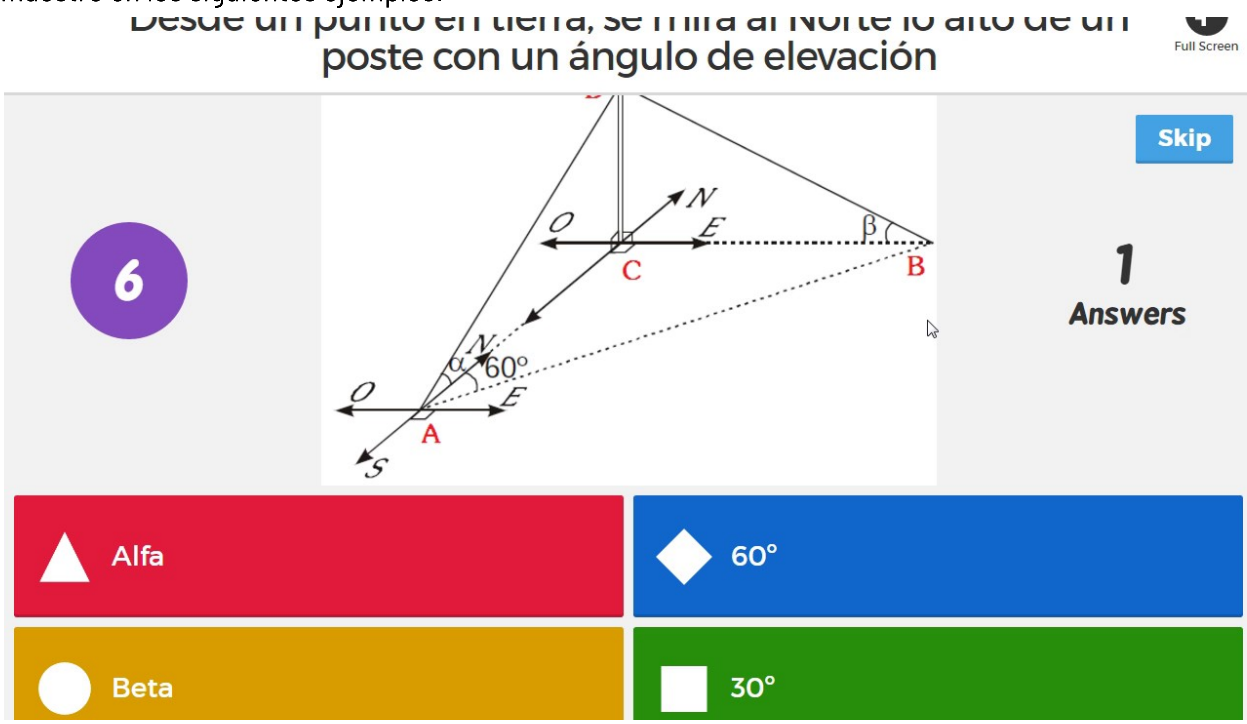
Mora Ayala Jose Antonio

Propuesta:

Como estudiante de la Escuela Superior de Cómputo de cuarto semestre me parece que una buena estrategia de aprendizaje tanto para la modalidad presencial como la modalidad en línea, sería la implementación de ciertas actividades que permitan al estudiante interactuar un poco más de forma dinámica con el profesor, la unidad de aprendizaje y los compañeros, pues las aulas cuentan con proyectores y siendo que la mayoría de estudiantes cuentan con al menos un dispositivo móvil, me parece una buena implementación hacer uso de plataformas como Kahoot, proporcionando al estudiante puntos por aciertos o una dinámica parecida.

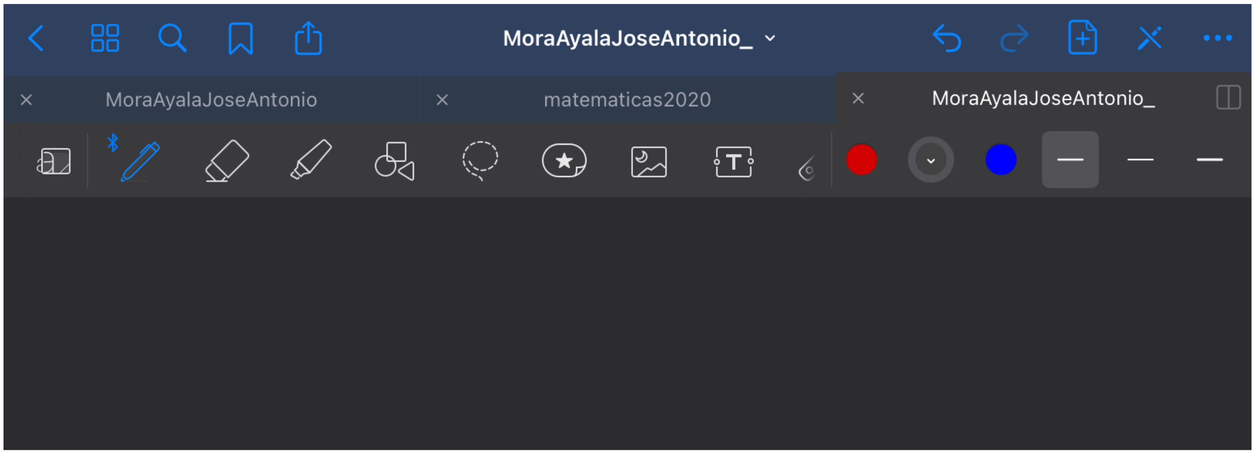
También me parece muy buena implementación que los profesores proporcionen el material que piensan utilizar a lo largo de las clases, para que de esta forma los alumnos no gasten tiempo en anotar el problema y escribir ciertas cosas sin sentido, pues con el material ya proporcionado y con un espacio considerable sería posible simplemente anotar la resolución de dicho ejercicio, o bien hacer notas personales.

En mi caso particular, tomo mis notas de manera digital por lo que siento que es más fácil ya contar con los pdf, presentaciones o ejercicios, para posteriormente yo solo ir anotando la resolución o bien hacer notas al respecto para que me quede mas claro el tema que estamos tratando tal como muestro en los siguientes ejemplos:



Como podemos observar se proporciona el ejercicio y las respuestas posibles, podría ser una opción viable para mas interactividad, proporcionando ciertos incentivos como puntos o llegar a un cierto nivel para adquirir un beneficio o algo por el estilo

Mora Ayala Jose Antonio



Media (μ) y varianza (σ^2) de la distribución hipergeométrica

- *En la distribución binomial a qué es igual la media?*
- *np*
- *En la distribución binomial a qué es igual la varianza? npq*
- *q=1-p*
- $\mu = n\frac{k}{N} = \frac{nk}{N}$
- $\sigma^2 = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\frac{nk}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right)$

La media y la varianza de la distribución hipergeométrica $h(x; N, n, k)$ son

$$\mu = \frac{nk}{N} \text{ y } \sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right).$$

Existe una relación interesante entre las distribuciones hipergeométrica y binomial. Como se esperaría, si n es pequeña comparada con N, la naturaleza de los N artículos cambia muy poco en cada prueba. Así, cuando n es pequeña en comparación con N, se puede utilizar una distribución binomial para aproximar la distribución hipergeométrica. De hecho, por regla general la aproximación es buena cuando $n/N \le 0.05$.

- Se estima que 4000 de los 10,000 residentes con derecho al voto de una ciudad están en contra de un nuevo impuesto sobre las ventas. Si se seleccionan al azar 15 votantes y se les pide su opinión, ¿cual es la probabilidad de que a lo sumo 7 estén a favor del nuevo impuesto?
- $P(X \le 7) = \sum_{x=0}^{7} h(x, N, n, k) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + \cdots \mathrm{P}(X = 7)$
- P(X=0)=$\frac{\binom{6000}{0}\binom{4000}{15}}{\binom{10000}{15}}$ + P(X=1)=$\frac{\binom{6000}{1}\binom{4000}{14}}{\binom{10000}{15}}$+.......
- n/N=15/10,000=0.0015
- $P(X \le 7) = \sum_{x=0}^{x=7} b(x, 15{,}0{,}6) = 0.2131$ Se saca de la Tabla
- ¿Cómo obtengo la probabilidad de éxito?k/N=6000/10000=3/5=0.6
- La probabilidad de que máximo 7 estén a favor del impuesto es del 21.31%

$\frac{n}{N} < 0.05$

$\frac{K}{N} = \frac{6000}{10{,}000} = \frac{3}{5} = 0.6$

- De los 150 empleados de hacienda en una ciudad grande, solo 30 son mujeres. Suponga que se eligen al azar 10 de los empleados para que proporcionen asesoría gratuita sobre declaraciones de impuestos a los residentes de esta ciudad; calcular la probabilidad de que se seleccionen al menos 3 mujeres.

Total $\rightarrow N = 150$ muestra $n = 10$

Exito $\rightarrow K = 30$

$n = \frac{10}{150} = \frac{1}{15} = 0.0666 \simeq 0.05 \rightarrow$ Por lo que podemos usar la binomial

Hipergeométrica

- $P(X \ge 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \big(P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\big) = 1 - \left(\frac{\binom{30}{0}\binom{120}{10}}{\binom{150}{10}} + \frac{\binom{30}{1}\binom{120}{9}}{\binom{150}{10}} + \frac{\binom{30}{2}\binom{120}{8}}{\binom{150}{10}}\right)$
- $1 - P(X < 3) = 1 - \sum_{x=0}^{x=2} b(x; 10; 0.2) = 1 - .6778 = 0.3222$
- La probabilidad de que se seleccionen al menos 3 mujeres es de 32.22%

$p = \frac{K}{N} = \frac{30}{150} = 0.2$

Mora Ayala Jose Antonio

MoraAyalaJoseAntonio_

MoraAyalaJoseAntonio | matematicas2020 | MoraAyalaJoseAntonio_

4.3 Función de densidad conjunta de probabilidad (VAC)

- Si (X,Y) es una variable aleatoria continua bidimensional, entonces f(x,y) se conoce como **función de densidad conjunta de las variables aleatorias X y Y.** La probabilidad de que a < X < b mientras que c < Y < d está determinada por,
- P(a < X < b; c < Y < d) = $\int_{y=c}^{y=d}\int_{x=a}^{x=b} f(x,y)dxdy$

- $P(c<Y<d\ ;\ a<X<b) = \int_{x=a}^{x=b}\int_{y=c}^{y=d} f(y,x)\,dy\,dx$ Se debe integrar de adentro hacia afuera

- donde a; b; c; d son números reales tales que a < b y c < d. La función de densidad conjunta f(x,y) debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. $f(x,y) \geq 0$, para toda $x, y \in \mathbb{R}$
2. $\int_{y=-\infty}^{y=\infty}\int_{x=-\infty}^{x=\infty} f(x,y)dxdy = 1$
3. $P[(X, Y) \in A] = \int\int_A f(x,y)dxdy$, para cualquier región A en el plano xy.

Ejemplo 1

Una empresa privada opera un local que da servicio a clientes que llegan en automóvil y otro que da servicio a clientes que llegan caminando. En un día elegido al azar, sean *X* y *Y*, respectivamente, las proporciones de tiempo que ambos locales están en servicio, y suponiendo que la función de densidad conjunta de estas variables aleatorias es:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x+3y), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

→ Representa a las personas que van llegando

→ Intervalo de Jornada

a) Verifique la condición 2 de la definición.

b) Calcule $P[(X, Y) \in A]$, donde $A = \{(x, y) \mid 0 < x < ½ , ¼ < y < ½\}$

a) La condición 2 dice lo siguiente: $\int_{y=-\infty}^{y=\infty}\int_{x=-\infty}^{x=\infty} f(x,y)dxdy = 1$

Entonces se debe resolver la doble integral con los límites señalados en la función dada. Quedando como sigue:

$$\int_{y=0}^{y=1}\int_{x=0}^{x=1} \frac{2}{5}(2x+3y)dxdy = 1$$

Primero integramos con respecto a x, considerando a "y" como una constante:

$$\frac{2}{5}\int_{y=0}^{y=1} (x^2+3yx)\Big|_{x=0}^{x=1} dy = 1$$

- Continuando con la resolución, ahora se evalúa con los límites superior e inferior.
- $\frac{2}{5}\int_{y=0}^{y=1}(1^2+3y)\,dy = 1$
- Resolviendo la integral con respecto a "y".
- $\frac{2}{5}\left(y+\frac{3}{2}y^2\right)\Big|_{y=0}^{y=1} = 1$
- Evaluando con los límites de integración
- $\frac{2}{5}\left(1+\frac{3}{2}\right) = 1$
- $\frac{2}{5}\left(\frac{2}{2}+\frac{3}{2}\right) = \frac{2}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = 1$

- b) Calcule $P[(X, Y) \in A]$, donde $A = \{(x, y) \mid 0 < x < ½ , ¼ < y < ½\}$ = 8%
- Primero resolvemos para x.
- $\frac{2}{5}\int_{y=\frac{1}{4}}^{y=\frac{1}{2}}\int_{x=0}^{x=\frac{1}{2}} (2x+3y)dxdy = \frac{2}{5}\int_{y=\frac{1}{4}}^{y=\frac{1}{2}}(x^2+3yx)\Big|_{x=0}^{x=\frac{1}{2}} dy$
- $\frac{2}{5}\int_{y=\frac{1}{4}}^{y=\frac{1}{2}}((\frac{1}{2})^2+3y\frac{1}{2})\,dy$
- Ahora vamos a resolver para y
- $\frac{2}{5}\int_{y=\frac{1}{4}}^{y=\frac{1}{2}}(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}y)\,dy$
- $\frac{2}{5}\left(\frac{1}{4}y+\frac{3}{4}y^2\right)\Big|_{y=\frac{1}{4}}^{y=\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}\left(\left(\frac{1}{4}\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)-\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^2\right)\right)$
- $\frac{2}{5}\left(\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{16}\right)-\left(\frac{1}{16}+\frac{3}{64}\right)\right) = \frac{2}{5}\left(\frac{13}{64}\right) = \frac{13}{160} \approx 0.08125$

→ Se refiere a la probabilidad de que se de servicio medio jornada

(Completar 16:30)

Mora Ayala Jose Antonio

Ejemplo 2

- Un inspector de calidad obtiene una muestra de un lote que contiene 7 componentes; el lote contiene 4 componentes buenos y 3 defectuosos. El inspector toma una muestra de 3 componentes.
- A) Determine la fórmula de la distribución de probabilidad para X, siendo X los componentes en buen estado.
- B) Calcule el valor esperado del número de componentes buenos en esta muestra.

x: Buen estado

4 Buenos
3 malos

Toma 3

	x
X' X' X'	0
X X' X'	1
X X X'	2
X X X	3

A) $f(x) = \dfrac{\binom{4}{x}\binom{3}{3-x}}{\binom{7}{3}}$ para $x = 0, 1, 2, 3$.

B) $\mu = E(x) = (0)\dfrac{\binom{4}{0}\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} + (1)\dfrac{\binom{4}{1}\binom{3}{2}}{\binom{7}{3}} + (2)\dfrac{\binom{4}{2}\binom{3}{1}}{\binom{7}{3}} + (3)\dfrac{\binom{4}{3}\binom{3}{0}}{\binom{7}{3}}$

$= 12/35 + 36/35 + 12/35$

$= 60/35$

$= 1.7$

Ejemplo 3

- La distribución de probabilidad de *X*, el número de imperfecciones que se encuentran en cada 10 metros de una tela sintética que viene en rollos continuos de ancho uniforme, está dada por

x	0	1	2	3	4
f (x)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

a) Construya la función de distribución acumulativa de *X*.

b) Calcule el numero promedio de imperfecciones que hay en cada 10 metros de esta tela.

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ para } & x < 0 \\ 0.41 \text{ para } & 0 \leq x < 1 \\ 0.78 \text{ para } & 1 \leq x < 2 \\ 0.94 \text{ para } & 2 \leq x < 3 \\ 0.99 \text{ para } & 3 \leq x < 4 \\ 1 \text{ para } & 4 \leq x \end{cases}$$

$\mu = E(x) = 0(0.41) + (1)(0.37) + (2)(0.16) + (3)(0.05) + (4)(0.01)$

$= 0.88$ Alta probabilidad de encontrar una imperfección

- La distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta *X* es

$f(x) = \binom{3}{x}\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{3-x}, x = 0, 1, 2, 3.$

- Calcule la media de *X*.

$\mu = E(x) = (1)\binom{3}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (2)\binom{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^1 + (3)\binom{3}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3(1)$

$= (3)(9/64) + (2)(18/64) + (3)(1/64)$

$= 66/64 \cong 1.03$

Mora Ayala Jose Antonio

Dentro de esas notas proporcionadas por la profesora hay anotaciones personales, indicando y destacando aspectos importantes o realizando la aclaración de donde pudo haber salido alguna clase de dato o bien simplemente realizar la resolución de ejercicios en cuestión.