



UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERIA DE SISTEMAS INFORMATICOS
ESTRUCTURAS DE DATOS

ÁRBOLES B+

La principal característica de estos árboles es que todas las claves se encuentran en las hojas y por lo tanto cualquier camino desde la raíz hasta alguna de las claves tiene la misma longitud.

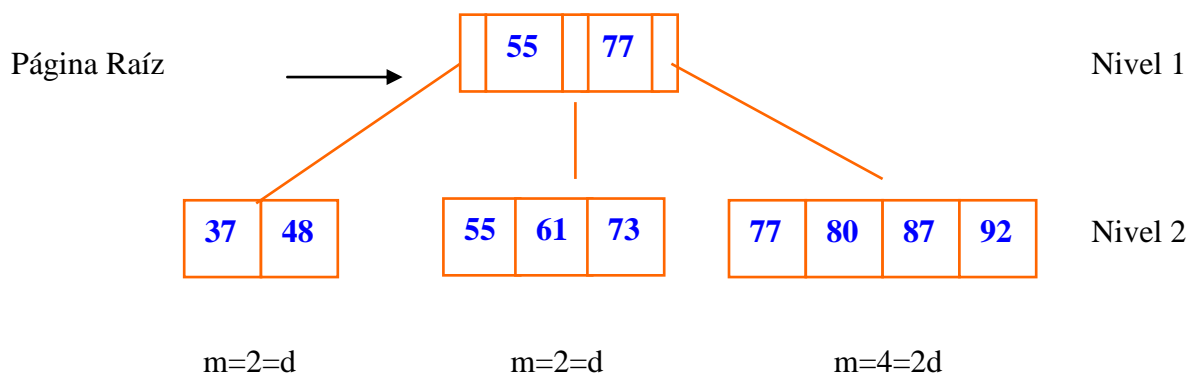
Se denota: **m** expresa el número de elementos por página

d es el orden del árbol B+

Formalmente, se define un **árbol B+** de la siguiente manera:

1. Cada página, excepto la raíz, contiene entre d y $2d$ elementos.
2. Cada página, excepto la raíz, tiene entre $d+1$ y $2d+1$ descendientes.
3. La página raíz tiene al menos dos descendientes.
4. Las páginas hojas están todas al mismo nivel.
5. Todas las claves se encuentran en las páginas hojas.
6. Las claves de las páginas raíz e interiores se utilizan como índices.

Ejemplo: Árbol B+ de Orden 2 ($d=2$):

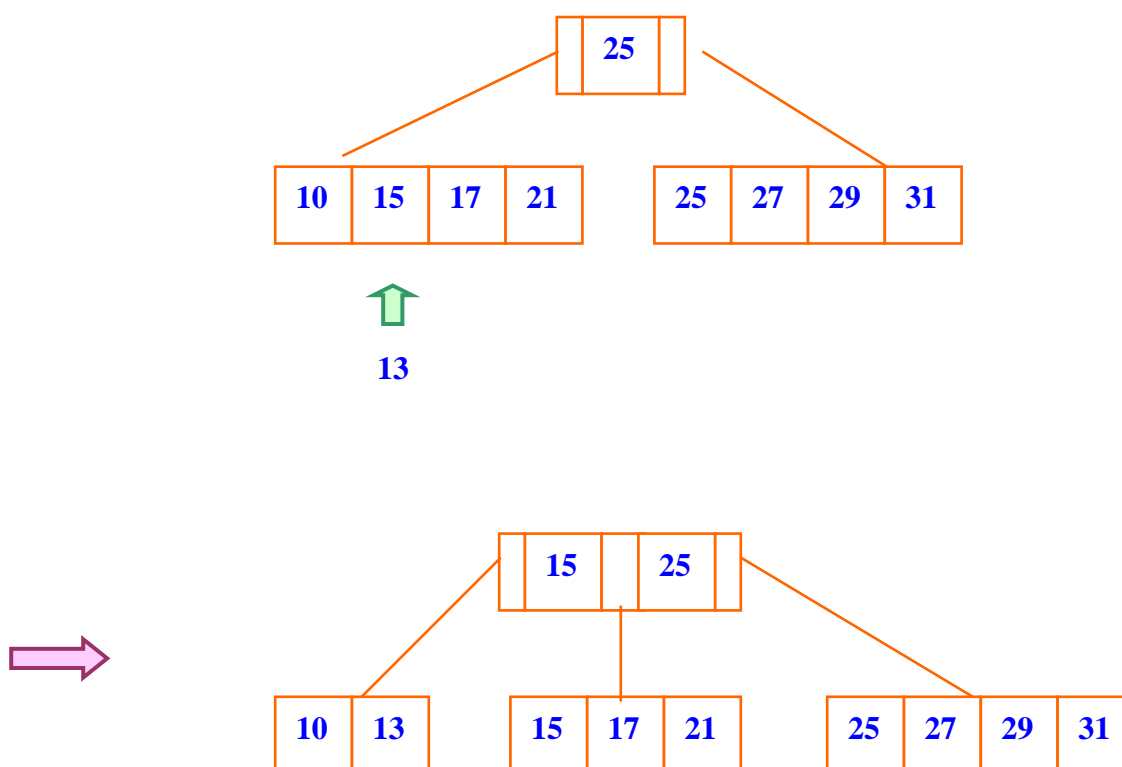


Los árboles B+ tienen como VENTAJA que evitan la reestructuración del árbol y como DESVENTAJA que ocupan más espacio que los árboles B por la duplicidad de claves.

1. Operación de Inserción en los Árboles B+

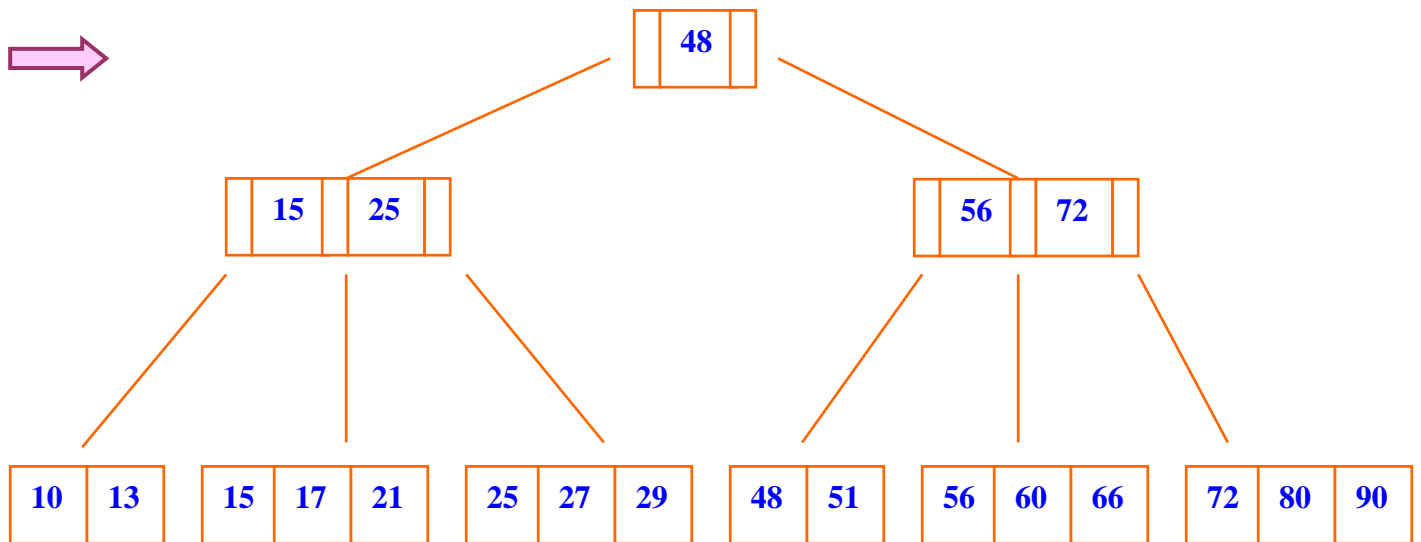
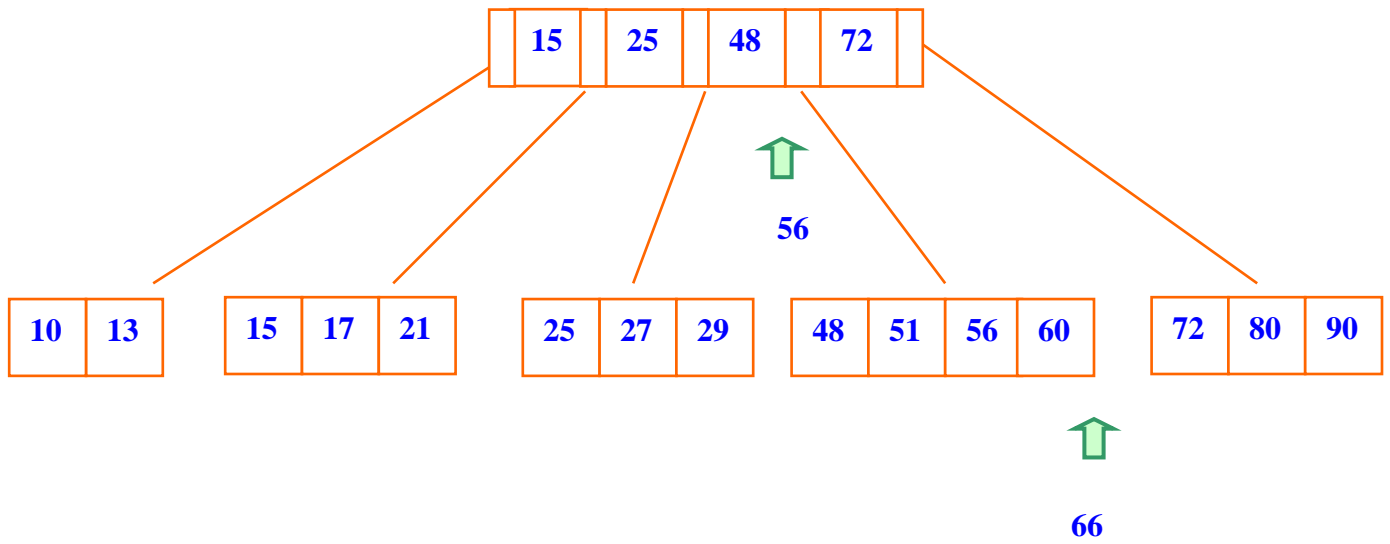
- El proceso de inserción es similar al proceso de inserción en árboles B.
- La dificultad se presenta cuando desea insertarse una clave en una página que se encuentra llena ($m = 2d$). En este caso, la página afectada se divide en dos, distribuyéndose las $m+1$ claves de la siguiente forma: “las d primeras claves en la página de la izquierda y las $d+1$ restantes claves en la página de la derecha”. Una copia de la clave del medio sube a la página antecesora.

Ejemplo: Inserción de la clave 13 en el árbol B+:



- Puede suceder que la página antecesora se desborde nuevamente, entonces tendrá que repetirse el proceso anterior. Es importante notar que el desbordamiento en una página que no es hoja no produce duplicidad de claves. El proceso de propagación puede llegar hasta la raíz, en cuyo caso la altura puede incrementarse en una unidad.

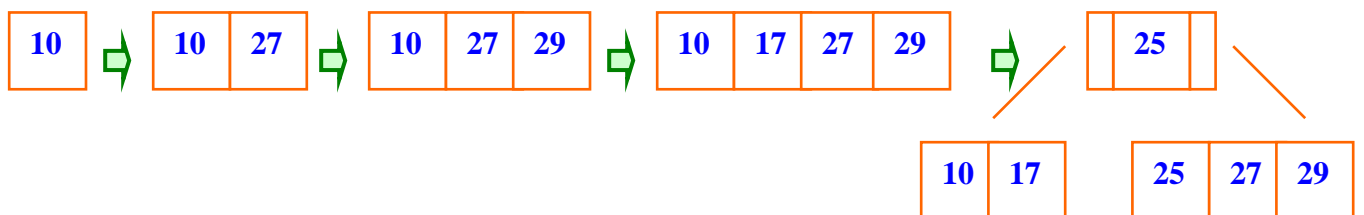
Ejemplo: Inserción de la clave 66 en el árbol B+:

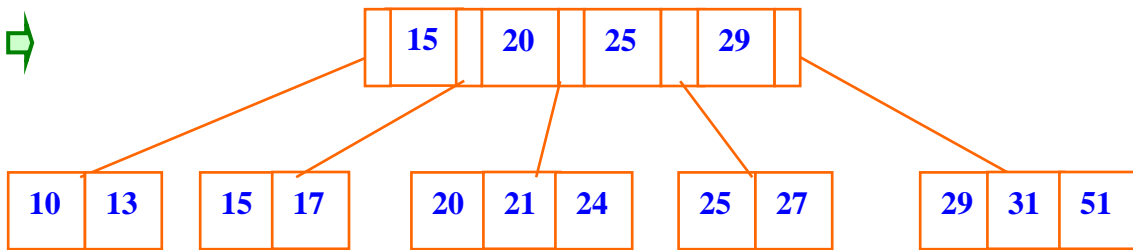
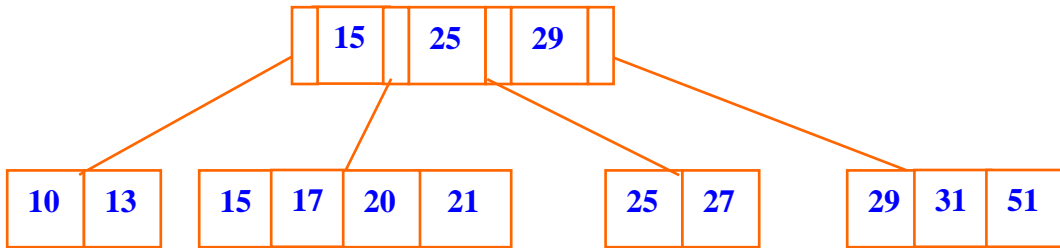
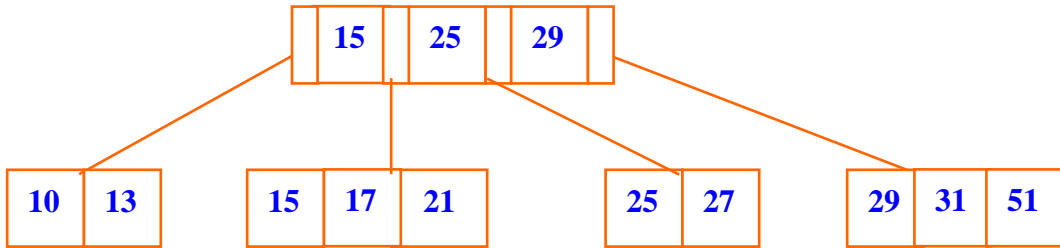
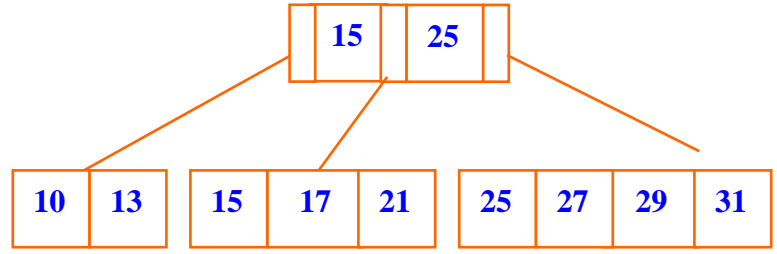
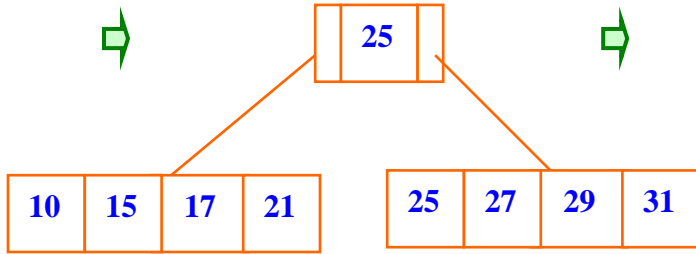
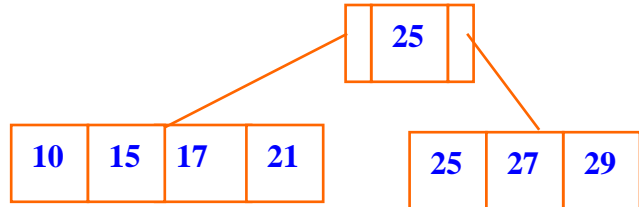
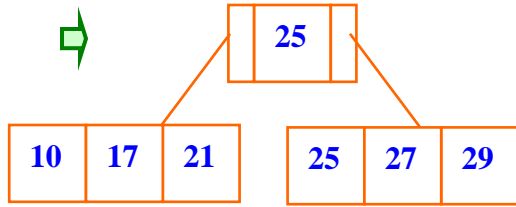


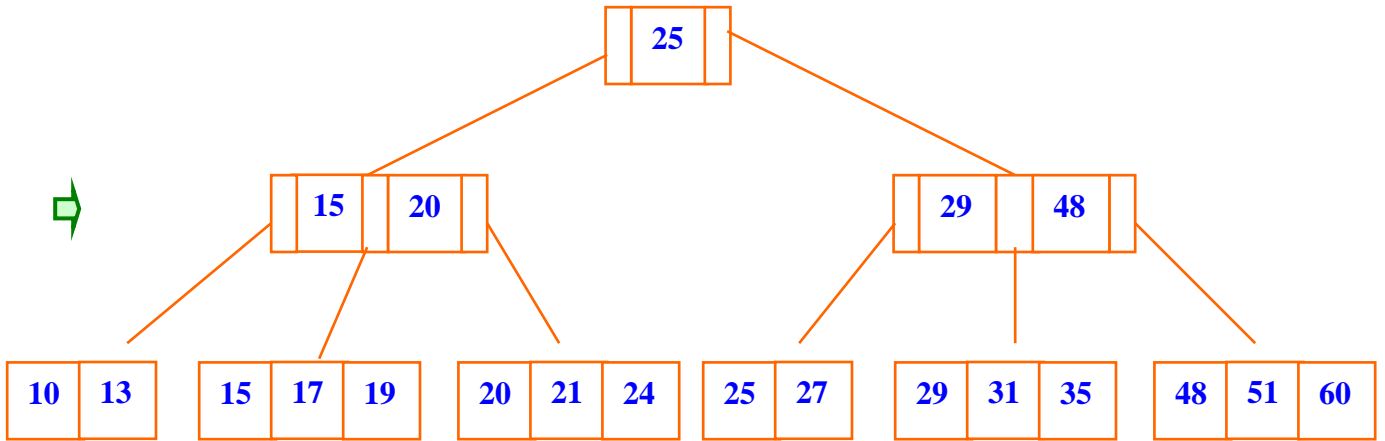
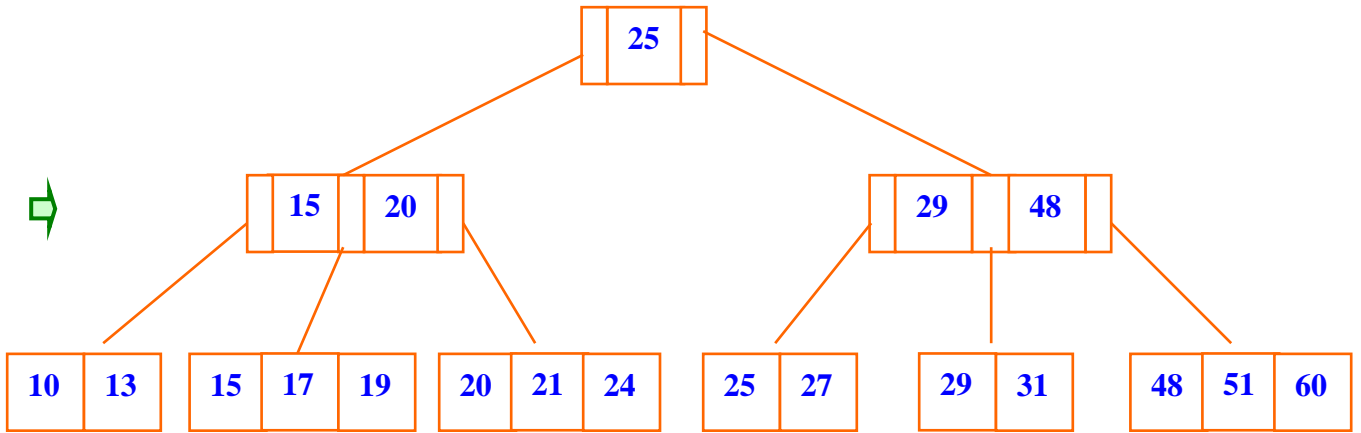
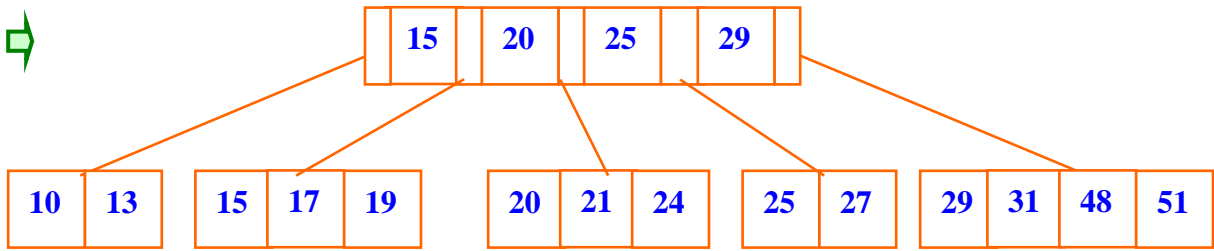
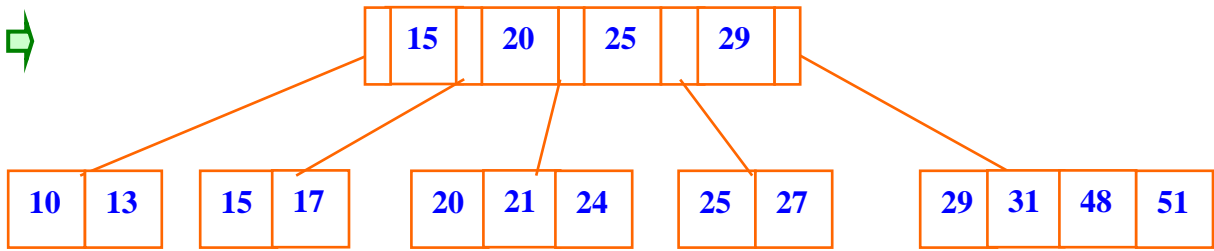
2. Ejemplo de Inserción Árboles B+:

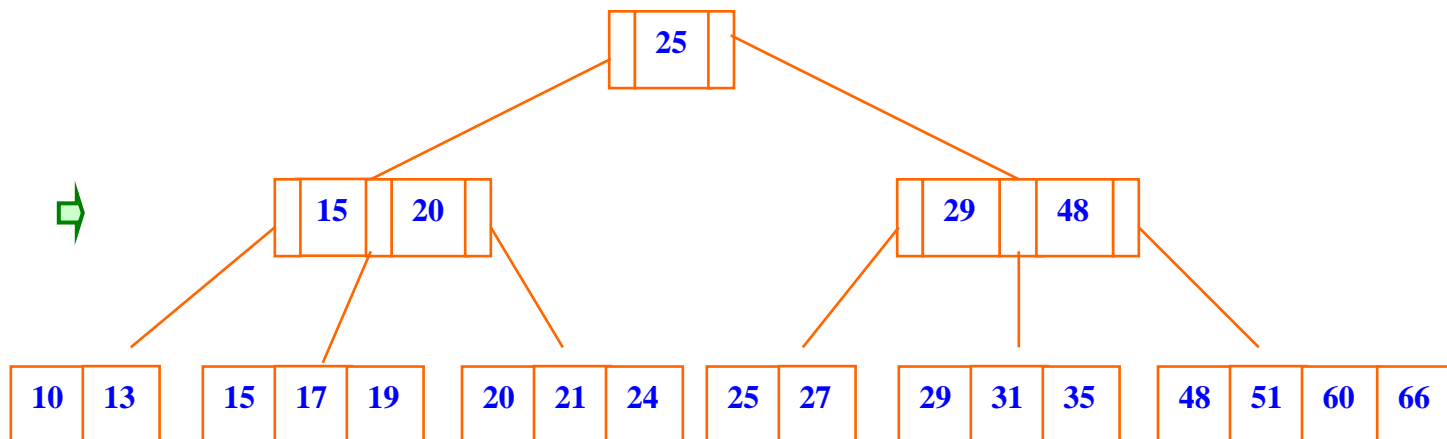
Insertar las siguientes claves en un árbol B+ de orden 2 que se encuentra vacío:

10 27 29 17 25 21 15 31 13 51 20 24 48 19 60 35 66







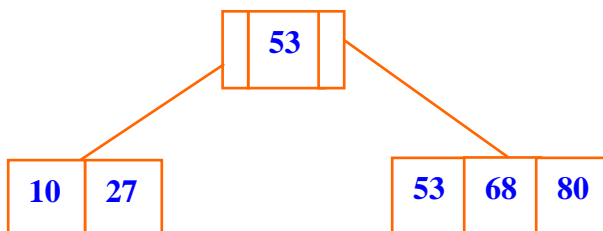


3. Ejercicios Inserción Árboles B:

3.1. Insertar las siguientes claves en un árbol B+ de orden 2 que se encuentra vacío:

06 11 05 04 08 09 12 21 14 10 19 28 03 17 32 15 16 26 27

3.2. Dado el árbol B+ de orden 2, insertar: 43 21 77 58 63 15 37 41 72 39 95 70



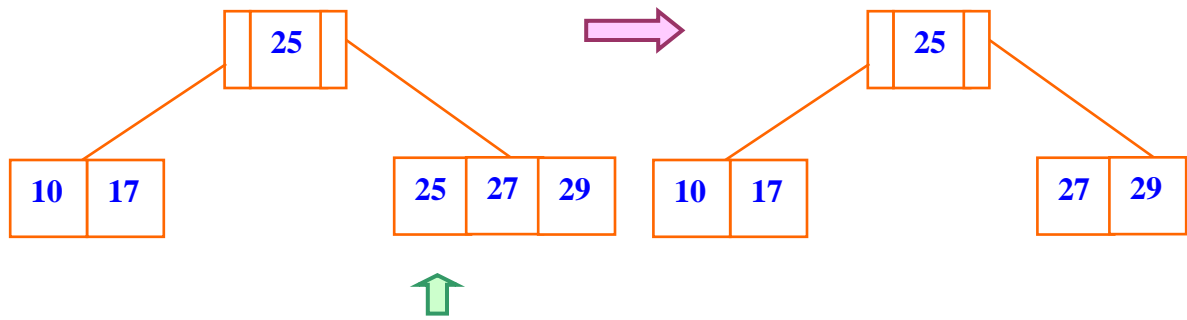
4. Operación de Eliminación en los Árboles B+

La operación de borrado en árboles B+ es más simple que la operación de borrado en árboles B. Esto ocurre porque las claves a eliminar siempre se encuentran en las páginas hojas. En general, deben distinguirse los siguientes casos:

Casos:

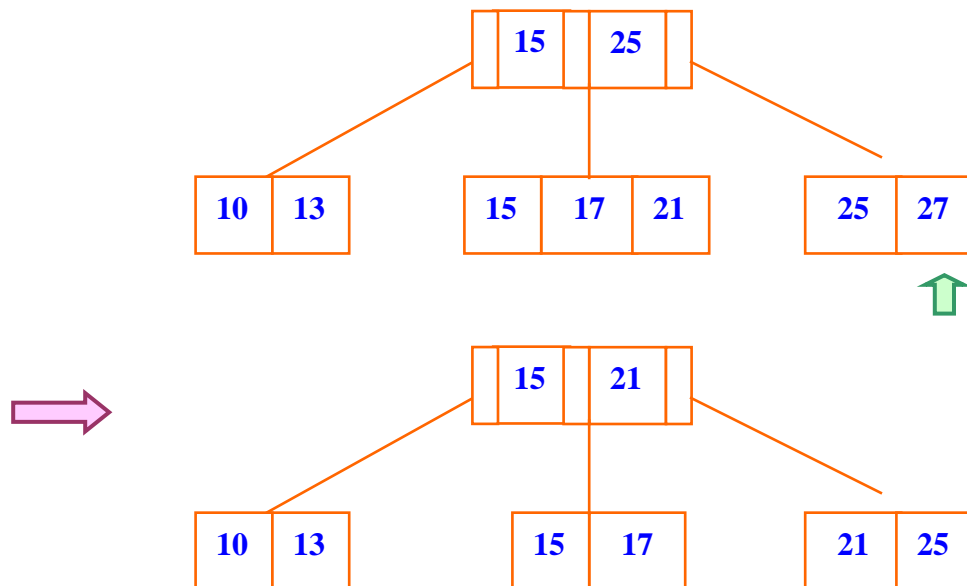
- Si al eliminar una clave, m queda mayor o igual a d entonces termina la operación de borrado. Las claves de las páginas raíz e internas no se modifican aunque sean una copia de la clave eliminada en las hojas.

Ejemplo: Eliminación de la clave 25 en el árbol B+:

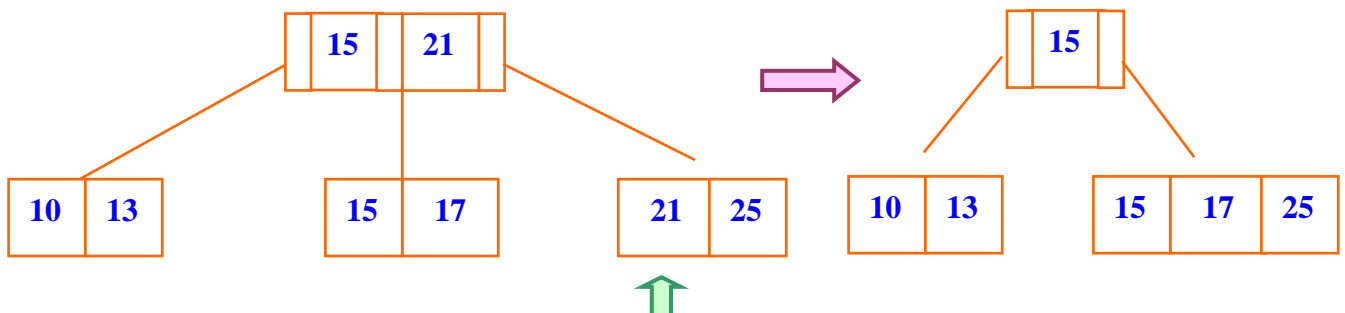


- b) Si al eliminar una clave, m queda menor a d entonces debe realizarse una redistribución de claves, tanto en el índice como en las páginas hojas.

Ejemplo: Eliminación de la clave 27 en el árbol B+:

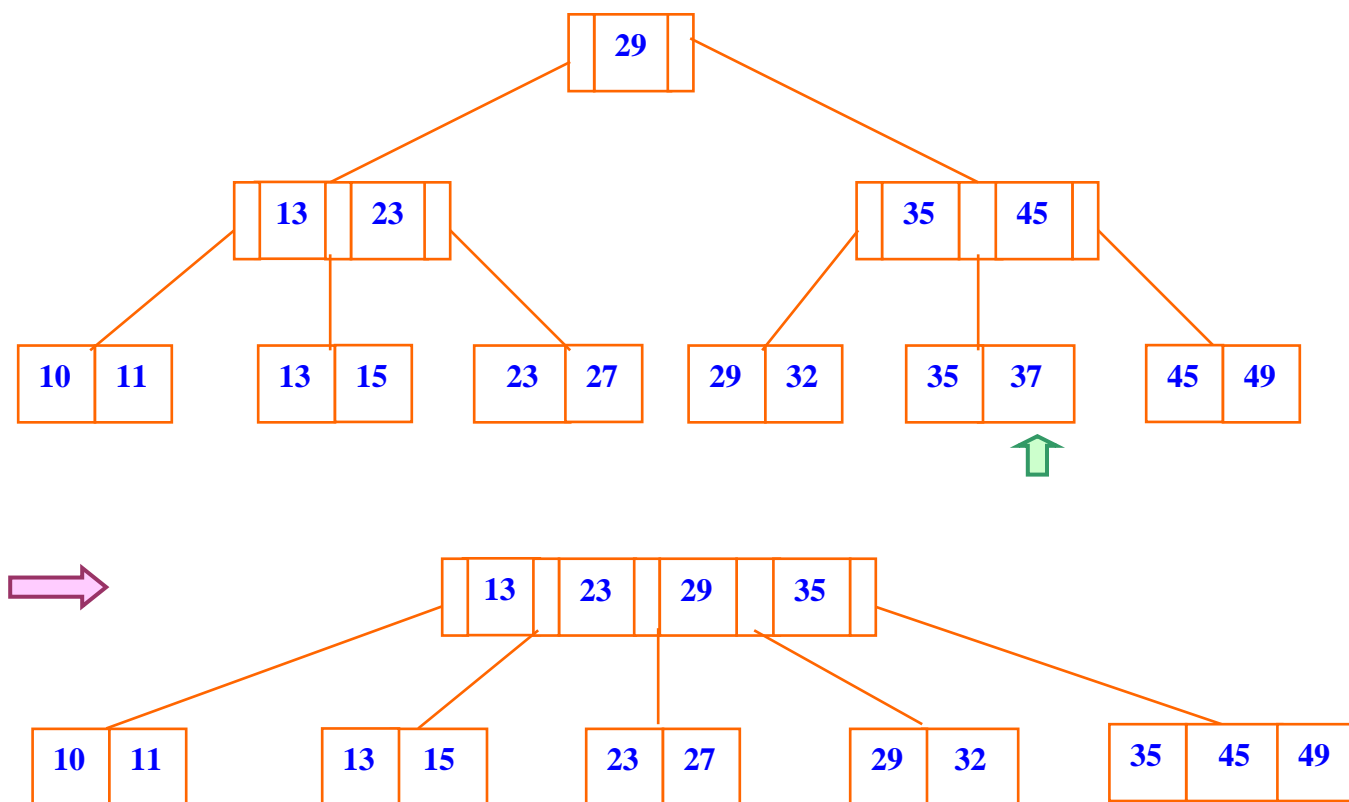


Ejemplo: Eliminación de la clave 21 en el árbol B+ (Fusión de Páginas):



Puede suceder que al eliminar una clave y al realizar una redistribución de las mismas, la altura del árbol disminuya en una unidad.

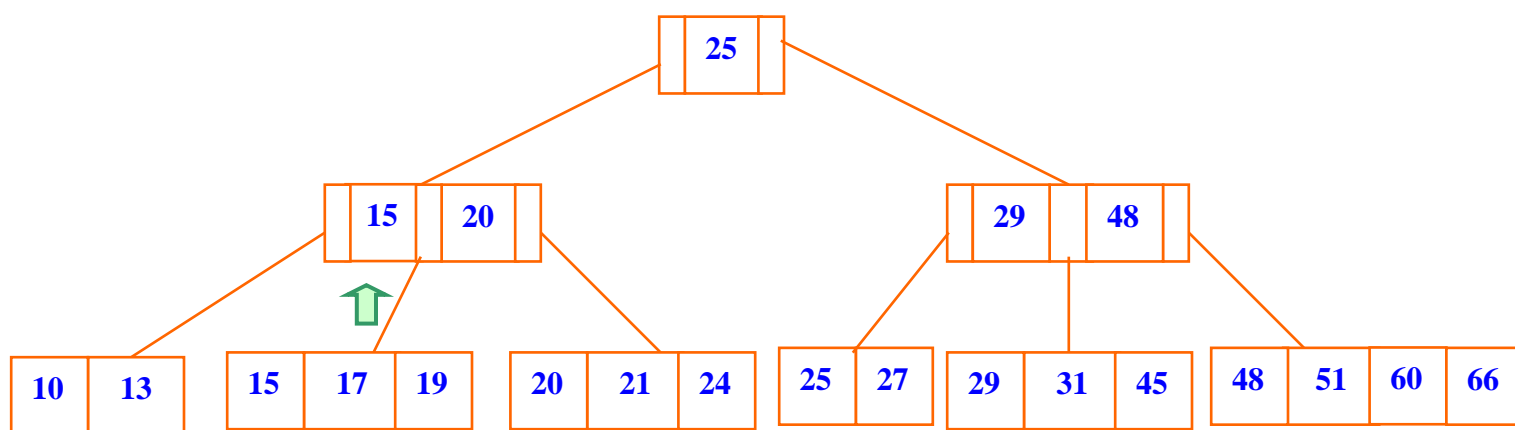
Ejemplo: Eliminación de la clave 37 en el árbol B+:

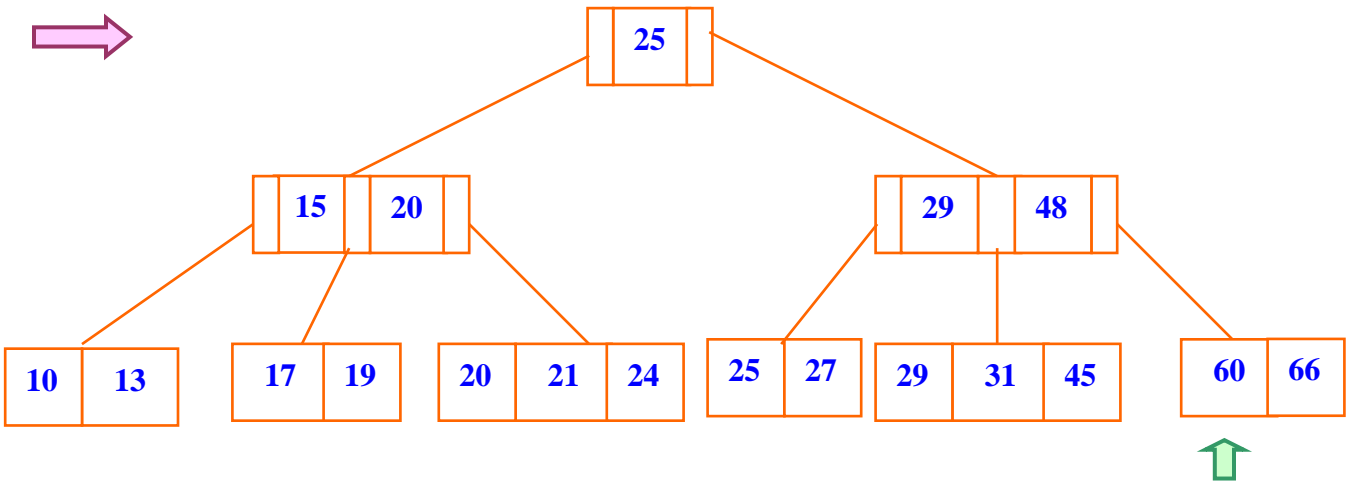
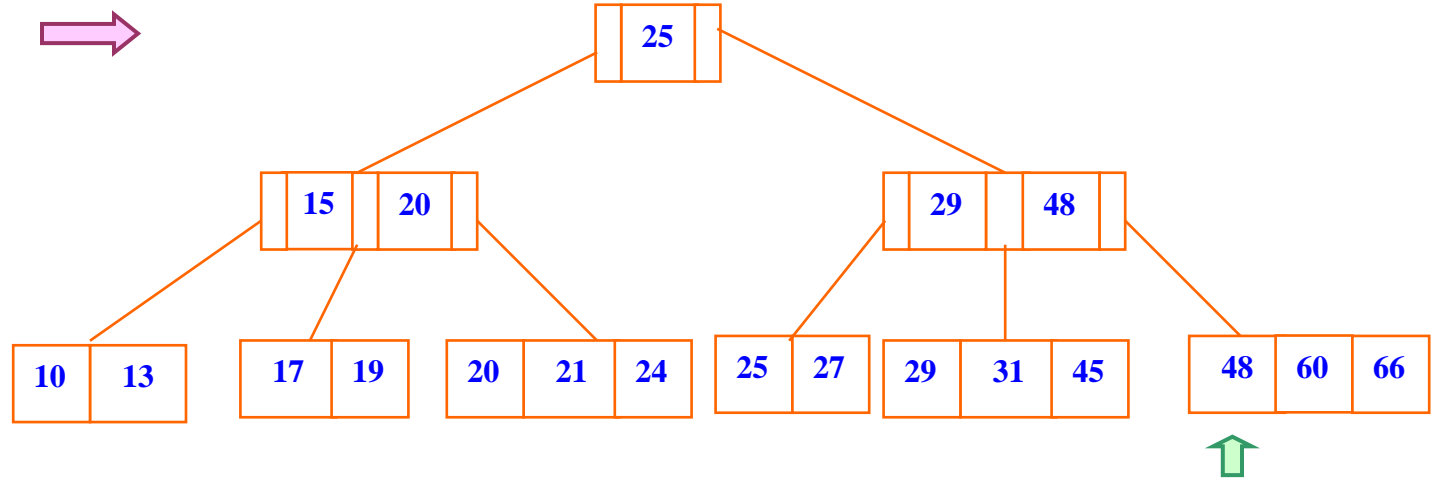
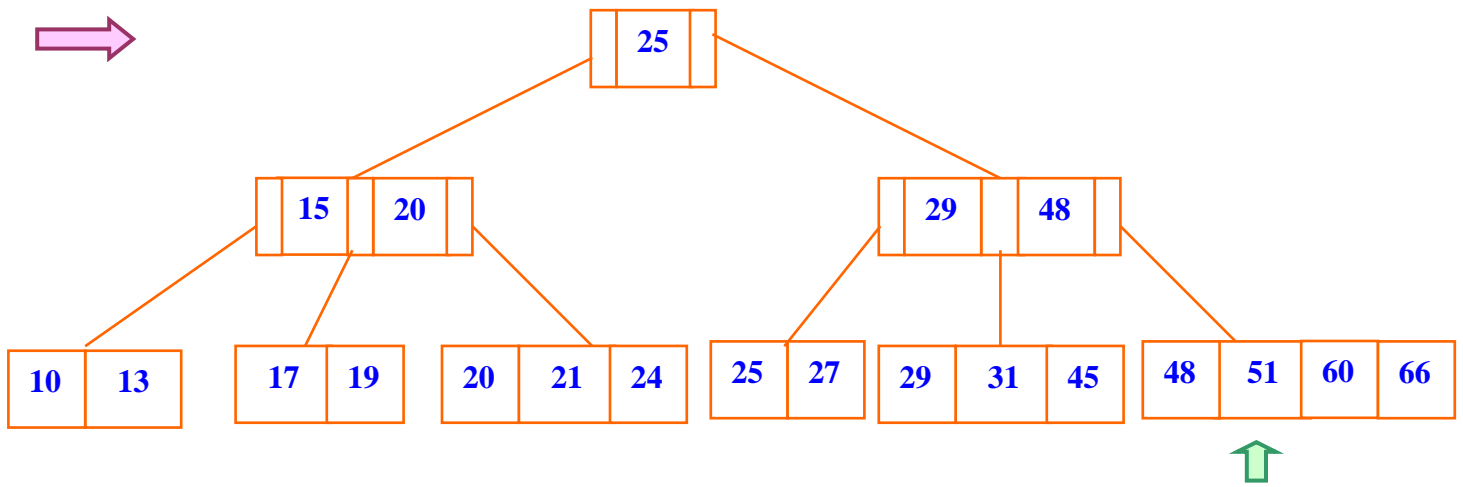


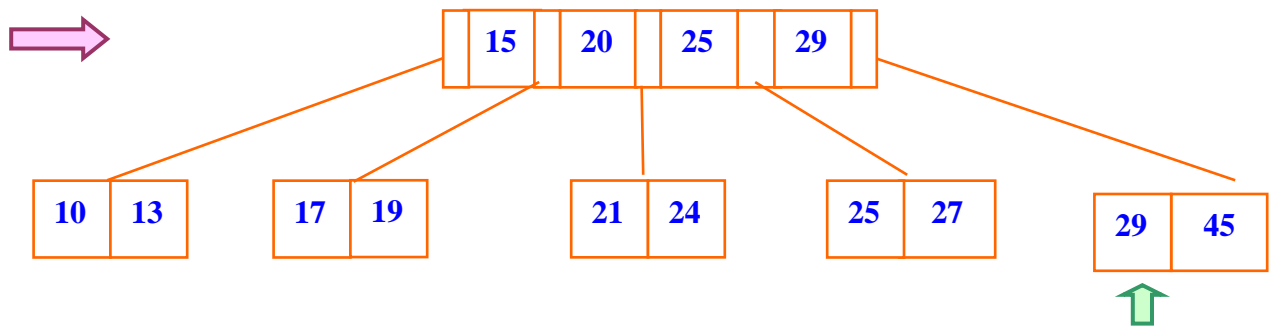
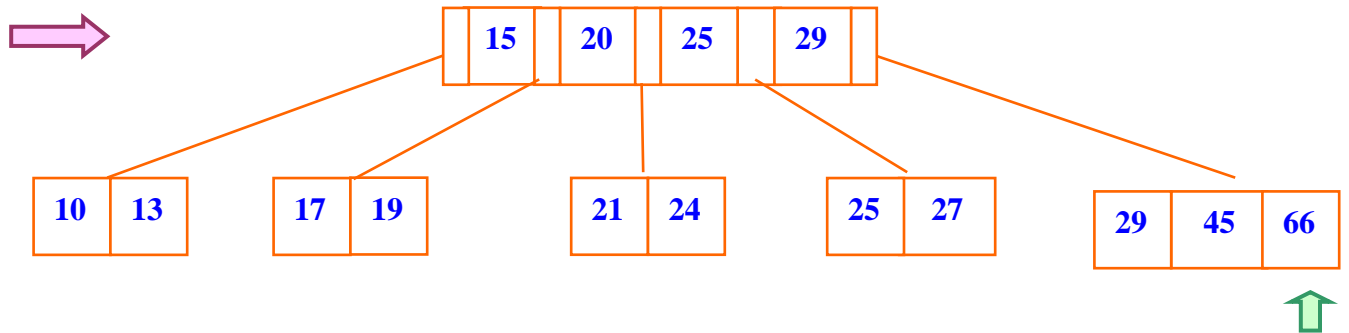
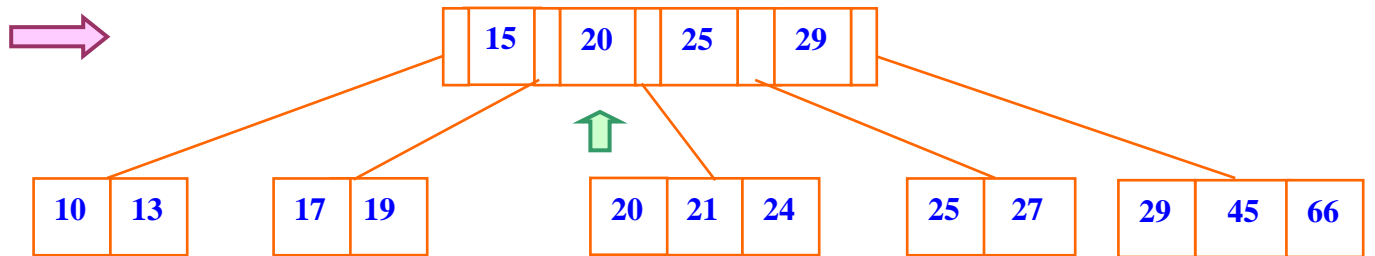
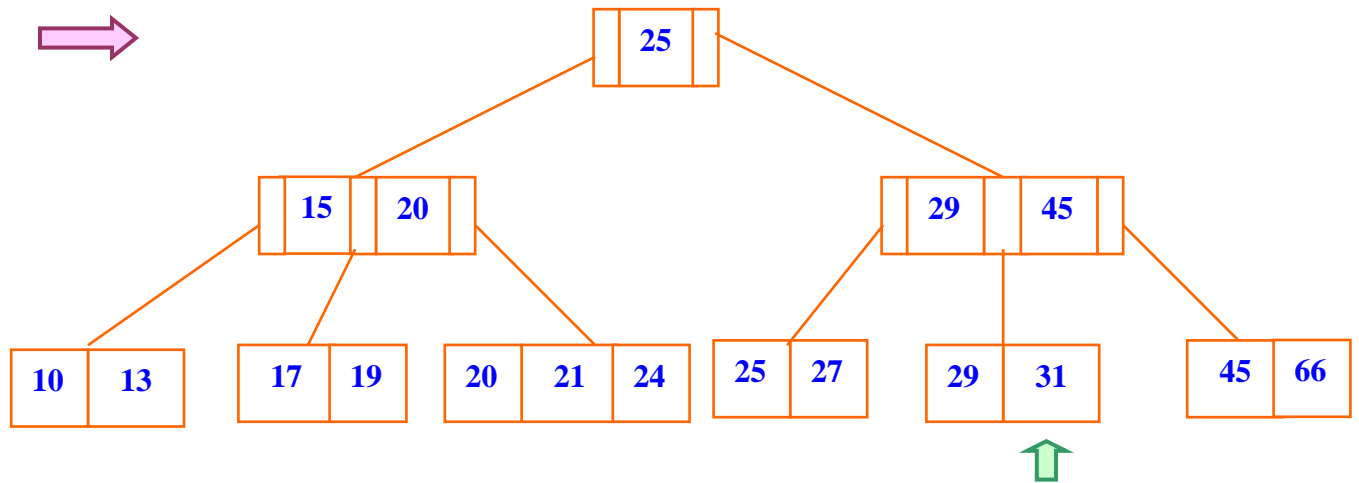
5. Ejemplo de Eliminación Árboles B:

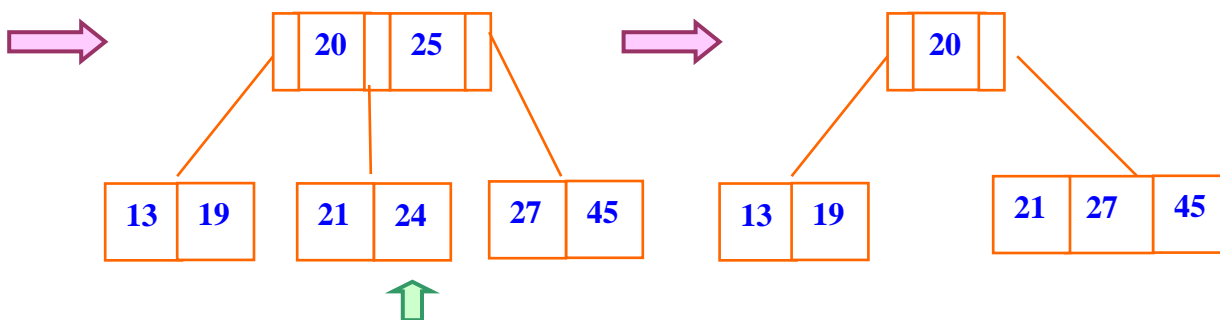
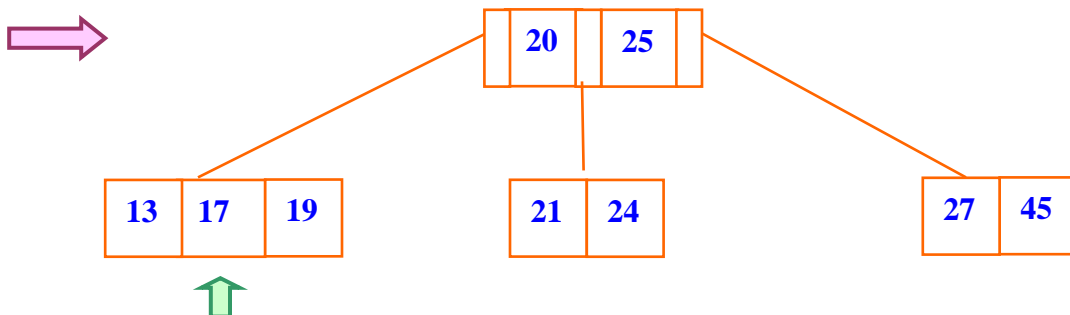
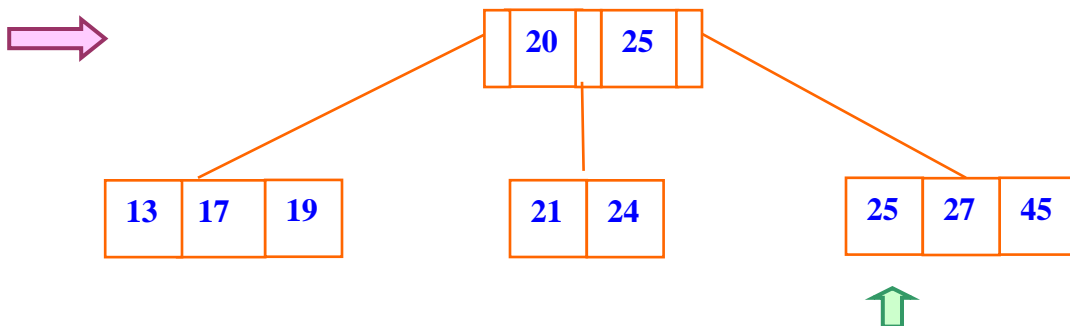
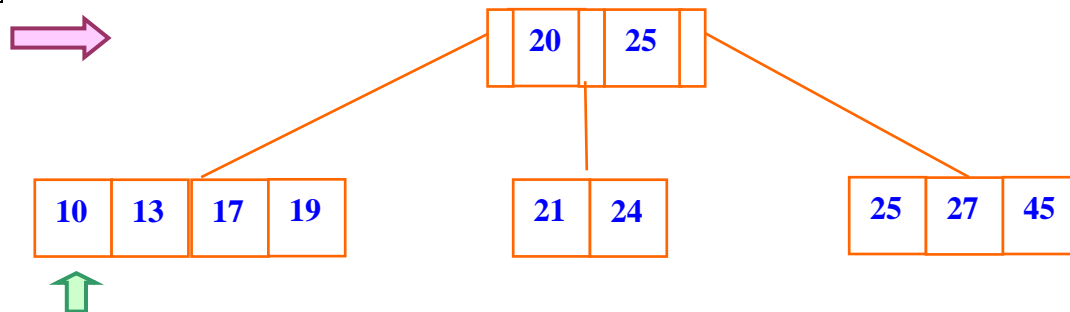
Eliminar las siguientes claves del árbol B+ de orden 2 dado:

15 51 48 60 31 20 66 29 10 25 17 24









6. Ejercicio Eliminación Árboles B+:

Eliminar del árbol B+ de orden 2 generado en el ejercicio 3.1, las siguientes claves:

11 08 21 17 32 15 16 26 27