SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

MEKO RAČUNARSTVO

6. Domaća zadaća - Sustav ANFIS

Antonio Lukić, 0036530567

Zagreb, siječanj 2024.

SADRŽAJ

1. Zadatak 1

Definirana funkcija pogreške za k-ti primjer:

$$E_k = \frac{1}{2}(y_k - o_k)^2$$

gdje je y_k predstavlja oznaku željenog izlaza, dok o_k predstavlja oznaku izlaza ANFIS sustava. ANFIS sustavk koristi zaključivanje tipa 3 TSK. Ovaj sustav se sastoji on m pravila:

$$\mathbb{R}_i : \text{Ako je } x \text{ je } A_i \text{ i } B_i \text{ tada } z = p_i x + q_i y + r_i.$$

Funkcije pripadnosti neizrazitih skupova A i B definirani su sa:

$$\alpha_i = A_i(x) = \frac{1}{1 + e^{b_i(x-a_i)}}$$

$$\beta_i = B_i(x) = \frac{1}{1 + e^{d_i(x-c_i)}}.$$

Izlaz neuro-fuzzy sustava definiran je kao težinska suma:

$$o_k = \frac{\sum_{i=1}^{m} \pi_i z_i}{\sum_{i=1}^{m} \pi_i}, \text{ gdje je } \pi_i = \alpha_i \cdot \beta_i.$$

Kako bi izračunali ažuriranje svakog parametra ANFIS sustava moramo izračunati parcijalne derivacije te ih pomnožiti sa stopom učenja:

a_i**:**

$$\frac{\delta E_k}{\delta a_i} = \frac{\delta E_k}{\delta o_k} \frac{\delta o_k}{\delta \pi_i} \frac{\delta \pi_i}{\delta \alpha_i} \frac{\delta \alpha_i}{\delta a_i}$$

$$\frac{\delta E_k}{\delta o_k} = \frac{\delta}{\delta o_k}(\frac{1}{2}(y_k - o_k)^2) = 2 \cdot \frac{1}{2}(y_k - o_k) \cdot 2 \cdot (-1) = -(y_k - o_k)$$

$$\frac{\delta o_k}{\delta \pi_i} = \frac{\delta}{\delta \pi_i}(\frac{\sum_{j=1}^{m} \pi_j z_j}{\sum_{j=1}^{m} \pi_j}) = \frac{z_i \sum_{j=1}^{m} \pi_j - \sum_{j=1}^{m} \pi_j z_j \cdot 1}{(\sum_{j=1}^{m} \pi_j)^2} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \pi_j (z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m} \pi_j)^2}$$

$$\frac{\delta \pi_i}{\delta \alpha_i} = \frac{\delta}{\delta \pi_i}(\alpha_i \cdot \beta_i) = \beta_i$$

$$\frac{\delta \alpha_i}{\delta a_i} = \frac{\delta}{\delta a_i}(\frac{1}{1 + e^{b_i(x-a_a)}}) = -1 \cdot \frac{1}{(1 + e^{b_i(x-a_i)})^2} \cdot e^{b_i(x-a_i)} \cdot (-b_i) = \alpha_i(1 - \alpha_i) b_i$$

$$\frac{\delta E_k}{\delta a_i} = -(y_k - o_k)\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}\beta_i\alpha_i(1-\alpha_i)b_i$$

$$\implies a_i(t+1) = a_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}\beta_i\alpha_i(1-\alpha_i)b_i$$

b_i**:**

$$\frac{\delta E_k}{\delta b_i} = \frac{\delta E_k}{\delta o_k}\frac{\delta o_k}{\delta \pi_i}\frac{\delta \pi_i}{\delta \alpha_i}\frac{\delta \alpha_i}{\delta b_i}$$

$$\frac{\delta E_k}{\delta o_k} = -(y_k - o_k)$$

$$\frac{\delta o_k}{\delta \pi_i} = \frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}$$

$$\frac{\delta \pi_i}{\delta \alpha_i} = \beta_i$$

$$\frac{\delta \alpha_i}{\delta b_i} = \frac{\delta}{\delta a_i}(\frac{1}{1+e^{b_i(x-a_a)}}) = -1\cdot\frac{1}{(1+e^{b_i(x-a_i)})^2}\cdot e^{b_i(x-a_i)}\cdot(x-a_i) = \alpha_i(1-\alpha_i)(a_i-x)$$

$$\frac{\delta E_k}{\delta a_i} = -(y_k - o_k)\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}\beta_i\alpha_i(1-\alpha_i)(a_i - x)$$

$$\implies b_i(t+1) = b_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}\beta_i\alpha_i(1-\alpha_i)(a_i - x)$$

c_i je analogno izrazu uz α_i uz $\frac{\delta \pi_i}{\delta \beta_i} = \alpha_i$:

$$\implies c_i(t+1) = c_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}\alpha_i\beta_i(1-\beta_i)d_i$$

d_i je analogno izrazu uz α_i uz $\frac{\delta \pi_i}{\delta \beta_i} = \alpha_i$:

$$\implies d_i(t+1) = d_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(z_i - z_j)}{(\sum_{j=1}^{m}\pi_j)^2}\alpha_i\beta_i(1-\beta_i)(c_i - y)$$

p_i**:**

$$\frac{\delta E_k}{\delta p_i} = \frac{\delta E_k}{\delta o_k}\frac{\delta o_k}{\delta \pi_i}$$

$$\frac{\delta E_k}{\delta o_k} = -(y_k - o_k)$$

$$\frac{\delta o_k}{\delta p_i} = \frac{\delta}{\delta p_i}(\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j z_j}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}) = \frac{\delta}{\delta p_i}(\frac{\sum_{j=1}^{m}\pi_j(p_j x + q_j y + r_j)}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}) = \frac{\pi_i}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}x$$

$$\frac{\delta E_k}{\delta p_i} = -(y_k - o_k)\frac{\pi_i}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}x$$

$$\implies p_i(t+1) = p_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\pi_i}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}x$$

q_i je analogno izrazu za p_i uz to što samo izađe y:

$$\implies q_i(t+1) = q_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\pi_i}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}y$$

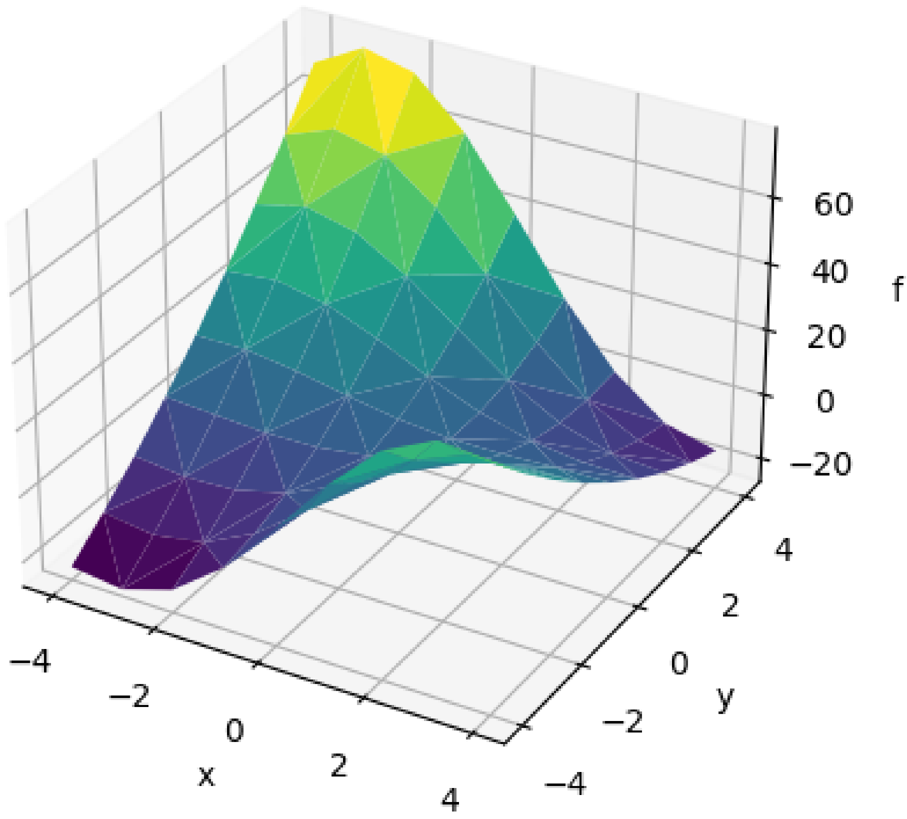
q_i je analogno izrazima za p_i i q_i uz to $\frac{\delta z_i}{\delta r_i} = 1$:

$$\implies r_i(t+1) = r_i(t) + \eta(y_k - o_k)\frac{\pi_i}{\sum_{j=1}^{m}\pi_j}.$$

Navedeno ažuriranje težina izvedeno je za pojedinačno učenje. Za ažuriranje težina za slučaj batch izvedbe uzeli bismo pogrešku kao sumu grešaka pojedinih primjera:

$$E = \sum_{k=1}^{N} E_k.$$

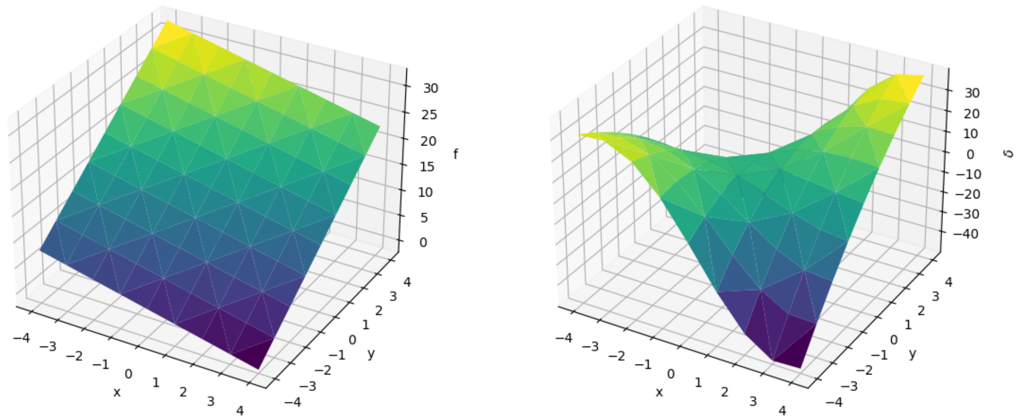
2. Zadatak 3



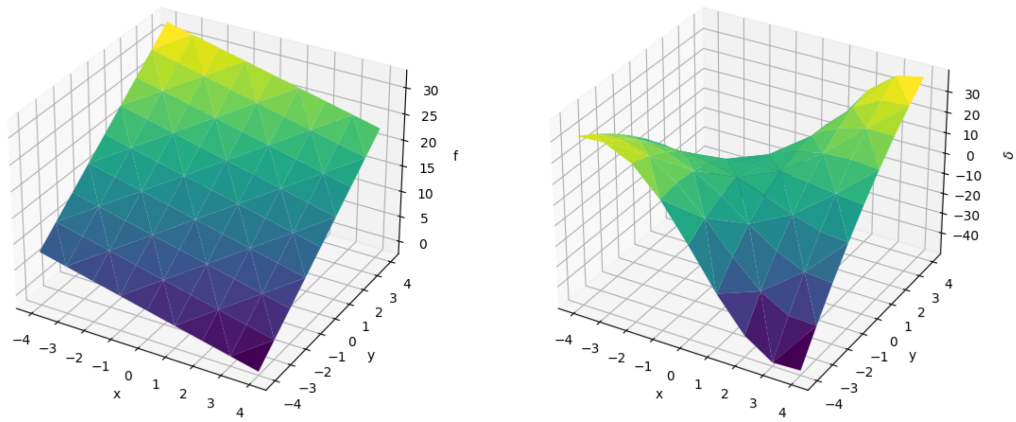
Slika 2.1: Graf orginalne generirajuće funkcije

3. Zadatak 4

3.1. Jedno pravilo

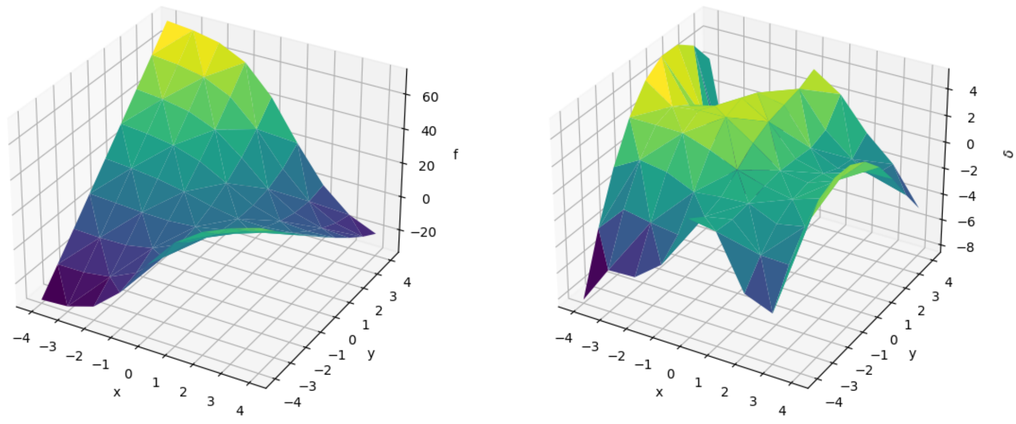


Slika 3.1: Aproksimirana generirajuća funkcija i graf pogreške za pojedinačno učenje

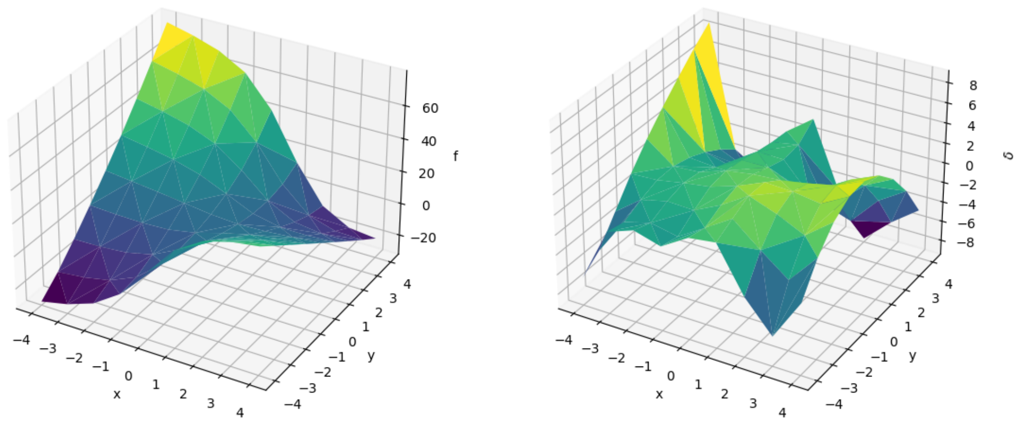


Slika 3.2: Aproksimirana generirajuća funkcija i graf pogreške za grupno učenje

3.2. Dva pravila

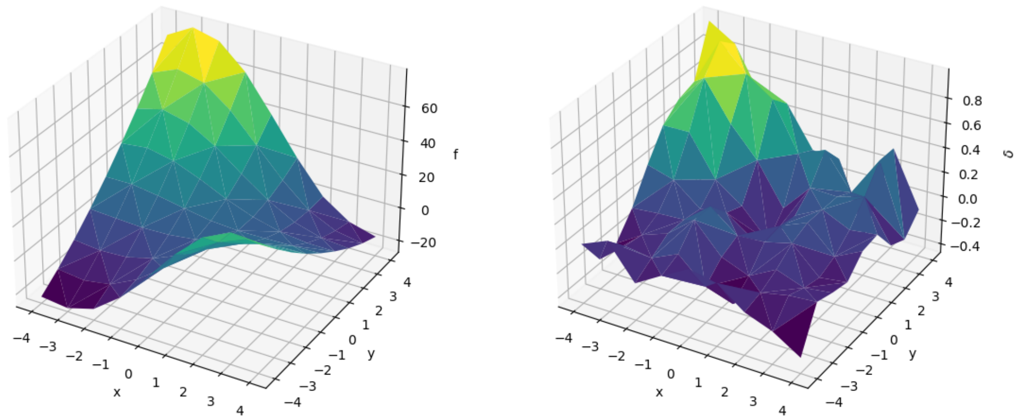


Slika 3.3: Aproksimirana generirajuća funkcija i graf pogreške za pojedinačno učenje

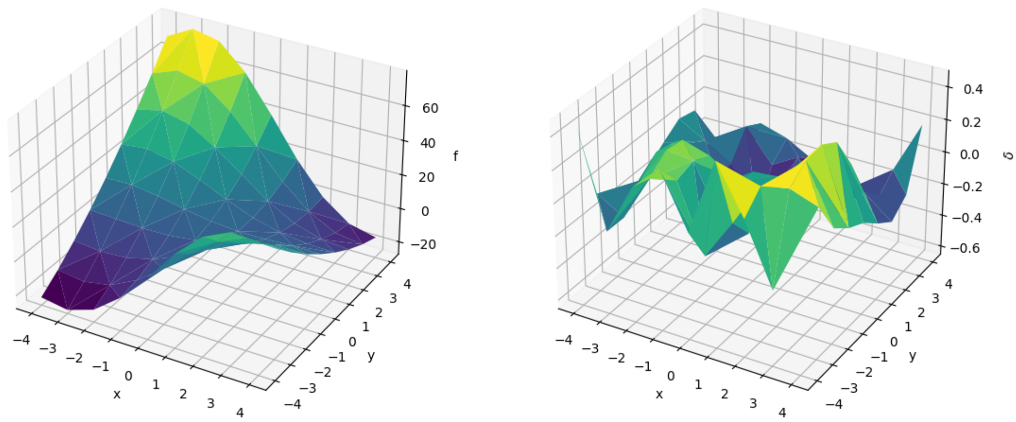


Slika 3.4: Aproksimirana generirajuća funkcija i graf pogreške za grupno učenje

3.3. Prikladan broj pravila - sedam

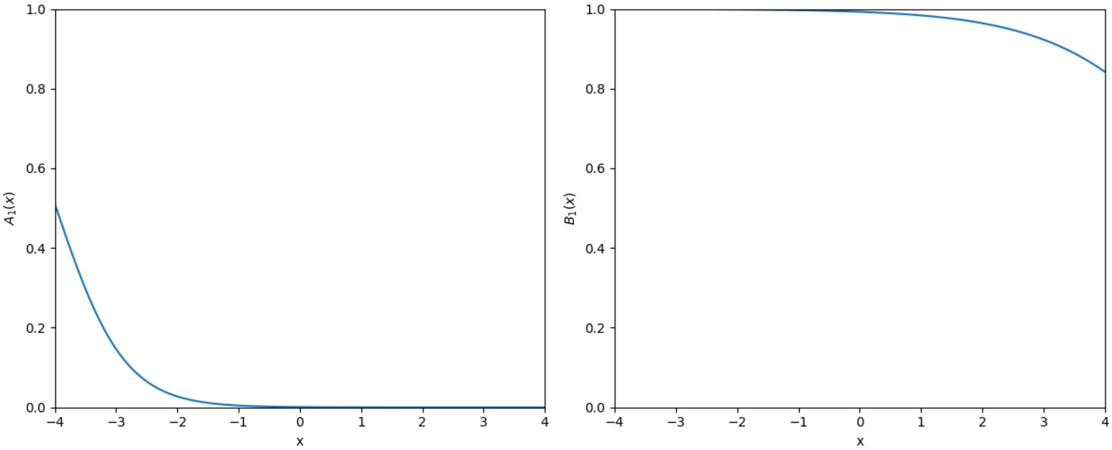


Slika 3.5: Aproksimirana generirajuća funkcija i graf pogreške za pojedinačno učenje

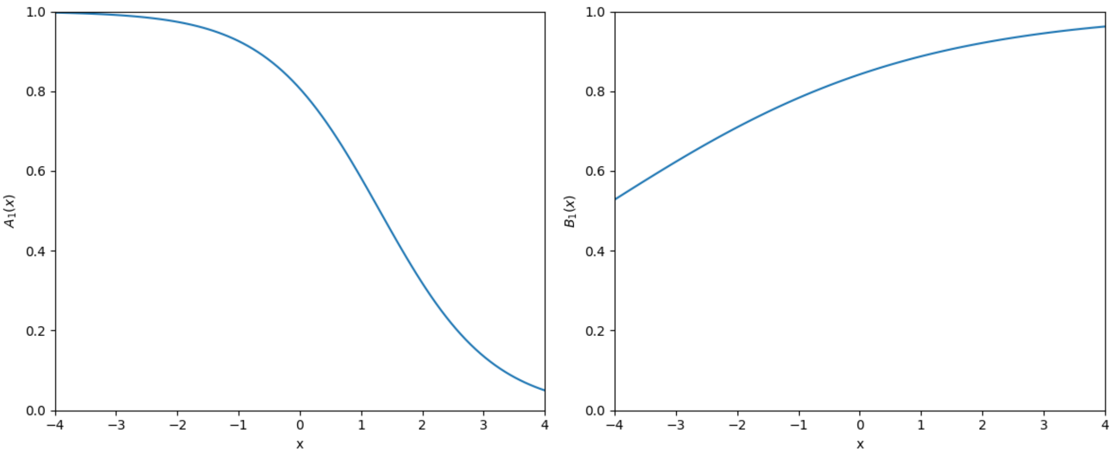


Slika 3.6: Aproksimirana generirajuća funkcija i graf pogreške za grupno učenje

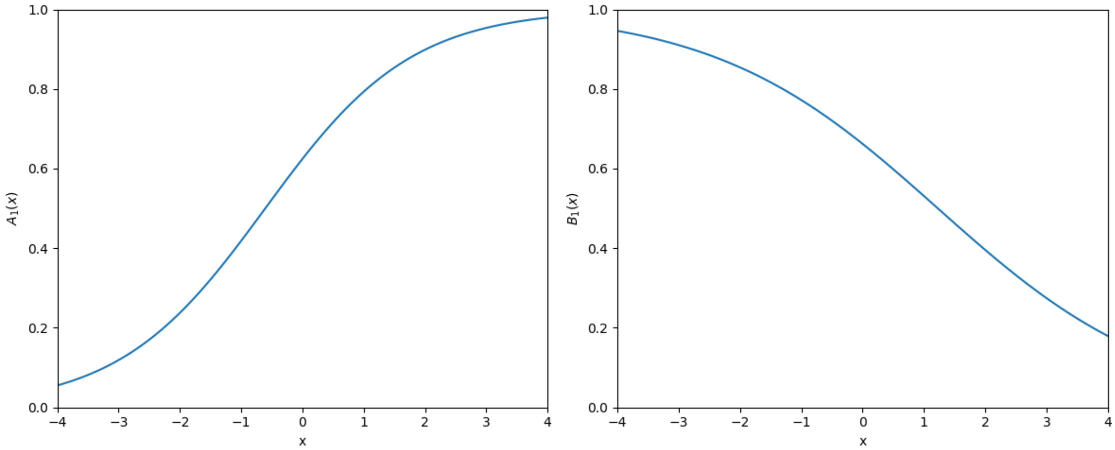
4. Zadatak 5



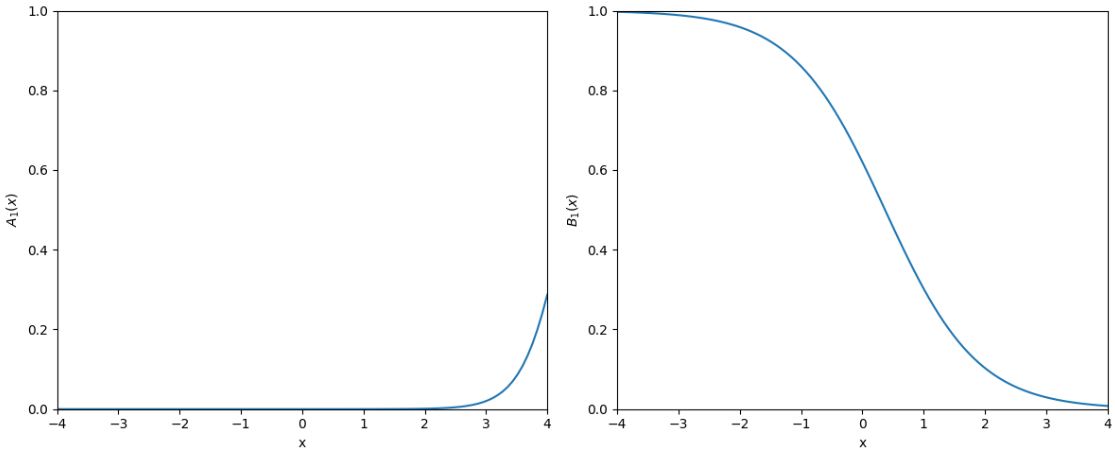
Slika 4.1: Funkcije pripadnosti za prvo pravilo



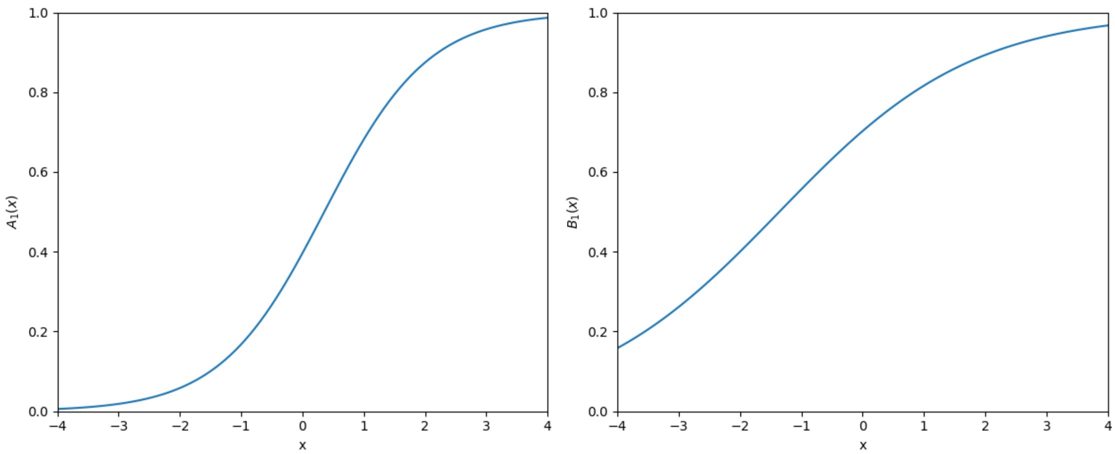
Slika 4.2: Funkcije pripadnosti za drugo pravilo



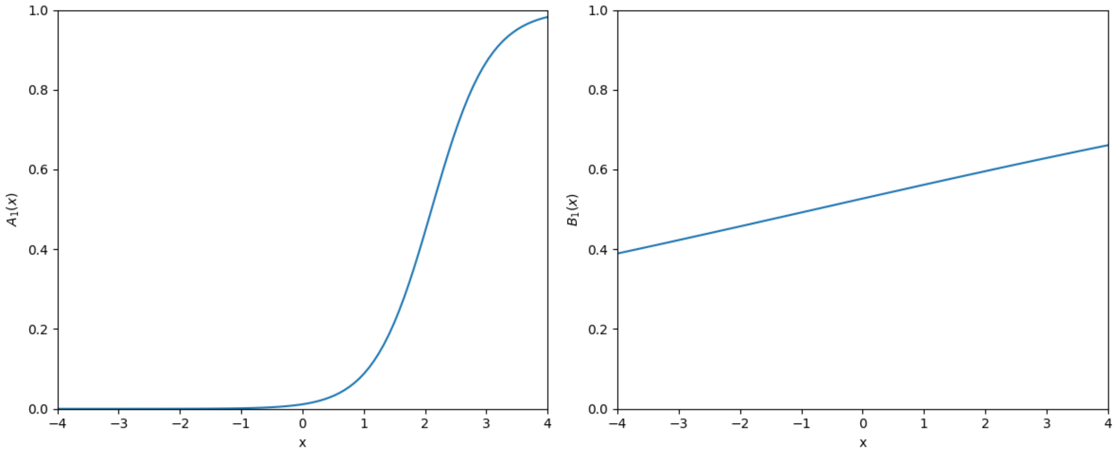
Slika 4.3: Funkcije pripadnosti za treće pravilo



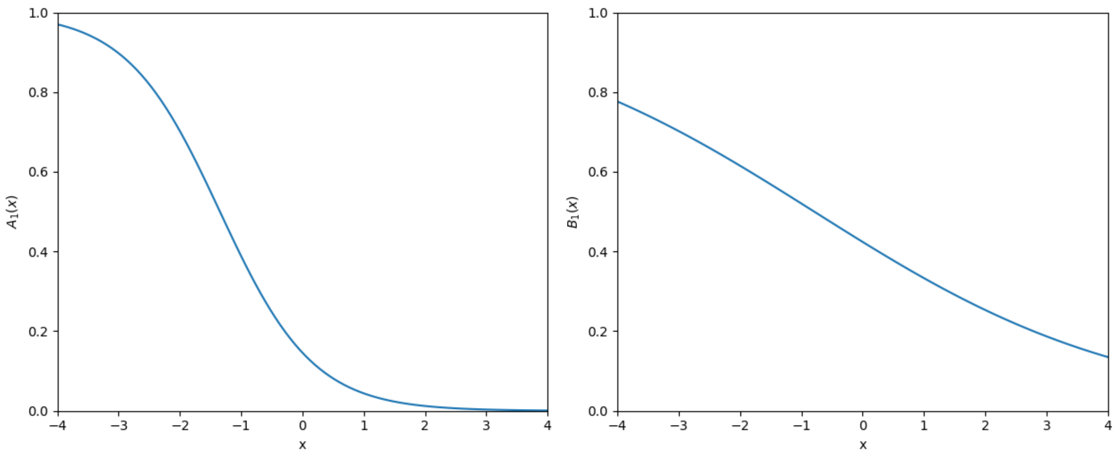
Slika 4.4: Funkcije pripadnosti za četvrto pravilo



Slika 4.5: Funkcije pripadnosti za peto pravilo

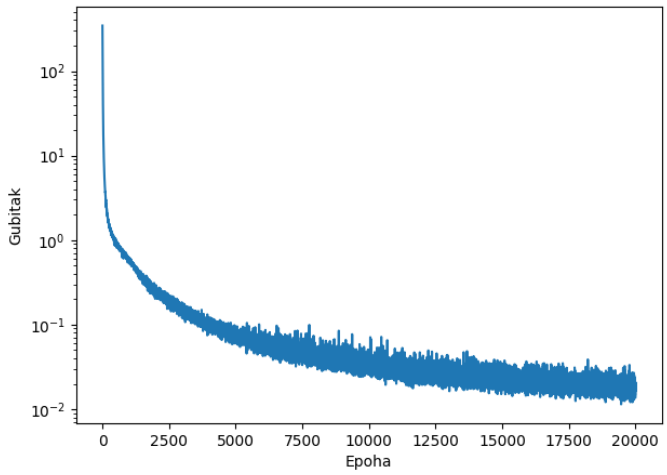


Slika 4.6: Funkcije pripadnosti za šesto pravilo

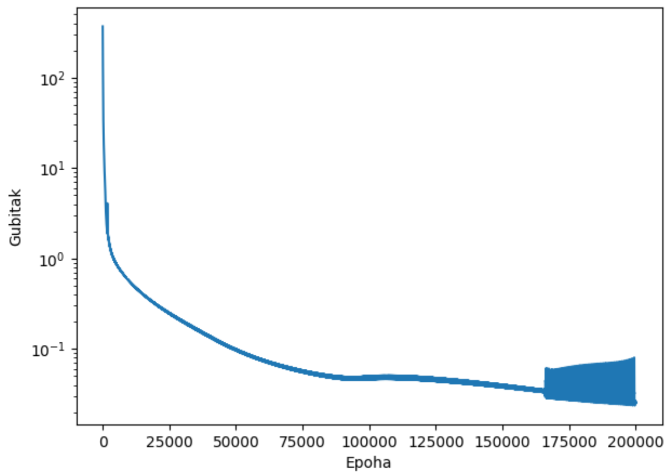


Slika 4.7: Funkcije pripadnosti za sedmo pravilo

5. Zadatak 7

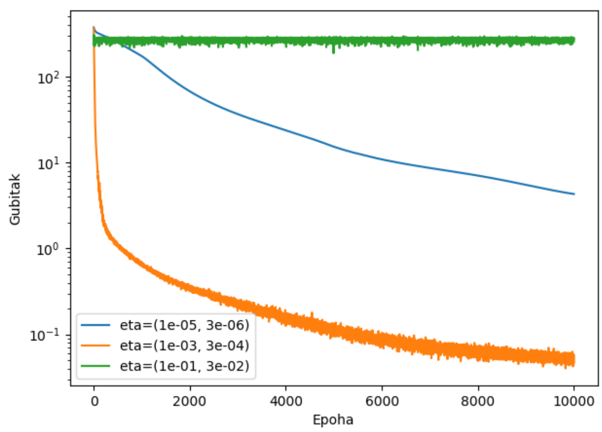


Slika 5.1: Graf funkcije gubitka kroz epohe u logaritamskoj skali za pojedinačno učenje

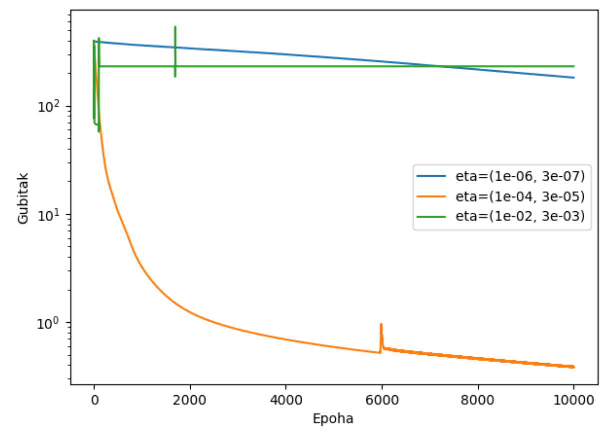


Slika 5.2: Graf funkcije gubitka kroz epohe u logaritamskoj skali za grupno učenje

6. Zadatak 8



Slika 6.1: Graf funkcije gubitka kroz epohe u logaritamskoj skali za pojedinačno učenje



Slika 6.2: Graf funkcije gubitka kroz epohe u logaritamskoj skali za grupno učenje

S grafova možemo uočiti kako za premalu stopu učenja sustav jako sporo konvergira pogotovo kod grupnog učenja. Za preveliku stopu učenja algoritam divergira ili uopće ne konvergira.

7. Literatura

[1] M. Čupić, B.D. Bašić, i M. Golub. *Neizrazito, evolucijsko i neuroračunarstvo*. 2013. URL `http://java.zemris.fer.hr/nastava/nenr/knjiga-0.1.2013-08-12.pdf`.