

Немного орг. вопросов

- Семинары: форкаемся, кто еще этого не сделал
- Дедлайн до следующего понедельника
- Дз - если не все тест кейсы проходят, пишем мне.
- Дедлайн - следующий понедельник.



Немного орг. вопросов

- сегодняшняя группа, у которой был семинар переходят на четверг в 18.40
- все вопросы по проблемам с all cups - помогут в чате
- во время лекции микрофон должен быть выключен
- вопросы отправляем в чат, либо обсуждаем между темами



Стек, Очередь, Двойная очередь

Stack, Queue, Deque

О чем поговорим сегодня?

- стек - что из себя представляет, какой основной принцип работы, основные операции и на чем его можно реализовать
- Очередь - что из себя представляет, какой основной принцип работы, основные операции и на чем её можно реализовать
- Двойная очередь по тому же сценарию

Стек, очередь.

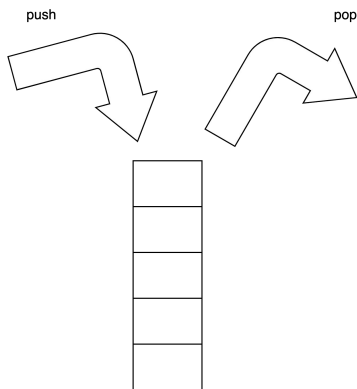
Двойная очередь

- В первой лекции мы изучили линейные структуры данных, обсудили преимущества и недостатки того или иного представления в памяти.
- Поговорили о том, в каких ситуациях что лучше выбрать. Массив - read only хранилище, список для вставок.
- Сейчас мы изучим абстрактные типы данных , которые могут быть реализованы при помощи уже известных нам массивам и спискам
- Мы поговорим с вами о стеке и очередях. Узнаем какие принципы лежат в их основе, а так же решим хрестоматийную задачу, которая даст понимание для чего же все типы нужны.
- Начнем нашу лекцию с абстрактного типа данных, который называется стек.



Стек

- LIFO (last in first out) - первый вошел, последний вышел
- Добавление и удаление в этой структуре возможно только с одного конца
- Типичный пример для этой структуры данных - стопка бумаг



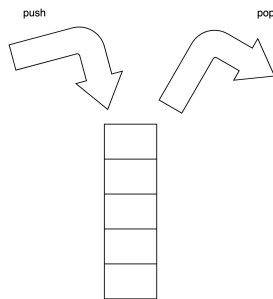
Области применения

- **История браузера:** каждый раз, когда вы посещаете новую страницу, URL-адрес помещается в стек, а когда вы нажимаете кнопку "Назад", предыдущий URL-адрес извлекается из стека
- **ctrl+Z** в текстовом редакторе
- **Вызовы функций и рекурсия:** при вызове функции текущее состояние программы помещается в стек. Когда функция заканчивает выполнение, состояние извлекается из стека, чтобы возобновить выполнение предыдущей функции.
- **Оператор defer в golang:** defer добавляет вызов функции, которая указана после него в стек приложения



Основные операции

- Какие операции должен поддерживать стек исходя из его принципа работы?
- **Push** - добавление элемента в вершину стека.
- **Pop** - извлечение элемента. Всегда возвращается вершина стека. Сколько бы элементов мы не добавили, всегда будет возвращаться последний.
- Несмотря на то, что это абстрактный тип данных и у него может быть множество реализаций, ключевое в каждой из них это то, что они эти две операции должны выполняться за $O(1)$



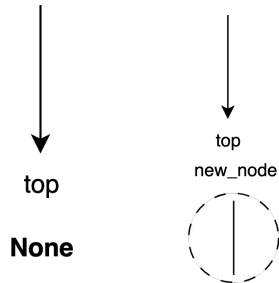
Реализация на списке

- Одна из возможных реализаций
- В нашем случае достаточно односвязного списка
- **Push** будет писать данные, как это делал `append_front` в уже написанной нами функции
- **Pop** просто будет возвращать `head`. Главное не забывать переписывать указатели

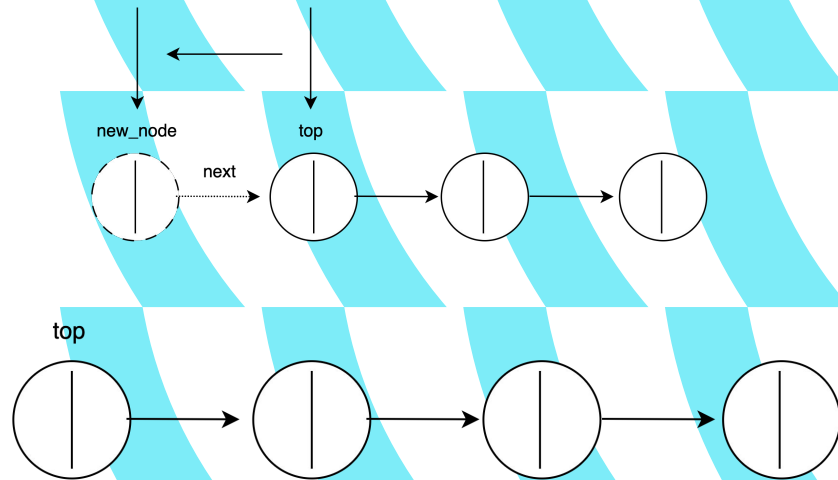


Вставка. Реализация на списке

```
class Stack(object):  
    def __init__(self):  
        self.top = None  
  
    def push(self, data):  
        # создаем новый узел и добавляем в него новое значение data  
        new_node = Node(data)  
        # если ранее стек был пуст, значит первый элемент и будет являться головой (head)  
        if not self.top:  
            self.top = new_node  
            return  
  
        # если стек не пуст, то устанавливаем head  
        # в качестве параметра next для нового узла  
        new_node.next = self.top  
        # записываем в head новый узел  
        self.top = new_node
```

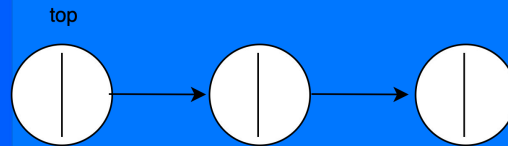
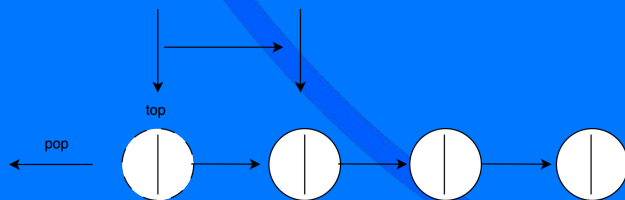


```
class Node(object):  
    def __init__(self, data):  
        self.data = data  
        self.next = None
```



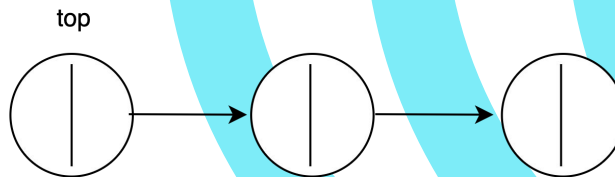
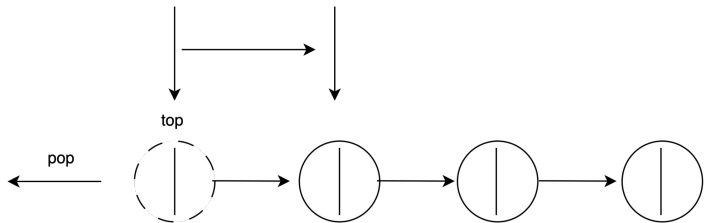
Выборка

- **Pop:** со вставкой немного сложнее
- проверяем, что наш стек содержит хотя бы вершину
- Если стек пуст - возвращаем любое значение, по которому мы будем определять это состояние.
- Если стек не пуст и в нем хранится больше одного значения - переписываем значение вершины на следующий элемент
- если стек пуст, то устанавливаем вершину в значение None.



Выборка

```
def pop(self):  
    # проверяем, что наш стек содержит хотя бы вершину  
    if not self.top:  
        # можно возвращать -1  
        return None  
    top = self.top  
    if self.top.next is not None:  
        # переписываем значение вершины на следующий элемент  
        self.top = self.top.next  
    else:  
        # если стек пуст, то устанавливаем вершину в значение None  
        # можно указать любое другое значение, которое было бы удобно нашей реализации  
        self.top = None  
    # возвращаем значение, хранящиеся в вершине стека  
    return top.data
```



Реализация на массиве

- В нашем случае, так как мы не знаем, сколько данных будет приходить в наш стек, то лучше всего использовать саморасширяющийся массив
- Принцип тут по-сути идентичен реализации на списке, разве что вставлять мы будем не в начало, а в конец, чтобы обеспечить амортизационную сложность $O(1)$
- Разберем пример на простом массиве

```
class Stack:
    // Инициализация стека
    function initialize(size):
        this.stack = new Array[size]
        this.top = null
    // Проверка, пуст ли стек
    function isEmpty():
        return this.top == null
    // Проверка, полон ли стек
    function isFull(size):
        return this.top == size - 1
    // Добавление элемента в стек
    function push(element, size):
        if this.isFull(size):
            print "Стек полон"
        else:
            this.top = this.top + 1
            this.stack[this.top] = element
    // Удаление элемента из стека
    function pop():
        if this.isEmpty():
            print "Стек пуст"
        else:
            element = this.stack[this.top]
            this.top = this.top - 1
            return element
    // Получение верхнего элемента стека без его удаления
    function peek():
        if this.isEmpty():
            print "Стек пуст"
        else:
            return this.stack[this.top]
```



Пример для понимания стека

- Хрестоматийная задача, для понимания где можно использовать стек это ПСП - правильная скобочная последовательность.
- Необходимо по переданной строке, состоящей из открывающих и закрывающих скобок понять, является ли последовательность скобок - правильной.
- [], {}, {}, {}, {}, {} - валидные последовательности. У каждой открывающей скобки есть в нужном месте закрывающая
- [()], ((())), ({}), ((())), [[]] - невалидные последовательности

Решение

- используем список как стек
- идем в цикле по нашей последовательности
- если скобка открывающая, то пишем ее в стек
- если на итерации мы встретили закрывающую скобку, но стек уже пустой, значит последовательность не валидна.

```
for each bracket in expression {  
    if bracket is opening {  
        stack.push(bracket)  
    } else if bracket is closing {  
        if stack.isEmpty() or stack.top() is not corresponding opening bracket {  
            return false  
        }  
        stack.pop()  
    }  
}
```


Решение

- при этом, во время проверки, если скобка закрывающая, то мы удаляем с вершины, соответствующую открывающую скобку, то есть освобождаем стек на один элемент
- если скобка, которая в данный момент находится на вершине стека, не является открывающей для текущей скобки - последовательность также не валидна
- когда мы прошлись по всей последовательности наш стек должен быть пустым, в противном случае открывающих скобок больше, а значит последовательность не валидна.
- сам по себе алгоритм подойдет не только для скобочной последовательности, но и например для валидации html или xml документов, так как там есть открывающие и закрывающие теги.

```
        if stack.isEmpty() or stack.top() is not corresponding opening bracket {  
            return false  
        }else{  
            //выбираем вершину у стека  
            stack.pop()  
        }  
    }  
}  
//если после цикла стек пуст, то последовательность правильная  
if stack.isEmpty(){  
    return true  
} else{  
    return false  
}
```

Решение на псевдокоде

```
function isValid(expression) {  
  stack = []  
  //идем в цикле по скобочной последовательности  
  for each bracket in expression {  
    //если скобка открывающая – записываем ее в стек  
    if bracket is opening {  
      stack.push(bracket)  
    }  
    //если скобка закрывающая  
    } else if bracket is closing {  
      //если мы попали на закрывающую скобку и стек при этом пуст  
      //или закрывающая скобка не соответствует открывающей  
      if stack.isEmpty() or stack.top() is not corresponding opening bracket {  
        return false  
      } else {  
        //выбираем вершину у стека  
        stack.pop()  
      }  
    }  
  }  
  //если после цикла стек пуст, то последовательность правильная  
  if stack.isEmpty(){  
    return true  
  } else {  
    return false  
  }  
}
```

Решение на python

```
def isValid(bracket_sequence):
    stack = [] # используем список как стек, только методы append (push) и pop
    brackets_dict = {
        '[': ']',
        '{': '}',
        '(': ')'
    }
    for bracket in bracket_sequence:
        if bracket in brackets_dict:
            # если скобка открывающая, то пишем ее в стек
            stack.append(bracket)
            # если на итерации мы встретили закрывающую скобку, но стек уже пустой, значит последовательность не валидна
            # или, если скобка, которая в данный момент находится на вершине стека, не является открывающей для текущей
            # скобки – последовательность так же не валидна при этом, во время проверки, если скобка закрывающая,
            # то мы удаляем с вершины, соответствующую открывающую скобку
        elif len(stack) == 0 or bracket != brackets_dict[stack.pop()]:
            return False

    # когда мы прошли по всей последовательности наш стек должен быть пустым, в противном случае
    # открывающих скобок больше, а значит последовательность не валидна
    return len(stack) == 0
```

Очередь

- Еще один абстрактный тип данных который мы с вами изучим - очередь
- FIFO - first in first out (первый пришел - первый вышел)
- Примером из жизни может являться обычная очередь на кассе
- Элемент, который мы положили первым, при запросе в очередь будет первым удален

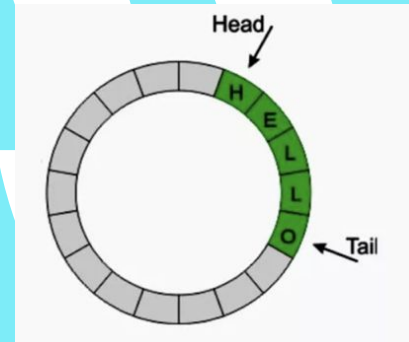


Основные операции

- У очереди как и у стека есть две основных операции
- **Push** (enqueue) - кладет данные в конец очереди
- **Pop** (dequeue) - извлекает данные только из начала очереди, то есть первым вернется только тот элемент, который был добавлен первым.
- Так же как и у стека, сложность этих двух операций $O(1)$

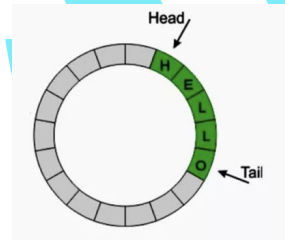
Кольцевой буфер (циклический массив)

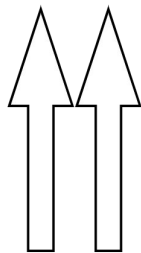
- Для начала давайте определим проблему, с чем мы столкнемся если будем использовать простой массив.
- Итак, попробуем реализовать на простом массиве
- Вводим две новые переменные `head` и `tail` - индексы начала и конца очереди.
- В пустом массиве они указывают на нулевой элемент
- При добавлении мы вставляем элемент в ячейку с индексом `tail`. После вставки инкрементируем `tail`. Выбираем из ячейки с индексом `head`.
- В какой-то момент при вставке `tail` может выйти за пределы массива, что недопустимо.
- Можно попробовать двигать все элементы в начало - тогда сложность начнет стремиться к $O(n)$
- Выходом в такой ситуации может быть перемещение `tail` на нулевую ячейку.



Кольцевой буфер (циклический массив)

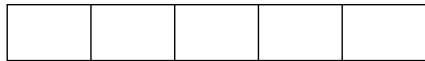
- создаем массив с фиксированным размером и инициализируем указатели начала и конца на первую позицию в буфере.
- вставка: если мы хотим записать данные в буфер, сначала проверяем, есть ли свободное место в буфере. Если указатель конца равен указателю начала минус один или указатель начала равен 0, это означает, что буфер полон и мы не можем записать новые данные. В противном случае, записывайте данные в текущую позицию `tail` и перемещайте его на следующую позицию в кольцевом порядке (например, если `tail` указывает на последнюю позицию в массиве, переместите его на первую позицию).
- Выборка: при чтении из буфера, сначала проверяем, есть ли доступные данные для чтения. Если `head == tail`, это означает, что буфер пуст и нет данных для чтения. В противном случае, читаем данные из текущей позиции `head` и перемещаем указатель начала на следующую позицию в кольцевом порядке.
- Повторение: повторяем шаги 2 и 3 для записи и чтения данных в кольцевом буфере по мере необходимости.



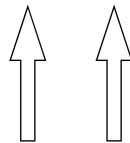


head tail





head tail

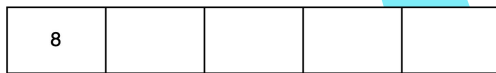


head tail





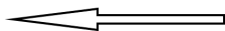
head tail



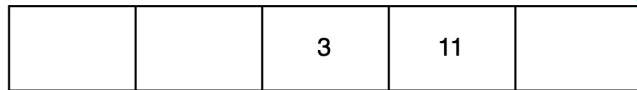
head



tail

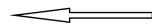
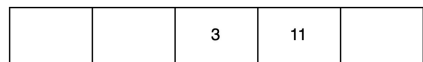


pop





head tail



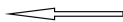
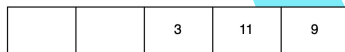
pop



head



tail



pop



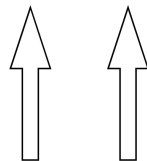
head



tail



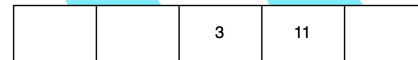
head tail



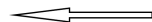
head tail



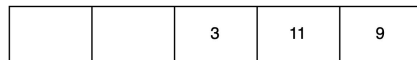
pop



Сдвигаем все элементы к нулевой ячейке.
Тогда сложность стремится к $O(n)$



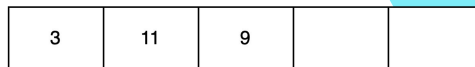
pop



head



tail



head



tail



head tail



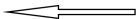
head



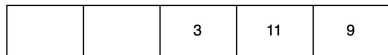
tail



pop



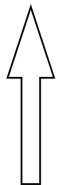
pop



head



tail



tail



head



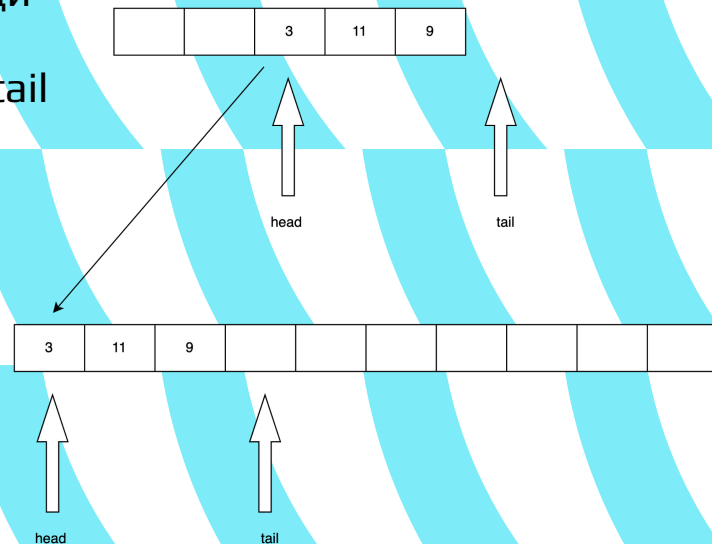
tail



head

Реализация на саморасширяющемся массиве

- массив с фиксированным размером далеко не всегда подойдет для реализации очереди
- при чтении проверяем наличие элементов в очереди и если они есть, то возвращаем его и двигаем head
- при добавлении устанавливаем элемент на индекс tail и двигаем tail на +1 к концу массива
- при заполнении массива копируем все элементы в новый, но индексы переписываем с тем учетом, что head должен указывать на нулевую ячейку
- освобождаем память по тому же принципу, что

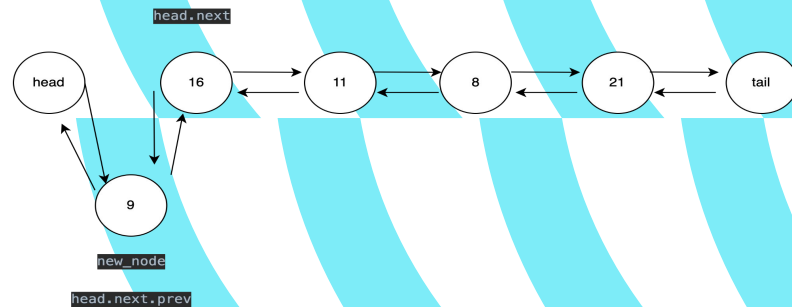
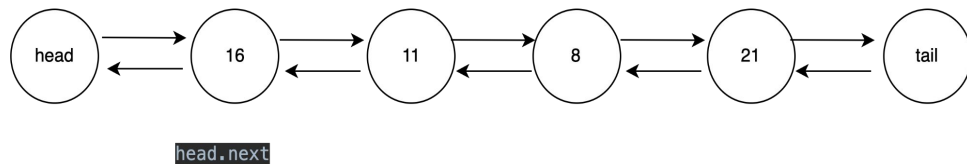


Сложность операций

- Вставка $O(1)$. Вставляем только в конец очереди.
- Выборка $O(1)$. Выбираем только из начала очереди.
- Учитываем необходимость увеличения массива
- Не забываем очищать неиспользуемую память

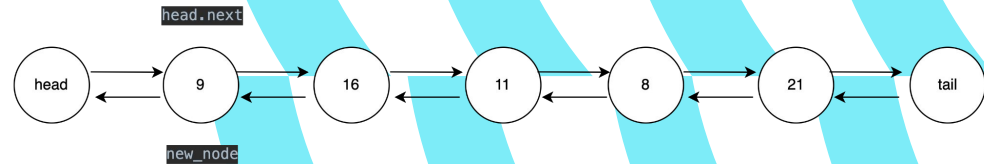
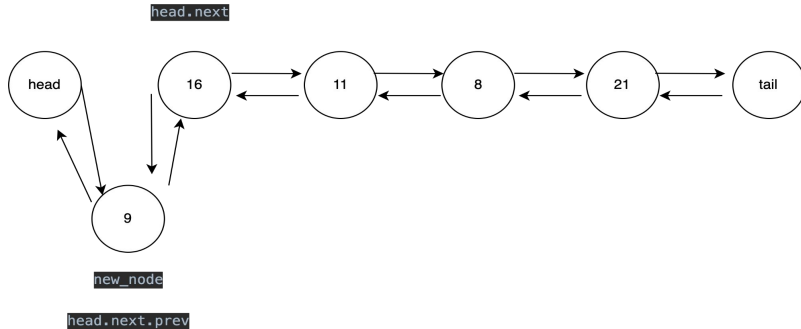
Очередь на основе двусвязного списка

- Раньше мы реализовали двусвязный список так, что сложность вставки в конец был $O(n)$
- Сейчас мы попробуем реализовать двусвязный список так, что эта сложность сведётся к $O(1)$
- Для этого мы введем новую переменную `tail`, которая будет указывать на конец списка. Будем ее каждый раз изменять при вставке элемента.
- Теперь `head` и `tail` всегда указывают на один и тот же элемент, а при инициализации очереди у нас всегда по умолчанию есть два элемента, что избавляет нас от ряда проверок.
- Также добавим еще пару штрихов в нашу реализацию списка: `head` и `tail` теперь будут играть роль заглушек, то есть они не будут нести в себе полезную информацию, а только лишь указатели. Такие элементы еще называют сторожевыми. Такая структура данных, в которой каждый узел имеет два указателя - на предыдущий и на следующий узлы нам очень пригодится, когда мы коснемся Дека. Но обо всём по порядку)
- При вставке/удалении мы не двигаем ни `tail` ни `head`



Вставка

- создаем новый узел
- теперь нам надо поменять 4 ссылки:
- новый элемент в качестве следующего ссылается на некогда первый элемент в списке (последний в очереди)
- новый элемент в качестве предыдущего ссылается на head
- некогда первый элемент в списке (последний элемент в очереди) теперь в качестве предыдущего элемента ссылается не на head, а на новый элемент
- нам остается заменить только последнюю ссылку: head теперь ссылается на новый элемент
- новый элемент всегда будет в качестве значения у head.next



```
class Node:
    def __init__(self, data=None):
        self.data = data
        self.next = None
        self.prev = None
```

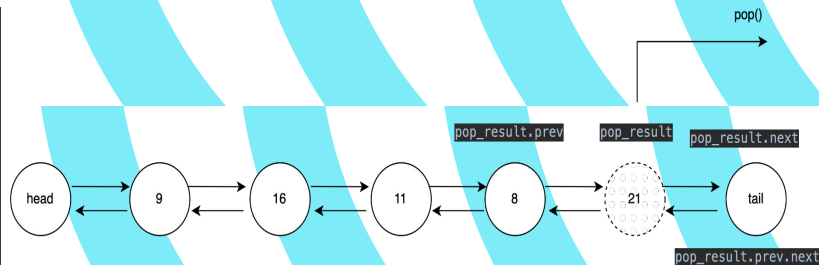
```
class Queue:
    def __init__(self):
        self.head = Node()
        self.tail = Node()
        # при инициализации head указывает на tail
        self.head.next = self.tail
        # tail, в свою очередь, ссылается на head
        self.tail.prev = self.head
        # размер очереди при ее создания ставим в 0
        self.size = 0
```

```
def push(self, value):
    # создаем новый узел
    new_node = Node(value)
    # теперь нам надо поменять 4 ссылки:
    # новый элемент в качестве следующего ссылается на некогда
    # первый элемент в списке (последний в очереди)
    new_node.next = self.head.next
    # новый элемент в качестве предыдущего ссылается на head
    new_node.prev = self.head
    # некогда первый элемент в списке
    # (последний элемент в очереди) теперь
    # в качестве предыдущего элемента ссылается не на head,
    # а на новый элемент
    self.head.next.prev = new_node
    # нам остается заменить только последнюю ссылку:
    # head теперь ссылается на новый элемент
    self.head.next = new_node
    self.size += 1
```

Выборка

- если head в качестве next имеет tail - значит список пуст и возвращать нечего
- извлекаем всегда только из начала очереди
- теперь tail в качестве prev (предпоследнего элемента) ссылается на следующий до предпоследнего элемент (tail.prev.prev)
- переписываем next у нового элемента. Теперь next ссылается на tail
- "отцепляем" наш элемент от списка
- Ну и конечно же, декрементируем счетчик

```
def pop(self):  
    if self.head.next == self.tail:  
        return  
    # извлекаем всегда только из начала очереди  
    pop_result = self.tail.prev  
    # теперь tail в качестве prev (первого элемента очереди) ссылается на второй элемент  
    self.tail.prev = pop_result.prev  
    # переписываем next у второго элемента. Теперь next ссылается на tail  
    pop_result.prev.next = pop_result.next  
    # "отцепляем" наш элемент от списка  
    pop_result.next = None  
    pop_result.prev = None  
    # уменьшаем счетчик  
    self.size -= 1  
    return pop_result.data
```



Очередь на основе связного списка

- Только что мы поговорили про то как реализовать очередь на основе двусвязного списка
- $O(1)$ вставка и удаление на обоих концах это то что нам очень пригодится в следующей теме.
- Новые элементы кладем в конец очереди (начало списка).
- Извлекаем элементы из начала очереди (конец списка).
- Head и tail больше не несут в себе данных, а используются только в качестве сторожевых элементов.
- В отличии от реализации с массивом минимальный контроль за памятью, но необходим контроль за указателями

ДЕК

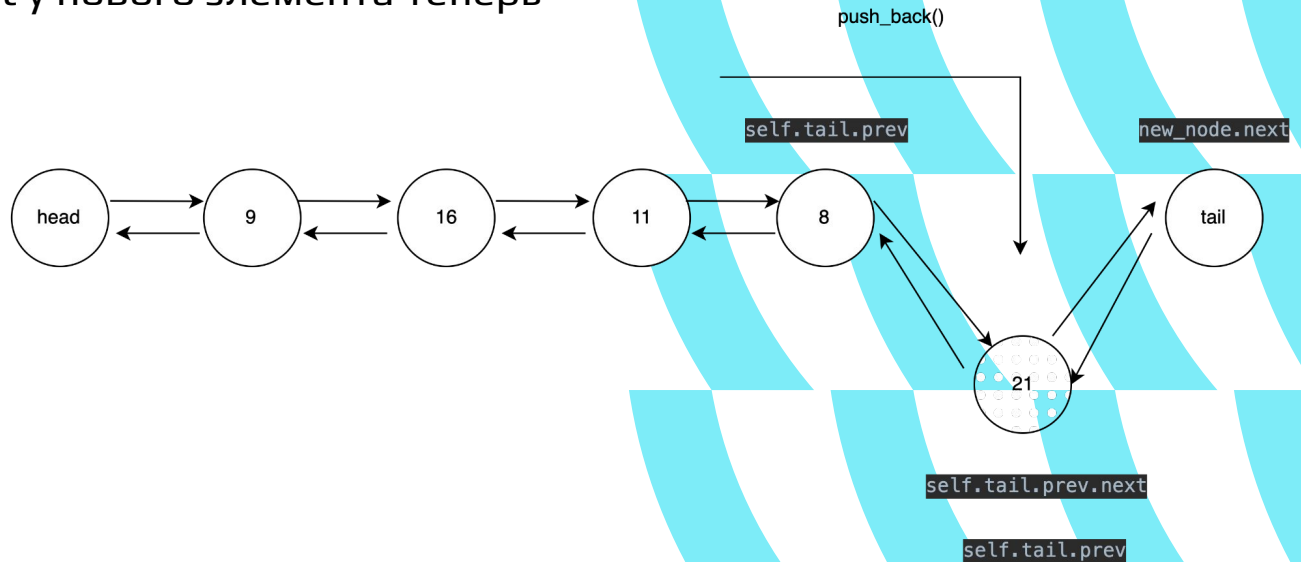
- Deque - double ended queue
- Можем добавлять и извлекать с любой стороны (левая и правая стороны дека)
- Добавляются и извлекаются с каждой стороны в порядке очереди
- Реализуем на двусвязном списке
- И именно на примере дека нам понадобится реализация списка со сложностью вставки и выборки из начала и конца $O(1)$

Основные операции

- **push_front** - вставка в начало очереди. Этот метод мы только что с вами реализовали, только назывался он просто push
- **push_back** - вставка в конец очереди. Этот вид вставки нам предстоит с вами разобрать прямо сейчас.
- **pop_front** - извлечение из начала очереди. Тоже уже известный нам как метод pop
- **pop_back** - извлечение из конца очереди. Это вы попробуете реализовать самостоятельно. В качестве подсказки вам будет служить метод pop_front.

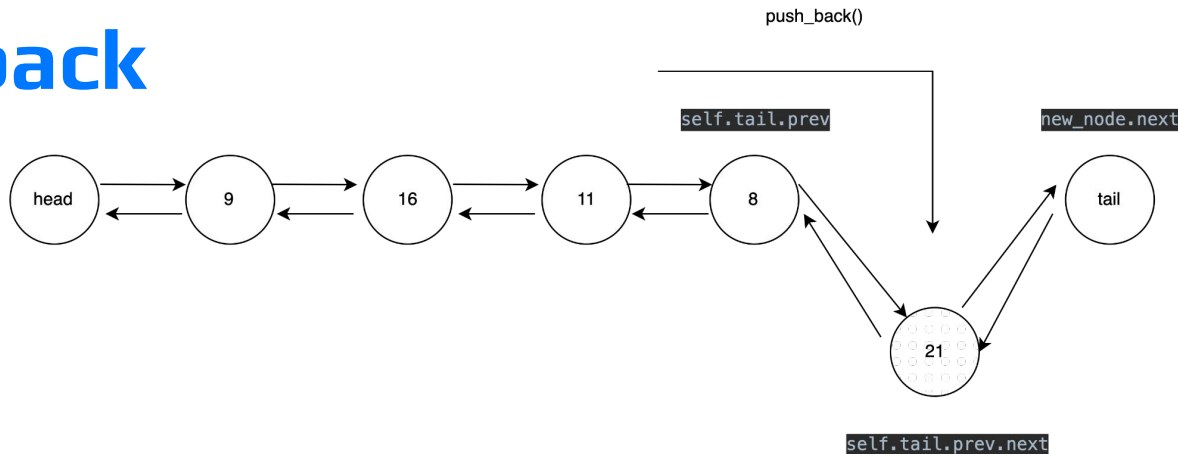
Реализуем вставку в конец push_back

- prev который раньше был у конца списка становится prev для нового элемента
- next который раньше был у предпоследнего элемента должен ссылаться на новый узел
- сам prev у tail теперь указывает на новый элемент
- в свою очередь next у нового элемента теперь ссылается на tail



Реализуем вставку в конец push_back

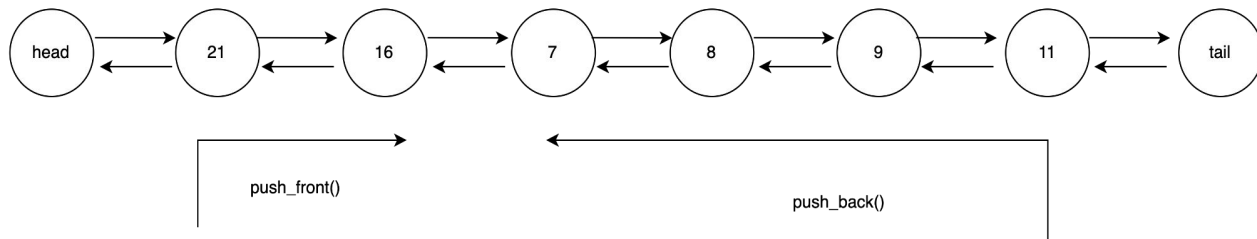
- создаем новый узел
- prev который раньше был у конца списка становится prev для нового элемента
- next который раньше был у предпоследнего элемента должен ссылаться на новый узел
- сам prev у tail теперь указывает на новый элемент
- в свою очередь next у нового элемента теперь ссылается на tail



```
def push_back(self, value):
    # создаем новый узел
    new_node = Node(value)
    # prev который раньше был у конца списка
    # становится prev для нового элемента
    new_node.prev = self.tail.prev
    # next который раньше был у предпоследнего
    # элемента должен ссылаться на новый узел
    self.tail.prev.next = new_node
    # сам prev у tail теперь указывает на новый элемент
    self.tail.prev = new_node
    # в свою очередь next у нового элемента
    # теперь ссылается на tail
    new_node.next = self.tail
```


Как это работает

- вызывая `push_back()` мы «проталкиваем» 7 ближе к head с каждым вызовом
- каждый вызов `push_front()` проталкивает к tail 16
- в этой ситуации наш метод `pop_front`, который вы реализуете самостоятельно, должен вернуть в начале 21, затем 16, 7 и так далее до tail.



```
deque = Deque()
deque.push_back(7)
deque.push_back(8)
deque.push_back(9)
deque.push_back(11)
deque.push_front(16)
deque.push_front(21)
```

```
print(deque.print())
print(deque.pop_back())
print(deque.pop_back())
print(deque.pop_back())
print(deque.pop_back())
print(deque.pop_back())
print(deque.pop_back())
```

```
[ 21 16 7 8 9 11 ]
11
9
8
7
16
21
```