

Minimização do total de óbitos por Covid-19 na cidade de Belo Horizonte

Utilização de modelo de programação linear inteira para estimar mínimo de aplicações de vacina para atingimento da menor mortalidade por covid-19 por faixa etária no município de Belo Horizonte

Antonio Carlos da Anunciação

Hebert do Nascimento Amaral Costa

Resumo:

Com o desenvolvimento de um modelo matemático de programação linear tentamos estimar uma estratégia ótima de vacinação baseada na quantidade de doses disponíveis para minimizar a porcentagem de óbitos por faixa etária entre a população de Belo Horizonte

Introdução

Considerando os diferentes níveis de mortalidade causados pela contaminação por COVID-19 observados até o momento buscamos compreender o impacto dos principais fatores que influenciam nessas variações. Os fatores idade e preexistência de comorbidades são preponderantes nisso [1]. A partir dessa análise desenvolvemos um modelo matemático a ser explorado via técnicas de programação linear inteira para traçar a melhor estratégia de priorização na distribuição de doses de vacina. Esse modelo foi então aplicado a população da cidade de Belo Horizonte.

Parâmetros estimados

De acordo com [1] os principais tipos de comorbidades associadas a óbitos por COVID-19 são conforme a tabela 01. Com base nisso buscamos associar a ocorrência desses 5 tipos de condições preexistentes às diferentes faixas etárias observadas na população de Belo Horizonte.

	Comorbidade	Letalidade
A	Doença Cardiovascular	13,2%
B	Diabetes	9,2%
C	Hipertensão	8,4%
D	Doença Respiratória Crônica	8,0%
E	Câncer	7,6%

Tabela 01: Letalidade por tipo de comorbidade

Segundo [2] o principal tipo de doença cardíaca observada no mundo é a IHM (doença arterial coronária). Consideramos a ocorrência dessa doença por faixa etária com base no estudo que é referente a

Implementação em Python

Forma matricial usado na implementação para leitura dos dados

$$\text{Letalidade } \Phi = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Incidência } \alpha_i = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ F \end{bmatrix}$$
$$\gamma_i = \Phi \alpha_i$$

Inicialização:

```
import sys, os
import docplex.mp
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from docplex.mp.model import Model

faixa_etaria = ['0-04', '05-09', '10-14', '15-19', '20-24',
                '25-29', '30-34', '35-39', '40-44', '45-49',
                '50-54', '55-59', '60-64', '65-69', '70-74',
                '75-79', '80-84', '85-89', '90-95', '95+']

# Incidência: Taxa de incidências das comorbidades por idade
data = np.genfromtxt('alphas.csv', delimiter=',')
populacao, incidencia = data[:,1], data[:,2:]

# Comorbidades: Taxa de letalidade por comorbidade
comorbidade = np.genfromtxt('betas.csv', delimiter=',')

# Probabilidade de obito por comorbidade
Gamma = np.dot(comorbidade, incidencia.transpose())
```

Função Objetivo:

```
def objFunction(x):
    y = 0
    for i in range(0, len(populacao)):
        alpha = np.dot(incidencia[i,], comorbidade.transpose())
        y = y + alpha*(populacao[i]-x[i])
    return y
```

dados globais entre os anos de 1990 e 2017. Estes valores são as probabilidades consideradas para ocorrência de doença cardiovascular por faixa etária.

Para determinação das probabilidades de ocorrência de hipertensão por faixa etária foram considerados os dados em [3]. Aqui foi utilizada a média simples entre as ocorrências em homens e em mulheres para cada faixa etária. Ou seja, no nosso modelo não se diferencia as ocorrências por sexo.

Assim como em [2] e [3] a referência [4], usada para estimar as probabilidades de ocorrência de diabetes por faixa etária, corresponde a um levantamento médio de dados globais.

Para a ocorrência de doença respiratória considera-se o levantamento [5] da revista brasileira de epidemiologia onde são analisadas as ocorrências de doença respiratória especificamente no Brasil. Já a referência considerada para estimativas de ocorrência de câncer [6] é a um levantamento entre os anos de 2015 e 2017, no Reino Unido.

Todos esses dados foram generalizados para aplicação no modelo à cidade de Belo Horizonte e sintetizados conforme exposto na tabela 02 e gráfico 01.

i	Faixa Etária	a	b	c	d	e
1	0-4	0,00023	0,008	0	0,00499	0,000411
2	5-9	0,00023	0,008	0	0,00575	0,000221
3	10-14	0,00023	0,008	0	0,005	0,000253
4	15-19	0,00023	0,008	0	0,00428	0,000409
5	20-24	0,00045	0,015	0,074	0,00117	0,000657
6	25-29	0,00091	0,02	0,074	0,00201	0,001201
7	30-34	0,00172	0,04	0,074	0,00469	0,001813
8	35-39	0,00223	0,059	0,2045	0,00501	0,002552
9	40-44	0,00992	0,079	0,2045	0,00645	0,003820
10	45-49	0,01752	0,127	0,3475	0,00973	0,006235
11	50-54	0,02099	0,145	0,3475	0,01134	0,009581
12	55-59	0,03871	0,163	0,5415	0,01933	0,014226
13	60-64	0,05011	0,189	0,5415	0,02599	0,021255
14	65-69	0,07822	0,198	0,649	0,03481	0,030304
15	70-74	0,09963	0,203	0,649	0,04943	0,038039
16	75-79	0,12752	0,199	0,7815	0,06001	0,047283
17	80-84	0,15237	0,199	0,7815	0,07199	0,052204
18	85-89	0,15834	0,199	0,7815	0,07199	0,056815
19	90-94	0,13223	0,199	0,7815	0,07199	0,053240
20	95-99	0,10978	0,199	0,7815	0,07199	0,053240

Tabela 02: Probabilidade de ocorrência de comorbidade por faixa etária

a_i, b_i, c_i, d_i, e_i : Probabilidade de ocorrência de cada tipo de comorbidade

Modelo de Programação linear inteira

```
# Cria modelo
modelo_minVac = Model(name='Grupo Prioritario')
x_min = modelo_minVac.integer_var_list(len(populacao))

# Inclui restrições
modelo_minVac.add_constraint(sum(x_min) <= max_vacina)
modelo_minVac.add_constraint(sum(x_min) <= sum(populacao))

for i in range(0, len(populacao)):
    modelo_minVac.add_constraint(x_min[i] >= 0)
    modelo_minVac.add_constraint(x_min[i] <= populacao[i])

# Resolve problema
modelo_minVac.minimize(objFunction(x_min))
pri_solution = modelo_minVac.solve()
min_xVac = pri_solution.get_all_values()

# Determina percentual de vacinados por faixa etária
min_X_vacina_percentual = []
for i in range(0, len(X_vacina)):
    min_X_vacina_percentual.append(min_xVac[i] / populacao[i])
```

Resultado

Para o código exibido acima foi realizada uma bateria de testes variando-se o parâmetro `max_vacina` entre dez mil e um milhão de pessoas vacinadas. A evolução dos resultados pode ser observada através dos gráficos a seguir:



Gráfico 03: Início da sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas



Gráfico 04: Sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas

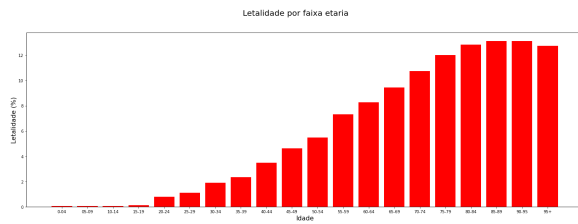


Gráfico 01: Letalidade por faixa etária

A tabela 03 expõe a estimativa de probabilidade de óbito por faixa etária sem ocorrência de nenhuma comorbidade [1]. E na tabela 04 temos a distribuição da população de Belo Horizonte, por faixa etária [7], considerando a média simples entre homens e mulheres.

i	Faixa Etária	F
1	0-4	0,00216
2	5-9	0,00216
3	10-14	0,00216
4	15-19	0,00216
5	20-24	0,00216
6	25-29	0,00216
7	30-34	0,00216
8	35-39	0,00216
9	40-44	0,00216
10	45-49	0,00195
11	50-54	0,00263
12	55-59	0,00486
13	60-64	0,00492
14	65-69	0,00627
15	70-74	0,00871
16	75-79	0,0111
17	80-84	0,01496
18	85-89	0,01716
19	90-94	0,02105
20	95-99	0,02105

Tabela 03: Probabilidade de morte sem comorbidade

F_i : Probabilidade de óbito para pessoas sem comorbidade por faixa etária

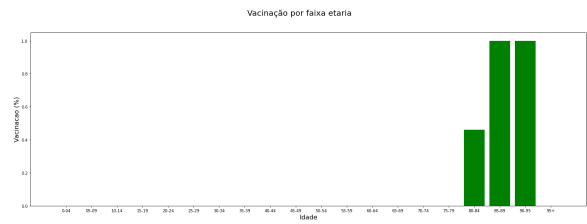


Gráfico 05: Sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas

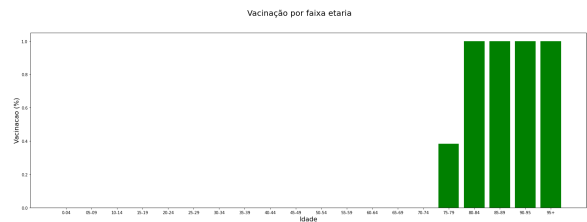


Gráfico 06: Sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas

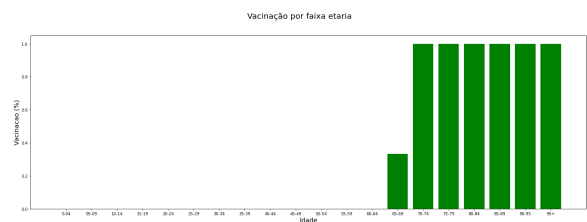


Gráfico 07: Sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas

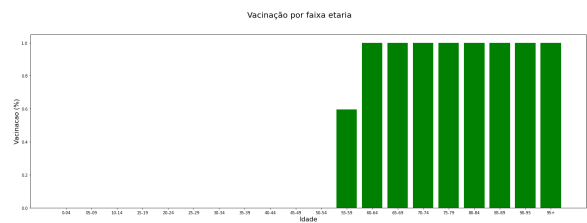


Gráfico 08: Sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas

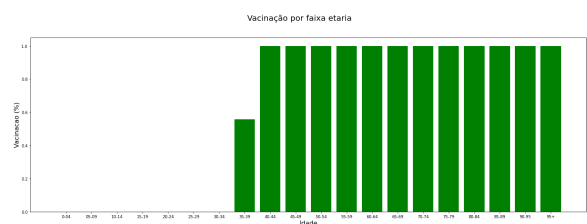


Gráfico 09: Sequência de análise da variação da disponibilidade de vacinas

A análise da sequência de gráficos deixa claro que a distribuição ótima de vacinas priorizando por probabilidade percentual de maior risco de morte não acompanha exatamente a evolução etária. Desta forma a priorização por faixa etária segue a ordem das faixas etárias de 85-89 anos, 90-95 e só depois segue a ordem decrescente a partir da faixa 80-84.

i	Faixa Etária	População
1	0-4	133.211
2	5-9	144.868
3	10-14	171.491
4	15-19	182.710
5	20-24	218.778
6	25-29	230.762
7	30-34	213.814
8	35-39	178.829
9	40-44	169.321
10	45-49	164.928
11	50-54	147.948
12	55-59	118.919
13	60-64	93.188
14	65-69	69.013
15	70-74	53.404
16	75-79	38.318
17	80-84	25.400
18	85-89	12.955
19	90-94	5.357
20	95-99	1.605
	TOTAL	2.374.819

Tabela 04: População por faixa etária

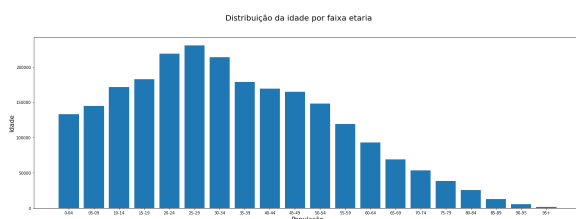


Gráfico 02: População por faixa etária em Belo Horizonte

O modelo

Nossa função objetivo f busca minimizar o total de óbitos $f(X)$ em função do total X de pessoas vacinadas.

$$f^*(X) = \min f(X) \quad f(X) = \sum_i f_i(X_i)$$

$f(X)$: Total de óbitos

$f_i(X_i)$: Total de óbitos por faixa etária

X_i : Total de pessoas vacinadas por faixa etária

Para estimar a quantidade X_i de óbitos para cada faixa etária i definimos a probabilidade γ_i de óbito por faixa etária

$$\gamma_i = a_i A + b_i B + c_i C + d_i D + e_i E + F_i$$

$$f_i(X_i) = \gamma_i(Q_i - X_i)$$

Para o limite de 1 milhão de pessoas vacinadas a vacinação não deve abranger faixas etárias abaixo de 35-39.

Conclusão

Neste modelo foram usados dados que correspondem a contextos globais e / ou locais que não necessariamente pertencem ao Brasil. Portanto não necessariamente esses dados refletem peculiaridades do território e população brasileira. Este trabalho foi feito a partir da generalização dessas informações aplicando a população de Belo Horizonte.

É interessante notar que os valores incidência das comorbidades por idade não são valores que garantem a exclusividade destas como comorbidade única no paciente. Algumas comorbidades são relacionadas a outras, por exemplo hipertensão, problemas cardíacos e diabetes tem forte correlação. Desse modo é provável que o uso um modelo estatístico que calcule as probabilidades das comorbidades levando em consideração as correlações entre elas produza um resultado mais assertivo.

Concluimos, portanto que os resultados obtidos podem fornecer uma conclusão aproximada sobre o problema otimizado porém é possível que o índice de letalidade por idade esteja sobredimensionado.

Referências

- [1] Age, Sex, Existing Conditions of COVID-19 Cases and Deaths. Worldometer, 2021. Disponível em: <https://www.worldometers.info/coronavirus/coronavirus-age-sex-demographics/#pre-existing-conditions>. Acesso em 14 de março de 2021.
- [2] Moien AB Khan, Muhammad Jawad Hashim, Halla Mustafa, May Yousif Baniyas, Shaikha Khalid Buti Mohamad Al Suwaidi, Rana AlKatheeri, Fatmah Mohamed Khalfan Alblooshi, Meera Eisa Ali Hassan Almatrooshi, Mariam Eisa Hazeem Alzaabi, Reem Saif Al Darmaki, Shamsa Nasser Ali Hussain Lootah. Global Epidemiology of Ischemic Heart Disease: Results from the Global Burden of Disease Study. Cureus, 2021. Disponível em: <https://www.cureus.com/articles/36728-global-epidemiology-of-ischemic-heart-disease-results-from-the-global-burden-of-disease-study#results>. Acesso em 14 de março de 2021
- [3] Buford, Thomas. (2016). Hypertension and Aging. Ageing Research Reviews. 26. 10.1016/j.arr.2016.01.007.

A conclusão do modelo se dá pela determinação das restrições:

$$\begin{cases} \sum_i X_i \leq V_T \\ X_i \geq 0 \\ X_i \leq Q_i \\ X_i \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

V_T : Quantidade total de vacinas disponíveis

Q_i : Quantidade total de pessoas por faixa etária

[4] Pouya Saeedi, Inga Petersohn, Paraskevi Salpea, Belma Malanda, Suvi Karuranga, Nigel Unwin, Stephen Colagiuri, Leonor Guariguata, Ayesha A. Motala, Katherine Ogurtsova, Jonathan E. Shaw, Dominic Bright, Rhys Williams. Global and regional diabetes prevalence estimates for 2019 and projections for 2030 and 2045: Results from the International Diabetes Federation Diabetes Atlas, 9th edition. Diabetes Research and Clinical Practice. ScienceDirect

[5] Lisiane Freitas Leal, Ewerton Cousin, Augusto Bacelo Bidinotto, Daniel Sganzerla, Rogério Boff Borges, Deborah Carvalho Malta, Kevin Ikuta, Tatiane da Silva Dal Pizzol. Epidemiologia e carga das doenças respiratórias crônicas no Brasil de 1990 a 2017: análise do Estudo Global Burden of Disease 2017. Revista brasileira de epidemiologia.

[6] Cancer incidence by age. Cancer Research UK, 2021. Disponível em <https://www.cancerresearchuk.org/health-professional/cancer-statistics/incidence/age#heading-Zero>. Acesso em 14 de março de 2021

[7] Distribuição da população por sexo, segundo os grupos de idade Belo Horizonte (MG), IBGE - Pirâmide Etária - Belo Horizonte (MG) - 2010. Disponível em https://censo2010.ibge.gov.br/sinopse/webservice/frm_codigo=310620&corhomem=3d4590&cormulher=9cdbf. Acesso em 14 de março de 2021.