

### Universidade Federal da Bahia Instituto de Computação

MATA53 - Teoria dos grafos

### Relatório: Problema do Caixeiro Viajante com bônus e passageiros

Antoniel Magalhães João Leahy Luis Felipe

Salvador - Bahia

5 de janeiro de 2025

### Relatório: Problema do Caixeiro Viajante com Bônus e passageiros

Antoniel Magalhães João Leahy Luis Felipe

Estudo dirigido entregue ao professor Islame Felipe da Costa Fernandescomo método avaliativo da disciplina MATA53 - Teoria dos grafos

Salvador - Bahia

5 de janeiro de 2025

# Sumário

1	Intr	odução	4
2	Fundamentação Teórica		5
	2.1	Problema do Caixeiro Viajante (TSP)	5
	2.2	Extensões do TSP	5
	2.3	Definição Formal do Problema	5
3	Modelagem Matemática		6
	3.1	Variáveis de Decisão	6
	3.2	Função Objetivo	6
	3.3	Restrições	6
4	Métodos de Resolução		7
	4.1	Métodos Exatos	7
	4.2	Heurísticas	7
	4.3	Metaheurísticas	7
5	Resultados e Discussão		8
	5.1	Resultados Computacionais	8
	5.2	Discussão	8
6	Conclusão		9

# Introdução

O \*\*Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Bônus e Passageiros (TSP-OBP)\*\* é uma extensão do clássico Problema do Caixeiro Viajante (TSP). Ele combina aspectos de coleta de prêmios, transporte de passageiros e otimização de rotas, tornandose relevante em diversas aplicações, como logística, turismo e transporte público.

Este relatório tem como objetivo apresentar uma análise detalhada do problema, sua modelagem matemática, métodos de resolução e aplicações práticas.

### Fundamentação Teórica

### 2.1 Problema do Caixeiro Viajante (TSP)

O Problema do Caixeiro Viajante consiste em encontrar a menor rota que visita um conjunto de cidades exatamente uma vez e retorna ao ponto de origem. É um problema clássico de otimização combinatória, amplamente estudado na teoria da computação.

#### 2.2 Extensões do TSP

O TSP-OBP é uma extensão do TSP, incorporando os seguintes elementos:

- Coleta de Bônus: Cada local visitado oferece um prêmio opcional. O objetivo é maximizar o bônus coletado, respeitando restrições de tempo ou custo.
- Passageiros: O transporte de passageiros pode ser incluído na rota, com cada passageiro contribuindo com uma recompensa adicional.

### 2.3 Definição Formal do Problema

Dado um conjunto de nós (cidades) N, uma matriz de custos  $C = [c_{ij}]$ , e bônus  $b_i$  associados a cada nó i, o objetivo é determinar uma rota R que:

- Minimiza o custo total de viagem C(R);
- Maximiza a soma dos bônus coletados B(R);
- Satisfaz restrições, como limite de tempo e capacidade para passageiros.

## Modelagem Matemática

### 3.1 Variáveis de Decisão

- $x_{ij} \in \{0,1\}$ : Indica se a aresta (i,j) é percorrida.
- $y_i \in \{0,1\}$ : Indica se o bônus do nó i foi coletado.
- $p_i \in \{0,1\}$ : Indica se um passageiro foi embarcado no nó i.

### 3.2 Função Objetivo

Maximizar: 
$$\sum_{i \in N} b_i y_i - \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}$$

### 3.3 Restrições

1. Cada nó deve ser visitado exatamente uma vez:

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in N$$

2. Limites de tempo:

$$\sum_{(i,j)\in E} c_{ij} x_{ij} \le T_{\text{máximo}}$$

3. Capacidade de transporte:

$$\sum_{i \in N} p_i \le \text{Capacidade}$$

## Métodos de Resolução

#### 4.1 Métodos Exatos

- Branch and Bound: Explora todas as soluções possíveis de forma sistemática.
- Programação Linear Inteira (ILP): Resolve a formulação matemática do problema usando técnicas de otimização.

#### 4.2 Heurísticas

- Algoritmos Gulosos: Constroem uma solução passo a passo, escolhendo a melhor opção local em cada etapa.
- GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure): Combina buscas gulosas com elementos aleatórios.

#### 4.3 Metaheurísticas

- Algoritmos Genéticos: Inspirados na evolução natural.
- Simulated Annealing: Baseado no recozimento térmico.
- Ant Colony Optimization: Inspirado no comportamento de colônias de formigas.

### Resultados e Discussão

### 5.1 Resultados Computacionais

Apresente os resultados obtidos ao resolver instâncias do problema, comparando diferentes métodos em termos de:

- Tempo de execução;
- Qualidade da solução;
- Eficiência computacional.

#### 5.2 Discussão

Discuta os trade-offs entre os métodos utilizados e os impactos práticos dos resultados.

### Conclusão

Resumo dos principais resultados e contribuições do trabalho. Apresente sugestões para trabalhos futuros, como:

- Estudo de novas heurísticas para grandes instâncias.
- Extensão do modelo para múltiplos veículos.
- Aplicações em cenários reais, como planejamento logístico.

Neste trabalho visitamos teorias que fundamentam a base da computação, passando primeiro pelo concceito de funções recursivas sua importância e definições. posteriormente discorremos sobre o Lambda-cálculo e sua contextualização, e por fim relacionamos tudo apresentado com Máquinas de Turing que foi o objeto de estudo principal da disciplina.

É importante perceber que embora as Máquinas de Turing seja o modelo de computação preferido para o estudo em computabilidade, existem modelos clássicos dos quais o estudo continua relevante e necessário para o avanço da computação como ciência.