

# Modèles canoniques pour la théorie des automates

## Antonio Casares

Concours 06/02 CNRS  
12 mars 2025

2015 - 2018	Licence en mathématiques ( <i>Prix fin d'études</i> ) <i>projet : Valuations et corps de Hardy</i>	Valladolid 
2018 - 2019	M1 Algèbre et cryptographie	UVSQ Versailles 
2019 - 2020	M2 LMFI en logique ( <i>Bourse PGSM-FSMP</i> ) <i>stage avec T. Colcombet, N. Fijalkow</i>	Université Paris Cité 
2020 - 2023	Doctorat ( <i>Prix de thèse sciences-technologies, Université de Bordeaux</i> ) <i>avec N. Fijalkow, I. Walukiewicz</i>	Bordeaux 
2023 -	Postdoc <i>avec M. Bojańczyk</i>	Varsovie 

# THÉMATIQUES DE RECHERCHE

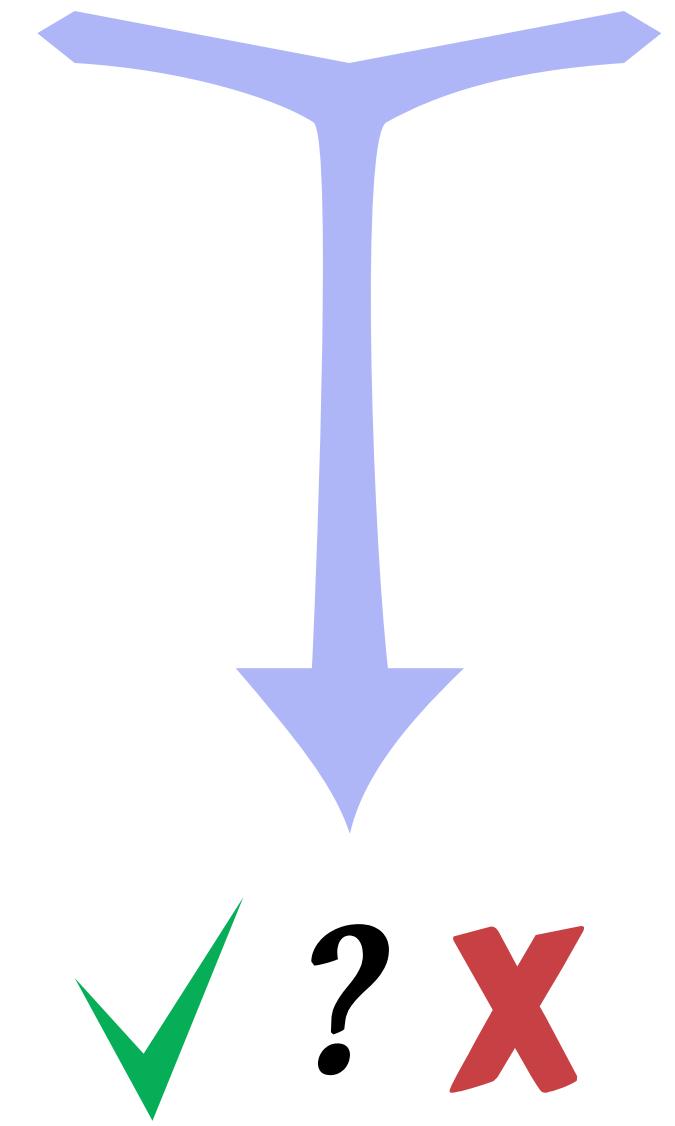
AUTOMATES, JEUX ET LOGIQUE  
POUR LA VÉRIFICATION FORMELLE

# Motivation

Model checking

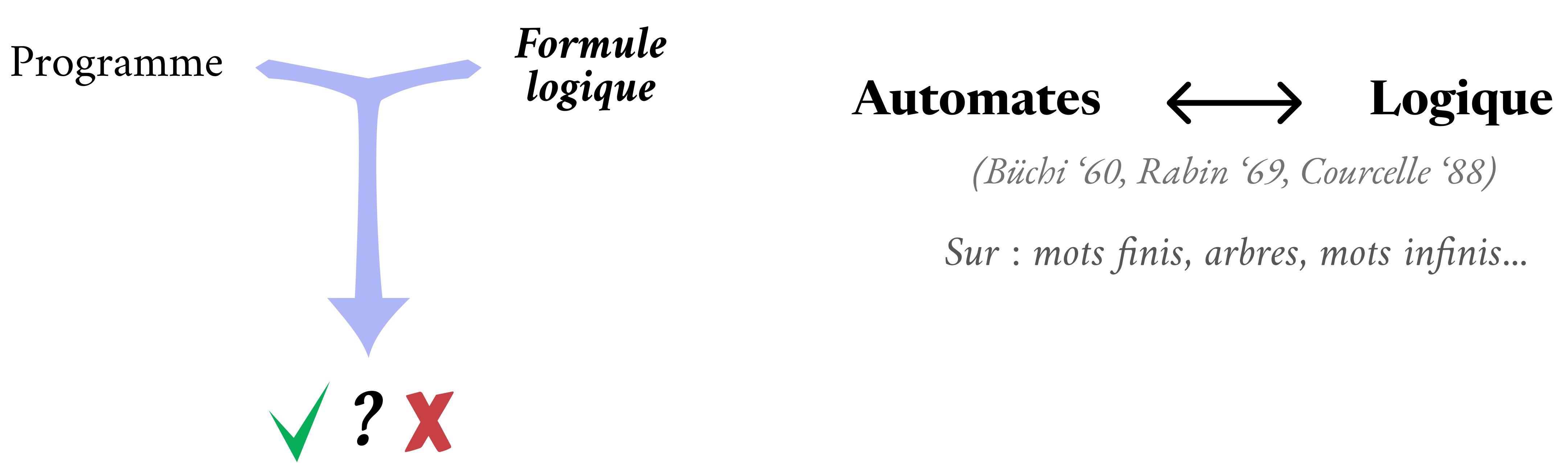
Programme

Spécification



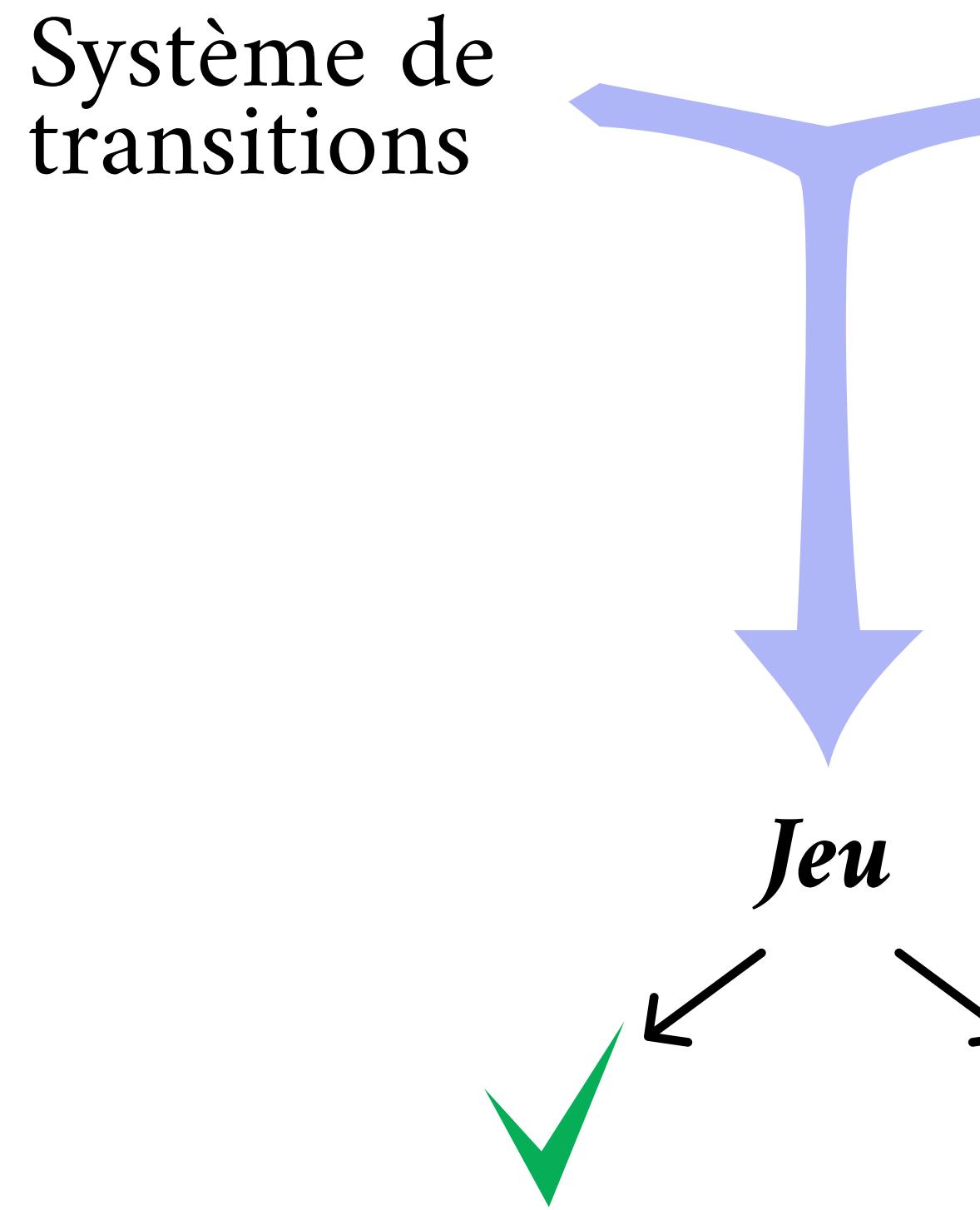
# Motivation

Model checking



# Motivation

Model checking



**Automates**  $\longleftrightarrow$  **Logique**

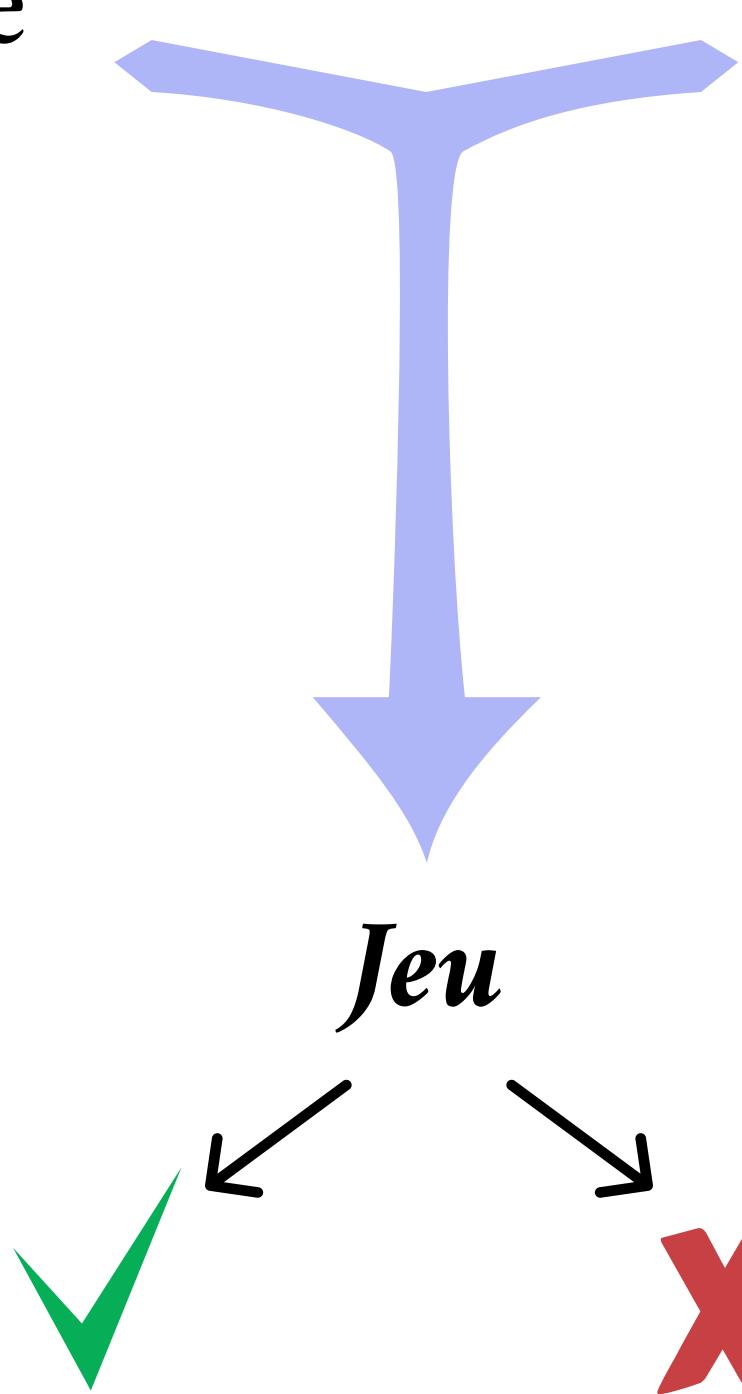
(Büchi '60, Rabin '69, Courcelle '88)

Sur : mots finis, arbres, mots infinis...

# Motivation

Model checking

Système de transitions



*Formule logique*

**Automates**  $\longleftrightarrow$  **Logique**

(Büchi '60, Rabin '69, Courcelle '88)

Sur : mots finis, arbres, mots infinis...

Mots infinis  $\longleftrightarrow$  Traces d'exécution  
de programmes non terminants

# Travaux effectués

*plus de 20 collaborateurs·rices dans 7 pays*



## Automates sur les mots infinis

### Minimisation

*CSL'22*

*ICALP'22*

*CSL'25*

### Transformations

*ICALP'21 - TheoretCS*

*TACAS'22*

*MFCS'24*

# Travaux effectués

*plus de 20 collaborateurs·rices dans 7 pays*



## Jeux sur des graphes

Complexité  
des stratégies

Algorithmes

*LICS'24*

*CONCUR'22 - IJCAI'23 - LMCS*

*ICALP'23 - LMCS*

*Preprint '25*

*Chapitre dans livre  
“Games on Graphs”*

*SOSA'24*

*TACAS'25*

## Automates sur les mots infinis

### Minimisation

*CSL'22*

*ICALP'22*

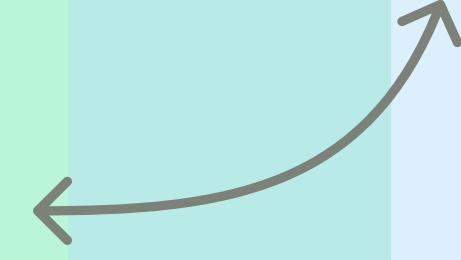
*CSL'25*

### Transformations

*ICALP'21 - TheoretCS*

*TACAS'22*

*MFCS'24*



# Travaux effectués

*plus de 20 collaborateurs·rices dans 7 pays*



## Jeux sur des graphes

Complexité  
des stratégies

Algorithmes

*LICS'24*

*CONCUR'22 - IJCAI'23 - LMCS*

*ICALP'23 - LMCS*

*Preprint '25*

*Chapitre dans livre  
“Games on Graphs”*

*SOSA'24*

*TACAS'25*

## Automates sur les mots infinis

### Minimisation

*CSL'22*

*ICALP'22*

*CSL'25*

### Transformations

*ICALP'21 - TheoretCS*

*TACAS'22*

*MFCS'24*

## Transducteurs

- Équivalence de fonctions polyrégulières

- Complexité de communication des fonctions régulières

*(en cours)*

# Travaux effectués

*plus de 20 collaborateurs·rices dans 7 pays*



Journaux

## Jeux sur des graphes

Complexité  
des stratégies

Algorithmes

*LICS'24*

*CONCUR'22 - IJCAI'23 - LMCS*

*ICALP'23 - LMCS*

*Preprint '25*

*Chapitre dans livre  
“Games on Graphs”*

*SOSA'24*

*TACAS'25*

## Automates sur les mots infinis

### Minimisation

*CSL'22*

*ICALP'22*

*CSL'25*

### Transformations

*ICALP'21 - TheoretCS*

*TACAS'22*

*MFCS'24*

## Logique et topologie

- MSO+Borel sur les arbres infinis  
*(conjecture de Shelah '75)*

*(en cours)*

## Transducteurs

- Équivalence de fonctions polyrégulières

- Complexité de communication des fonctions régulières

*(en cours)*

# Travaux effectués

plus de 20 collaborateurs·rices dans 7 pays



Journaux

## Jeux sur des graphes

Complexité  
des stratégies

Algorithmes

LICS'24  
*Caractérisation  
de la positionnalité*

CONCUR'22 - IJCAI'23 - LMCS

ICALP'23 - LMCS

Preprint '25

Chapitre dans livre  
“Games on Graphs”

SOSA'24

TACAS'25

## Automates sur les mots infinis

### Minimisation

CSL'22

ICALP'22

CSL'25

### Transformations

ICALP'21 - TheoretCS

TACAS'22

Transformations  
optimales

MFCS'24

## Logique et topologie

- MSO+Borel sur les arbres infinis  
(*conjecture de Shelah '75*)

(en cours)

## Transducteurs

— Équivalence de fonctions polyrégulières

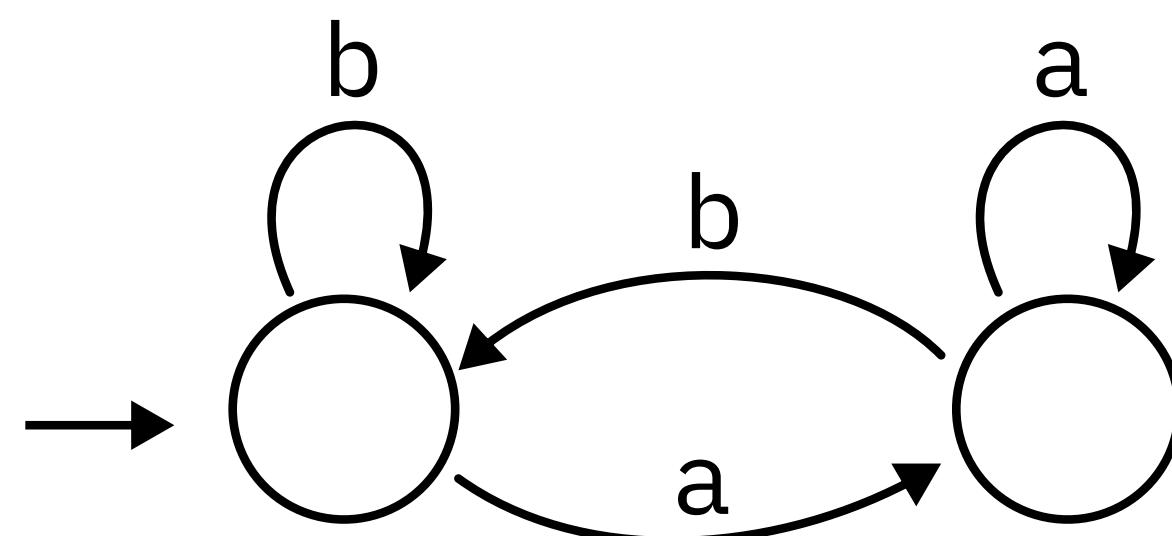
— Complexité de communication des fonctions régulières

(en cours)

# Contribution : Décomposition d'automates sur les mots infinis

(ICALP'21 & TheoretCS, avec T. Colcombet, N. Fijalkow et K. Lehtinen)

## Automates sur les mots infinis

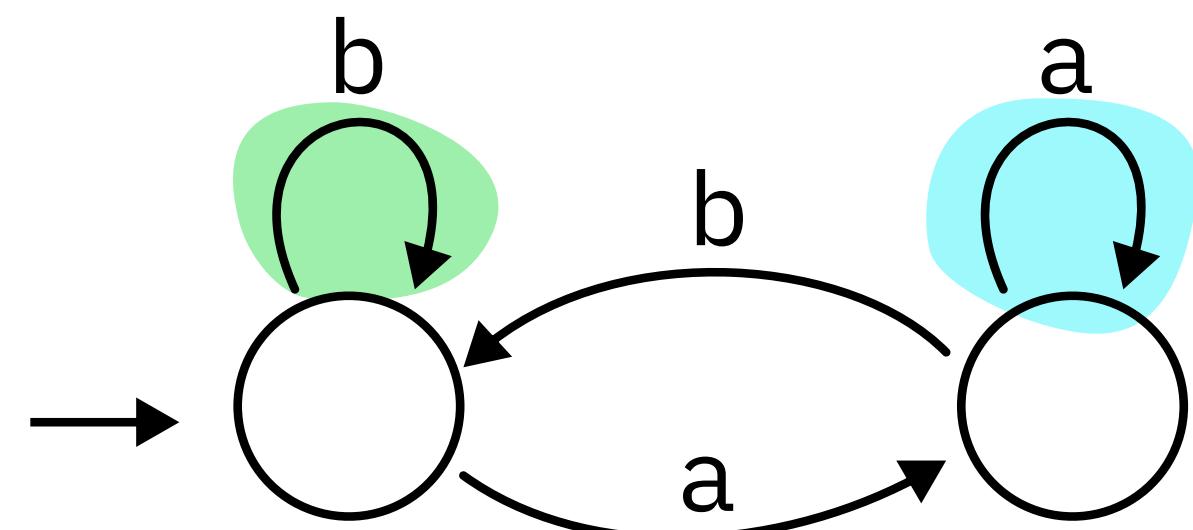


Entrée : aabbabaaaabb...

# Contribution : Décomposition d'automates sur les mots infinis

(ICALP'21 & TheoretiCS, avec T. Colcombet, N. Fijalkow et K. Lehtinen)

## Automates sur les mots infinis



Entrée : aabbabaaaabb...

$L$  = Mots qui finissent par aaa... ou bbb...

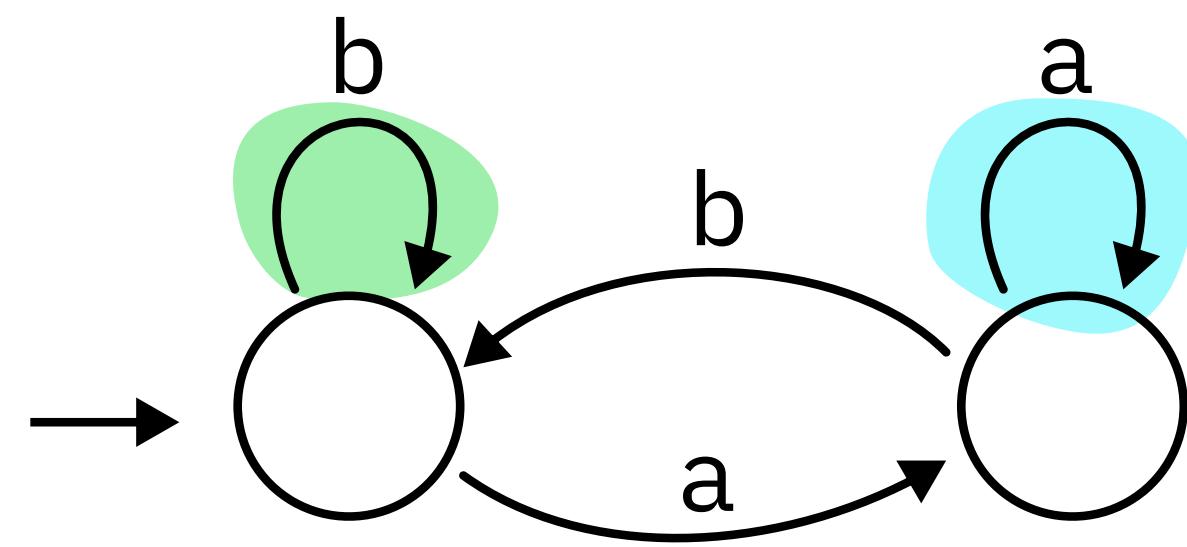
**Condition d'acceptation (Muller) :**

- Famille d'ensembles acceptants  
 $\{ \text{ } \xrightarrow{\text{ }} \}$ ,  $\{ \text{ } \xrightarrow{\text{ }} \}$
- Accepte si les transitions vues infiniment souvent forment un ensemble acceptant

# Contribution : Décomposition d'automates sur les mots infinis

(ICALP'21 & TheoretiCS, avec T. Colcombet, N. Fijalkow et K. Lehtinen)

## Automates sur les mots infinis



Entrée : aabbabaaaabb...

$L$  = Mots qui finissent par aaa... ou bbb...

**Condition d'acceptation (Muller) :**

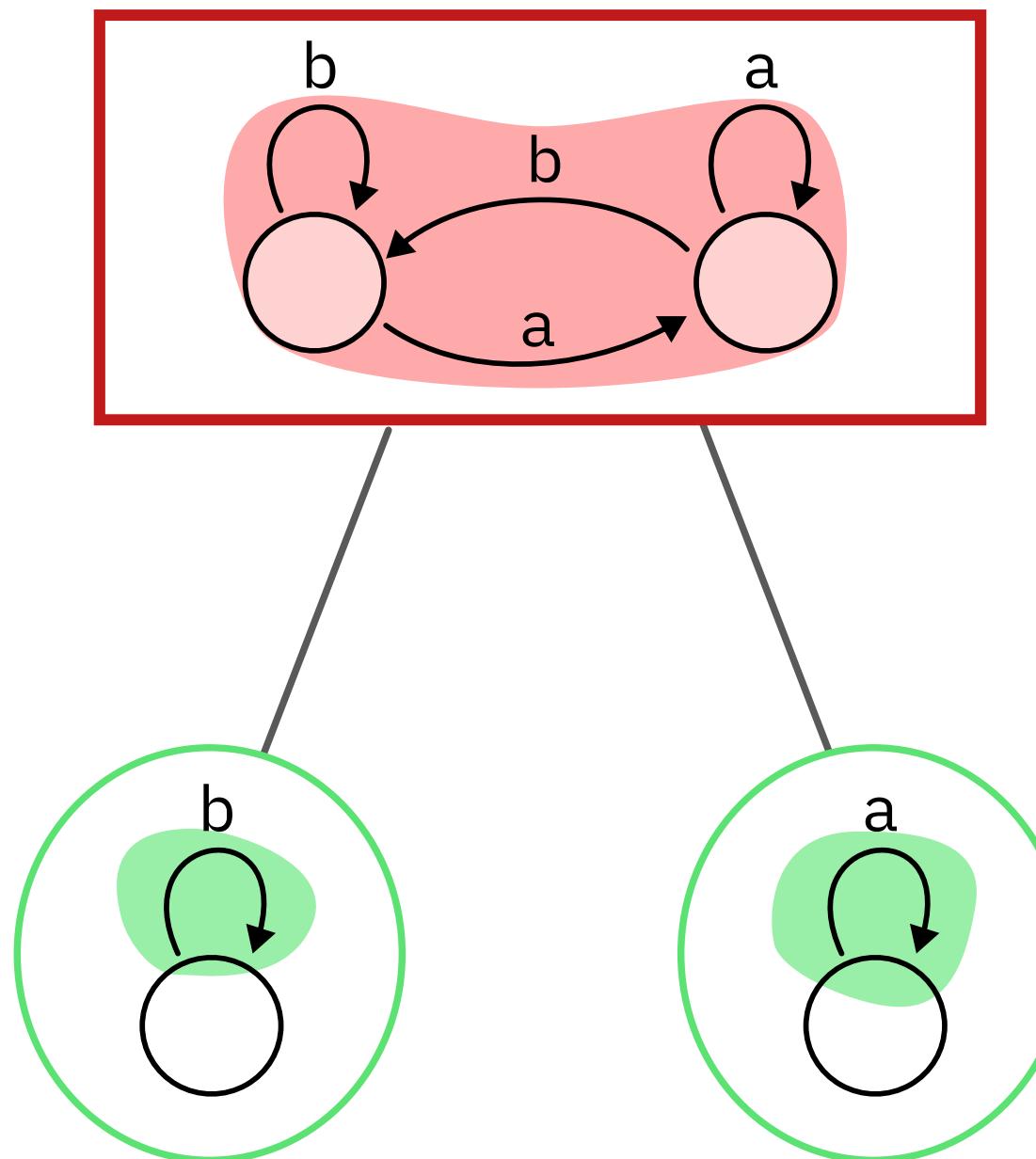
- Famille d'ensembles acceptants  
 $\{ \text{ } \xrightarrow{\text{ }} \}$ ,  $\{ \text{ } \xrightarrow{\text{ }} \}$
- Accepte si les transitions vues infiniment souvent forment un ensemble acceptant

Modèle bien établi

Structure complexe

## CONTRIBUTION : DÉCOMPOSITION EN CYCLES ALTERNANTS (ACD)

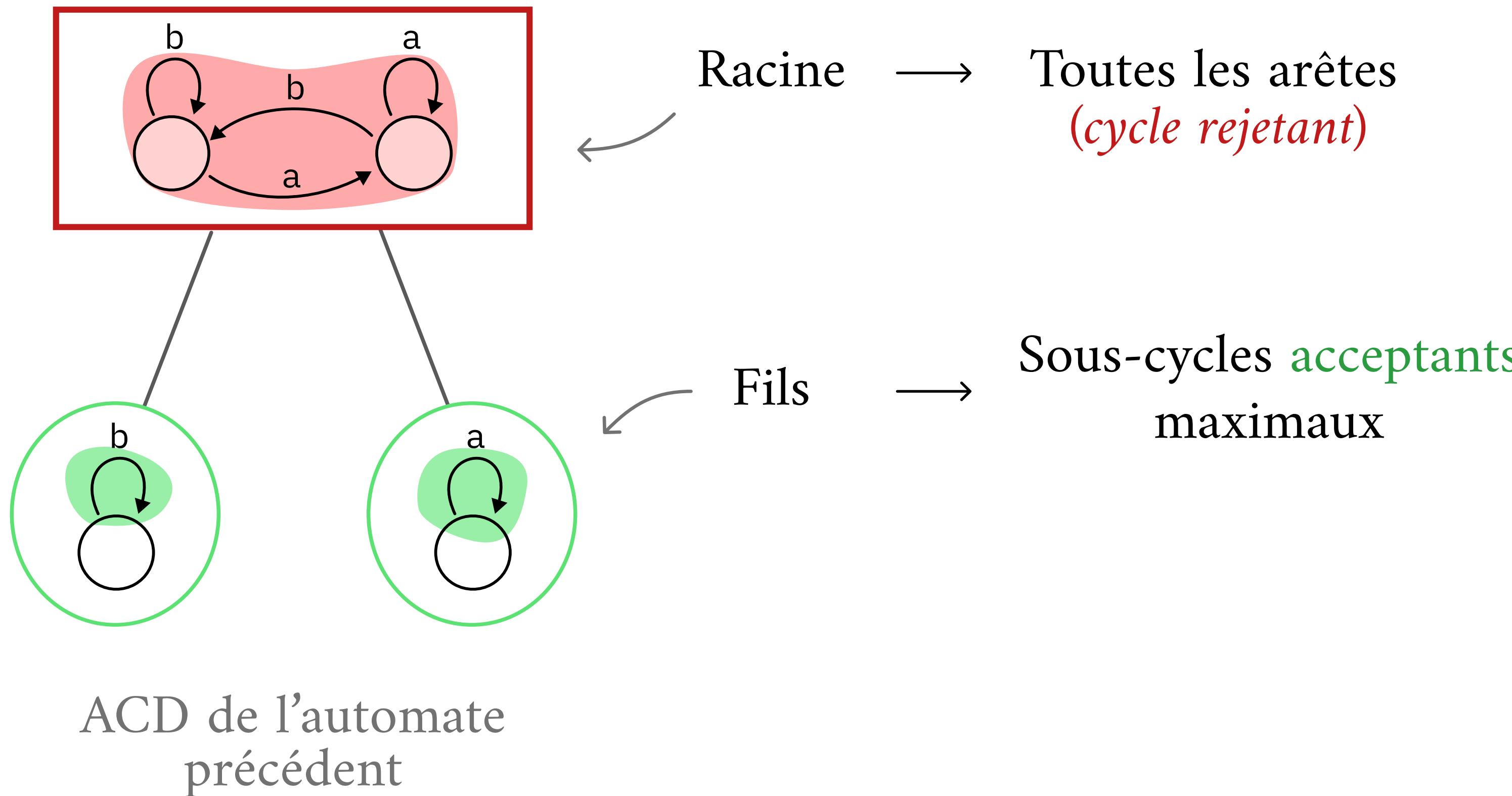
Nouvelle représentation de la structure d'un automate



ACD de l'automate précédent

## CONTRIBUTION : DÉCOMPOSITION EN CYCLES ALTERNANTS (ACD)

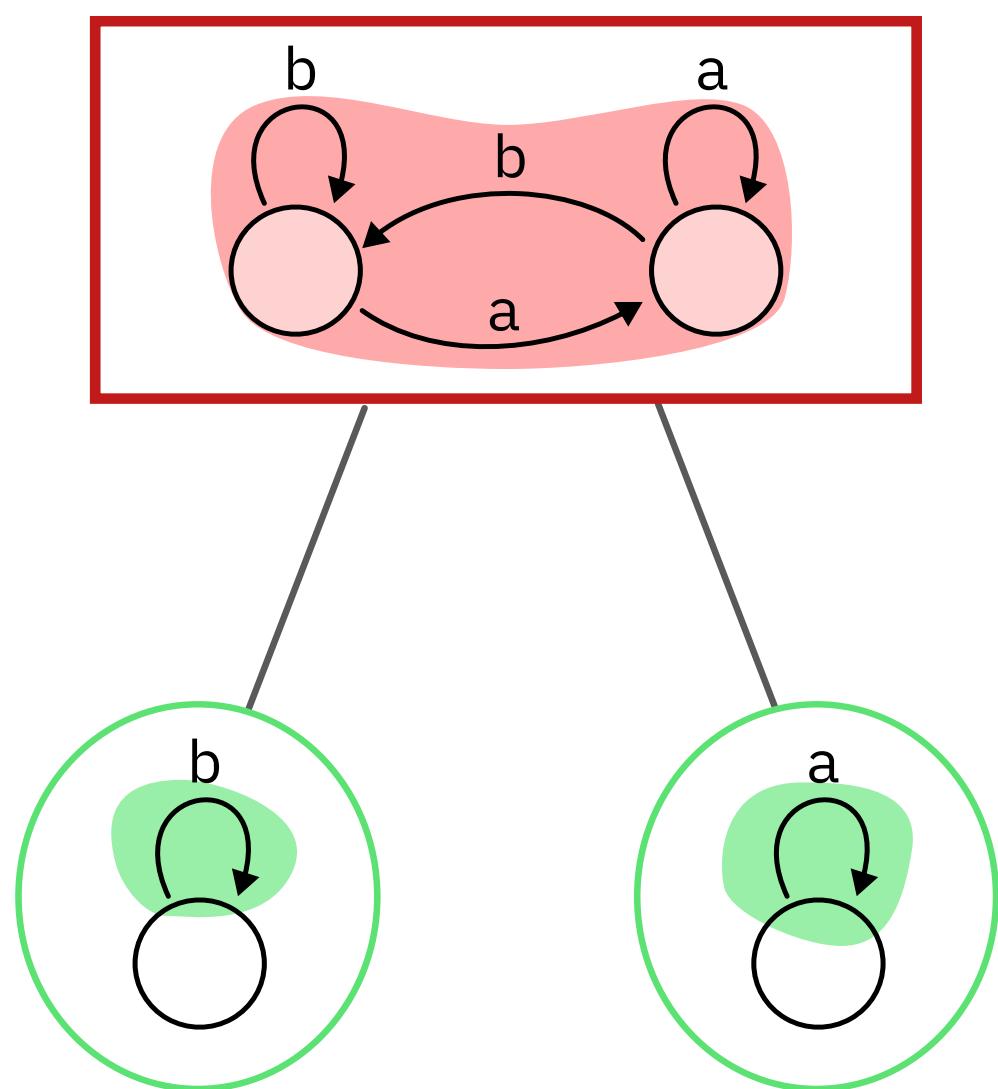
Nouvelle représentation de la structure d'un automate



# ACD : Intérêt et applications

Rend information explicite

- ★ Hauteur = Complexité topologique du langage
- ★ Simplification des cycles acceptants



ACD de l'automate précédent

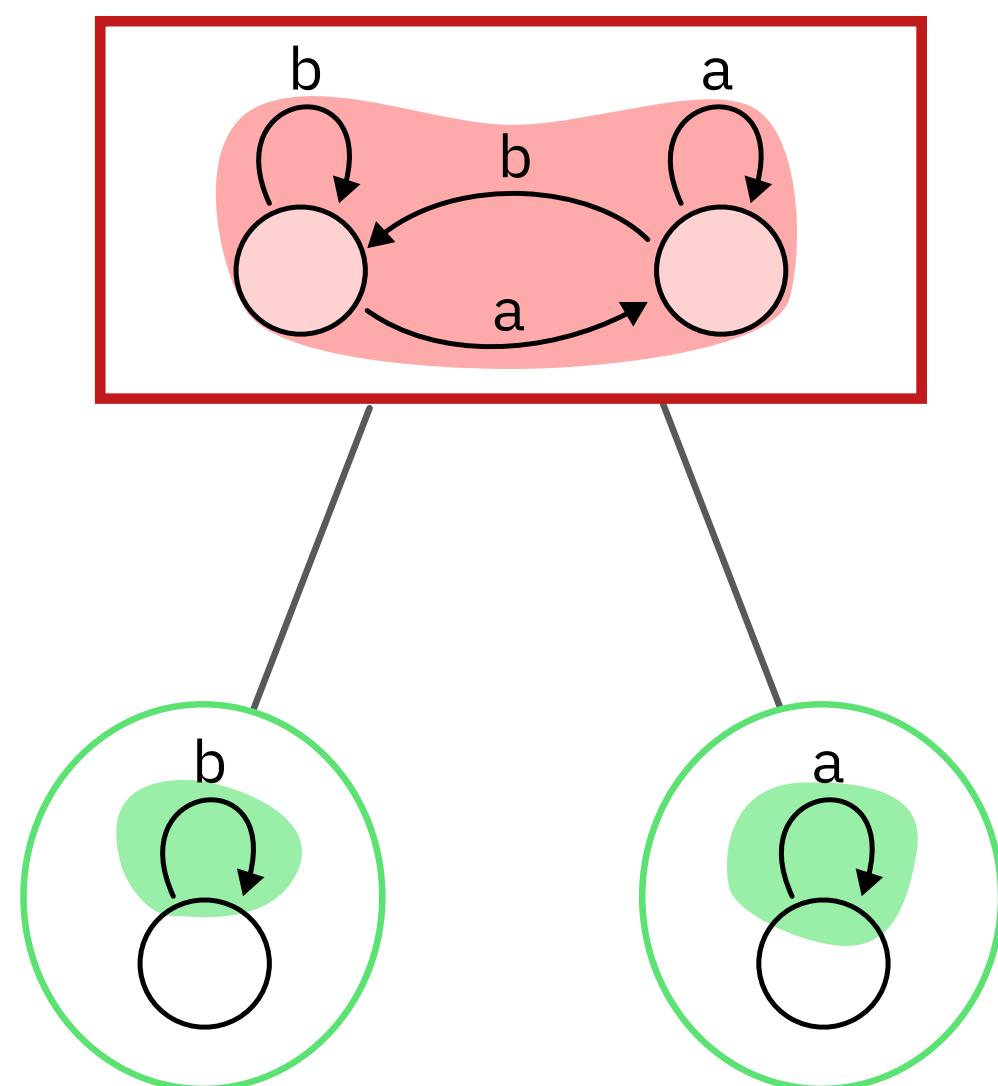
# ACD : Intérêt et applications

Rend information explicite

★ Hauteur = Complexité topologique du langage

★ Simplification des cycles acceptants

★ Nouvelle transformation



ACD de l'automate précédent

Proche de la logique

→

Automate général (Muller)



Automate de parité

Nécessaire dans les applications

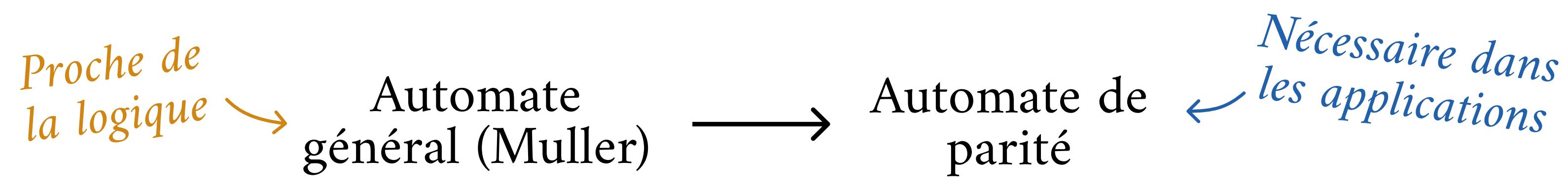
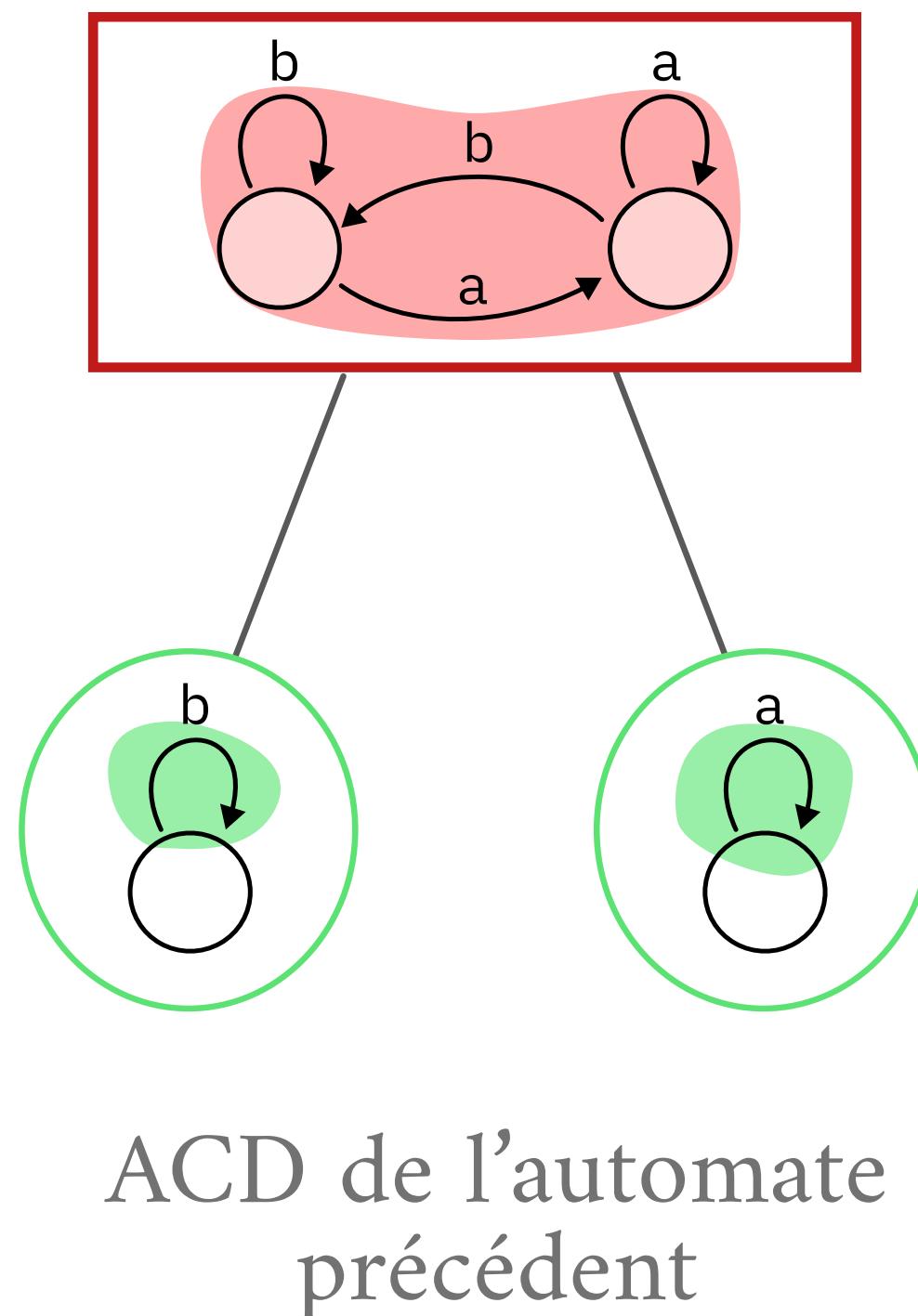
# ACD : Intérêt et applications

Rend information explicite

★ Hauteur = Complexité topologique du langage

★ Simplification des cycles acceptants

★ Nouvelle transformation



THÉORÈME

L'automate construit est toujours structurellement optimal.

## Applications pratiques : 2 implémentations indépendantes de l'ACD

- ★ SPOT (EPITA Paris)
- ★ Strix (TUM Munich)

*Outils de référence pour  $\omega$ -automates,  
synthèse et vérification*

Présentées dans : ([Casares et al. TACAS '22](#))

## Applications pratiques : 2 implémentations indépendantes de l'ACD

- ★ SPOT (EPITA Paris)
- ★ Strix (TUM Munich)

*Outils de référence pour  $\omega$ -automates,  
synthèse et vérification*

Présentées dans : ([Casares et al. TACAS '22](#))

## Applications théoriques

- ★ Minimisation ([Casares CSL '22](#))
- ★ Simplification des cycles ([Casares – Masclé MFCS '24](#))
- ★ Stratégies dans les jeux ([Bouyer – Randour – Vandenbroucke STACS '22](#))  
([Casares – Colcombet – Lehtinen ICALP '22](#))

# PROJET

## MODÈLES CANONIQUES POUR LA THÉORIE DES AUTOMATES

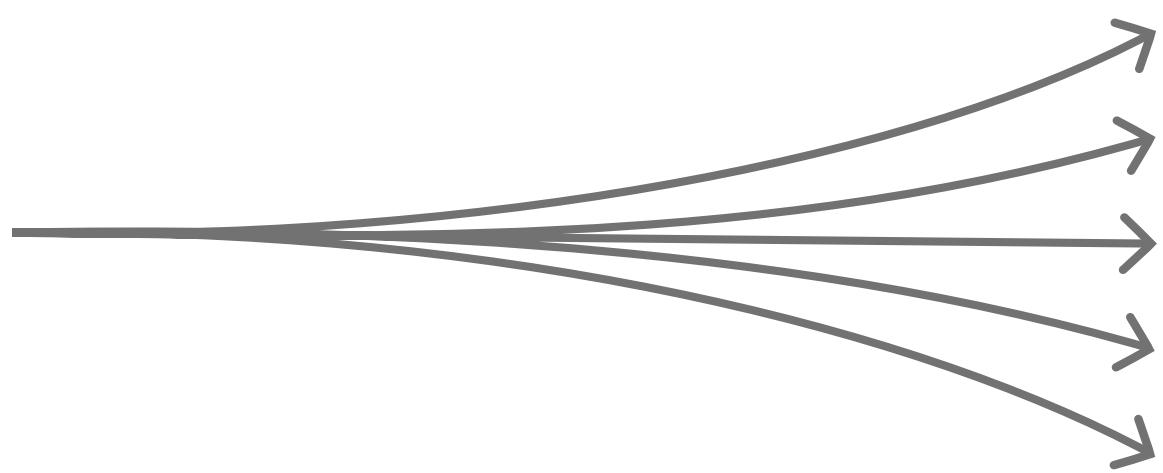
Axe 1  
Mots infinis  
*Moyen terme*  
*(Approche claire)*

Axe 2  
Transducteurs  
*Moyen-long terme*

Axe 3  
Arbres et graphes  
*Long terme*

# Sémantique

*Spécification  
(langage)*



# Syntaxe

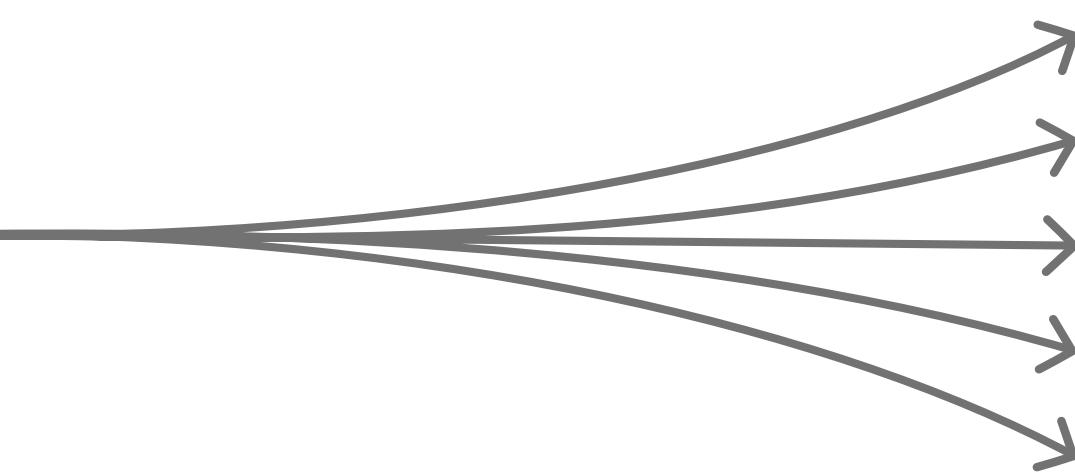
*Représentations  
(automates)*

# Sémantique

*Spécification  
(langage)*

# Syntaxe

*Représentations  
(automates)*



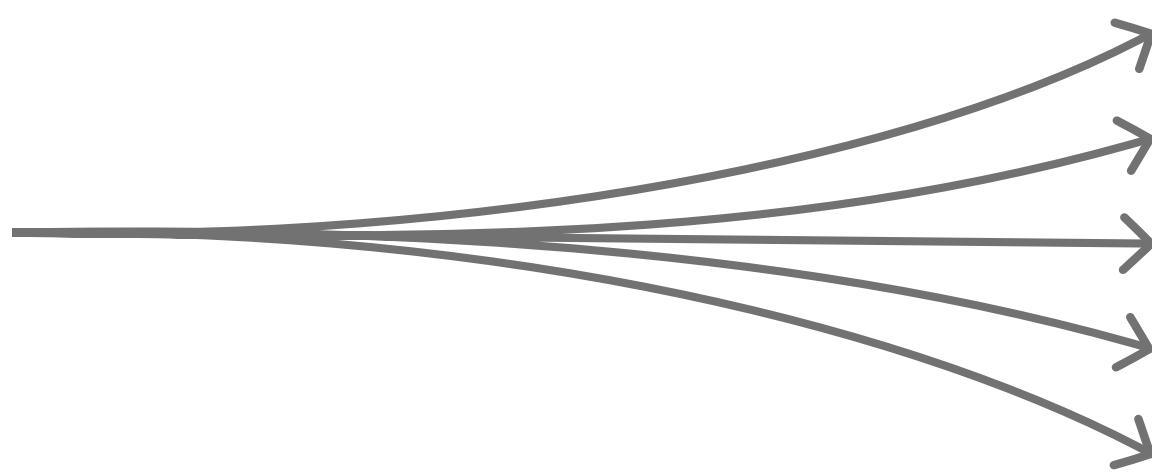
*Représentation optimale ?*

# Sémantique

*Spécification  
(langage)*

# Syntaxe

*Représentations  
(automates)*



*Représentation optimale ?*

*Modèle canonique*

# Modèles canoniques

- ★ Description sémantique
- ★ Bonnes propriétés algorithmiques
- ★ Informations visibles

## Modèles canoniques

- ★ Description sémantique
- ★ Bonnes propriétés algorithmiques
- ★ Informations visibles

*Exemple prototypique*

## Mots finis : Automate des résiduels

- États = Résiduels
- Déterministe + minimal
- Apériodicité

## Modèles canoniques

- ★ Description sémantique
- ★ Bonnes propriétés algorithmiques
- ★ Informations visibles

*Exemple prototypique*

## Mots finis : Automate des résiduels

- États = Résiduels
- Déterministe + minimal
- Apériodicité

**Mots infinis · Transducteurs · Arbres infinis**

## Modèles canoniques

- ★ Description sémantique
- ★ Bonnes propriétés algorithmiques
- ★ Informations visibles

*Exemple prototypique*

## Mots finis : Automate des résiduels

- États = Résiduels
- Déterministe + minimal
- Apériodicité

Mots infinis · Transducteurs · Arbres infinis

Question  
fondamentale

## OBJECTIF

Modèles canoniques d'automates sur structures plus riches.

Nouvelles  
méthodes!

# Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

# Proposition d'un modèle canonique

*Travail en cours*

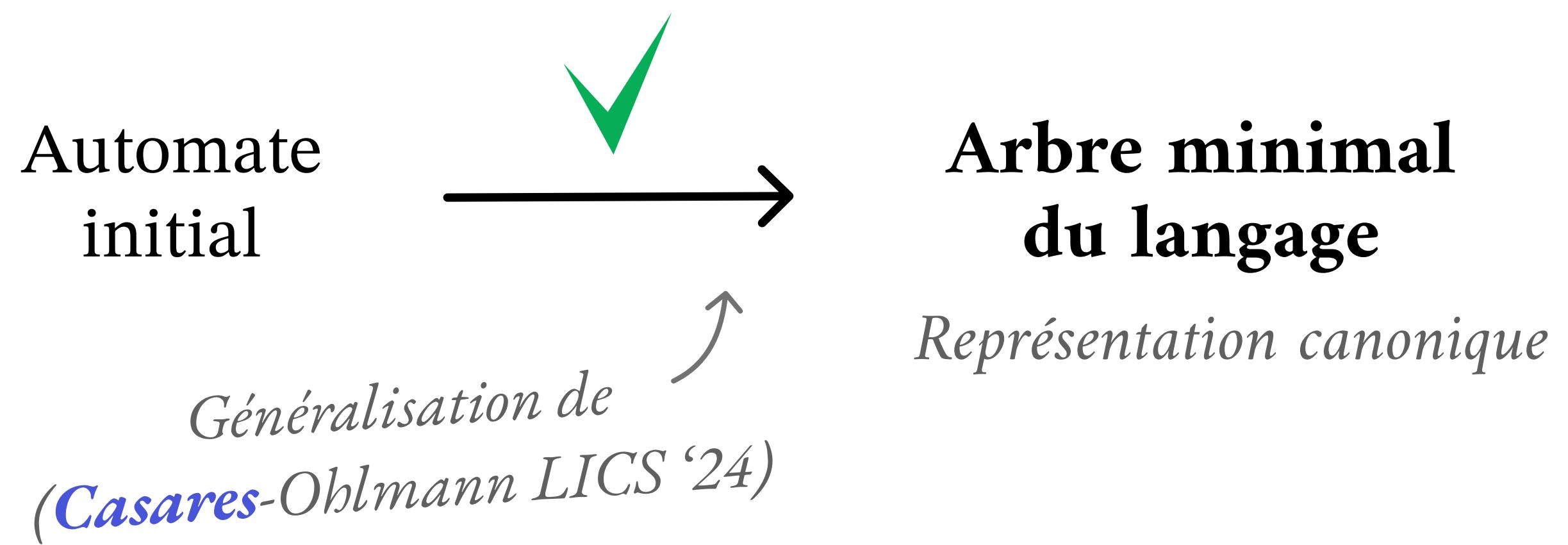
## Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

## Proposition d'un modèle canonique

*Travail en cours*

✓ *Étape accomplie*



# Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

# Proposition d'un modèle canonique

*Travail en cours*

✓ *Étape accomplie*



# Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

# Proposition d'un modèle canonique

*Travail en cours*



Automate  
initial

A green checkmark icon with a black outline, indicating a completed step.

*Généralisation de*  
*(Casares-Ohlmann LICS '24)*

**Arbre minimal**  
**du langage**

*Représentation canonique*

A green checkmark icon with a black outline, indicating a completed step.

**Automate** **déterministe en histoire**

*Relaxation du déterminisme*  
*Mêmes propriétés algorithmiques*

## Conjecture

Cet automate est minimal.

# Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

- ★ Conjecture + fondements du modèle

## OBJECTIFS

# Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

## OBJECTIFS

- ★ Conjecture + fondements du modèle
- ★ Développements algorithmiques

# Axe 1 · Mots infinis

*Moyen terme - Approche claire*

## OBJECTIFS

- ★ Conjecture + fondements du modèle
- ★ Développements algorithmiques
- ★ Apprentissage d'automates sur les mots infinis

*Applications : vérification en black-box, process mining...*

## Axe 2 · Transducteurs

*Moyen-long terme*

Automates avec sortie. Implémentent fonctions  $f: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ .

# Axe 2 · Transducteurs

*Moyen-long terme*

Automates avec sortie. Implémentent fonctions  $f: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ .

## Exemple

1er mai 2018		25-12-1996
11-11-2003		14-07-1998
12/25/96	→	11-11-2003
May 8th 2015		08-05-2015
14-07-98		01-05-2018

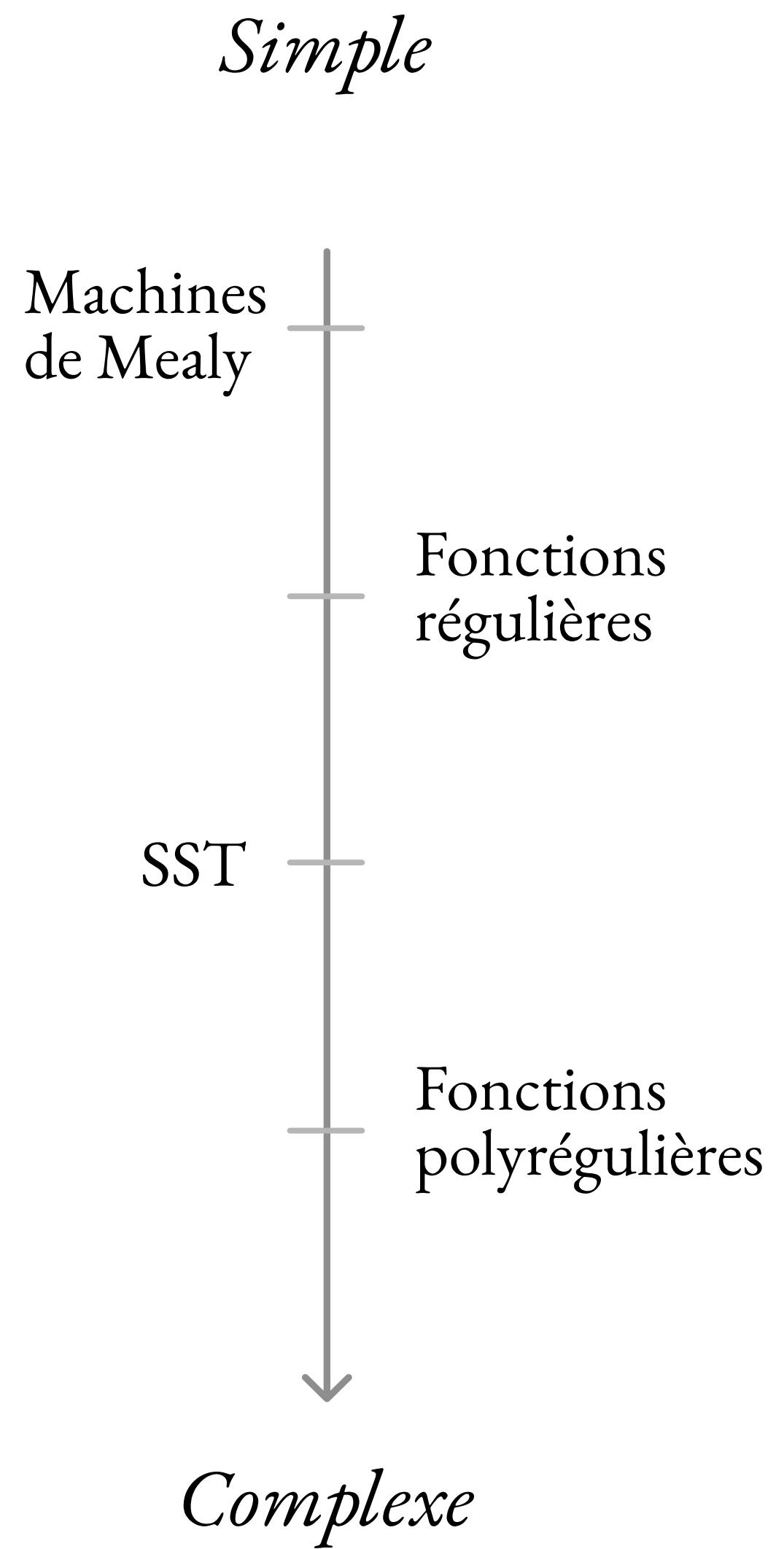
# Axe 2 · Transducteurs

*Moyen-long terme*

Automates avec sortie. Implémentent fonctions  $f: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ .

## Exemple

Fonction régulière	
1er mai 2018	25-12-1996
11-11-2003	14-07-1998
12/25/96	11-11-2003
May 8th 2015	08-05-2015
14-07-98	01-05-2018



# Axe 2 · Transducteurs

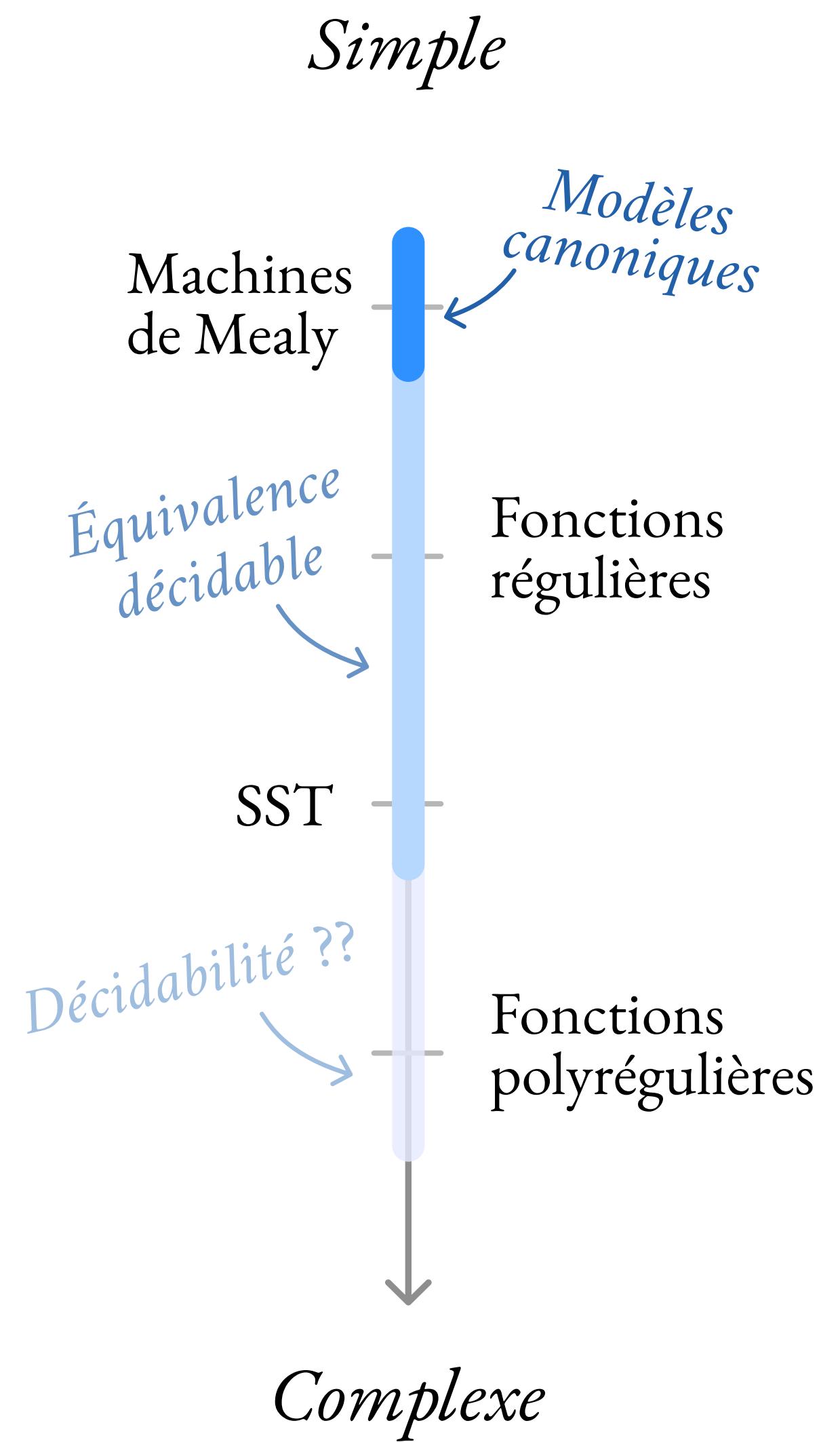
*Moyen-long terme*

Automates avec sortie. Implémentent fonctions  $f : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ .

## Problème de l'équivalence

Étant données deux fonctions  $f_1, f_2$ , décider si  $f_1 = f_2$ .

*Applications : vérification, compilateurs...*



# Axe 2 · Transducteurs

*Moyen-long terme*

Automates avec sortie. Implémentent fonctions  $f : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ .

## Problème de l'équivalence

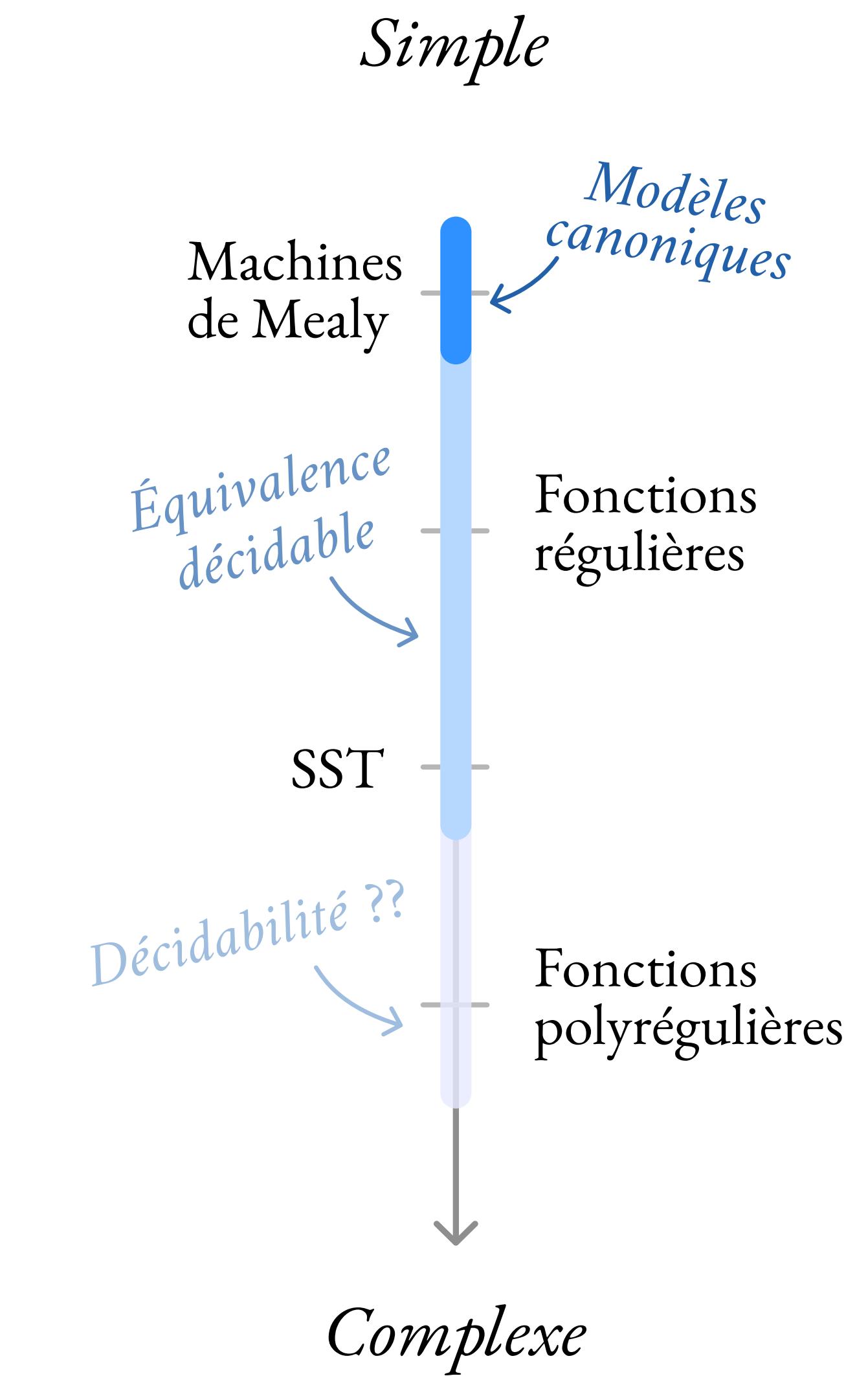
Étant données deux fonctions  $f_1, f_2$ , décider si  $f_1 = f_2$ .

*Applications : vérification, compilateurs...*

## OBJECTIF

Établir la décidabilité et la complexité de l'équivalence.

*Travail en cours : Fonctions polyrégulières – cas d'entrée unaire.*

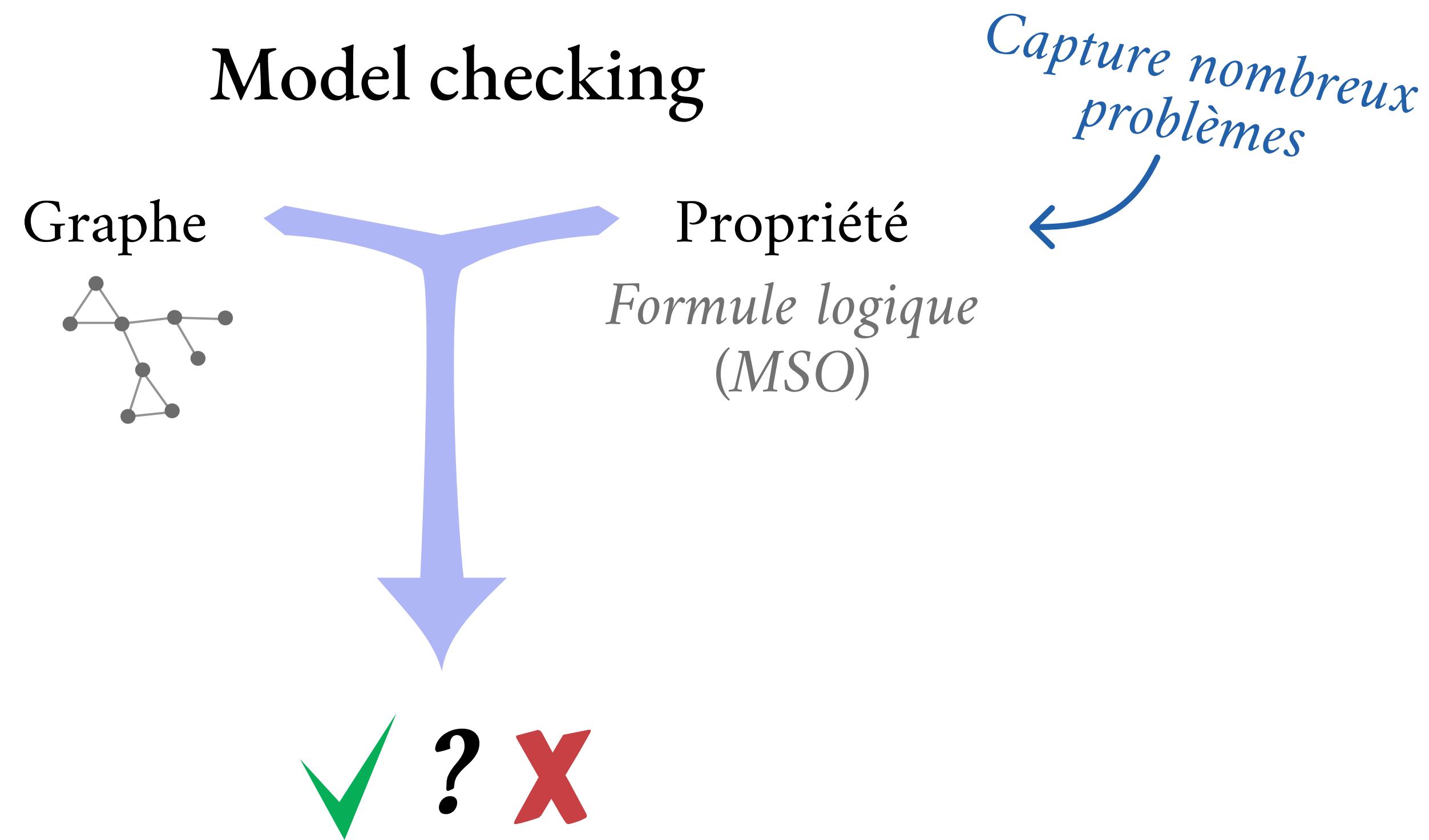


# Axe 3 · Logique et graphes

*Long terme*

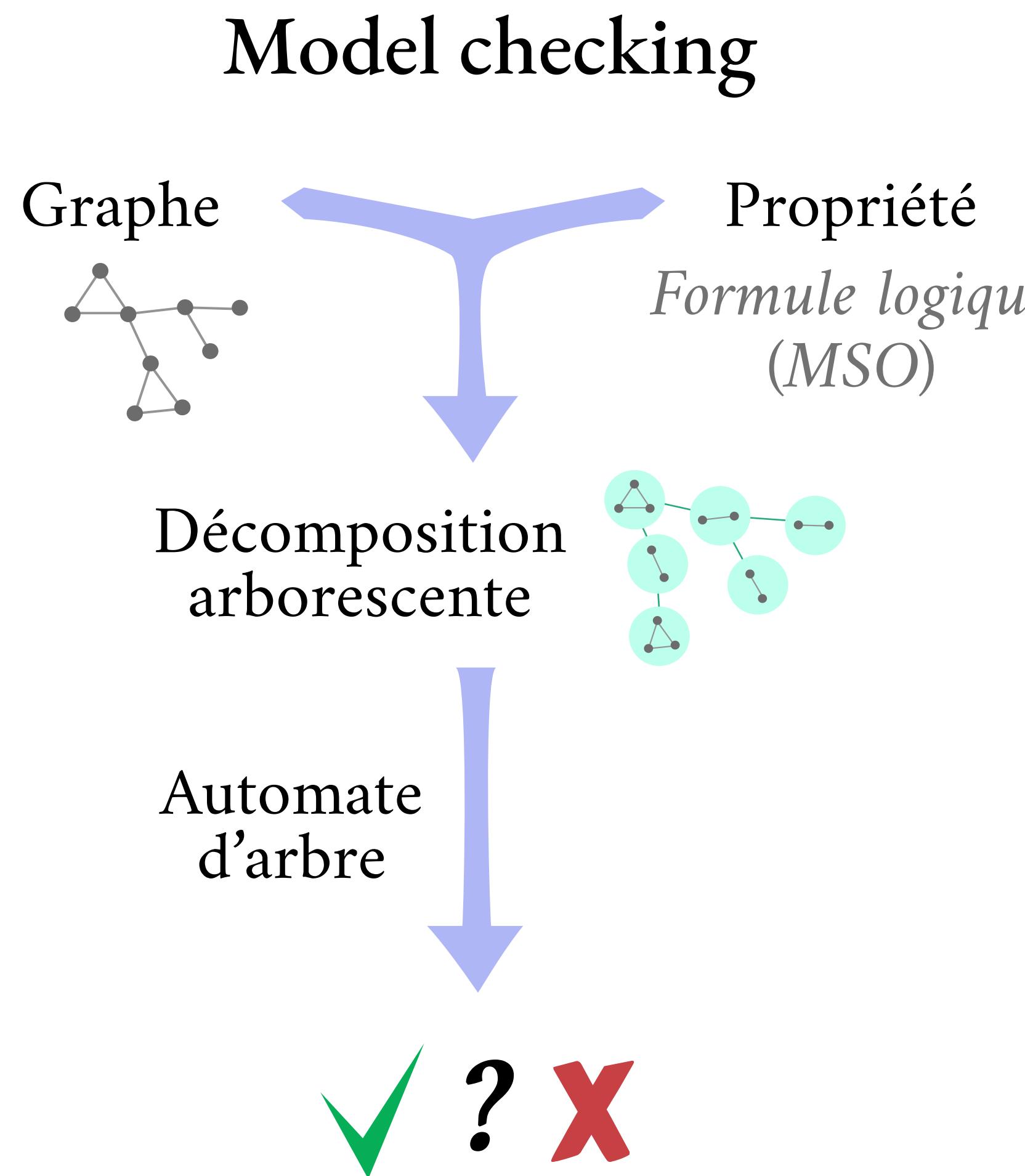
# Axe 3 · Logique et graphes

*Long terme*



# Axe 3 · Logique et graphes

*Long terme*

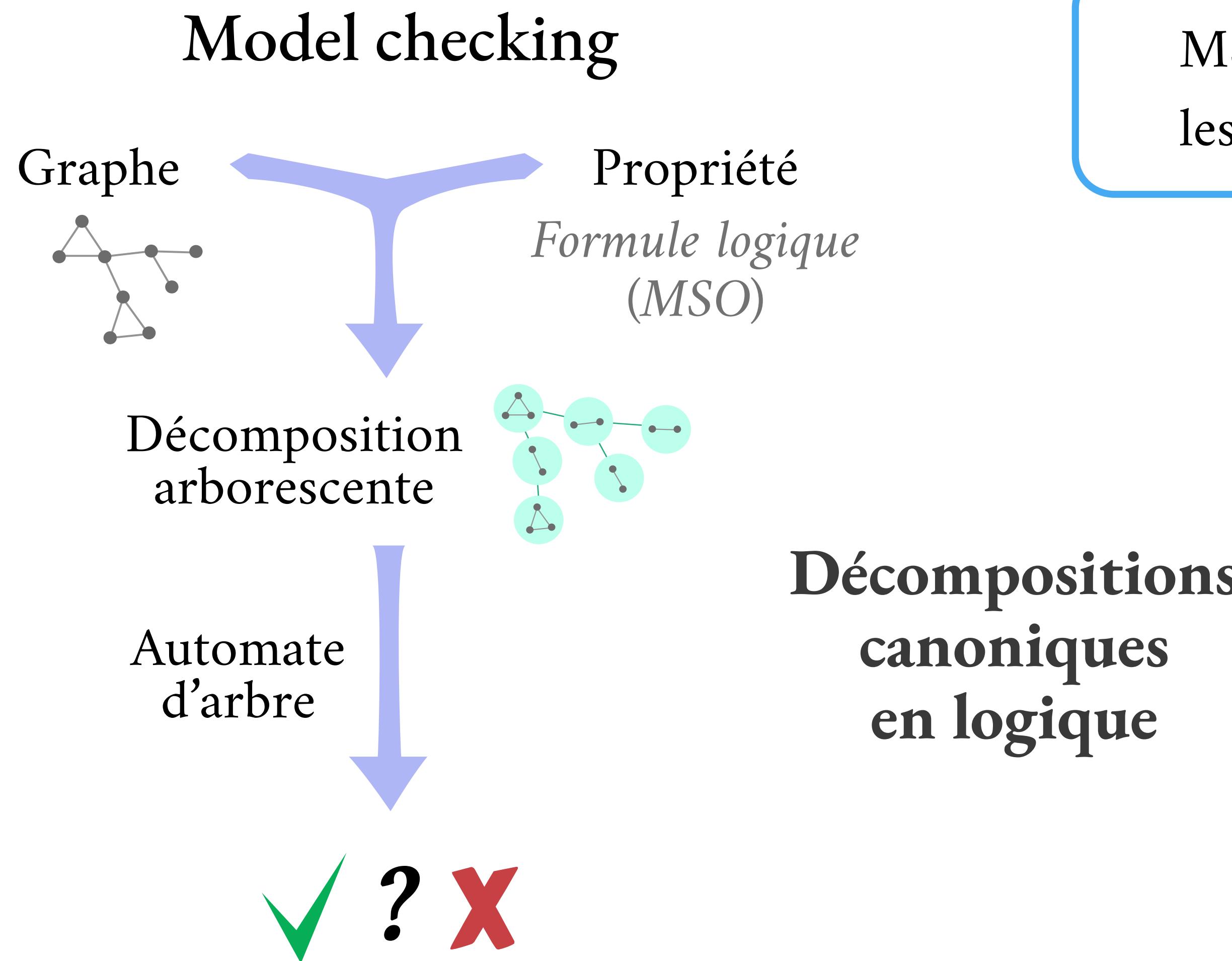


THÉORÈME (*Courcelle '88*)

MSO-model checking en PTIME pour les graphes qui ressemblent à des arbres.

# Axe 3 · Logique et graphes

*Long terme*



THÉORÈME (*Courcelle '88*)

MSO-model checking en PTIME pour les graphes qui ressemblent à des arbres.

## Graphes éparses

(*Bojańczyk-Pilipczuk '16, Grohe '17*)

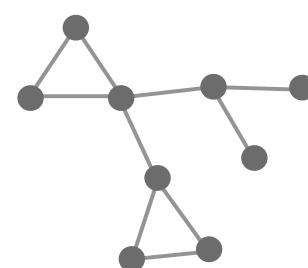
- ★ Isomorphisme en PTIME
- ★ Définissabilité = Reconnaissabilité

# Axe 3 · Logique et graphes

*Long terme*

## Model checking

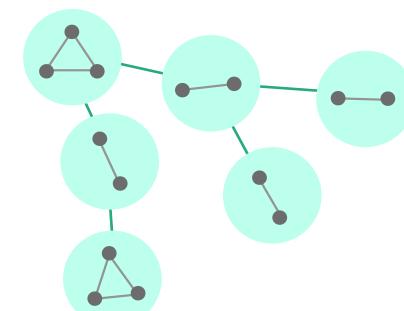
Graphe



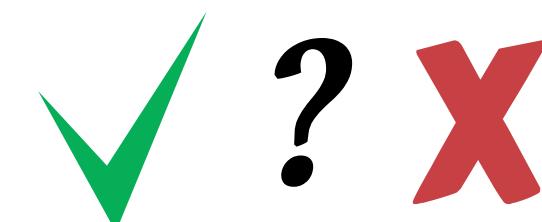
Propriété

Formule logique  
(MSO)

Décomposition  
arborescente



Automate  
d'arbre



THÉORÈME (*Courcelle '88*)

MSO-model checking en PTIME pour les graphes qui ressemblent à des arbres.

*Théorie structurelle*  
Robertson - Seymour  
depuis 1982

## Graphes éparses

(*Bojańczyk-Pilipczuk '16, Grohe '17*)

★ Isomorphisme en PTIME

★ Définissabilité = Reconnaissabilité

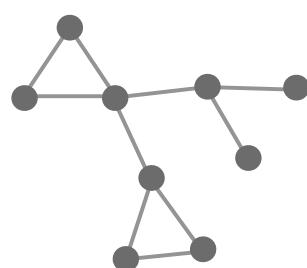
## Décompositions canoniques en logique

# Axe 3 · Logique et graphes

*Long terme*

## Model checking

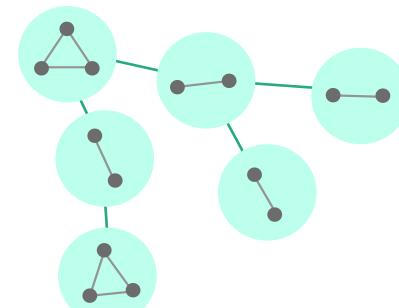
Graphe



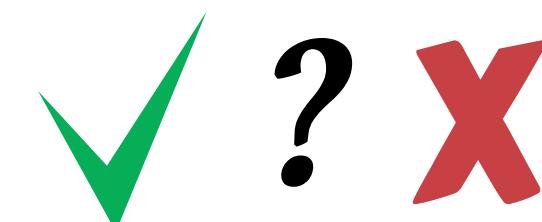
Propriété

*Formule logique  
(MSO)*

Décomposition  
arborescente



Automate  
d'arbre



THÉORÈME (*Courcelle '88*)

MSO-model checking en PTIME pour les graphes qui *ressemblent à des arbres*.

*Théorie structurelle  
Domaine très actif*

**Décompositions  
canoniques  
en logique**

**Graphes denses**

**OBJECTIF**

Décompositions canoniques pour graphes **denses**.

# INTÉGRATION



Déterminisme en histoire

**K. Lehtinen**

Transducteurs

*N. Lhote, P. A. Reynier*

Jeux

**P. Ohlmann**, B. Monmege

Ouverture :

Logique linéaire  $\leftrightarrow$  Automates

*T. Nguyen*

Déterminisme en histoire

**D. Kuperberg**

Algèbre des graphes

*A. Doumane*

Graphes

*É. Bonnet, S. Thomassé*

Ouverture :

Logique linéaire  $\leftrightarrow$  Automates

*C. Riba*

## IRIF, Paris, équipe Automates et applications

Transducteurs

*O. Carton, S. Winter*

Logique et graphes

*G. Stamoulis*

$\omega$ -automates

**T. Colcombet**

Ouverture :  
Catégories  $\leftrightarrow$  Automates

*D. Petrişan, S. van Gool*

## LMF, Paris-Saclay, pôle Modèles

Apprentissage d'automates

*B. Bollig*

Jeux

**P. Bouyer**, L. Doyen

Logiques de spécification

*S. Demri*

Ouverture:  
Topologie

*J. Goubault-Larrecq*

# Ajouts au CV

- Soumission ICALP 2025: *The memory of  $\omega$ -regular and  $\text{BC}(\Sigma_2^0)$  objectives* (avec P. Ohlmann).
- Encadrement stage étudiant M1 ENS Rennes, mai - juillet 2025 (sans co-encadrant).

## Résumé

### ★ Publications

- Chapitre dans livre “Games on Graphs”
- 3 journaux (+2 en révision)
- 11 conférences (+1 soumission) • 1 Best student paper award (article seul)
- 22 co-auteurs dans 7 pays
- >30 exposés

### ★ Intégration dans la communauté

- Membre comité de pilotage conférence HIGHLIGHTS (communication chair)
- 28 reviews
- Co-organisateur de 1 conférence et 2 séminaires

### ★ Encadrement (sans co-encadrant)

- Étudiant M2 (Université Varsovie)
- Étudiant M1 (ENS Rennes)