: ", confidence_level);
colnames(sd_confidence_intervals) = c("Dolny przedział", "Górny przedział");

# Display
print("Przedziały ufności odchylenia standardowego dla różnych poziomów ufności:");

## [1] "Przedziały ufności odchylenia standardowego dla różnych poziomów ufności:"
print(sd_confidence_intervals);

##
##          Dolny przedział Górny przedział
## Poziom ufności: 0.9      0.02628534    0.05665759
## Poziom ufności: 0.95    0.02484986    0.06241419
## Poziom ufności: 0.99    0.02240909    0.07659717
print(paste("Wartość odchylenia standardowego z próby:", round(vii_marka_sd,2)));

## [1] "Wartość odchylenia standardowego z próby: 0.03"
```

VIII - Testowanie hipotez

Testowanie hipotez w statystyce polega na weryfikacji, czy dane potwierdzają określoną hipotezę badawczą, przy jednoczesnym uwzględnieniu ryzyka popełnienia błędu. Procedura ta obejmuje sformułowanie hipotezy

zerowej (H_0) i alternatywnej (H_1), obliczenie odpowiedniego testu, a następnie wyniku z wartością krytyczną, aby zdecydować o odrzuceniu lub nieodrzuceniu H_0 .

Zmienne jakościowe

Test niezależności

Za pomocą testu niezależności χ^2 sprawdzona zostanie niezależność pomiędzy Marką a udziałem w nich samochodów ze skrzynią mechaniczną.

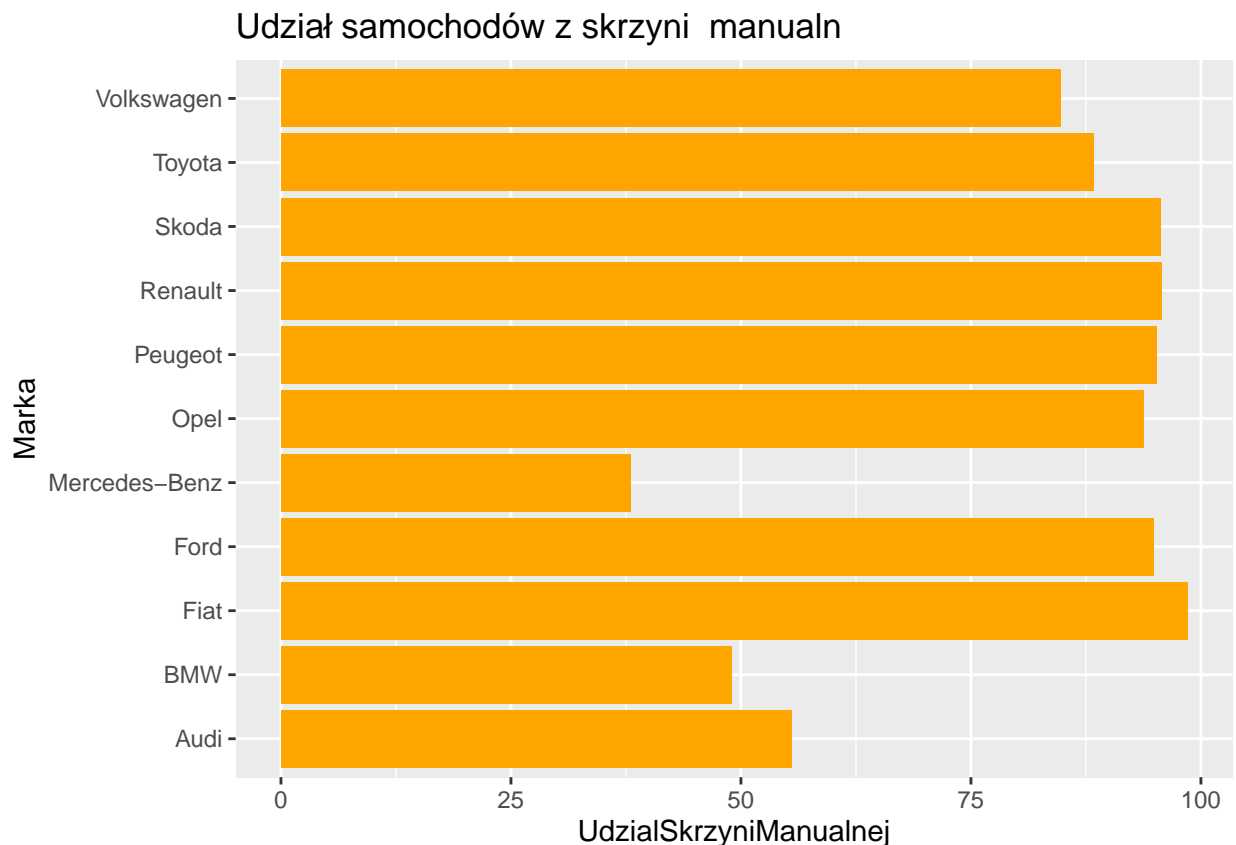
Hipoteza:

H_0 - udział skrzyni mechanicznej jest niezależny od marki,

H_1 - udział skrzyni mechanicznej jest zależny od marki,

Poziom istotności $\alpha = 0.05$.

```
vii_cross = table(database$Marka, database$SkrzyniaBiegowManualna)
vii_table = data.frame(Marka=rownames(vii_cross), UdzialSkrzyniManualnej = (vii_cross[,2]/(vii_cross[,1]
ggplot(vii_table, aes(y=Marka, x=UdzialSkrzyniManualnej)) +
  geom_bar(position="dodge", stat="identity", fill="orange")+
  ggtitle("Udział samochodów z skrzynią manualną")
```



```
chisq.test(vii_cross)
```

```
##
## Pearson's Chi-squared test
##
```

```
## data: vii_cross
## X-squared = 10428, df = 10, p-value < 2.2e-16
```

Zgodnie z wynikiem testu mamy podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej
- udział skrzyni mechanicznej jest zależny od marki.

Test proporcji

Test proporcji pozwala odpowiedzieć na pytanie czy odsetki w jednej, dwóch lub więcej grupach różnią się od siebie istotnie.

Hipoteza:

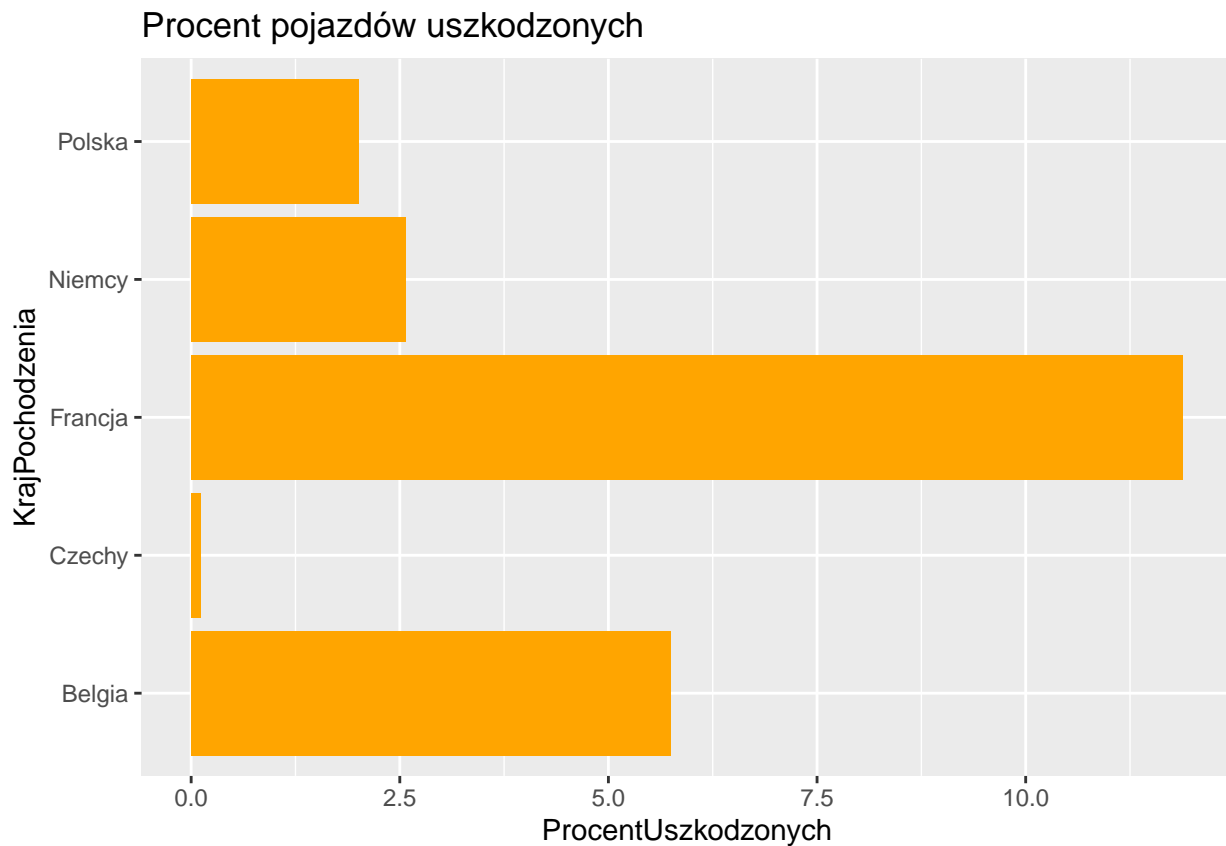
H_0 - odsetek pojazdów uszkodzonych jest niezależny od kraju pochodzenia,

H_1 - odsetek pojazdów uszkodzonych jest zależny od kraju pochodzenia,

Poziom istotności $\alpha = 0.05$.

```
vii_proporcja = database %>% group_by(KrajPochodzenia) %>% summarise(Liczebosc = n());
vii_proporcja$Uszkodzonych = table(database$KrajPochodzenia, database$PojazdUszkodzony)[,2];
vii_proporcja$ProcentUszkodzonych = (vii_proporcja$Uszkodzonych / vii_proporcja$Liczebosc) * 100;
vii_proporcja = vii_proporcja %>% filter(Liczebosc > 1000);

ggplot(vii_proporcja, aes(y=KrajPochodzenia, x=ProcentUszkodzonych)) +
  geom_bar(position="dodge", stat="identity", fill="orange")+
  ggtitle("Procent pojazdów uszkodzonych")
```



```
vii_test = prop.test(x = vii_proporcja$Uszkodzonych, n = vii_proporcja$Liczebosc);
print(vii_test);
```

```
##
## 5-sample test for equality of proportions without continuity
## correction
##
## data: vii_proporcja$Uszkodzonych out of vii_proporcja$Liczebnosc
## X-squared = 1074.4, df = 4, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: two.sided
## sample estimates:
##      prop 1      prop 2      prop 3      prop 4      prop 5
## 0.057422969 0.001156961 0.118827568 0.025647319 0.020011482
```

Zgodnie z wynikiem testu mamy podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej - odsetek pojazdów uszkodzonych jest zależny od kraju pochodzenia.

Zmienne ilościowe

Test normalności

Test umożliwia weryfikację czy cecha ma rozkład normalny.

Hipoteza:

H_0 - cena pojazdów ma rozkład normalny,

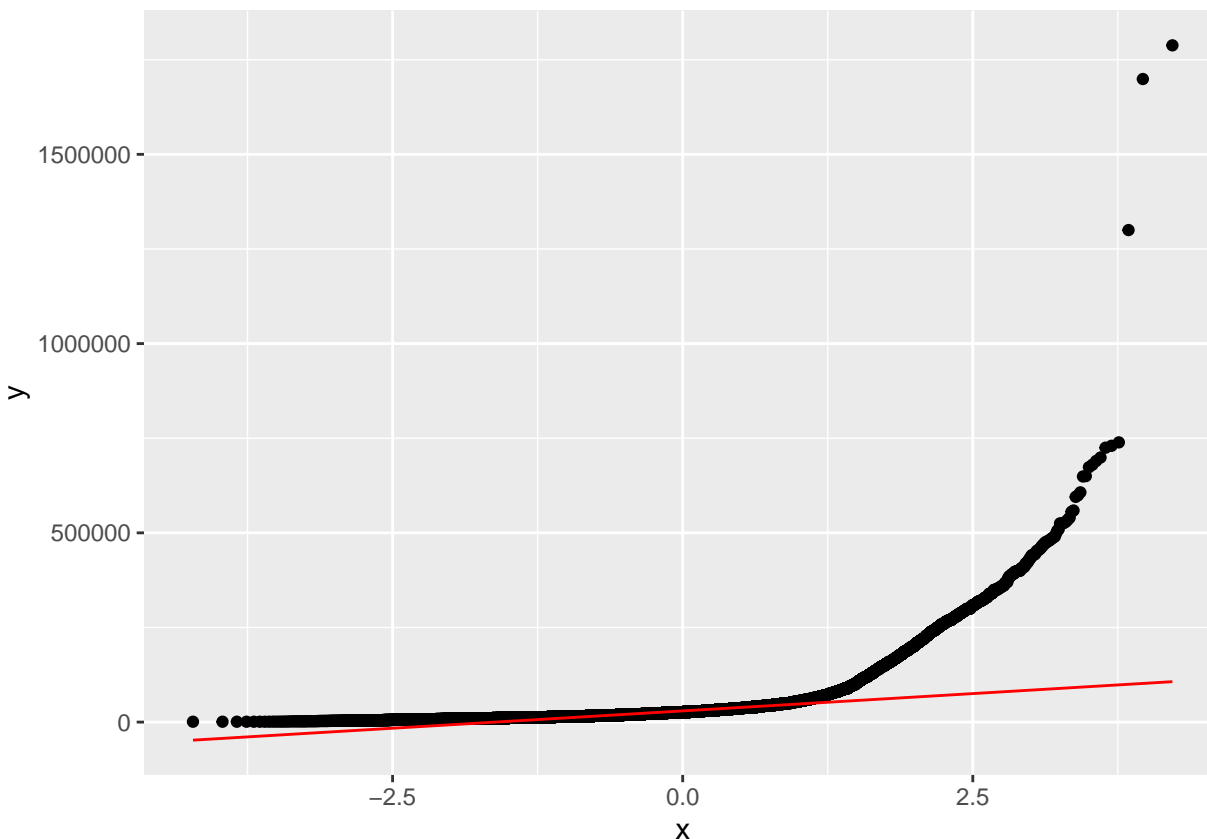
H_1 - cena pojazdów nie ma rozkładu normalnego,

Poziom istotności $\alpha = 0.05$.

```
vii_test = ad.test(database$CenaPLN);
print(vii_test);
```

```
##
## Anderson-Darling normality test
##
## data: database$CenaPLN
## A = 5521.3, p-value < 2.2e-16
```

```
ggplot(database, aes(sample = CenaPLN)) +
  stat_qq() +
  stat_qq_line(color="red");
```

Zgodnie z wynikiem testu mamy podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej - cena pojazdów nie ma rozkładu normalnego. Jak można zaobserwować na wykresie QQ - zmienna odbiega od rozkładu normalnego.

Test średnich

Ze względu na to, iż cena nie jest zmienną o rozkładzie normalnym. Wykorzystujemy nieparametryczny test Wilcoxona.

Hipoteza:

H_0 - średnia jest równa 41000,

H_1 - średnia nie jest równa 41000,

Poziom istotności $\alpha = 0.05$.

```
wilcox.test(x = database$CenaPLN, mu = 41000)
```

```
##
## Wilcoxon signed rank test with continuity correction
##
## data: database$CenaPLN
## V = 238698925, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true location is not equal to 41000
```

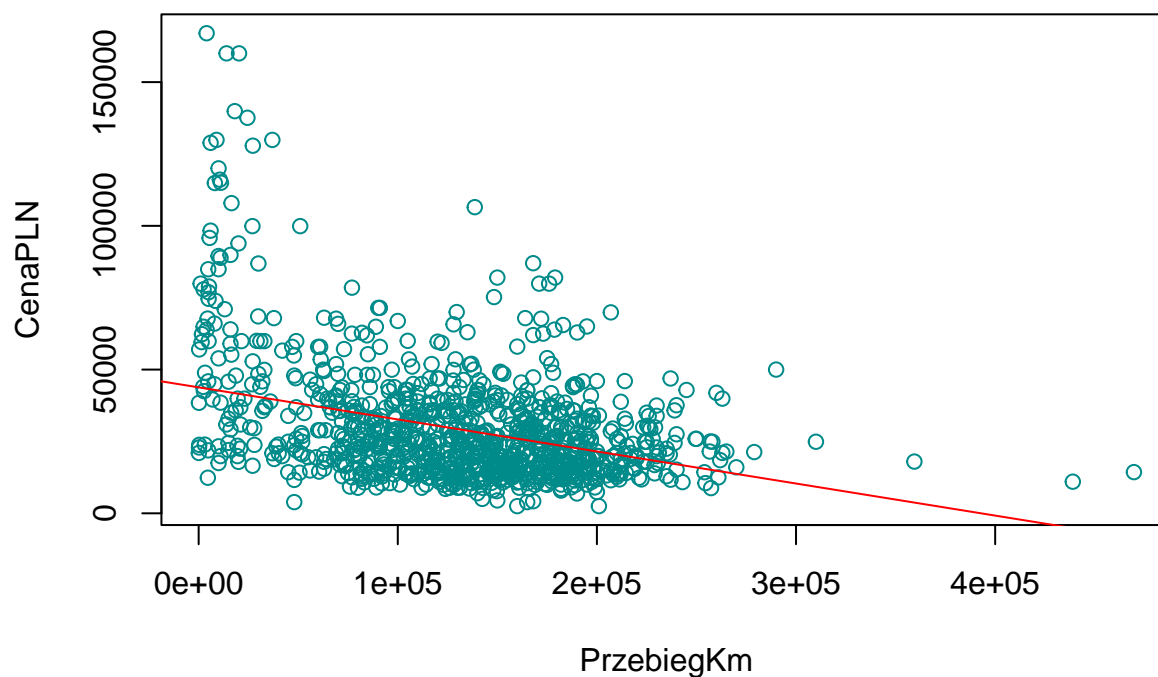
Zgodnie z wynikiem testu mamy podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej - średnia nie jest równa 41000.

IX - Regresja liniowa oraz drzewa decyzyjna

Modele dla jednej zmiennej

Regresja liniowa umożliwia badanie zależności między zmienną zależną a zmiennymi niezależnymi. Po określeniu modelu, funkcja zwraca szczegółowe podsumowanie zawierające oszacowania współczynników, testy istotności.

```
ix_database = select(filter(database, PojazdUszkodzony==FALSE & SkrzyniaBiegowManualna == TRUE),
                      c("CenaPLN", "PrzebiegKm"))
model = lm(CenaPLN ~ ., data = ix_database)
ix_sample = ix_database[sample(nrow(ix_database), size=1000),]
plot(CenaPLN ~ PrzebiegKm, data=ix_sample, col = 'darkcyan')
abline(model, col="red")
```



```
summary(model);
```

```
##
## Call:
## lm(formula = CenaPLN ~ ., data = ix_database)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -39901 -11905  -4136   6516  637321
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  4.382e+04  2.507e+02  174.76  <2e-16 ***
```

```
## PrzebiegKm -1.115e-01 1.746e-03 -63.88 <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 20740 on 32774 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1107, Adjusted R-squared:  0.1107
## F-statistic: 4081 on 1 and 32774 DF, p-value: < 2.2e-16
print(model$coefficients);
```

```
## (Intercept)  PrzebiegKm
## 43817.457268    -0.111523
```

W wyniku regresji uzyskano wzór: $CenaPLN \approx -0.1115PrzebiegKM + 43817.4573$.

Modele dla 2 zmiennych

UWAGA! - Wykres nie jest widoczny w pliku .pdf

Do regresji dla dwóch zmiennych wykorzystano tylko pojazdy nieuszkodzone z manualną skrzynią biegów, dla których wybrano następujące cechy *PrzebiegKm* oraz *PojemnoscSkokowa*.

```
ix_database = select(filter(database, PojazdUszkodzony==FALSE &
                             SkrzyniaBiegowManualna == TRUE),
                      c("CenaPLN", "PrzebiegKm", "PojemnoscSkokowa"))
model = lm(CenaPLN ~ . , data = ix_database)

plot3d(model, col='darkcyan', plane.col = 'red')
rglwidget()
```

```
## Warning in snapshot3d(scene = x, width = width, height = height): webshot =
## TRUE requires the webshot2 package and Chrome browser; using rgl.snapshot()
## instead

## Warning in rgl.snapshot(filename, fmt, top): this build of rgl does not support
## snapshots
```

```
summary(model);
```

```
##
## Call:
## lm(formula = CenaPLN ~ ., data = ix_database)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -167185   -9096   -1707    6209   521446
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   -5.538e+03  4.627e+02  -11.97  <2e-16 ***
## PrzebiegKm    -1.597e-01  1.511e-03 -105.69  <2e-16 ***
## PojemnoscSkokowa 3.185e+01  2.663e-01  119.61  <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 17300 on 32773 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.3809, Adjusted R-squared:  0.3809
## F-statistic: 1.008e+04 on 2 and 32773 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
print(model$coefficients);
```

```
##      (Intercept)      PrzebiegKm PojemnoscSkokowa
##      -5537.7325250      -0.1597319       31.8533893
```

W wyniki regresji uzyskano wzór: $CenaPLN \approx -0.1597PrzebiegKm + 31.8533893PojemnoscSkokowa -$

5537.7325.

Drzewa decyzyjne

Drzewo decyzyjne to struktura drzewiasta, gdzie każdy węzeł wewnętrzny reprezentuje test na pewnej zmiennej, każda gałąź reprezentuje wynik testu, a każdy liść reprezentuje decyzję lub wartość przewidywaną.

Proces budowy drzewa decyzyjnego polega na rekurencyjnym dzieleniu zbioru danych na podzbiory, które stają się coraz bardziej jednorodne pod względem zmiennej docelowej.

Drzewa decyzyjne wykorzystane zostaną do analizy czynników wpływających na cenę sprzedaży. Do nauki wykorzystano tylko pojazdy nieuszkodzone z manualną skrzynią biegów, dla których wybrano następujące cechy *RokProdukcji*, *KM* oraz *PrzebiegKm*.

```
ix_database = select(filter(database, PojazdUszkodzony==FALSE &
                             SkrzyniaBiegowManualna == TRUE),
                      c("CenaPLN", "RokProdukcji", "KM", "PrzebiegKm"))
ix_data_split = initial_split(ix_database, prop = 0.75);
ix_train_data <- training(ix_data_split);
ix_test_data <- testing(ix_data_split);

tree_spec <- decision_tree() %>%
  set_engine("rpart") %>%
  set_mode("regression")

tree_fit <- tree_spec %>%
  fit(CenaPLN ~ ., data = ix_train_data)

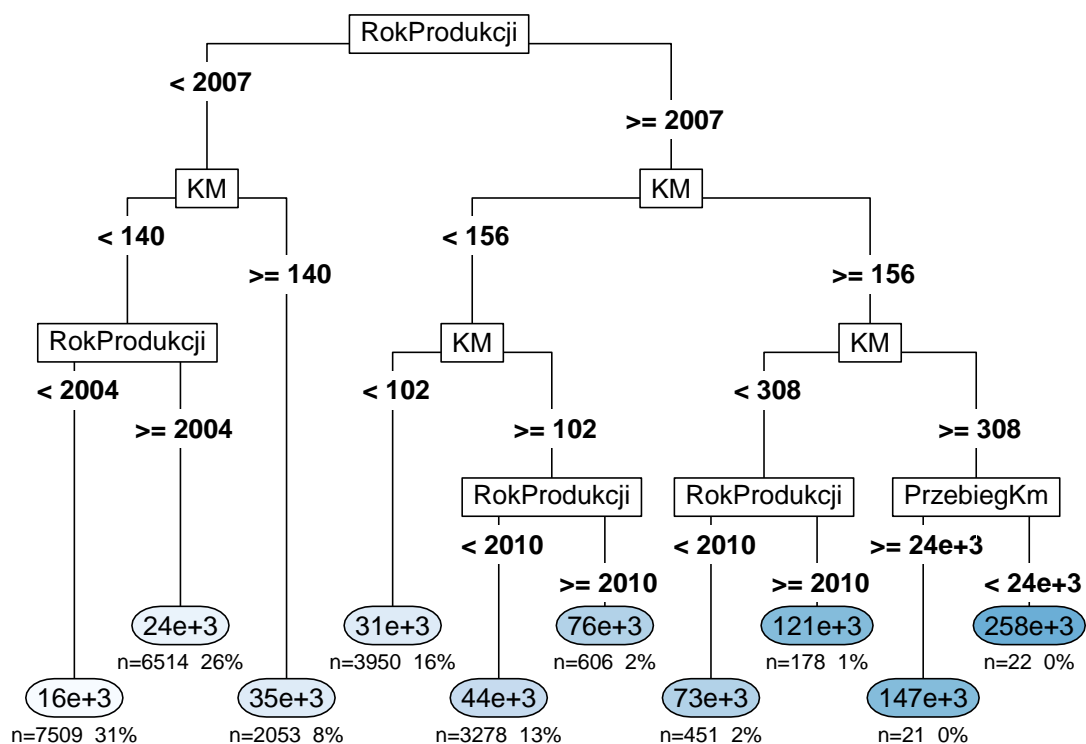
predictions <- tree_fit %>%
  predict(ix_test_data) %>%
  pull(.pred)

metrics <- metric_set(rmse, rsq)
model_performance <- ix_test_data %>%
  mutate(predictions = predictions) %>%
  metrics(truth = CenaPLN, estimate = predictions)

print(model_performance)

## # A tibble: 2 x 3
##   .metric .estimator .estimate
##   <chr>   <chr>      <dbl>
## 1 rmse    standard    13044.
## 2 rsq     standard      0.655

rpart.plot(tree_fit$fit, type = 5, extra = 101, under = TRUE, cex = 0.8,
            box.palette = "auto", roundint=FALSE)
```



Jak można zaobserwować, głównymi czynnikami determinującymi cenę są *RokProdukcji* -> *KM* -> *PrzebiegKM*.