



Relación de ejercicios 1 (para entregar)

1. Estudia la estabilidad de la ecuación lineal escalar $x' = a(t)x$ donde $a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es continua y verifica

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} a(t) = 1.$$

2. Representa el diagrama de fases de la ecuación lineal

$$\begin{cases} x_1' = 2x_1 - 5x_2 \\ x_2' = -3x_2 \end{cases}$$

y clasifica el punto de equilibrio $p = (0, 0)$.

3. Calcula todas las soluciones maximales del PVI

$$\begin{cases} x' = 2\sqrt[4]{x^2} \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Pistas: se trata de una familia biparamétrica. Una de las soluciones maximales es:

$$\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \varphi(t) = \begin{cases} -(t+2)^2 & \text{si } t \leq -2 \\ 0 & \text{si } -2 < t < 3 \\ (t+3)^2 & \text{si } t \geq 3. \end{cases}$$

4. El modelo de crecimiento de Gompertz usa la EDO

$$P' = rP \ln\left(\frac{K}{P}\right)$$

donde r y K son constantes positivas. Estudia si $P = K$ es un punto de equilibrio y determina si es un atractor.

5. En cada caso, proporciona un ejemplo explícito de una EDO escalar autónoma cuyo diagrama de fases sea el que se indica y calcula las regiones de atracción de los puntos de equilibrio:

a) $-\infty \quad \leftarrow \quad \bullet_0 \quad \rightarrow \quad \bullet_4 \quad \leftarrow \quad +\infty$

b) $-\infty \quad \leftarrow \quad \bullet_1 \quad \leftarrow \quad +\infty$

c) $-\infty \quad \leftarrow \quad +\infty$