UNIDAD II. LENGUAJES REGULARES

EXPRESIONES REGULARES.

Definen de forma exacta los mismos lenguajes que describen los distintos tipos de automatas (Lenguajes Regulares).

Sirven como lenguaje de entrada de muchos sistemas que procesan cadenas.

Se utilizan para definir patrones, los cuales pueden encontrarse en cadenas o palabras de algun lenguaje.

Denotan lenguajes.

OPERACIONES SOBRE LOS LENGUAJES QUE REPRESENTAN LOS OPERADORES DE EXPRESIONES REGULARES

$Union\ de\ lenguajes:\ L \cup M$

$Concatenacion\ de\ lenguajes:\ L \cdot M$

$Cerradura\ de\ Kleene\ de\ un\ lenguaje:\ L^*$

$Cerradura\ Positiva\ de\ un\ lenguaje:\ L^+$

CONSTRUCCION DE EXPRESIONES REGULARES

Cada expresion regular E, representa un lenguaje $L(E)$.

CASO BASE

1. *Las constantes ε y $\varnothing$ son expresiones regulares que representan a los lenguajes $\{\varepsilon\}$ y $\varnothing$, respectivamente.*

$$L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$$

$$L(\varnothing) = \varnothing$$

2. *Si a es cualquier simbolo, entonces a es una expresion regular. Esta expresion representa el lenguaje $\{a\}$.*

$$L(a) = \{a\}$$

3. *L representa cualquier lenguaje.*

CASO GENERAL

1. *Si E y F son expresiones regulares, entonces $E + F$ es una expresion regular que representa la union de $L(E)$ y $L(F)$.*

$$L(E+F) = L(E) \cup L(F) \quad \boxed{OR}$$

2. *Si E y F son expresiones regulares, entonces $E \cdot F$ es una expresion regular que representa la concatenacion de $L(E)$ y $L(F)$.*

$$L(EF) = L(E) \cdot L(F) \quad \boxed{AND}$$

3. *Si E es una expresion regular, entonces E^* y E^+ son expresiones regulares que representa la cerradura de $L(E)$.*

$$L\left(E^*\right) = L(L(E))^* \quad \boxed{desde\ cero\ hasta\ n\ cadenas\ formadas\ con\ E}$$

$$L\left(E^+\right) = L(L(E))^+ \quad \boxed{desde\ una\ hasta\ n\ cadenas\ fomradas\ con\ E}$$

4. *Si E es una expresion regular, entonces (E) es tambien una expresion regular que representa el mismo lenguaje que E.*

$$L((E)) = L(E)$$

Ejemplo 1. Generar una expresion regular que represente al lenguaje L

$L = L^n = \{\varepsilon, a, aa, aaa, aaaa, \ldots aaaa \cdots n\}$

$E = a^*$

$L = \{ab, abab, ababab, abababab, \ldots\}$

$E = (ab)^+ = \cancel{ab^+}$ $\quad \boxed{ab^+} \quad \boxed{L = \{ab, a\}}$

$L = \{abc, \varepsilon cc, abab, abccc, ababc, cccccc, ab, \varepsilon, abababababcccccccc, \ldots\}$

$E_1 = a \qquad E_4 = E_1E_2 = ab$

$E_2 = b \qquad E_5 = (ab)^*$ $\qquad \boxed{E = (ab)^*c^*}$

$E_3 = c$

$L = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$

$E = (a+b)(a+b)(a+b)$ $\quad \boxed{E = a(a+b)(a+b) + b(a+b)(a+b) = (a+b)(a+b)(a+b)}$

abb

Ejemplo. Desarrollar una expresion regular para el conjunto de cadenas que consta de $0's$ y $1's$ alternos.

$L = \{01, 10, 010, 101, 0101, 1010, 01010, 10101, \ldots\}$

Paso 0. Expresiones regulares mas sencillas que puedo formar con el alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$

$L(0) = \{0\} \qquad E_1 = 0$

$L(1) = \{1\} \qquad E_2 = 1$ $\qquad$ No forman parte del lenguaje

Paso 1. Formar expresiones regulares mas complejas a partir de las primeras.

$E_3 = 01 \qquad E_5 = 01 + 10 \qquad E_6 = (01)^* + (10)^*$ Estas solo generan cadenas pares

$E_4 = 10$

010101, 101010, ~~01010~~, ~~10101~~

$E_7 = 1(01)^+ + 0(10)^+$ Estas solo generan cadenas impares

101,010, 10101, 01010, 1010101, 0101010

version 1 $\quad E_8 = E_6 + E_7 = (01)^* + (10)^* + 1(01)^+ + 0(10)^+$

version 2 $\quad E_6 = 1(01)^*0 + 0(10)^*1$ Aqui no admite cadenas impares

version 3 $\quad E_3 = (\varepsilon + 1)(01)^*(\varepsilon + 0)$ Aqui admite 1 y 0 solos

01, 10, 101,010, 10101

Ejemplo 2. Sea $\Sigma = \{a,b\}$. El conjunto de cadenas que inician con aa o terminan con bb.

$E = aa(a+b)^*(a+b)^* + (a+b)^*(a+b)^*bb$

aa
aaab
aaaa
aab
aabb
aabbb

$aa, bb, aabb$

$0\ o\ 0 = 0$	$0\ y\ 0 = 0$
$0\ o\ 1 = 1$	$0\ y\ 1 = 0$
$1\ o\ 0 = 1$	$1\ y\ 0 = 0$
$1\ o\ 1 = 1$	$1\ y\ 1 = 1$
OR	