

esp1_ivan

October 31, 2019

```
[4]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
from pylab import *
from io import StringIO
from statistics import *
import subprocess
```

1 Esperienza 1: Termometria e calorimetria

Data: 21 Ottobre 2019 **Gruppo:** (V) Ivan Ingrosso , Antonio Gonzalez, Pietro Garofalo

1.1 Materiale

| Strumenti | Divisione | Portata |
|-------------------------|-----------|---------|
| 2 Termometri a mercurio | 0.2°C | 100°C |
| Bilancia | 0.1g | – |
| Calorimetri | – | 1l |
| Cronometro | 0.01s | |

1.2 1.1 Costante di tempo del termometro

1.2.1 Relazioni di base per il processo ideale

La relazione che lega la risposta del termometro al tempo è data dalla seguente formula:

$$T(t) = T_f + (T_{amb} - T_f)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove: - $T(t)$ rappresenta la temperatura mostrata sul termometro all'istante di tempo t ; - T_{amb} rappresenta la temperatura riportata sul termometro prima che questo venga inserito nel bagno di acqua calda, ovvero la temperatura al tempo $t = 0$; - T_f rappresenta la temperatura dell'acqua calda; - τ rappresenta la costante di tempo del termometro che vogliamo stimare;

1.2.2 Procedimento di misura

1. Nel primo calorimetro versiamo una quantità di acqua alla temperatura di $\sim 54^\circ\text{C}$, che rappresenta la nostra T_f ; nel secondo una quantità di acqua a temperatura ambiente;

2. Immergiamo il termometro nel bagno di acqua a temperatura ambiente e aspettiamo che termalizzi con l'acqua stessa; a termalizzazione avvenuta registriamo la temperatura segnata dal termometro come T_{amb}
3. Immergiamo il termometro nel calorimetro con l'acqua calda e registriamo la temperatura segnta ad intervalli di tempo fissati (0.5s); la strategia adottata per realizzare queste misure è stata filmare con uno smartphone il termometro e il cronometro uno vicino all'altro, in modo tale che fossero ben visibili sia le misure del tempo che quelle delle temperature. Dal momento che abbiamo ripetuto l'esperimento due volte, realizzando due video differenti, riportiamo l'analisi dati di entrambi, combinando le stime ottenute attraverso una media pesata.

1.2.3 Dati

t: tempo [s]

T: temperatura [$^{\circ}$ C]

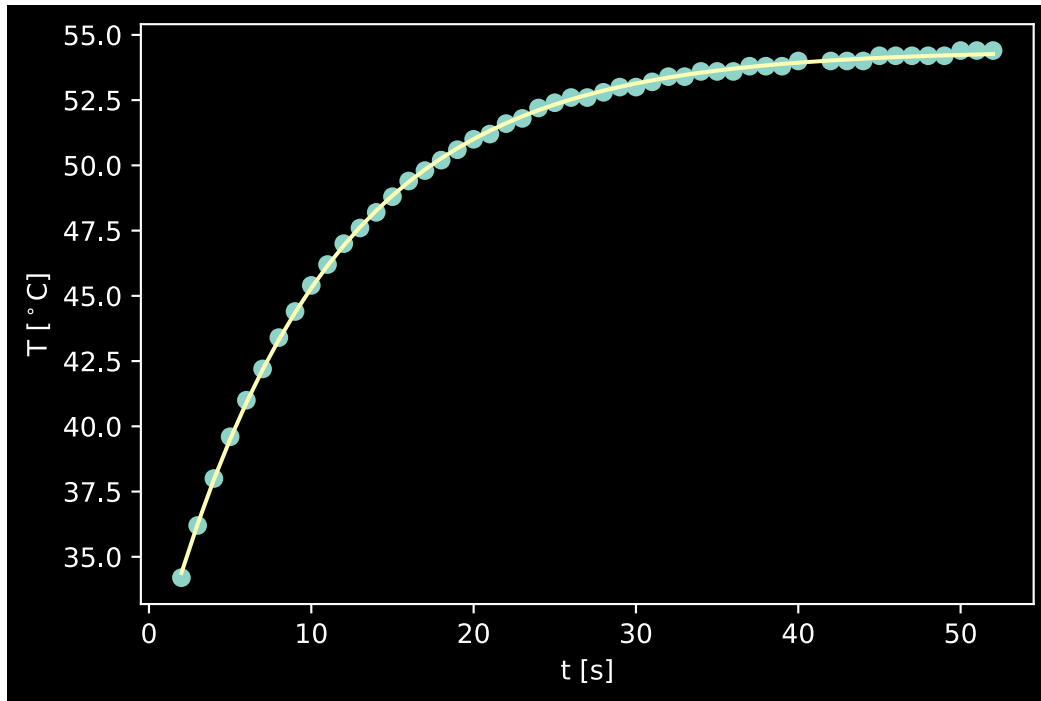
DT: risoluzione del termometro (distanza tra due tacche) [$^{\circ}$ C]

sT: incertezza (deviazione standard) su T [$^{\circ}$ C]

Eseguiamo un fit esponenziale sui dati, attraverso la funzione `curve_fit` della libreria `scipy`. `Curve_fit` riceve in ingresso una funzione (che, in questo caso restituisce un esponenziale), un vettore contenente gli istanti di tempo ad intervalli di 0.5s (asse x), un vettore contenente le temperature registrate (asse y), e un vettore con lo stesso numero di elementi dei vettori precedenti e contenente l'incertezza associata a ogni misura di temperatura. Assumendo una distribuzione uniforme nell'intervallo delle divisioni stimiamo tale incertezza come $\frac{DT}{\sqrt{12}}$. L'ultimo parametro di `curve_fit` viene dichiarato `TRUE` in modo da calcolare le incertezze assolute. `Curve_fit`, oltre a restituire un vettore con i valori dei parametri stimati (tra i quali a noi, in questa circostanza interessa solo τ), fornisce anche la matrice di covarianza tra i parametri stessi, dalla quale possiamo ricavare la varianza, e quindi la deviazione standard, di τ . Tale varianza rappresenta la varianza del parametro ottenuto da un fit su dati sintetici, ovvero dati costruiti prendendo la variabile T sulla curva di best fit e aggiuggendole una variabile gaussiana (Come calcolare l'incertezza generando dati sintetici sarà oggetto di una sezione del paragrafo successivo, per cui, sull'argomento, rimandiamo a 1.2 Calcolo calore specifico.)

Video 1, 1s

```
[7]: s = open("Datos12.txt").read().replace(",",".")
t,T = transpose(loadtxt(StringIO(s)))
DT= 0.2
dS=DT/sqrt(12)*np.ones_like(T)
def fit_func(t, tau,TF ,DeltaT):
    return TF - DeltaT*exp(-t/tau)
params,pcov12 = curve_fit(fit_func, t, T, sigma=dS, absolute_sigma=True)
tau12, T0, DeltaT = params
plot(t, T, "o")
plot(t, fit_func(t, tau12, T0, DeltaT))
xlabel("t [s]")
ylabel("T [$^{\circ}$C]")
plt.show()
```

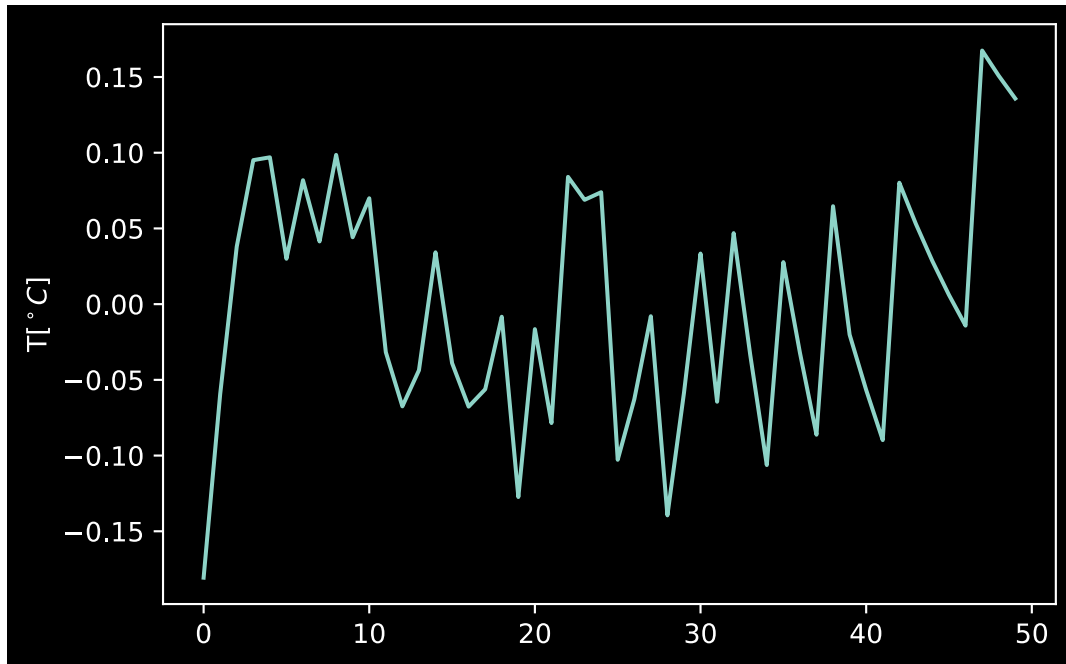


```
[8]: print("Parametro stimato per tau, con incertezza: %1f %1f" %(tau12, np.
      →sqrt(pcov12[0,0])))
      print("tau = %.2f +/- %.2f s" % (tau12, sqrt(pcov12[0,0])))
```

```
Parametro stimato per tau, con incertezza: 10.152235 0.037992
tau = 10.15 +/- 0.04 s
```

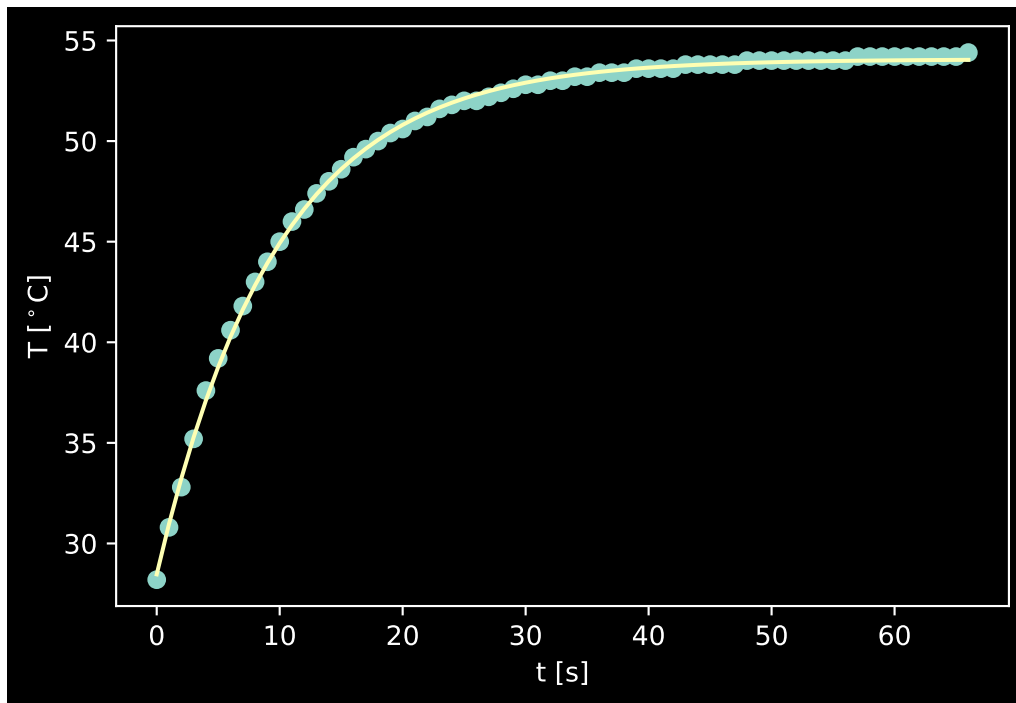
Analizzando i residui si può notare che gli scarti sono contenuti in un intervallo che è maggiore di quello che ci si aspetterebbe in base ai calcoli realizzati dal best fit. Inoltre, l'andamento di tali scarti non sembra puramente casuale, come invece dovrebbe essere se il modello utilizzato per interpolare i dati fosse corretto. Da questo osserviamo che, con buona probabilità, l'andamento della temperatura è più complicato di un esponenziale, motivo per cui i dati sperimentali si discostano dalla funzione teorica con un errore che è, evidentemente, non casuale.

```
[9]: Tfit = fit_func(t, tau12, T0, DeltaT)
      res = T-Tfit
      plot(res);
      ylabel("T[$^\circ$C]");
```



Video 2, 1 s

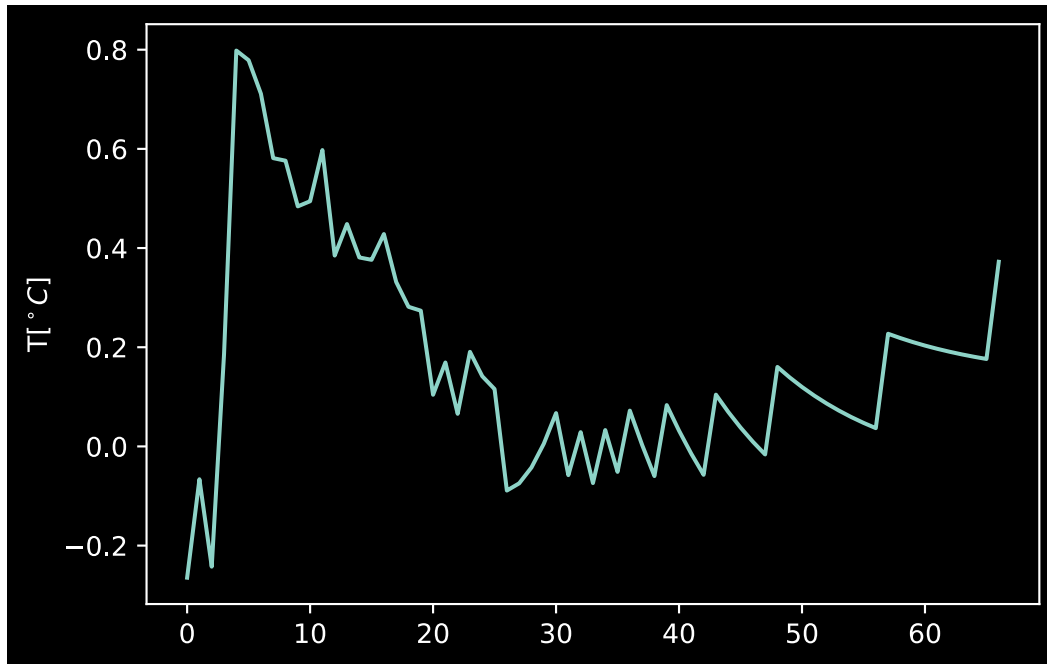
```
[10]: s = open("Datos22.txt").read().replace(",", ".")
t,T = transpose(loadtxt(StringIO(s)))
DT= 0.2
dS=DT/sqrt(12)*np.ones_like(T)
def fit_func(t, tau,TF ,DeltaT):
    return TF - DeltaT*exp(-t/tau)
params,pcov22 = curve_fit(fit_func, t, T,sigma=dS, absolute_sigma=True)
tau22, T0, DeltaT = params
plot(t, T, "o")
plot(t, fit_func(t, tau22, T0, DeltaT))
xlabel("t [s]")
ylabel("T [^\circ C]")
plt.show()
```



```
[11]: print("Parametro stimato per tau, con incertezza: %1f, %1f" %(tau22, np.
      ↪sqrt(pcov22[0,0])))
      print("tau = %.2f +/- %.2f s" % (tau22, sqrt(pcov22[0,0])))
```

```
Parametro stimato per tau, con incertezza: 9.705420, 0.024353
tau = 9.71 +/- 0.02 s
```

```
[12]: Tfit = fit_func(t, tau12, T0, DeltaT)
      res = T-Tfit
      plot(res);
      ylabel("T[$^\circ$ C$]");
```



Combiniamo le due stime di τ in un'unica stima attraverso la media pesata di tali stime con le incertezze come pesi:

```
[13]: N2 = tau12/pcov12[0,0]+tau22/pcov22[0,0]
      D2=1/pcov12[0,0]+1/pcov22[0,0]
      P2=1/sqrt(D2)
      print("tau = %.2f +/- %.2f s" % (N2/D2,P2 ))
      #####Tau  videos a 1.0s#####
```

tau = 9.84 +/- 0.02 s

1.2.4 Verifica dei risultati del fit attraverso la legge di raffreddamento di Newton

E' possibile calcolare analiticamente il valore di τ attraverso la legge di raffreddamento di Newton

$$\tau = \frac{C}{hA}$$

dove - C é la capacità termica del mercurio, che possiamo calcolare attraverso il calore specifico e la massa, il primo noto, la seconda ricavata dalla relazione $v\rho = m$, dove ρ è la densità del mercurio. Assumendo una forma cilindrica per il bulbo, chiamando l l'altezza e d il diametro, si ottiene che

$$C = cv\rho$$

- h é il coefficiente di convezione in acqua statica; - A é la superficie del bulbo.

Il seguente codice, a partire dai valori dati delle variabili interessate, calcola il valore di τ attraverso la legge di raffreddamento di Newton.

Dati c: Capacità termica del mercurio [$\frac{J}{KgK}$];
rho: Densità del mercurio [$\frac{Kg}{m^3}$];
l: altezza del bulbo [m];
d: diametro del bulco [m], per cui r sarà il raggio;
h: coefficiente di convezione in acqua statica [$\frac{W}{m^2K}$]

```
[14]: c = 140
rho = 1.3e4
l = 0.011
r = 0.003
h = 750
tau = c*r**2*np.pi*l*rho/(h*2*r*np.pi*l)
print("tau = %.1f s " % (tau))
```

tau = 3.6 s

1.2.5 Conclusioni

| τ stimato [s] | τ analitico [s] |
|--------------------|----------------------|
| 9.83 ± 0.02 | 3.6 |

Confrontando i valori ottenuti dalle misure con il valore di τ calcolato analiticamente notiamo che questi valori sono decisamente poco consistenti. Alla luce di questa inconsistenza ipotizziamo che il termometro con il quale abbiamo effettuato le misure non sia un termometro a mercurio.

1.3 1.2 Calcolo calore specifico

1.3.1 Relazione di base

Si considerino due sistemi termodinamici, un costituito da un solido, con temperatura T_s e di massa m_m , e uno costituito da un recipiente chiuso e dotato di pareti adiabatiche, riempito con acqua a temperatura T_a e massa M_a . Inserendo il sistema solido nell'acqua e misurando la temperatura con un termometro, si osserva una variazione del valore di questa grandezza che si porta ad un livello T_e intermedio tra la temperatura dell'acqua e la temperatura del solido. Come conseguenza di tale variazione cambierà anche il valore della funzione di stato energia interna dei due sistemi, costituenti un sistema unico dopo il mescolamento. Nello specifico, definendo ΔU_s e ΔU_a le variazioni di energia interna del sistema solido e dell'acqua, per il primo principio della termodinamica si avrà

- **Sistema Solido** $\Delta U_s = Q_s - L_s$
- **Acqua** $\Delta U_a = Q_a - L_a$
- **Solido + acqua** $\Delta U = \Delta U_{\{s\}} + \Delta U_{\{a\}} = (Q_{\{s\}} + Q_{\{a\}}) - (L_{\{s\}} + L_{\{a\}}) = 0$
Essendo rigide le pareti del sistema, non viene compiuto lavoro e

$$(L_s + L_a) = 0$$

per cui

$$(Q_s = -Q_a)$$

Definendo - c_m il calore specifico del materiale ; - c_a il calore specifico dell'acqua;
si può riscrivere la precedente formula come

$$m_m c_m (T_e - T_s) = M_a c_a (T_a - T_e)$$

In realtà, poichè il calorimetro non partecipa in egual misura alla trasformazione, si introduce una grandezza M^* , detta massa equivalente del calorimetro, il cui valore è $25 \pm 5g$ (Per una discussione circa questa grandezza, si veda Section ??; La formula utilizzata per la stima del calore specifico è dunque

$$c_m = c_a \frac{(M^* + M_a)(T_a - T_e)}{m_m(T_e - T_m)}$$

1.3.2 Procedimento di misura

- Selezionato uno dei materiali proposti, ne è stata misurata la massa;
- Il materiale selezionato è stato inserito in un bagno di acqua a temperatura ambiente. Successivamente ne è stata registrata la temperatura di equilibrio a termalizzazione avvenuta;
- E' stato preparato un bagno di acqua calda all'interno del calorimetro delle mescolanze, e dopo averne registrato la temperatura è stato immerso il materiale all'interno del calorimetro;
- A termalizzazione avvenuta, è stata registrata la temperatura di equilibrio.
Durante la misura l'apertura del calorimetro è stata tenuta chiusa con un tappo per ridurre la dispersione di calore con l'ambiente.
Questa sequenza di operazioni è stata ripetuta una volta per ciascun materiale.

1.3.3 Dati

c_a Calore specifico dell'acqua ($\frac{cal}{g^\circ C}$)

M_a Massa di acqua calda versata nel calorimetro (g)

DM_a Incertezza associata alla misura (g)

M_m Massa materiale (g)

DM_m Incertezza associata alla misura (g)

M_{eq} Equivalente in acqua del calorimetro (g)

DM_{eq} Incertezza associata alla misura (g)

T_a Temperatura dell'acqua calda ($^\circ C$)

DT_a Incertezza associata alla misura ($^\circ C$)

T_m Temperatura all'equilibrio ($^\circ C$)

DT_m Incertezza associata alla misura ($^\circ C$)

T_{eq} Temperatura all'equilibrio ($^\circ C$)

DT_{eq} Incertezza associata alla misura ($^\circ C$)

Per la stima delle incertezze sulle misure è stato preso l'errore casuale dovuto alla risoluzione finita dello strumento. Tale incertezza viene valutata come

$$\frac{I_s}{\sqrt{12}}$$

dove I_s rappresenta l'intervallo delle divisioni o della risoluzione dello strumento.

Le variabili utilizzate nel seguente codice sono degli array di tre elementi ciascuno, il primo dei quali contiene le misure del materiale 1, il secondo quelle del materiale 2, il terzo quelle del materiale 3.

```
[27]: Ma = np.array([202., 202.8, 200.7])
      DMa = 0.1/np.sqrt(12)*np.ones_like(Ma)
      Mm = np.array([79., 73.1, 194.4])
      DMm = 0.1/np.sqrt(12)*np.ones_like(Mm)
      Meq = 25.
      DMeq = 5.
      Ta = np.array([42.2, 40.8, 39.6])
      DTa = 0.2/np.sqrt(12)*np.ones_like(Ta)
      Tm = 28.2*np.ones_like(Ta)
      DTm = 0.2/np.sqrt(12)*np.ones_like(Tm)
      Teq = np.array([40.8, 39., 38.2])
      DTeq = 0.2/np.sqrt(12)*np.ones_like(Teq)
      print("Solido n°      Ma +/- DMA [g]: ")
      for i in range(0, 3):
          print("%i          %.2f +/- %.2f" %(i+1, Ma[i], DMA[i]))
      print("Solido n°      Mm +/- DMm [g]: ")
      for i in range(0, 3):
          print("%i          %.2f +/- %.2f" %(i+1, Mm[i], DMm[i]))
      print("Solido n°      Ta +/- DTa [°C]: ")
      for i in range(0, 3):
          print("%i          %.2f +/- %.2f" %(i+1, Ta[i], DTa[i]))
      print("Solido n°      Tm +/- DTm [°C]: ")
      for i in range(0, 3):
          print("%i          %.2f +/- %.2f" %(i+1, Tm[i], DTm[i]))
      print("Solido n°      Teq +/- DTeq [°C]: ")
      for i in range(0, 3):
          print("%i          %.2f +/- %.2f" %(i+1, Teq[i], DTeq[i]))
```

```
Solido n°      Ma +/- DMA [g]:
1              202.00 +/- 0.03
2              202.80 +/- 0.03
3              200.70 +/- 0.03
Solido n°      Mm +/- DMm [g]:
1              79.00 +/- 0.03
2              73.10 +/- 0.03
3              194.40 +/- 0.03
Solido n°      Ta +/- DTa [°C]:
1              42.20 +/- 0.06
2              40.80 +/- 0.06
3              39.60 +/- 0.06
Solido n°      Tm +/- DTm [°C]:
1              28.20 +/- 0.06
2              28.20 +/- 0.06
```

| | |
|-----------|--------------------|
| 3 | 28.20 +/- 0.06 |
| Solido n° | Teq +/- DTeq [°C]: |
| 1 | 40.80 +/- 0.06 |
| 2 | 39.00 +/- 0.06 |
| 3 | 38.20 +/- 0.06 |

Calore specifico acqua

Con $4.18J = 1ca$

[16]: `ca = 1.`

Calcolo Per il calcolo delle incertezze Dcm è stata utilizzata la formula di propagazione delle incertezze (ricavata sviluppando in serie di Taylor la funzione che lega cm alle variabili Meq , Ma , ca , Ta , Teq , Mm , Tm intorno al valore medio:

$$\delta_{cm} = \sqrt{\left(\frac{\partial cm}{\partial Meq} \delta Meq\right)^2 + \left(\frac{\partial cm}{\partial Ma} \delta Ma\right)^2 + \left(\frac{\partial cm}{\partial Ta} \delta Ta\right)^2 + \left(\frac{\partial cm}{\partial Teq} \delta Teq\right)^2 + \left(\frac{\partial cm}{\partial Mm} \delta Mm\right)^2 + \left(\frac{\partial cm}{\partial Tm} \delta Tm\right)^2}$$

[17]:

```
cm = (Meq + Ma)*ca*(Ta-Teq)/(Mm*(Teq-Tm))
Dcm_Meq = ca*(Ta - Teq)/(Mm*(Teq-Tm))
Dcm_Ma = ca*(Ta - Teq)/(Mm*(Teq-Tm))
Dcm-Ta = (Meq+Ma)*ca/(Mm*(Teq-Tm))
Dcm_Teq = (Meq + Ma)*(Tm-Ta)*ca/(Mm*(Teq-Tm)**2)
Dcm_Teqq = (Meq + Ma)*ca/(Mm)*(Tm + Ta)/((Teq- Tm)**2)
Dcm_Mm = - (Meq + Ma)*ca*(Ta-Teq)/((Teq-Tm)*Mm**2)
Dcm_Tm = (Meq + Ma)*ca*(Ta-Teq)/(Mm*(Teq - Tm)**2)
Dcm = np.sqrt(Dcm_Meq**2*DMeq**2 + Dcm_Ma**2*DMa**2 + Dcm-Ta**2*DTa**2 +
↳Dcm_Teq**2*DTeq**2 + Dcm_Mm**2*DMm**2 + Dcm_Tm**2*DTm**2)
print("Solido n°      cm [°C]: ")
for i in range(0, 3):
    print("%i          %.2f" %(i+1, cm[i]))
print("Solido n°      Dcm [°C]: ")
for i in range(0, 3):
    print("%i          %.2f" %(i+1, Dcm[i]))
print("Solido n°      Dcm/cm [°C]: ")
for i in range(0, 3):
    print("%i          %.2f" %(i+1, (Dcm[i]/cm[i])))
```

| | |
|-----------|--------------|
| Solido n° | cm [°C]: |
| 1 | 0.32 |
| 2 | 0.52 |
| 3 | 0.16 |
| Solido n° | Dcm [°C]: |
| 1 | 0.02 |
| 2 | 0.03 |
| 3 | 0.01 |
| Solido n° | Dcm/cm [°C]: |

| | |
|---|------|
| 1 | 0.07 |
| 2 | 0.05 |
| 3 | 0.07 |

1.3.4 Incertezze con metodo 2

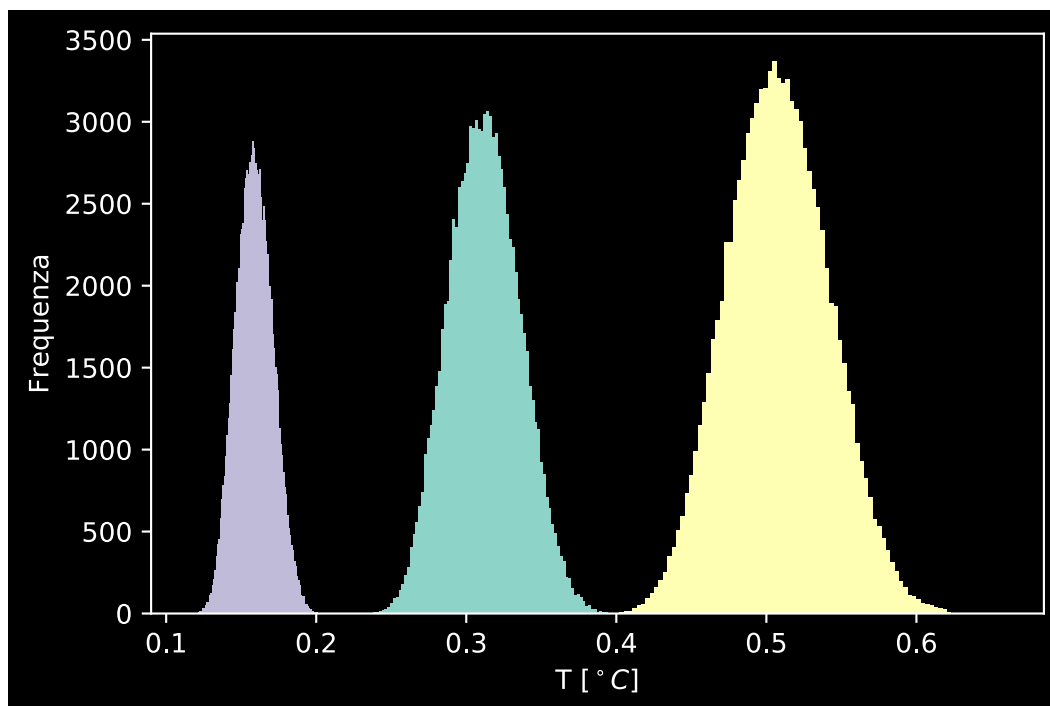
commentare, spiegare perchè viene diverso da metodo 1

```
[18]: for x in range(0,3):
    Tsa = Ta[x] + 0.2*(rand(100000)-0.5)
    Tse = Teq[x] + 0.2*(rand(100000)-0.5)
    Tsm = Tm[x] + 0.2*(rand(100000)-0.5)
    Msa = Ma[x] + 0.2*(rand(100000)-0.5)
    Mse = Meq + 10.*(randn(100000)-0.5)
    Msm = Mm[x] + 0.2*(rand(100000)-0.5)
    R = (Tsa - Tse)/(Tse-Tsm)
    Mtot = Mse + Msa
    csm = Mtot*R/Msm
    print("sigma [%.2f]" % (stdev(csm)))
    hist(csm, bins=100);
    xlabel("T [$^\circ$C]")
    ylabel("Frequenza")
```

sigma [0.02]

sigma [0.03]

sigma [0.01]



1.3.5 Conclusioni

Riportiamo in una tabella i calori specifici stimati con l'incertezza, nelle due unità di misura $\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ e $\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, con il valore dell'incertezza relativa definita come $\frac{\Delta x}{x}$

| Materiali | Calore specifico \pm incertezza $[\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}]$ | Calore specifico \pm incertezza $[\frac{\text{J}}{\text{kgK}}]$ | Errore relativo $\frac{\Delta x}{x}$ |
|-----------------|---|---|--------------------------------------|
| Parallelepipedo | 0.32 ± 0.02 | 1.33 ± 0.08 | 7% |
| Pietra | 0.52 ± 0.03 | 2.17 ± 0.13 | 5% |
| Cilindro | 0.16 ± 0.01 | 0.66 ± 0.04 | 7% |

In base a considerazione qualitative, prima delle misure stesse avevamo supposto che il materiale del parallelepipedo fosse l'alluminio, mentre per quello del cilindro l'ottone. Per il secondo corpo, abbiamo considerato che si trattasse di un blocco di pietra. Nella seguente tabella sono riportati i calori specifici di questi materiali. Per la pietra riportiamo una media dei calori specifici delle varie tipologie di pietre (non essendo in grado di riconoscerne una come quella costituente il solido utilizzato in laboratorio):

| Materiali | Calori specifici reali $[\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}]$ |
|-----------|--|
| Alluminio | 0.215 |
| Pietra | 0.210 |
| Ottone | 0.09 |

Confrontando questi valori con quelli misurati in laboratorio, notiamo che le misure, per quanto abbastanza precise (nel senso che l'incertezza relativa è abbastanza piccola), non sono molto accurate, ma risultano, più o meno significativamente, sovrastimate. Riteniamo che la causa di questi risultati sia l'effetto di errori sistematici di cui sono affette le misure a causa della procedura scelta: infatti, consideriamo come fattori che possono costituire una fonte di errore: 1. Scambi di calore tra il solido e l'ambiente nel momento in cui questo viene portato fuori dal calorimetro in cui era stato inizialmente inserito;

2. Scambi di calore tra il calorimetro e l'ambiente nel momento in cui viene tolto il tappo per immergere il solido all'interno; 3. Scambi di calore tra il calorimetro e l'ambiente anche a calorimetro chiuso (ovvero, non perfetta adiabaticità del calorimetro); 4. Taratura degli strumenti.

Quella che proponiamo di seguito è una procedura alternativa che permetterebbe di ridurre, almeno, gli effetti dovuti agli errori (1) e (2):

- Si immerge il materiale nel calorimetro riempito con acqua calda a temperatura T_1 ;
- Si versa dell'acqua fredda, a temperatura T_2 attraverso uno dei buchi presenti sul coperchio del calorimetro, mediante l'uso di un imbuto;
- Si smette di versare acqua quando la temperatura raggiunta dal bagno è una temperatura intermedia tra T_1 ; Ancora meglio sarebbe utilizzare per la massa di acqua da versare nel

calorimetro delle mescolenze, un recipiente con un migliore isolamento termico.

1.4 1.3 Calcolo del calore latente di fusione del ghiaccio

1.4.1 Relazione di base

Come spiegato per l'esperimento 1.2.

1.4.2 Procedimento di misura

....

1.4.3 Dati

```
[24]: Ma = 200.5
      DMa = 0.1/np.sqrt(12)
      Mg = 70.7
      DMg = 0.1/np.sqrt(12)
      Ta = 40.
      DTa = 0.2/np.sqrt(12)
      Teq= 13.4
      DTeq = 0.2/np.sqrt(12)
      Tf= 0
```

Calcolo

```
[25]: L = ((Meq+Ma)*ca*(Ta-Teq)-ca*Mg*(Teq-Tf))/Mg
      DL_Meq = ca*(Ta-Teq)/Mg
      DL_Ma = ca*(Ta-Teq)/Mg
      DL_Ta = ca*(Meq+Ma)/Mg
      DL_Teq = - ca*(Meq + Ma + Mg)/Mg
      DL_Mg = -((Meq+Ma)*ca*(Ta-Teq))/Mg**2
      DL = np.
      ↪sqrt(DL_Meq**2*DMeq**2+DL_Ma**2*DMa**2+DL_Ta**2*DTa**2+DL_Teq**2*DTeq**2+DL_Mg**2*DMg**2)
      print("Lambda = %.1f cal/g" %(L))
      print("Incertezza = %.1f cal/g" %(DL))
```

Lambda = 73.2 cal/g

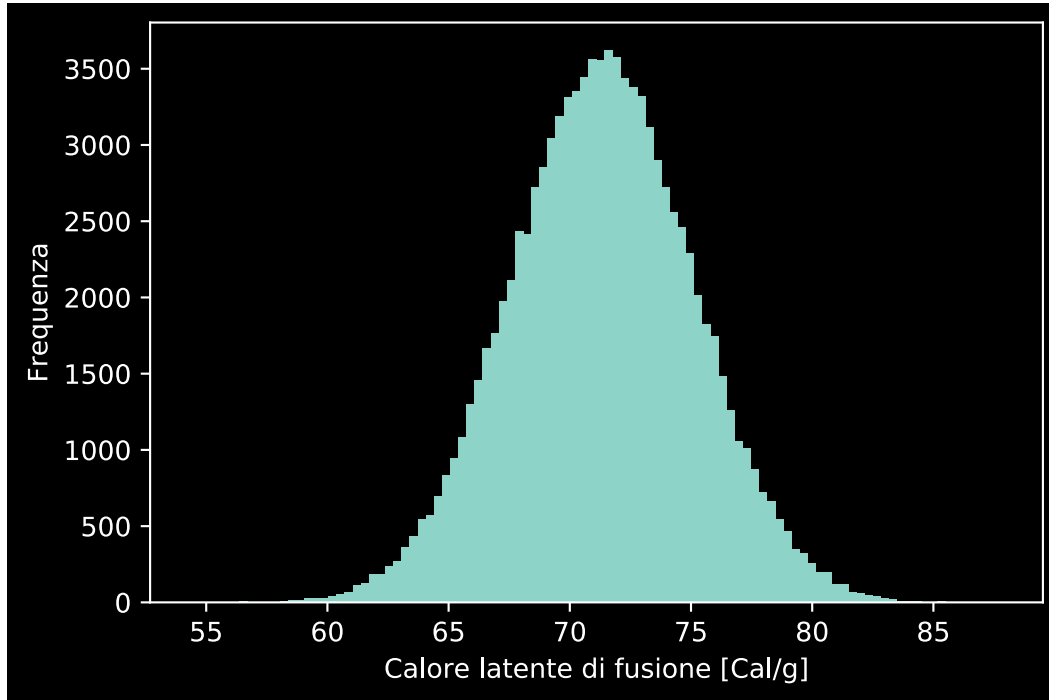
Incertezza = 1.9 cal/g

1.4.4 Incertezze con il metodo 2

```
[26]: Msa = Ma + 0.2*(rand(100000)-0.5)
      Msg = Mg + 0.2*(rand(100000)-0.5)
      Tsa = Ta + 0.2*(rand(100000)-0.5)
      Tse = Teq + 0.2*(rand(100000)-0.5)
      Mse = Meq + 10.*(randn(100000)-0.5)
      L = ((Mse+Msa)*ca*(Tsa-Tse)-ca*Msg*(Tse-Tf))/Msg
      hist(L, bins=100);
```

```
xlabel("Calore latente di fusione [Cal/g]")
ylabel("Frequenza")
print("sigma [%.2f]" % (stdev(L)))
```

sigma [3.76]



1.4.5 Conclusione

Migliorare la stima: bisognerebbe tenere conto che la temperatura da cui parte il ghiaccio non è 0 ma: secondo spiegazione professore minore perché sta nel polistirolo secondo i dati, maggiore (forse perché nel trasportarla fuori dal polistirolo e pesarla c'è stato qualche scambio di calore).

1.5 1.4 Verifica dell'equivalente in acqua del calorimetro

1.5.1 Relazione di base

Negli esperimenti precedenti per calcolare il calore specifico dei tre materiali (esperimento 1.2) e il calore latente di fusione del ghiaccio, per una stima più corretta si è tenuto conto del fatto che il sistema termodinamico costituito dall'oggetto (oppure dal ghiaccio) e l'acqua non sono gli unici a scambiare calore; il calorimetro stesso, (o meglio una sua frazione) infatti, partecipa a questi scambi termici, ed è dunque necessario considerare anche la capacità termica del calorimetro C_{cal} . Per questo motivo, la formula corretta per il calcolo del calore specifico di un materiale con capacità termica C_m e temperatura T_m , che immerso in un bagno di acqua a temperatura T_a raggiunge una temperatura di equilibrio T_e , è data da

$$(C_{cal} + C_a)(T_a - T_e) = C_m(T_e - T_m)$$

Invece di considerare la capacità termica C_{cal} , moltiplicando e dividendo il primo membro per il calore specifico dell'acqua c_a il risultato dell'operazione $\frac{C_{cal}}{c_a}$ è una grandezza che ha le dimensioni di una massa, che chiamiamo massa equivalente M^* . Tale massa rappresenta la massa di acqua che ha la stessa capacità termica di quella parte di calorimetro che partecipa agli scambi termici. Si arriva dunque alla formula utilizzata nell'esperimento 1.2

$$(M^* + M_a)c_a(T_a - T_e) = M_m c_m(T_e - T_m)$$

Una possibile strategia per misurare il termine M^* è versare all'interno del calorimetro un materiale il cui calore specifico sia noto, come, per esempio, una massa di acqua M_2 a temperatura T_2 ; chiamando M_1 la massa dell'acqua contenuta nel calorimetro con temperatura T_1 , si ottiene la formula che corrisponde a quella da noi utilizzata nel codice ... seguente...

$$(M^* + M_1)c_a(T_1 - T_e) = M_2 c_m(T_e - T_2)$$

1.5.2 Procedimento di misura

- Si riempie il calorimetro delle mescolanze con una massa M_1 di acqua a temperatura T_1 ;
- Si prepara in un contenitore (nel nostro caso, il secondo calorimetro), una massa di acqua M_2 a temperatura T_2 ;
- Si versa l'acqua a temperatura T_2 nel calorimetro delle mescolanze e si registra la temperatura di equilibrio T_e che viene raggiunta dal sistema. ### Dati Ma1 massa acqua nel calorimetro delle mescolanze (g);
DM_Ma1 incertezza massa acqua nel calorimetro delle mescolanze (g);
Ma2 massa acqua nel secondo calorimetro (g);
DMa2 incertezza massa acqua nel secondo calorimetro (g);
Ta1 Temperatura dell'acqua nel primo calorimetro (°C);
DTa1 Incertezza temperatura dell'acqua nel primo calorimetro (°C);
Ta2 Temperatura dell'acqua nel secondo calorimetro (°C);
DTa2 Incertezza temperatura dell'acqua nel secondo calorimetro (°C);
Teq Temperatura dell'acqua all'equilibrio (°C);
DTeq Incertezza temperatura dell'acqua all'equilibrio (°C);

```
[22] : Ma1 = 201.2
      DMa1= 0.1/np.sqrt(12)
      Ma2 = 31.2
      DMa2= 0.1/np.sqrt(12)
      Ta1 = 40.4
      DTa1= 0.2/np.sqrt(12)
      Ta2 = 23.6
      DTa2= 0.2/np.sqrt(12)
      Teq = 38.4
      DTeq= 0.2/np.sqrt(12)
```

Calcoli

```
[23] : Meq = Ma2*(Teq - Ta2)/(Ta1 - Teq) - Ma1
      DM_Ma1 = -1
      DM_Ma2 = (Teq - Ta2)/(Ta1 - Teq)
```

```

DM_Ta1 = -Ma2*(Teq - Ta2)/(Ta1 - Teq)**2
DM_Ta2 = -Ma2/(Ta1 - Teq)
DM_Teq = Ma2/(Ta1 - Teq)
DM = np.
    ↪sqrt(DM_Teq**2*DTeq**2+DM_Ma1**2*Dma1**2+DM_Ta1**2*DTa1**2+DM_Ta2**2*DTa2**2+DM_Ma2**2*Dma2**2)
print(Meq)
print(DM)

```

29.67999999999995

6.788974787599866

Possibile spiegazione: siccome la massa equivalente è definita come la massa di acqua che ha la stessa capacità termica di quella parte di calorimetro che partecipa agli scambi, se la massa mi viene negativa potrebbe volere dire che, per i valori inseriti, la massa di calorimetro che partecipa agli scambi è praticamente inconsistente, cioè ci sta una soglia minima di volume che deve essere riempito affinché il calorimetro partecipi agli scambi.

1.6 Appendice

1.6.1 Tabella dati esperimento 1

1.7 Video 1, 1s

| Tempo | Temperatura |
|-------|-------------|
| 0 | 28.2 |
| 1 | – |
| 2 | 34.2 |
| 3 | 36.2 |
| 4 | 38 |
| 5 | 39.6 |
| 6 | 41 |
| 7 | 42.2 |
| 8 | 43.4 |
| 9 | 44.4 |
| 10 | 45.4 |
| 11 | 46.2 |
| 12 | 47 |
| 13 | 47.6 |
| 14 | 48.2 |
| 15 | 48.8 |
| 16 | 49.4 |
| 17 | 49.8 |
| 18 | 50.2 |
| 19 | 50.6 |
| 20 | 51 |
| 21 | 51.2 |
| 22 | 51.6 |
| 23 | 51.8 |

| Tempo | Temperatura |
|-------|-------------|
| 24 | 52.2 |
| 25 | 52.4 |
| 26 | 52.6 |
| 27 | 52.6 |
| 28 | 52.8 |
| 29 | 53 |
| 30 | 53 |
| 31 | 53.2 |
| 32 | 53.4 |
| 33 | 53.4 |
| 34 | 53.6 |
| 35 | 53.6 |
| 36 | 53.6 |
| 37 | 53.8 |
| 38 | 53.8 |
| 39 | 53.8 |
| 40 | 54 |
| 41 | 54 |
| 42 | 54 |
| 43 | 54 |
| 44 | 54 |
| 45 | 54.2 |
| 46 | 54.2 |
| 47 | 54.2 |
| 48 | 54.2 |
| 49 | 54.2 |
| 50 | 54.4 |
| 51 | 54.4 |
| 52 | 54.4 |

1.8 Video 2 , 1s

| Tempo | Temperatura |
|-------|-------------|
| 0 | 28.2 |
| 1 | 30.8 |
| 2 | 32.8 |
| 3 | 35.2 |
| 4 | 37.6 |
| 5 | 39.2 |
| 6 | 40.6 |
| 7 | 41.8 |
| 8 | 43 |
| 9 | 44 |
| 10 | 45 |
| 11 | 46 |

| Tempo | Temperatura |
|-------|-------------|
| 12 | 46.6 |
| 13 | 47.4 |
| 14 | 48 |
| 15 | 48.6 |
| 16 | 49.2 |
| 17 | 49.6 |
| 18 | 50 |
| 19 | 50.4 |
| 20 | 50.6 |
| 21 | 51 |
| 22 | 51.2 |
| 23 | 51.6 |
| 24 | 51.8 |
| 25 | 52 |
| 26 | 52 |
| 27 | 52.2 |
| 28 | 52.4 |
| 29 | 52.6 |
| 30 | 52.8 |
| 31 | 52.8 |
| 32 | 53 |
| 33 | 53 |
| 34 | 53.2 |
| 35 | 53.2 |
| 36 | 53.4 |
| 37 | 53.4 |
| 38 | 53.4 |
| 39 | 53.6 |
| 40 | 53.6 |
| 41 | 53.6 |
| 42 | 53.6 |
| 43 | 53.8 |
| 44 | 53.8 |
| 45 | 53.8 |
| 46 | 53.8 |
| 47 | 53.8 |
| 48 | 54 |
| 49 | 54 |
| 50 | 54 |
| 51 | 54 |
| 52 | 54 |
| 53 | 54 |
| 54 | 54 |
| 55 | 54 |
| 56 | 54 |
| 57 | 54.2 |

| Tempo | Temperatura |
|-------|-------------|
| 58 | 54.2 |
| 59 | 54.2 |
| 60 | 54.2 |
| 61 | 54.2 |
| 62 | 54.2 |
| 63 | 54.2 |
| 64 | 54.2 |
| 65 | 54.2 |
| 66 | 54.4 |