Tema 1 Problemas de condición de contorno para ecuaciones diferencias ordinarias

Ejercicio 1.1 El momento flector $M(\xi)$ (momento de las tensiones internas) de una barra horizontal de rigidez flexional $J(\xi)$, sujeta a sendas paredes en sus extremos $\xi = -l$ y $\xi = +l$ mediante bisagras y sometida a una compresión horizontal P y a una carga vertical $p(\xi)$, satisface la ecuación diferencial

$$\frac{d^2M}{d\xi^2} + \frac{P}{J(\xi)}M = -p(\xi)\,,$$

siendo ξ la coordenada a lo largo del eje de la barra. El hecho de que la barra esté sujeta por bisagras se traduce en las condiciones de contorno $M(l) = M(-l) = 0$.

Supongamos por simplicidad que la carga vertical es constante, $p(\xi) = p_0$, y que la rigidez varía a lo largo de la viga de acuerdo con la expresión

$$J(\xi) = \frac{Pl^2}{1 + \left(\frac{\xi}{l}\right)^2}\,.$$

Se pide calcular el momento flector en los puntos de la barra de coordenadas $\xi_i = 0 \pm i\frac{l}{N}$, con $i = 1, 2, \ldots, N$

(a) utilizando el método de diferencias finitas.

(b) utilizando el método de disparo.

En ambos casos, estudiar los órdenes de aproximación de cada método, haciendo un análisis de convergencia para distintos valores de N, y comparar los resultados entre sí.

Nota. Si es posible, adimensionalice la ecuación diferencial y compruebe, en su caso, la existencia y unicidad de la solución. En el curso virtual hay información sobre los **Objetivos y orientaciones generales**, **instrucciones generales sobre las tareas** e **instrucciones específicas sobre los códigos de programación**. En el tablón de noticias se ha publicado información específica sobre esta tarea. Es muy recomendable seguir estas orientaciones para entender qué se persigue con la resolución del ejercicio planteado.