

Сортировки. Хеш-таблица

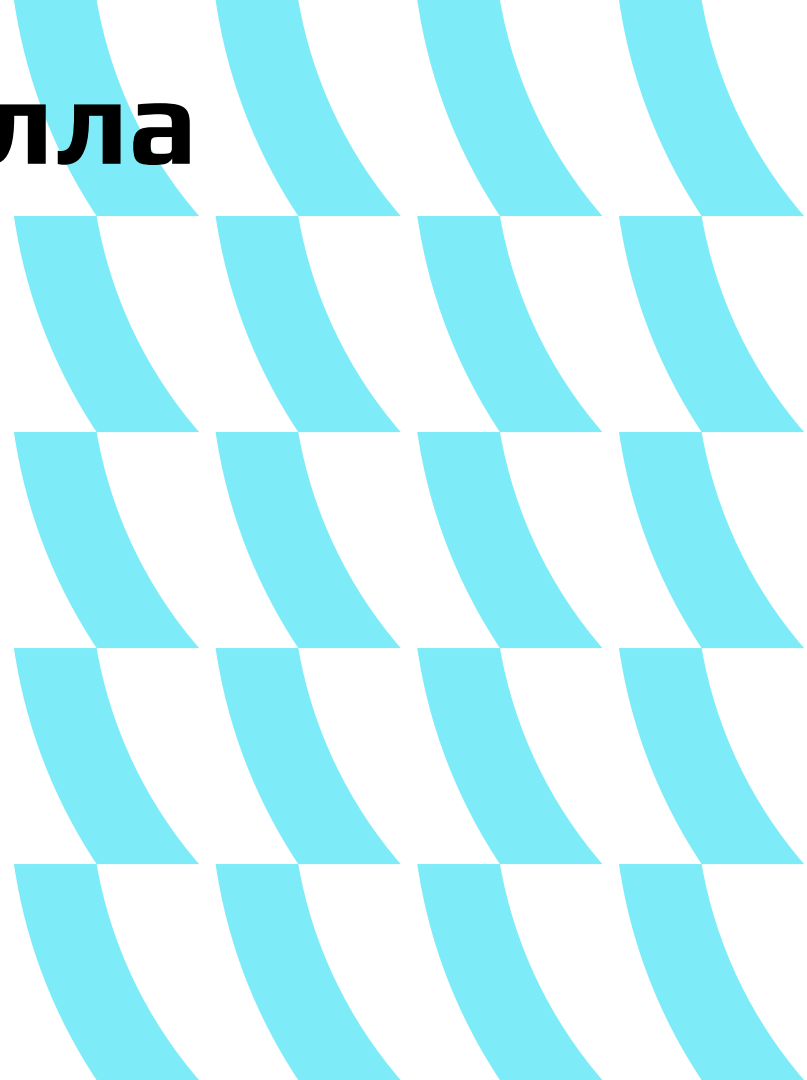
Семинар



Сортировка шелла

Shell sort

- Усовершенствованный алгоритм сортировки вставками (?)
- Сравниваем не рядом стоящие элементы, а элементы, которые располагаются на определенном удалении (шаге) друг от друга.
- На каждой итерации шаг уменьшается в два раза, пока не станет равным единицы
- На последнем проходе, когда $gap = 1$ сортировка вырождается в сортировку вставками.



Описание

- Вычисляем первое значение шага **gap = len(array)/2**
- Находим элемент с индексом **gap (current_position)**
- Сравниваем этот элемент с элементом под индексом **current_position - gap**
- В случае, если элемент под получившимся индексом больше чем **current_position** меняем их местами
- Если нам понадобилась замена элементов, то проверяем элемент который теперь находится под индексом **current_position - gap** с элементом под индексом **current_position - 2gap**, если, конечно такой индекс существует
- Если перестановка не понадобилась двигаем **current_position** на **+1**
- После прохода уменьшаем **gap** вдвое

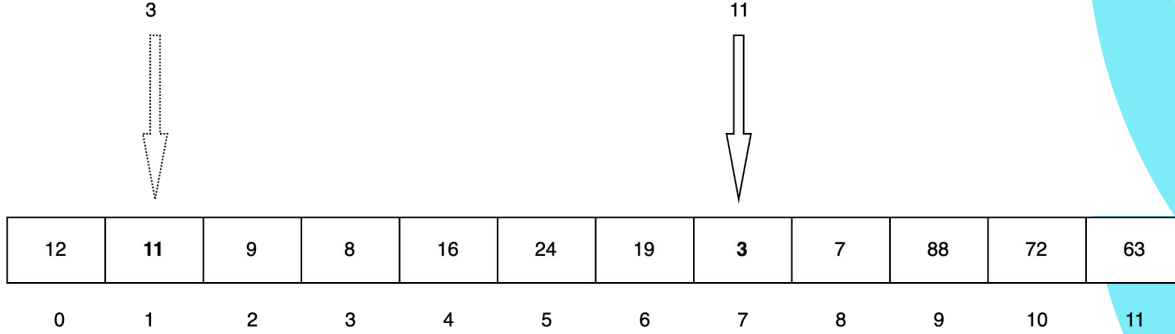


12	11	9	8	16	24	19	3	7	88	72	63
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

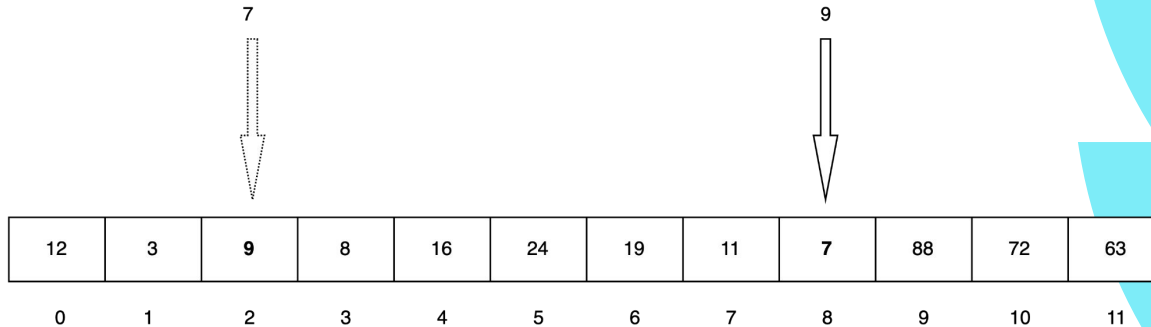
- Дан массив из 12 элементов
- Вычисляем шаг, разделив длину массив пополам **gap = len(array)/2**
- Находим элемент с индексом **gap**, назовем его **current_position** и элемент с индексом **current_position - gap**
- Сравниваем два элемента arr[current_position] и arr[current_position - gap]
- При необходимости меняем их местами
- Если arr[current_position - gap] < arr[current_position], то просто инкрементируем **current_position**

current_position

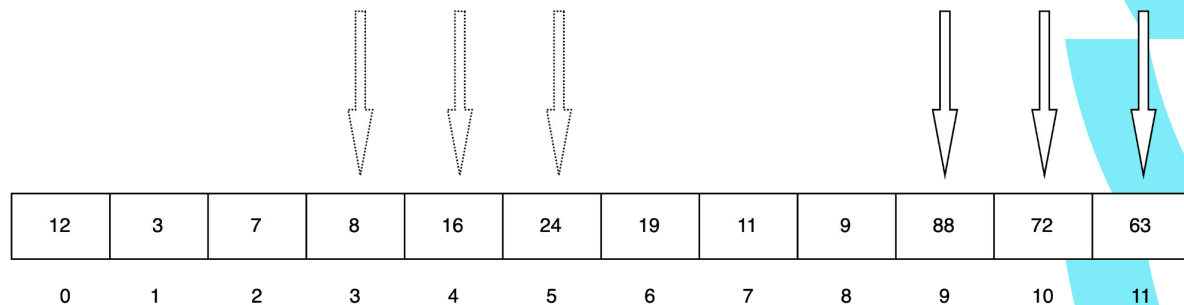
12	11	9	8	16	24	19	3	7	88	72	63
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11



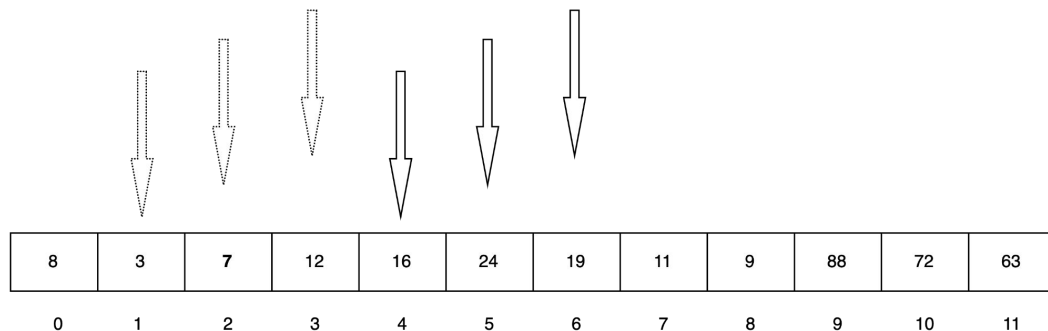
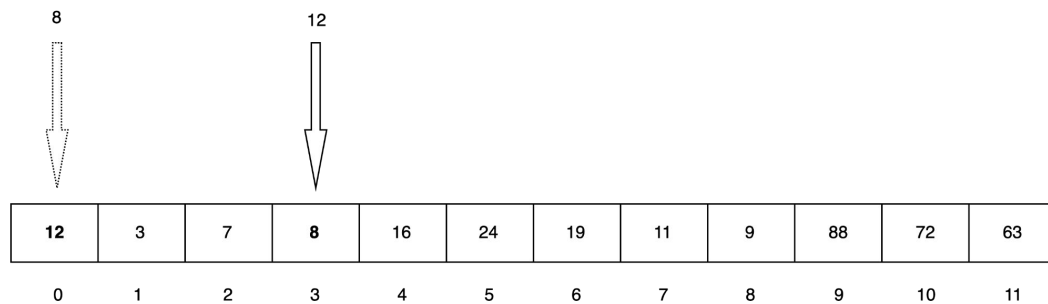
- В случае, когда понадобилась перестановка, продолжаем поиск элемент слева, чтобы сравнить `arr[current_position - gap]` и `arr[current_position - 2gap]`
- При необходимости идем влево на `gap`, пока не выйдем за пределы массива
- В данном случае это 1 - **gap**, получаем индекс -5 - такого элемента нет
- Просто инкрементируем **current_position**



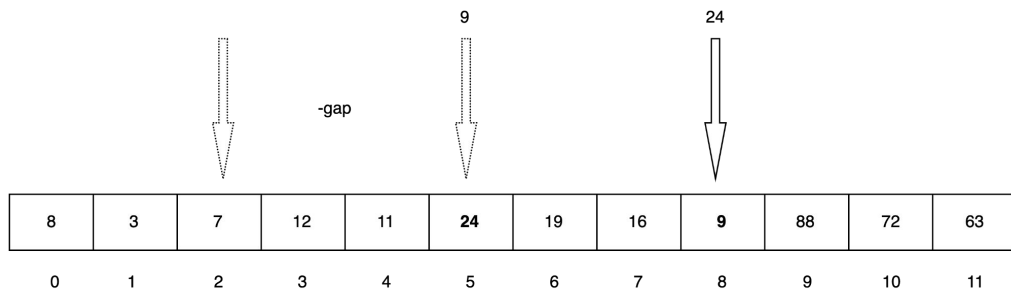
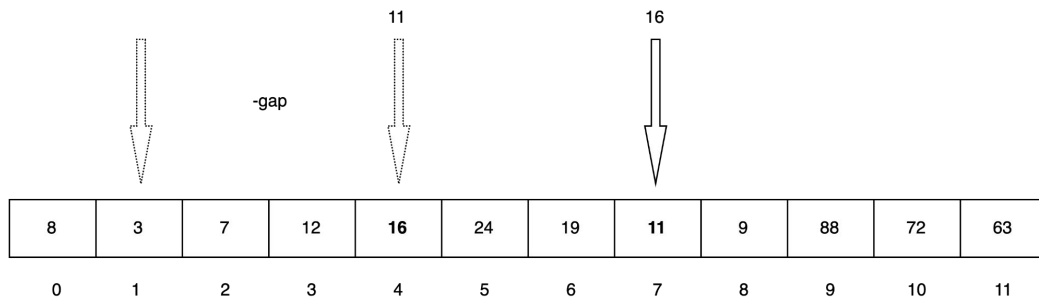
Продолжаем итерироваться с текущим шагом пока **current_position** не дойдет до конца массива

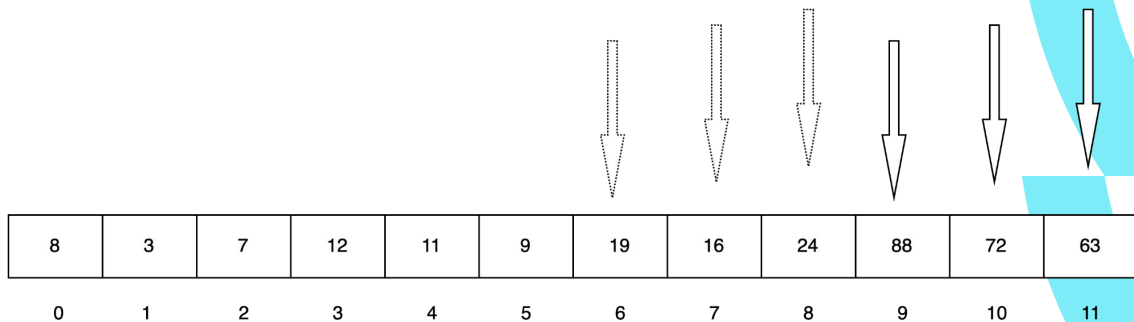


- Уменьшаем шаг в два раза
- Находим соответствующий элемент
- Продолжаем алгоритм

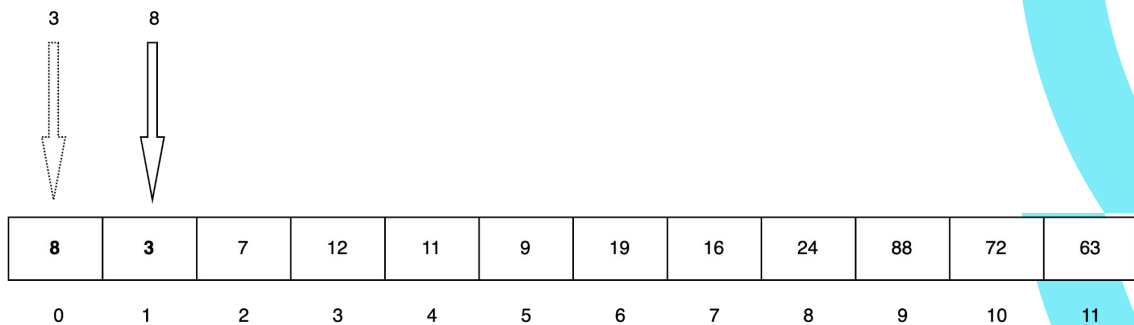


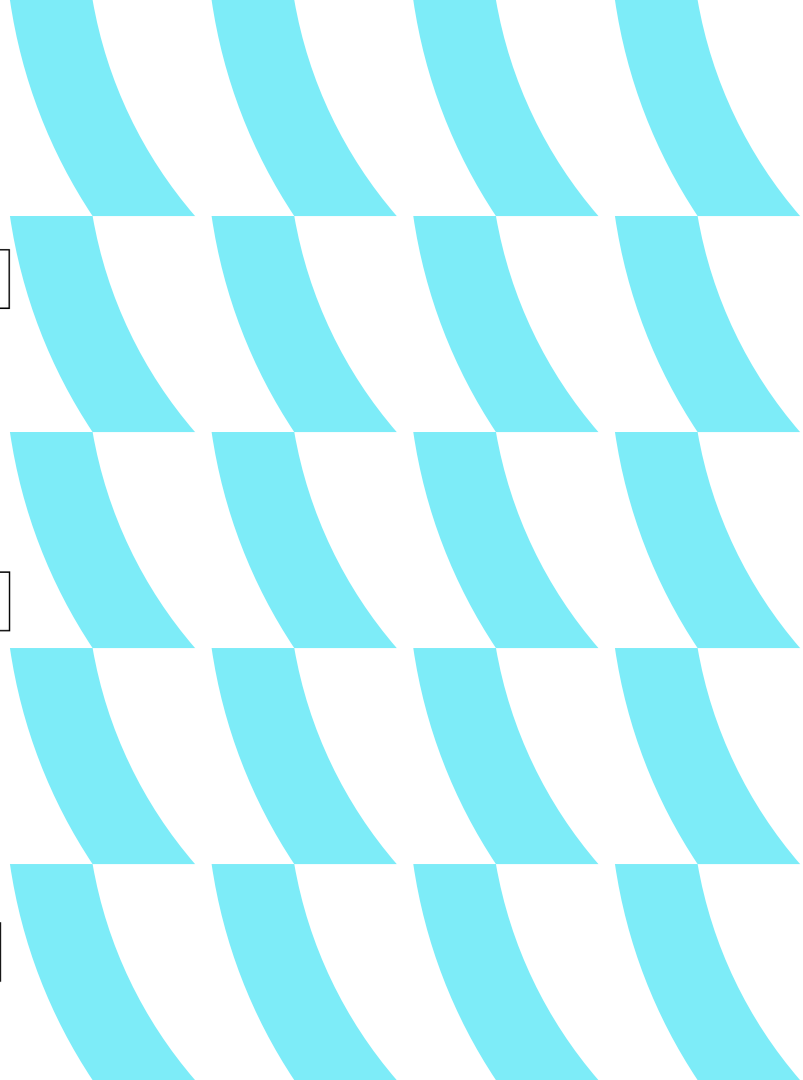
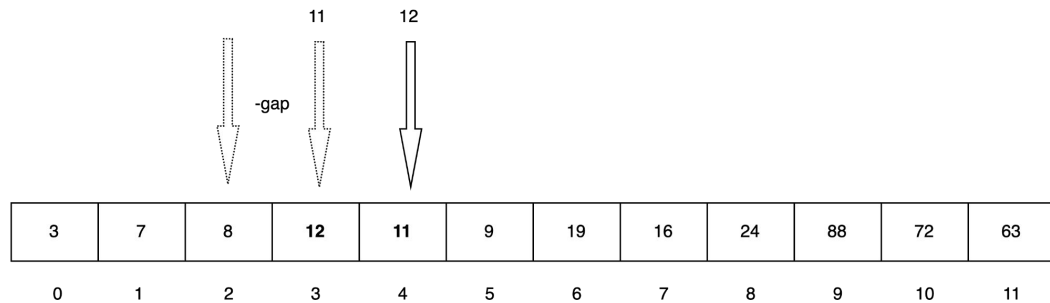
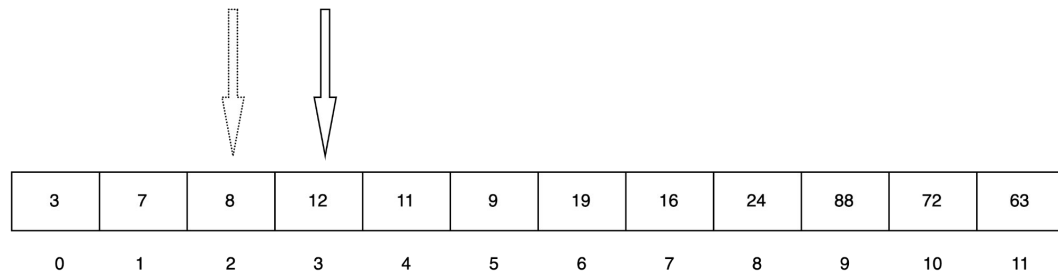
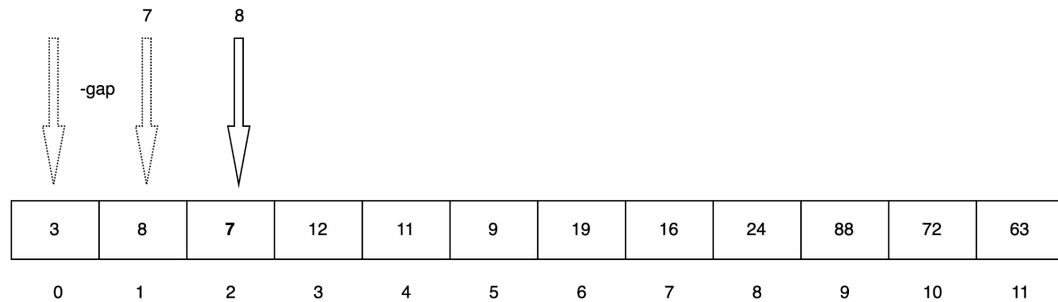
- Нам понадобилась перестановка
- `arr[m_gap], arr[m_gap - gap] = arr[m_gap - gap], arr[m_gap]`
- И теперь необходимо проверить следующий элемент под индексом **current_position - 2gap**
- Инкрементируем **current_position**

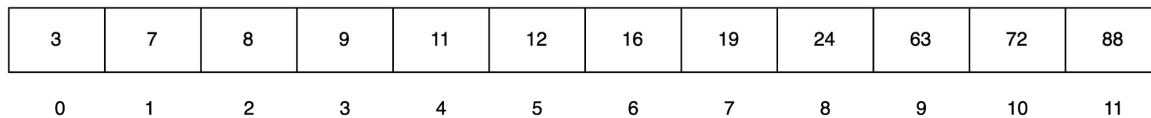
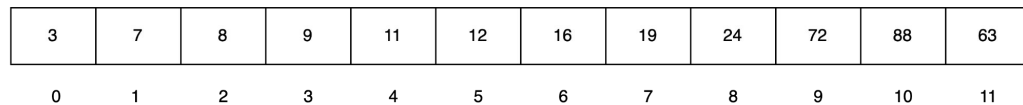
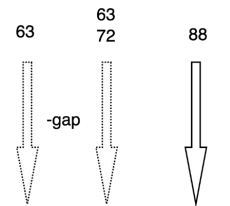
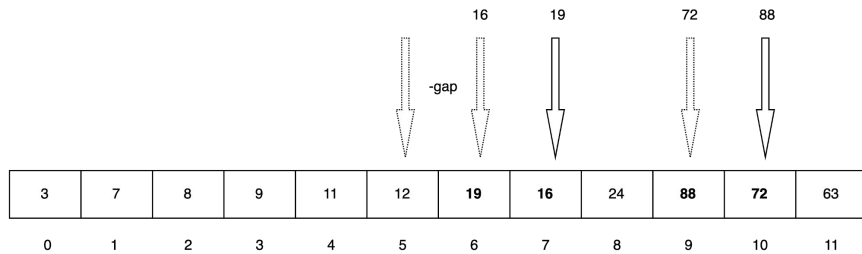
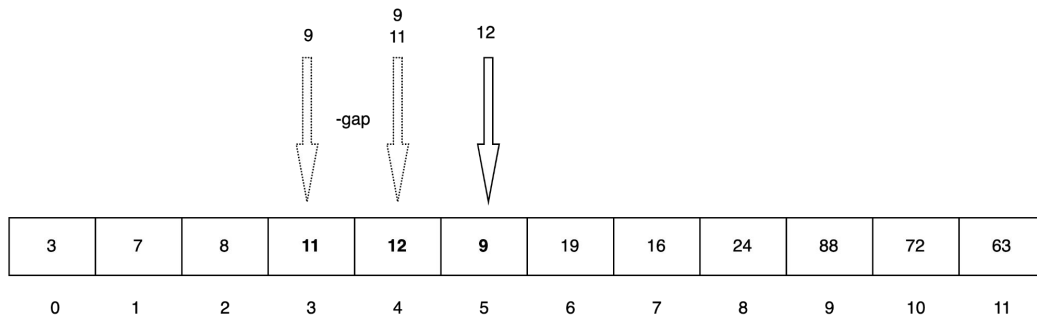




Дойдя до конца массива, снова уменьшаем **gap** в два раза





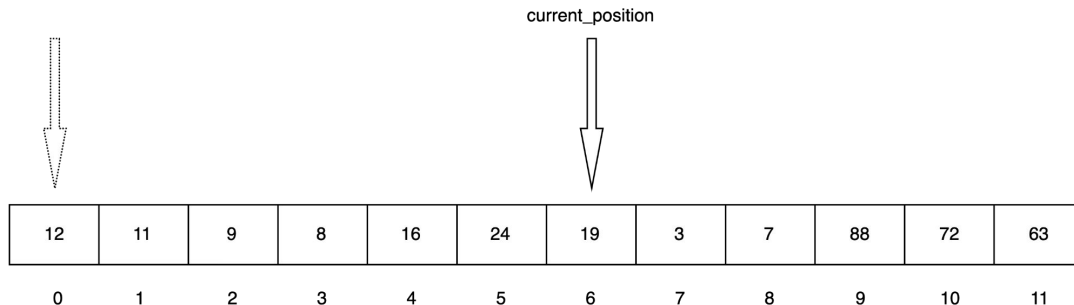


Пишем код

```
function shell_sort(arr) {  
    n = len(arr)  
    gap = len(arr) / 2  
    // определяем внешний цикл  
    // цикл должен быть определен значением gap  
    return arr  
}
```

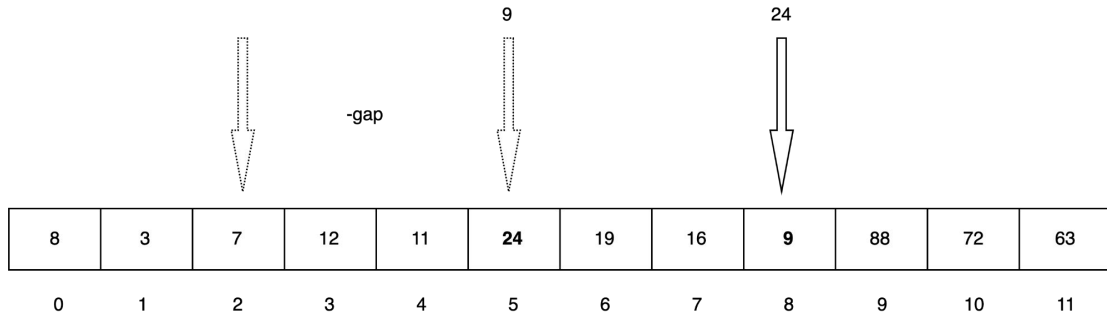
Пишем код

```
function shell_sort(arr) {  
    n = len(arr)  
    gap = len(arr) / 2  
    while gap > 0 {  
        // current_position на первой итерации равен gap  
        // элемент под индексом current_position сравниваем с элементом  
        // под индексом current_position - gap  
        // при необходимости меняем их местами  
        gap = gap / 2  
    }  
    return arr  
}
```



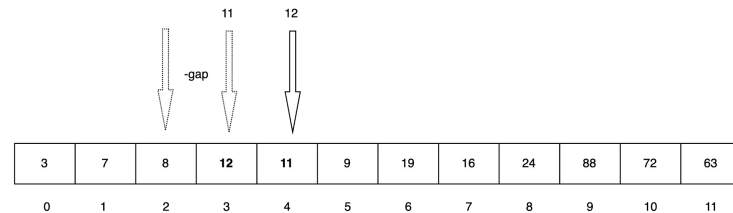
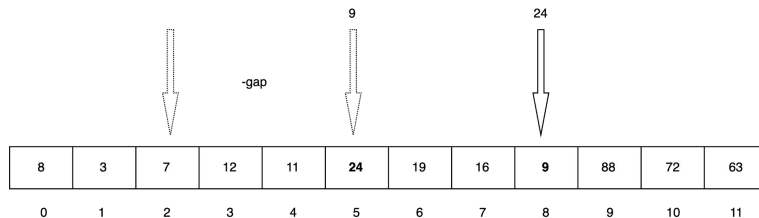
Пишем код

```
function shell_sort(arr) {  
    n = len(arr)  
    gap = len(arr) / 2  
    while gap > 0 {  
        // в цикле от current_position до n сравниваем элемент под индексом  
        // current_position и current_position - gap если понадобилась перестановка,  
        // продолжаем вычислять current_position - gap * m  
        // m - кол-во шагов влево, которые мы делаем при необходимости  
        gap = gap / 2  
    }  
    return arr  
}
```



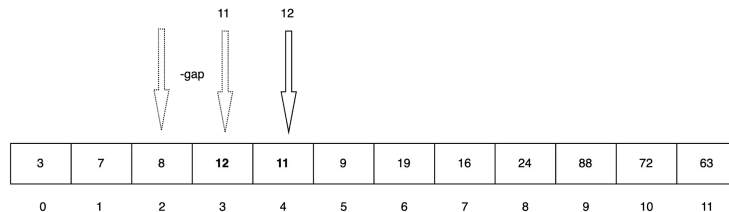
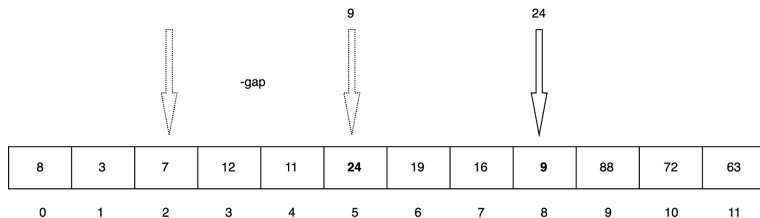
Пишем код

```
function shell_sort(arr) {  
    n = len(arr)  
    gap = len(arr) / 2  
    while gap > 0 {  
        for current_position = gap; current_position < n; current_position++ {  
            // запоминаем current_position  
            // в цикле проверяем значения под индексом current_position - gap  
            // если нужна перестановка - проверяем значение по индексом  
            // current_position - gap - gap ...  
            // то есть декрементируем переменную в которой сохранили current_position  
        }  
        gap = gap / 2  
    }  
    return arr  
}
```



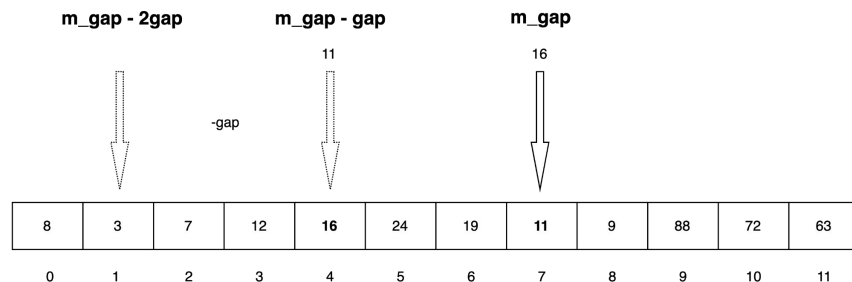
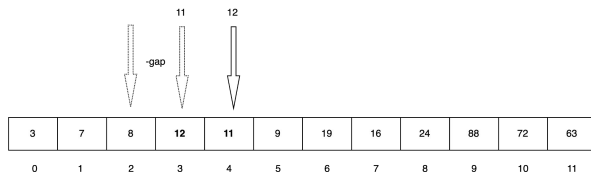
Пишем код

```
function shell_sort(arr) {  
    n = len(arr)  
    gap = len(arr) / 2  
    while gap > 0 {  
        for current_position = gap; current_position < n; current_position++ {  
            m_gap = current_position  
            // цикл до тех пор пока мы не вышли за границы массива слева и пока нам  
            // нужна перестановка между элементами под индексами m_gap и m_gap - gap  
            // делаем swap(arr[m_gap], arr[m_gap - gap])  
            // декрементируем m_gap на gap  
        }  
        gap = gap / 2  
    }  
    return arr  
}
```



Пишем код

```
function shell_sort(arr) {  
    n = len(arr)  
    gap = len(arr) / 2  
    while gap > 0 {  
        for current_position = gap; current_position < n; current_position++ {  
            m_gap = current_position  
            while m_gap >= gap and arr[m_gap] < arr[m_gap - gap] {  
                arr[m_gap], arr[m_gap - gap] = arr[m_gap - gap], arr[m_gap]  
                m_gap -= gap  
            }  
        }  
        gap = gap / 2  
    }  
    return arr  
}
```



Варианты выбора шага

Хиббард предложил вычислять шаги в сортировке Шелла по формуле: $gap = 2^k - 1$, где k - целое число, начиная с максимального значения и уменьшая его на каждой итерации. Таким образом, на каждой итерации шаг уменьшается в два раза.

Сложность алгоритма сортировки Шелла зависит от выбранной последовательности шагов. Для последовательности шагов, вычисляемой по формуле Хиббарда, сложность алгоритма составляет примерно $O(n^{3/2})$, что делает его более эффективным по сравнению с сортировкой пузырьком или вставками, но менее эффективным по сравнению с современными алгоритмами сортировки, такими как быстрая сортировка или сортировка слиянием.

Варианты выбора шага

Пратт предложил вычислять шаги в сортировке Шелла по формуле: **gap = $2^i * 3^j$** , где i и j - целые числа. На каждой итерации i и j уменьшаются на один, пока gap не станет равным 1. Сложность алгоритма сортировки Шелла, используя эту формулу, составляет примерно **$O(n^{(4/3)})$** , что делает его более эффективным, чем сортировка Хиббарда, но все равно менее эффективным, чем современные алгоритмы сортировки.



Варианты выбора шага

Эмпирическая последовательность Марцина Циура:

$\text{gap} \in \{1, 4, 10, 23, 57, 132, 301, 701, 1750\}$;

является одной из лучших для сортировки массива ёмкостью приблизительно до 4000 элементов.

Накормить животных

В небольшом зоопарке есть некоторое количество животных.

Каждое животное потребляет какой-то объем еды, выраженный в целочисленном значении. Например, еноту нужна 1-порция еды, зебре 2, пантере 3, льву 4, жирафу 8 и т.д.

Каждый день, смотритель зоопарка привозит еду такими же порциями. То есть за раз он привозит 8, 3, 9, 1, 7. Порция на 8 может накормить одно животное один раз. То есть такая порция может накормить либо енота, либо льва, либо жирафа, но не может накормить, например зебру и енота. Только кого-то одного.

Надо написать функцию, которая определит, сколько из переданных животных может накормить заданное количество еды.



Накормить животных

Пример: массив потребностей в еде животных [3, 4, 7], массив привезенной еды: [8, 1, 2] может накормить одно животное.

Массив потребностей животных [3, 8, 1, 4] и массив еды [1, 1, 2] - накормленным будет лишь одно животное.

Массив потребностей животных [1, 2, 2] и массив еды [7, 1] - накормленным будет два обитателя зоопарка

Массив потребностей животных [8, 2, 3, 2] и массив еды [1, 4, 3, 8] - накормленным будет три обитателя зоопарка

На вход подается 2 массива целых чисел. Первый массив - потребности животных, второй - количество привезенной еды. Необходимо вернуть целое число - количество накормленных зверей.

```
function feedAnimals(animals, food) {  
    if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
        return 0  
    }  
  
    return ...  
}
```

Наивная реализация

food: 8, 1

animals: 1, 8

Одно животное останется голодным

```
function feedAnimals(animals, food) {  
  if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
    return 0  
  }  
  count = 0  
  for i = 0 ... len(food) {  
    for j = 0 ... len(animals) {  
      if food[i] >= animals[j] {  
        count++  
        // нужно запомнить индексы  
        // накормленных животных и  
        // использованной еды  
        // при этом порции могут  
        // расходоваться не эффективно  
      }  
    }  
  }  
  return count  
}
```

Реализация с сортировкой

food: 1, 4, 3, 8 -> 1, 3, 4, 8

animals: 8, 2, 3, 2 -> 2, 2, 3, 8

Реализация с сортировкой

food: 1, 4, 3, 8 -> 1, 3, 4, 8

animals: 8, 2, 3, 2 -> 2, 2, 3, 8

```
function feedAnimals(animals, food) {  
  if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
    return 0  
  }  
  sort(animals) // animals.sort()  
  sort(food)    // food.sort()  
  
  return ...  
}
```

Реализация с сортировкой

food: 1, 4, 3, 8 -> 1, 3, 4, 8

animals: 8, 2, 3, 2 -> 2, 2, 3, 8

```
function feedAnimals(animals, food) {  
  if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
    return 0  
  }  
  sort(animals) // animals.sort()  
  sort(food)    // food.sort()  
  
  // цикл по еде  
  // смотрим, может ли кого-то накормить  
  // текущая порция  
  
  return ...  
}
```

Реализация с сортировкой

food: 1, 4, 3, 8 -> 1, 3, 4, 8

animals: 8, 2, 3, 2 -> 2, 2, 3, 8

```
function feedAnimals(animals, food) {  
    if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
        return 0  
    }  
    sort(animals) // animals.sort()  
    sort(food)    // food.sort()  
  
    count = 0  
    for f in food {  
        // сопоставляем текущую порцию  
        // с потребностью животного  
        // под индексом count  
        // если животное удалось накормить  
        // инкрементируем count и на следующей  
        // итерации пытаемся накормить  
        // следующее животное в массиве  
    }  
  
    return count  
}
```

Реализация с сортировкой

food: 1, 4, 3, 8 -> 1, 3, 4, 8

animals: 8, 2, 3, 2 -> 2, 2, 3, 8

```
function feedAnimals(animals, food) {  
  if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
    return 0  
  }  
  sort(animals) // animals.sort()  
  sort(food) // food.sort()  
  
  count = 0  
  for f in food {  
    // проверяем, можем ли мы  
    // обратиться по индексу count  
    // к массиву animals  
    if len(animals) > count {  
      if f >= animals[count] {  
        count += 1  
      }  
    }  
  
    ... // условия выхода?  
  }  
  
  return count  
}
```

Реализация с сортировкой

food: 1, 4, 3, 8 -> 1, 3, 4, 8

animals: 8, 2, 3, 2 -> 2, 2, 3, 8

```
function feedAnimals(animals, food) {  
  if len(animals) == 0 or len(food) == 0 {  
    return 0  
  }  
  sort(animals) // animals.sort()  
  sort(food)    // food.sort()  
  
  count = 0  
  for f in food {  
    if f >= animals[count] {  
      count += 1  
    }  
  
    if count == len(animals) {  
      break  
    }  
  }  
  
  return count  
}
```

Найти разницу между двух строк

На вход функции подается две строки: *a* и *b*. Строка *b* образована из строки *a* путем перемешивания и добавления одной буквы. Необходимо вернуть эту букву



Найти разницу между двух строк

- строка a: uio строка b: oeiu результат: e
- строка a: fe строка b: efo результат: o
- строка a: ab строка b: ab результат: ""
- строка a: bbb строка b: bbbb результат: b
- Как будем использовать хеш-таблицы?

```
function extraLetter(a, b) {  
  ...  
  return ""  
}
```

Найти разницу между двух строк

- Инициализируем хеш-таблицу для a
- Ключ таблицы это строка, буква из строки b
- Значение - кол-во повторений буквы в строке b

```
function extraLetter(a, b) {  
    hashMapB = map[string]int
```

```
// заполняем в цикле по b hashMapB
```

```
    return ""  
}
```


Найти разницу между двух строк

- Инициализируем хеш-таблицу для a
- Ключ таблицы это строка, буква из строки b
- Значение - кол-во повторений буквы в строке b

```
function extraLetter(a, b string) {  
    hashMapB := map[string]int{}  
    for i := 0; i < len(b); i++ {  
        hashMapB[b[i]]++  
    }  
  
    return ""  
}
```

Найти разницу между двух строк

```
function extraLetter(a, b string) string {  
    hashMapB := map[string]int{}  
    for i := 0; i < len(b); i++ {  
        hashMapB[b[i]]++  
    }  
  
    // итерируемся по строке a  
    // на каждое вхождение буквы  
    // из строки a в hashMapB  
    // декрементируем счетчик  
    // у соответствующего ключа  
  
    return ""  
}
```

Найти разницу между двух строк

Теперь в hashMapB содержится лишь одна буква у которой значение больше нуля

```
function extraLetter(a, b) {  
    hashMapB := map[string]int{}  
    for i := 0; i < len(b); i++ {  
        hashMapB[string(b[i])]++  
    }  
    for i := 0; i < len(a); i++ {  
        if contains(hashMapB, a[i]) {  
            hashMapB[a[i]]--  
        }  
    }  
  
    ...  
  
    return ""  
}
```

Найти разницу между двух строк

```
function extraLetter(a, b string) string {  
    hashMapB := map[string]int{}  
    // O(n)  
    for i := 0; i < len(b); i++ {  
        hashMapB[string(b[i])]++  
    }  
    // O(n)  
    for i := 0; i < len(a); i++ {  
        if contains(hashMapB, a[i]) {  
            hashMapB[a[i]]--  
        }  
    }  
    // O(n)  
    for letter, count = range(hashMapB) {  
        if count > 0 {  
            return letter  
        }  
    }  
  
    return ""  
}
```

Найти разницу между двух строк

```
function extraLetter(a, b) {  
    hashMapA := map[string]int{}  
    // O(n)  
    for i := 0; i < len(a); i++ {  
        hashMapA[a[i]]++  
    }  
    // O(n)  
    for i := 0; i < len(b); i++ {  
        if contains(hashMapA, b[i]) {  
            hashMapA[b[i]]--  
            // как только счетчик становится  
            // равен 0 - удаляем элемент  
            // из хеш-таблицы  
            if hashMapA[b[i]] == 0 {  
                delete(hashMapA, b[i])  
                continue  
            }  
            continue  
        }  
        // если мы удалили ключ со значением b[i]  
        // или же этой буквы никогда не было в таблицы  
        return b[i]  
    }  
  
    return ""  
}
```

Сумма двух элементов массива

Дан **не** отсортированный массив целых чисел и некоторое число `target`. Необходимо написать функцию, которая найдет два таких элемента в массиве, сумма которых будет равна `target`. Один элемент можно использовать лишь один раз. В случае если два таких элемента не нашлось, возвращаем пустой массив



Сумма двух элементов

- Мы уже решали похожую задачу, но там был отсортированный массив
- Мы можем отсортировать его методом Шелла и применить прежнее решение
- Делать мы так конечно же не будем

```
function twoSum(data, target) {  
    cache := map[array_element]index_of_array_element  
  
    return []  
}
```

Сумма двух элементов

```
function twoSum(data, target) {  
    cache := map[int]int  
    for i = 0; i < len(data); i++ {  
        // на каждой итерации вычисляем  
        // возможный второй элемент  
    }  
    return []  
}
```


Сумма двух элементов

```
function twoSum(data, target) {  
    cache := map[int]int  
    for i = 0; i < len(data); i++ {  
        diff = target - data[i]  
        // ищем diff в cache  
    }  
    return []  
}
```

Сумма двух элементов

```
function twoSum(data, target) {  
  cache := map[int]int  
  for i = 0; i < len(data); i++ {  
    diff = target - data[i]  
    if contains(cache, diff) {  
      return [i, cache[diff]]  
    }  
  }  
  
  return []  
}
```

Сумма двух элементов

```
function twoSum(data, target) {  
    cache := map[int]int  
    for i = 0; i < len(data); i++ {  
        if contains(cache, data[i]) {  
            return [i, cache[data[i]]]  
        }  
        diff = target - data[i]  
        cache[diff] = i  
    }  
  
    return []  
}
```

Всем спасибо:)

И хорошего вечера!

