Determinação do Plano Ótimo de Manutenção

Exercício Computacional – Pesquisa Operacional

Antonio Carlos da Anunciação
Departamento de Engenharia Elétrica
Engenharias de Sistemas
UFMG, Belo Horizonte, Brasil

Keywords—Simplex; optimization; multiple objective function; cplex, Pareto

I. INTRODUÇÃO

Deseja-se determinar a politica de manutenção ótima para cada um dos 500 equipamentos de uma empresa, considerando-se a minimização do custo de manutenção e a minimização do custo de falha esperado, para isto devemos escolher a melhor opção de manutenção em risco por beneficio para cada um destes equipamentos. Cada um dos equipamentos se enquadra em um grupo específico que modela sua probabilidade de falhar, e tem sua própria característica de custo de manutenção e tempo médio até uma falha. A probabilidade de falha esperada é modelada por uma distribuição Weibull, onde os parâmetros de escala e forma são determinados pelo grupo, ou "clusters", onde cada equipamento deve ser enquadrado, e é função do plano de manutenção adotado para aquele equipamento. É importante ressaltar que o custo de manutenção e custo esperado de falha são inversamente proporcionais, ou seja, um plano de manutenção detalhado e minucioso para um equipamento é caro, porém reduz a probabilidade de falha para este equipamento consideravelmente, por consequência seu custo esperado de falha, e não fazer manutenção em um equipamento aumento o custo esperado de falha. Este trabalho é modelado no IBM-cplex, via python e o link para o notebook estará no fim do trabalho para execução do programa, é importante que o Cplex seja a versão no mínimo acadêmica devido à quantidade de restrições do problema, e que os dados sejam da dimensão original do problema e estejam formatados conforme a descrição original do problema para evitar erros de execução.

II. MODELAGEM DO PROBLEMA

Modelo:

Neste problema duas funções objetivas devem ser modeladas, uma para o custo esperado de falha e outra para o custo de manutenção, ambos para um equipamento específico.

$$Custo_{esperado}(X_i) = \delta_{1i} \times X_{i1} \times CustoFalha_i \quad \text{(ep.1)}$$

$$Custo_{falha}(X_i) = \lambda_{1i} \times X_{i1} \quad \text{(eq.2)}$$

As equações (1) e (2) calculam os custos individuais de falha e manutenção dos equipamentos, onde:

Parâmetros do modelo:

$$\begin{aligned} \delta_{1i} &= Probabilidade\ de\ falha \\ \lambda_{1i} &= custo\ do\ plano\ de\ manutenção \\ CustoFalha_i &= custo\ da\ falha \end{aligned}$$

Variável do modelo:

$$X_{i1} = plano\ de\ manutencao$$

Funções objetivas:

$$Z(X) = \begin{cases} min \sum_{i=1}^{n} \delta_{1i} \times X_{i1} \times CustoFalha_i \\ min \sum_{i=1}^{n} \lambda_{1i} \times X_{i1} \end{cases}$$

$$com: \quad i \in [1, 2, \ldots, n]$$

$$Restrições = \begin{cases} \sum_{j=1}^{m} X_{j1} = 1\ \forall\ j \in [1, \ldots, m] \\ X_{j1} \in [0,1]\ \forall\ j \in [0, \ldots, m] \end{cases}$$

Onde "n" é a quantidade de equipamentos, 500 equipamentos, e "m" a quantidade de planos de manutenção, 3 planos de manutenção. A variável X_i é um vetor binário que representa o plano de manutenção aplicado ao equipamento "i".

III. MINIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Os métodos tradicionais não são efetivos para resolver o problema multiobjetivo deste trabalho, dessa maneira deve ser configurar o problema de modo que seja possível aplicar o método de otimização. Para este fim as equações do modelo podem ser reescritas da seguinte forma:

$$Z(X) = \begin{cases} min \sum_{i=1}^{n} \delta_{1i} \times X_{i1} \times CustoFalha_i \end{cases}$$

$$Restrições = \begin{cases} min \sum_{i=1}^{n} \lambda_{1i} \times X_{i1} \leqslant custoMax \\ \sum_{j=1}^{m} X_{j1} = 1 \forall j \in [1, \dots, m] \\ X_{j1} \in [0,1] \ \forall j \in [0, \dots, m] \end{cases}$$

Esta abordagem é conhecida como método Pε-restrito, e assim podemos calcular custo máximo de manutenção e resolver o problema para este custo, a partir dai iterativamente diminuímos o custo máximo até chegarmos ao custo mínimo de manutenção. Desse modo a cada iteração teremos um par ordenado, custo de manutenção e custo esperado de falha, a soma desse par ordeno é o custo total que estamos minimizando e o conjunto desses pares ordenados formam a fronteira do espaço de soluções factíveis. Os pares ordenados ótimos, que minimizam o problema são chamados de Conjunto Pareto.

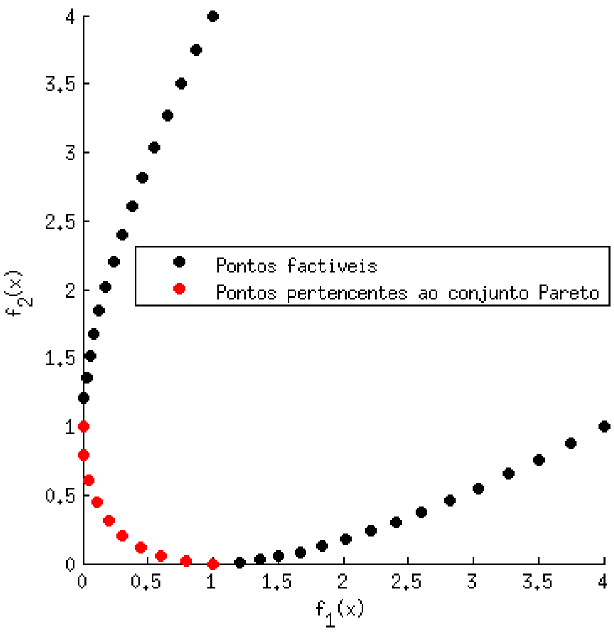

Fig.1. Conjunto Pareto

IV. Metodologia

Para o Problema de Programação Linear Inteiro (PLI) deste trabalho se os métodos de solução simplex do IBM-Cplex, este por sua vez resolve utilizando o algoritmo Branch and Cut, quando detecta as restrições de tipo das variáveis. O método Branch and bound é um algoritmo para encontrar soluções ótimas em problemas de programação linear inteiro. Consiste em uma enumeração sistemática de todos os candidatos a solução que são obtidos aplicando o método Simplex a cada novo nó da árvore binaria de soluções, e a cada passo um subconjuntos de candidatos infrutíferos são descartados utilizando os limites superior e inferior da quantia otimizada.

V. Resultados

Foram calculados os valores das funções objetivas para diversos valores de custoMax, os resultados podem ser visto abaixo, na Fig.2:

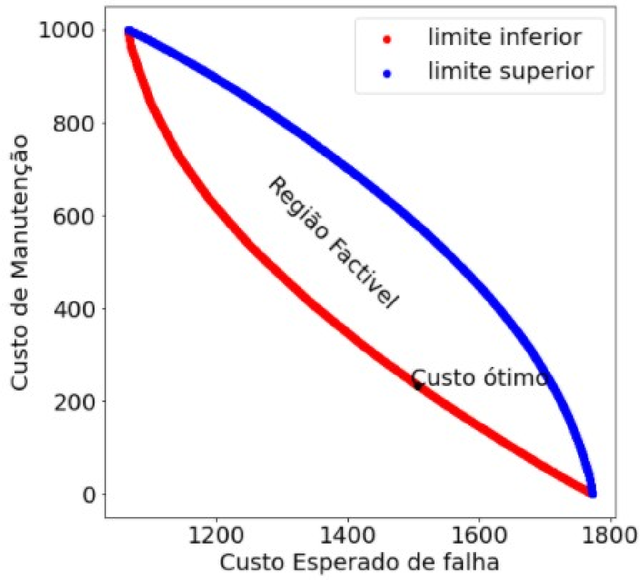

Fig.2. Conjunto Solução

RESULTADOS	
Custo Total Esperado de falhas	1506.01
Custo Total de Manutenção	234.00
Custo Total de Manutenção	**1740.01**

Tab.1. Resultados Ótimos

VI. Discussão

Para este problema de Programação Linear Inteiro, com o método Pε-restrito obtivemos resultados satisfatórios para a solução do problema de minimização de custo total de manutenção multiobjetivo, a Tab.1 mostra o resultado ótimo para as condições de execução do algoritmo.

Através da análise do hipervolume correspondente a nossa solução chegamos a um valor de,

HVI: 0.633783

Uma análise da Fig.2, construída com 1000 pontos de soluções compõe a curva inferior que delimita a região factível (pontos em vermelho), essa curva contem a solução ótima, é consequentemente o Conjunto de Pareto. Não existe garantia que a solução encontrado é a solução ótima, mas é garantido que dentro do domínio no qual o problema foi resolvido, está é a solução ótima. Heurísticas para determinação do Conjunto Pareto Ótimo poderiam nos fornecer um resultado melhor, mas este tipo de análise foge do escopo deste trabalho.

O código desenvolvido para resolver esse problema pode acessado no link:

https://github.com/antonioanunciacao/Pesquisa-Operacional/blob/main/Exercicio%20Computacional/tpComputacional.ipynb

REFERENCIAS

[1] 1.ARENALES, M., ARMENTANO, V., MORABITO, R., YANASSE, H. “Pesquisa Operacional para Curso de Engenharia”, Elsevier, 2007

[2] Apostilas Otimização Escalar e Vetorial - Prof. Ricardo Takahashi, Departamento de Matemática UFMG, 2007