REPORTÁ UN ERROR

ÚLTIMA VEZ ACTUALIZADO 30 MAYO, 2017 POR ISABEL PUSTILNIK Y FEDERICO GÓMEZ 6 COMENTARIOS

Buscar en este sitio v

Ecuaciones del plano

Deducción de la ecuación general del plano

Dada una dirección en \mathbb{R}^3 , existen infinitos planos perpendiculares a la misma. Si conocemos además un punto del plano, éste queda determinado de forma única.

Nos proponemos hallar la ecuación del plano π que pasa por $P_0\left(x_0,y_0,z_0\right)$ y es perpendicular al vector $\vec{n}=(a,b,c)$. El vector \vec{n} se denomina $vector\ normal\ del$ plano.

ACTUALIZACIONES RECIENTES

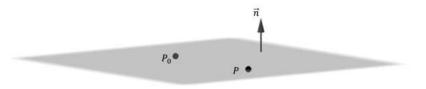
Primer Parcial Resuelto de AGA [13-09-2019]

Segundo Parcial Resuelto de AGA [21-06-2019]

Segundo Parcial Resuelto de AGA [10-11-2018]

Segundo Parcial Resuelto de AGA [23-06-2018]

Primer Parcial Resuelto de AGA [05-05-2018]



¿Qué condición debe cumplir un punto $P\left(x,y,z\right)$ para estar en el plano π ? Si armamos el vector $\overrightarrow{P_0P}$, éste

COMENTARIOS RECIENTES

FEDERICO en

Introducción a vectores

en R3

Julián Oter en

Diagonalización

$$(x-x_0, y-y_0, z-z_0).(a, b, c) = 0$$

$$\omega = \omega_0$$
, $g = g_0$, $\omega = \omega_0$, $(\omega, \omega, \omega) = \omega$

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

$$ax + by + cz + \underbrace{(-ax_0 - by_0 - cz_0)}_{d} = 0$$

YANIS YULEISI PENATA

BENITEZ en Espacios y

subespacios vectoriales

$$ax + by + cz + d = 0$$

Ecuación general o implío

Ejemplo

Hallar la ecuación del plano perpendicular al vector $\vec{n}=(3,2,1)$ que pasa por el punto $P_0\left(1,1,-1\right)$.

Las componentes de \vec{n} nos indican los coeficientes a,b y c de la ecuación del plano:

$$\pi: 3x + 2y + z + d = 0$$

¿Cómo hallamos d?

El punto debe verificar la ecuación, entonces reemplazamos P_0 y obtenemos el coeficiente que faltaba:

$$3.1 + 2.1 - 1 + d = 0 \implies d = -4$$

Así obtenemos la ecuación del plano:

$$\pi: 3x + 2y + z - 4 = 0$$

ARCHIVOS

septiembre 2019

junio 2019

noviembre 2018

julio 2018

mayo 2018

noviembre 2017

septiembre 2017

junio 2017

abril 2017

diciembre 2016

noviembre 2016

octubre 2016

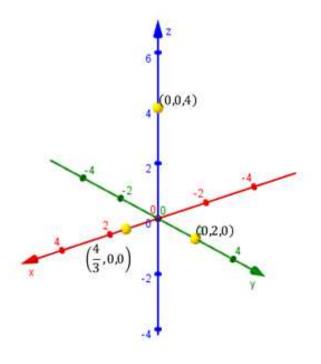
septiembre 2016

agosto 2016

ejes coordenados:

Para hallar la intersección con el eje x, debemos plantear y=z=0 y despejar el valor de x. Análogamente para las otras intersecciones, tal como se muestra en el siguiente cuadro:

Ejes coordenados	Punto de intersección del plano con el eje		
$Eje\ x:\ y=z=0$	$(\frac{4}{3}, 0, 0)$		
Eje y: $x = z = 0$	(0,2,0)		
Eje z: $x = y = 0$	(0,0,4)		



Cónicas, parametrización y superficies cuádricas

Espacios vectoriales

Matrices y determinantes

Números complejos

Parte 1

Parte 2

Primer parcial resuelto

Segundo parcial resuelto

Sin categoría

Sistemas de ecuaciones

Transformaciones

lineales

Vectores, recta y plano.

DESCARGA DE PDFS

PDF Unidad 1

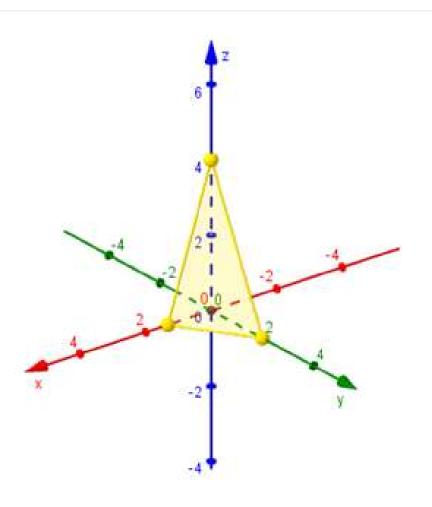
PDF Unidad 1

PDF Unidad 2

PDF Unidad 2

PDF Unidad 3

PARTE 1 PARTE 2 EXÁMENES INFO 2021 (PRIMER CUATRIMESTRE) CONTACTANOS!
REPORTÁ UN ERROR



Mostramos una gráfica del plano realizada con GeoGebra: PDF Unidad 6
PDF Unidad 6
PDF Unidad 7
PDF Unidad 7
PDF Unidad 7
PDF Unidad 8
PDF Unidad 8
PDF Unidad 9
PDF Unidad 9

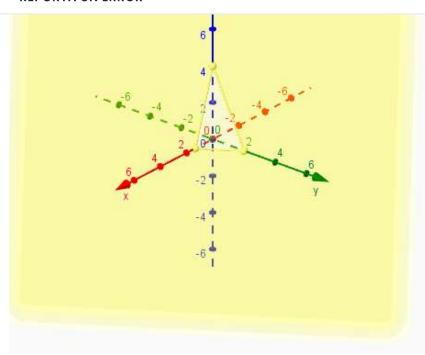
UNIDAD 3

Espacios vectoriales

En las unidades
anteriores vimos que el
álgebra de vectores y el
álgebra de matrices
presentan similitudes.
Pudimos observar que las
propiedades de la suma
(de vectores o de
matrices) y del producto
por un escalar son

PARTE 1 PARTE 2 EXÁMENES INFO 2021 (PRIMER CUATRIMESTRE) CONTACTANOS!

REPORTÁ UN ERROR



concepto de vector a

partir de estas

propiedades en común

que hemos señalado para

vectores geométricos y

matrices.

Las siguientes preguntas nos ayudarán a focalizar el eje de esta unidad:

¿En qué se parecen los vectores geométricos, las matrices y los polinomios? ¿Qué propiedades comunes pueden detectarse en estos objetos de diferente naturaleza y variadas aplicaciones?

De esto se trata nuestra tercera unidad, donde se desarrollan conceptos centrales del álgebra lineal: espacios vectoriales, base,

Ejemplo

Dados los puntos R(1,2,3) y S(3,-1,2), encontrar la ecuación del plano que corta perpendicularmente al segmento RS en su punto medio.

Resolución

Busquemos las coordenadas del punto medio:

$$M = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+(-1)}{2}, \frac{3+2}{2}\right) = \left(2, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

Como el plano corta perpendicularmente al segmento RS, podemos tomar \overrightarrow{RS} como vector normal del

$$\beta: 2x-3y-1z+d=0$$

Para hallar d reemplazamos el punto M:

$$2.2-3.\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + d = 0 \implies d = 0$$

Y así obtenemos la ecuación buscada:

$$\beta$$
: $2x-3y-z=0$

Este plano pasa por el origen, o sea que interseca a los tres ejes en (0,0,0). Necesitamos al menos dos puntos más para graficarlo.

Para facilitar el gráfico podemos elegir puntos que estén sobre los planos coordenados. Por ejemplo y=0 .

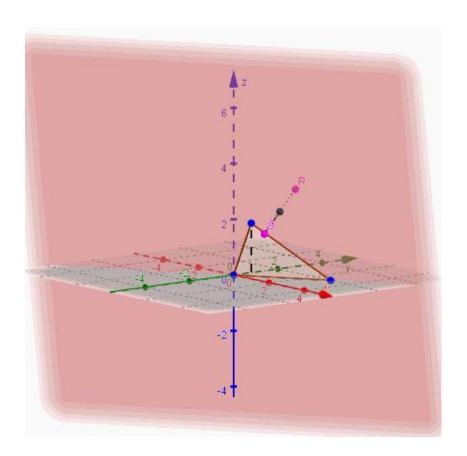
$$\Rightarrow 2x - z = 0 \Rightarrow z = 2x$$

Entonces haciendo que x=1 debe ser z=2, y obtenemos el punto $P_{1}\left(1,0,2\right)$

Para tomar otro punto del plano podemos hacer que z=0

$$\Rightarrow 2x - 3y = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

PARTE 1 PARTE 2 EXÁMENES INFO 2021 (PRIMER CUATRIMESTRE) CONTACTANOS!
REPORTÁ UN ERROR



Ejemplo

Dados $A\left(4,5,2\right),\ B\left(1,3,4\right), C\left(2,2,5\right)$ hallar, si es posible, el plano que contiene a los tres puntos.

Habíamos dicho que tres puntos no alineados determinan un único plano que los contiene.

Hagamos una figura de análisis:

com los tres puntos, podemos armar dos vectores, por ejemplo:

$$\overrightarrow{AB} = (-3, -2, 2)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2, -3, 3)$$

El vector normal debe ser perpendicular a ambos vectores cómo muestra la siguiente figura:



¿Qué operación nos permite hallar un vector perpendicular a otros dos?

$$(\overrightarrow{AB} imes \overrightarrow{AC} = (0,5,5)$$

¿Qué resultado habríamos obtenido si A, B y C estuvieran alineados?

El vector (0,5,5) es perpendicular al plano que buscamos, entonces podemos tomar $\vec{n}=(0,5,5)$ y escribir la ecuación del plano:

$$\alpha: 5y + 5z + d = 0$$

Lucgo.

$$5y + 5z - 35 = 0$$

Podemos dividir por 5 ambos miembros:

$$\alpha: y + z - 7 = 0$$

El lector puede comprobar que los puntos $B \neq C$ verifican esta ecuación.

Busquemos las intersecciones con los ejes para graficar el plano:

$$y = z = 0 \Rightarrow -7 = 0$$
 Absurdo

Entonces α no corta al eje x.

¿En qué punto corta al eje y? (0,7,0)

¿Y al eje
$$z$$
? $(0,0,7)$

Observemos que el plano contiene a todos los puntos de la forma (x,7,0) con $x\in\mathbb{R}.$

Lo mismo ocurre con los puntos del tipo (x,0,7) con $x\in\mathbb{R}.$

REPORTÁ UN ERROR



Podemos observar entonces que:

$$a = 0 \Rightarrow el \ plano \ es \parallel \ al \ eje \ x$$

Ecuación segmentaria del plano

Dada la ecuación general de un plano:

$$\pi: \ ax + by + cz + d = 0$$

Si a,b,c,d son distintos de cero, es posible obtener otra ecuación del plano como sigue:

$$ax + by + cz = -d$$

$$\frac{a}{-d}x + \frac{b}{-d}y + \frac{c}{-d}z = 1$$

$$rac{x}{\left(-rac{d}{a}
ight)}+rac{y}{\left(-rac{d}{b}
ight)}+rac{z}{\left(-rac{d}{c}
ight)}=1$$

Si llamamos $p=-rac{d}{a}$, $q=-rac{d}{b}$, $r=-rac{d}{c}$

Resulta:

$$rac{x}{p} + rac{y}{q} + rac{z}{r} = 1$$
 Ecuación segmentaria del plat

¿Cuál es la intersección con el eje y?

¿Y con el eje z?

Podemos observar que p, q y r indican las intersecciones con los ejes.

Ejemplo

$$2x - 3y + z - 6 = 0$$

$$2x - 3y + z = 6$$

$$\frac{2x}{6} - \frac{3y}{6} + \frac{z}{6} = 1$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1$$

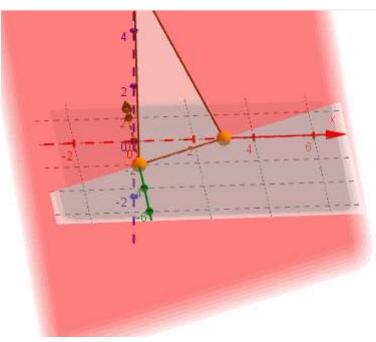
Esta ecuación parece segmentaria pero no lo es por el signo negativo. La reescribimos así:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{6} = 1$$
 Ecuación segmentaria

La ecuación segmentaria es práctica para graficar un plano porque muestra los tres puntos de corte con los ejes:

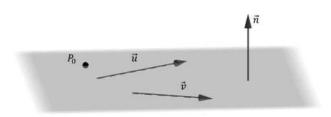
PARTE 1 PARTE 2 EXÁMENES INFO 2021 (PRIMER CUATRIMESTRE) CONTACTANOS!





Ecuación vectorial paramétrica del plano

Dados dos vectores $\vec{u}=(u_1,u_2,u_3)$ y $\overrightarrow{v}=(v_1,\ v_2,\ v_3)$ no paralelos y un punto $P_0\ (x_0,\ y_0,\ z_0)$, nos proponemos hallar la ecuación del plano π que pasa por P_0 y es paralelo a \overrightarrow{u} y \overrightarrow{v} .



remendo n y el punto r_0 , podemos nanar la ecuación implícita o general del plano π como habíamos visto previamente.

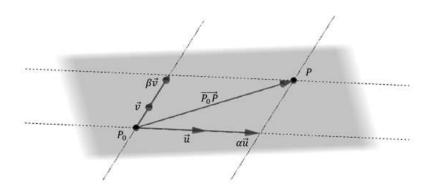
Obtendremos a continuación otro tipo de ecuación del plano, cuya deducción se basa en el concepto de combinación lineal de vectores, tal cómo vimos en el ejemplo.

Si $P\left(x,y,z\right)$ es un punto cualquiera del plano π , los vectores $\overrightarrow{P_0P}$, $\vec{u}~y~\vec{v}$ son coplanares

Entonces

$$\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R} \mid \overrightarrow{P_0P} = \alpha \ \vec{u} + \beta \ \vec{v}$$

Esto significa que el vector $\overrightarrow{P_0P}$ puede expresarse como combinación lineal de \overrightarrow{u} y \overrightarrow{v} , como se muestra en la figura:



$$(x\!\!-\!x_0\;,\;y\!\!-\!y_0,z\!\!-\!z_0)=\alpha.\left(u_1,u_2,u_3\right)\;+\beta\;\left(v_1,v_2,v_3\right)$$

O en notación vectorial:

$$(x,y,z) = \overrightarrow{OP_0} + lpha.\,ec{u} + eta.\,ec{v} \hspace{0.5cm} Ecuaci\'{o}n \; vectorial \; po$$

Ejemplo

Armar la ecuación vectorial paramétrica del plano paralelo a $\vec{u}=(3,-1,5)$ y $\vec{v}=(7,3,2)$ que pasa por el punto $P_0\left(0,-1,8\right)$.

De acuerdo con lo que hemos visto, tenemos toda la información para escribir la ecuación vectorial paramétrica:

$$(x, y, z) = (0, -1, 8) + \alpha (3, -1, 5) + \beta (7, 3, 2)$$
, con

Nota: Para cada α y $\beta \in \mathbb{R}$ se obtiene un punto del plano. Por ejemplo si $\alpha=1$ y $\beta=-1$ se obtiene el punto $(x,y,z)=(-4,-5,\ 11).$

Busquemos ahora la ecuación general de este plano.

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = (3, -1, 5) \times (7, 3, 2) = (-17, 29, 16)$$

Luego:

$$-17x + 29y + 16z + d = 0$$

Reemplazamos P_0 para obtener d:

$$-17.0 + 29.(-1) + 16.8 + d = 0 \Rightarrow d = -99$$

REPORTÁ UN ERROR

De la ecuación general a la ecuación vectorial paramétrica

Dada la ecuación general de un plano, ¿cómo puede obtenerse una ecuación vectorial paramétrica de dicho plano?

Consideremos el siguiente ejemplo:

$$\omega: 2x - y + 3z + 9 = 0$$

Podemos despejar cualquiera de las variables, por ejemplo γ :

$$y = 2x + 3z + 9$$

Entonces:

$$\omega: (x, y, z) = (x, 2x + 3z + 9, z)$$

Reescribimos como suma de tres vectores, de forma tal que uno de ellos tenga los términos con x, otro los términos con z y otro los términos independientes:

$$(x,y,z) = (x,2x,0) + (0,3z,z) + (0,9,0)$$

$$(x,y,z) = x(1,2,0) + z(0,3,1) + (0,9,0)$$
, con x,z

plano ω .

El lector puede comprobar que: i) los vectores \vec{u} = (1,2,0) y \vec{v} = (0,3,1) son perpendiculares a \vec{n} = (2,-1,3), o sea que son paralelos al plano; ii) $P_0(0,9,0) \in \omega$.

Videos relacionados con ecuación del plano

Recta y Plano en R3 - Ejercicio Resuelto - Pas





Haz de Planos - Ejercicio Resuelto - PASO A |



Recta y Plano en R3 - Ejercicio Resuelto - Pas





ARCHIVADO EN: VECTORES, RECTA Y PLANO.

Comentarios

Jaime Bolaños dice 23 agosto, 2017 en 9:17 am

Mi nombre es Jaime Bolaños

Este material que están presentando me parece espectacular, muy bonito. Me podrían comentar qué herramientas están utilizando además de Geogebra? Yo estoy desarrollan un material muy similar al de ustedes pero en una plataforma que se llama Jupyter Noetbook. En esta paltaforma se puede tener texto,

Jaime, muchas gracias!! Usamos GeoGebra (para applets y gráficos), MathJax (para representar escrutura matemática en web), WordPress (cómo CMS). Te escribimos por privado tamibén. Saludos!

tomas dice 22 abril, 2018 en 11:01 am

Les agradezco por la dedicación y ayuda. Muchas gracias!!!

Campodonico marcos dice 12 mayo, 2019 en 9:56 pm

Soy de la UTN-FRH y la verdad me sorprende la dedicación que le dan a cada tema y su paso a paso, unos genios la verdad, me pareció muy útil todo, Gracias.

Jorge Sanchez dice 6 septiembre, 2019 en 11:05 pm

REPORTÁ UN ERROR

En el ejemplo en donde hace el producto vectorial entre AB x AC, el vector obtenido es (2, 5, 5), no (0, 5, 5) como dice el ejemplo.

Deja una respuesta

Lo siento, debes estar <u>conectado</u> para publicar un comentario.

BUSCÁ EN EL SITIO

Buscar en e

COMENTAR IOS RECIENTES

LICENCIA CREATIVE COMMONS



Esta obra está bajo una

LICENCIA CREATIVE COMMONS

ATRIBUCIÓN – NO COMERCIAL

PARTE 1

VECTORES, RECTA Y
PLANO

INTRODUCCIÓN A
VECTORES EN R3

PRODUCTO ESCALAR

EN R3

PARTE 1 PARTE 2	EXÁMENES INFO 2021 (PRIMER CUATR	IMESTRE) CONTACTANOS!
REPORTÁ UN ERROR	LOS GIFS DEL IVIATERIAL	
DIAGONALIZACI	TEÓRICO	DISTANCIAS
ÓN ORTOGONAL		HAZ DE PLANOS
DE MATRICES		RECTA EN
SIMÉTRICAS	ARCHIVOS	({MATHBB{R}^3})
Alan en	SEPTIEMBRE 2019	RECTA Y PLANO:
PRODUCTO	JUNIO 2019	INTERSECCIONES Y
ESCALAR EN R3	NOVIEMBRE 2018	ÁNGULOS
RONY en	JULIO 2018	DISTANCIAS Y
HIPÉRBOLA	MAYO 2018	PROYECCIONES
YANIS YULEISI	NOVIEMBRE 2017	MATRICES Y
PENATA	SEPTIEMBRE 2017	DETERMINANTES
BENITEZ en	JUNIO 2017	MATRICES
ESPACIOS Y	ABRIL 2017	DETERMINANTE DE
SUBESPACIOS	DICIEMBRE 2016	UNA MATRIZ
VECTORIALES	NOVIEMBRE 2016	MATRICES Y
REALIZADO EN UTN FRBA	OCTUBRE 2016	SISTEMAS DE
	SEPTIEMBRE 2016	ECUACIONES
	AGOSTO 2016	LINEALES
		ESPACIOS VECTORIALES
₩ UTN. <mark>BA</mark>	DESCARGAS EN PDF	ESPACIOS Y
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES		SUBESPACIOS
	PDF UNIDAD 1	VECTORIALES
UDB	PDF UNIDAD 1	CONJUNTO
Matemática –	PDF UNIDAD 2	GENERADOR. LI Y LD.
Ciencias Básicas	PDF UNIDAD 2	BASE. DIMENSIÓN.
– Secretaría	PDF UNIDAD 3	OPERACIONES CON
Académica	PDF UNIDAD 3	SUBESPACIOS

PARTE 1 PARTE 2 REPORTÁ UN ERROR	EXÁMENES	INFO 2021 (PRIMER CUATRIMES	TRE)	CONTACTANOS!
	PDF UNID	AD 7		SOLUCIONES DE AX=B
	PDF UNID	AD 7		Y AX=0. VARIABLES
	PDF UNID	AD 8		LIBRES.
	PDF UNID	AD 8 PA	ARTE 2	
	PDF UNID	AD 9	TRA	NSFORMACIONES
	PDF UNID	AD 9	LINE	EALES
				DEFINICIÓN Y
	WEBS	RELACIONADAS		PROPIEDADES DE LAS
	PROBA FÁ	ÁCII CON		TRANSFORMACIONES
	CONTENI			LINEALES
		LIDAD Y ESTADÍSTICA		NÚCLEO E IMAGEN.
				CLASIFICACIÓN DE
				LAS
				TRANSFORMACIONES
				LINEALES.
				TEOREMA
				FUNDAMENTAL DE LAS
				TRANSFORMACIONES
				LINEALES
				MATRIZ ASOCIADA A
				UNA
				TRANSFORMACIÓN
				LINEAL
				COMPOSICIÓN E
				INVERSA DE
				TRANSFORMACIONES
				LINEALES

REPORTÁ UN ERROR

AUTOVECTORES:

DEFINICIONES Y

PROPIEDADES

MULTIPLICIDADES

ALGEBRAICA Y

GEOMÉTRICA DE UN

AUTOVALOR

MATRICES

SEMEJANTES

DIAGONALIZACIÓN DE

UNA MATRIZ

DIAGONALIZACIÓN

ORTOGONAL DE

MATRICES

SIMÉTRICAS

DIAGONALIZACIÓN DE

UNA

TRANSFORMACIÓN

LINEAL

CÓNICAS,

PARAMETRIZACIÓN Y

SUPERFICIES CUÁDRICAS

INTRODUCCIÓN A

CÓNICAS

CIRCUNFERENCIA

PARÁBOLA

ELIPSE

REPORTÁ UN ERROR

ELIPSE, PARÁBOLA E

HIPÉRBOLA)

APLICACIONES DE LA

DIAGONALIZACIÓN

POTENCIAS DE UNA

MATRIZ

DIAGONALIZABLE

ROTOTRASLACIÓN DE

CÓNICAS

NÚMEROS COMPLEJOS

DEFINICIÓN Y

OPERACIONES DE

NÚMEROS

COMPLEJOS EN

FORMA BINÓMICA

OPERACIONES EN

FORMA

TRIGONOMÉTRICA Y

EXPONENCIAL

RADICACIÓN DE

NÚMEROS

COMPLEJOS

REGIONES DEL PLANO

COMPLEJO

EXÁMENES

PARCIALES

PARCIAL 1

REPORTÁ UN ERROR

13-09-2019

PARCIAL 2

21-06-2019

10-11-2018

23-06-2018

04-11-2017

10-06-2017

13-06-2015

31-10-2015

FINALES

INFO 2021 (PRIMER

CUATRIMESTRE)

CONTACTANOS!

REPORTÁ UN ERROR

Desarrollado por SalvaCastro

PARTE 1 PARTE 2 EXÁMENES INFO 2021 (PRIMER CUATRIMESTRE) CONTACTANOS!
REPORTÁ UN ERROR